Rapport projet2

Loic Mandine ; Yacouba Traore ; Thélio Djenkal ; Théo Picke

29 Mai 2020

Sommaire

Introduction et Motivation

Introduction

Résoudre un problème d'optimisation mathématique consiste à trouver la meilleure solution à un problème qu'on a su préalablement exprimer sous une forme mathématique particulière qui fait intervenir un ou plusieurs critères. Ce ou ces critères sont exprimés sous la forme d'une fonction mathématique, appelée souvent fonction objectif. La meilleure solution correspond à trouver une valeur extrême (un maximum ou un minimum) à cette fonction objectif. L'optimisation se rapproche donc des calculs d'extremum de fonctions.

Motivation

Le but du projet est de se familiariser avec cette notion d'optimisaion via l'optimisation par essaims particulaires (OEP). L'optimisation par essaims particulaires (Particle Swarm Optimization) est une méthode inspiré de la biologie pour résoudre des problèmes d'optimisation.

PSO méthode

Cette méthode d'optimisation se base sur la collaboration des individus entre eux. Elle veut qu'un groupe d'individus peu intelligents peut posséder une organisation globale complexe. Ainsi, grâce à des règles de déplacements très simples (dans l'espace des solutions), les particules peuvent converger progressivement vers un minimum global.

Introduction et Motivation

PSO méthode (suite)

Dans PSO, le comportement social est modélisé par une équation mathématique permettant de guider les particules durant leur processus de déplacement. Le déplacement d'une particule est influencé par trois composantes :

1. La composante d'inertie : la particule tend à suivre sa direction courante de déplacement ;
2. La composante cognitive : la particule tend à se diriger vers le meilleur site par lequel elle est déjà passée ;
3. La composante sociale : la particule tend à se diriger vers le meilleur site atteint par ses voisines.

Introduction et Motivation

Formalisation

Une particule i de l'essaim dans un espace de dimension D est caractérisée, à l'instant t, par :

1. X : sa position dans l'espace de recherche ;
2. V : sa vitesse ;
3. Pb : la position de la meilleure solution par laquelle elle est passée;
4. Pg : la position de la meilleure solution connue de tout l'essaim ;
5. $f(Pb)$: la valeur de sa meilleure solution ;
6. $f(Pg)$: la valeur de la meilleure solution connue de tout l'essaim.

Le déplacement de la particule i entre les itérations t et t+1 est régi par deux équations.

$X(t+1) = X(t) + V(t+1)$

$V(t+1) = w(V(t) + \Phi_1 r_1(Pb(t) - X(t)) + \Phi_2 r_2(Pg(t) - X(t)))$ avec Φ_1, Φ_2 des constantes d'accélération; $(r1, r2) \in [0,1] * [0,1]$; et w le facteur de pondération de la vitesse

Algorithme

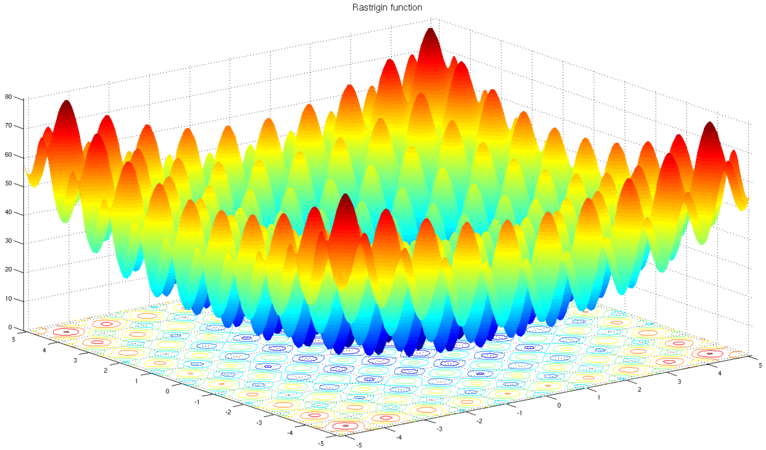
On note g la meilleure position connue de l'essaim et f(x) la fonction de Rastrigin qui calcule le critère de x.

1. Pour chaque particule :
    1. On initialise sa position (via set())
    2. On initialise sa meilleure position p connue comme étant sa position initiale
    3. Si $f(p) < f(g)$, on met à jour la meilleure position de l'essaim (via best())
    4. On initialise la vitesse de la particule. (à 0)
2. Tant que l'on n'a pas atteint l'itération maximum
    1. on met à jour la valeur de la pondération d'inertie w
    2. Pour chaque particule, on calcule la valeur de la nouvelle vitesse (via la formule de vitesse vue précédemment) via newVitesse()
    3. Pour chaque particule, on calcule la valeur de la nouvelle coordonnées (via la formule de position vue précédemment) via newPosition()
    4. On met à jour les positions et vitesses de chaque particule (via edit())
    5. On met à jour la meilleure position personnelle de chaque particule (via personnalBest())
    6. On récupère et met à jour la meilleure position de l'essaim (via best())

Test de validation

Notre critère sera la fonction de Rastrigin. Elle nous permettra d'évaluer la performance de l'algorithme d'optimisation PSO. Elle présente des pièges intéressants, car elle contient de nombreux minima et maxima locaux. Son minimum global se trouvant à l'origine, d'image nulle, consistera notre solution optimale. Sa définition, en dimension n, est :
$f(x) = A \cdot n + \sum_{i=1}^{n}[x_i^2 - A \cdot cos(2\pi x_i)]$ où $A = 10$ et $x_i \in [-5.12, 5.12]$
Ainsi, notre but sera d'étudier la convergence de notre essaim de solutions vers cet optimum, en utilisant la méthode d'optimisation PSO

Test de validation



Test de validation

Pour nos tests de validation sur la fonction de Rastrigin, nous avons effectué une série de tests sur les paramètres afin de trouver la meilleure convergence. Nous avons donc retenu les valeurs suivantes :

$$\bullet\Phi_1 = 1, \bullet\Phi_2 = 1.5, \bullet it = 500, \bullet w_{ini} = 0.8, \bullet w_{fin} = 0.2$$

Variation de la taille de l'essaim n

*= Moyenne des images des minimums obtenus (50 tentatives)
**= Distance moyenne par rapport au minimum (50 tentatives)

n	*	**
10	1,388069563	0,018645871
25	0,333288642	0,020279946
50	0,108902914	0,002223893
75	0,060731801	3,49E-11
100	0,008273901	2,32E-11

Pour des raisons de pertinences, pour chaque valeur de n, on va simuler l'expérience 50 fois, et on prend la moyenne des images de l'optimum obtenues, ce qui est affiché dans le tableau

Interprétation: La moyenne diminue quand n augmente, ce qui veut dire que la solution a tendance à plus converger vers (0,0) pour n grand

Variation du paramètre Φ_2

Φ_2	*	**
0	8,243056737	0,04349948
0,5	0,25066	9941 3,17E-11
1	0,191159068	1,62E-11
1,5	0,195145234	2,22E-11
2	0,103298769	2,93E-11
2,5	0,080908262	1,34E-11
3	2,13E-16	3,66E-11
3,5	1,68E-09	1,25E-10
4	4,68E-06	4,46E-08
4,5	0,001469768	1,86E-05
5	0,023595025	0,000265452
5,5	0,128615429	0,000311308
6	0,218667065	0,000260743
6,5	0,377593992	0,000944333

Variation du paramètre Φ_2

Pour Φ_2, on procède de la même façon et avec les valeurs des paramètres cités ci-dessus (on prend n=50)
On remarque que, avec les autres paramètres fixés ,la valeur de phi-2 la plus optimale devrait être à peu près égale à 3, car c'est pour cette valeur de phi-2 que l'on converge le plus souvent.

Conclusion

D'après nos calculs, nous avons observé que la taille de l'essaim n'influençait pas beaucoup le résultat mais qu'elle influençait la vitesse de convergence.

Quant à Φ_2, le meilleur résultat a été observé pour la valeur $\Phi_2 = 3$.

Lien vers notre code python hébergé par github:
https://github.com/loloMD/projet_semestre_2/blob/master/projet.py

MERCI