Guía Álgebra - Práctica 1

Lorenzo Durante

27 de agosto de 2025

1. Introducción

Esta es la resolución de la primer guía de ejercicios de Álgebra 1 para Ciencias de la Computación en la UBA.

2. Conjuntos

2.1. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $1 \in A$

ii) $\{1\} \subseteq A$

iii) $\{2, 1\} \subseteq A$

iv) $\{1, 3\} \in A$

v) $\{2\} \in A$

Resolución

i) $1 \in A$: el número 1 es un elemento que pertenece al conjunto A.

ii) $\{1\} \subseteq A$: el conjunto $\{1\}$ está contenido en A, ya que todos sus elementos pertenecen a A.

iii) $\{2, 1\} \subseteq A$: el conjunto $\{2, 1\}$ es un subconjunto de A, pues tanto 1 como 2 pertenecen a A.

iv) $\{1, 3\} \notin A$: el conjunto $\{1, 3\}$ no es un elemento de A, es decir, A no contiene a $\{1, 3\}$ como uno de sus elementos.

v) $\{2\} \notin A$: el elemento $\{2\}$ no pertenece al conjunto A.

2.2. Dado el conjunto $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $3 \in A$

ii) $\{3\} \subseteq A$

iii) $\{3\} \in A$

iv) $\{\{3\}\} \subseteq A$

v) $\{1, 2\} \in A$

vi) $\{1, 2\} \subseteq A$

vii) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$

viii) $\{\{1, 2\}, 3\} \subseteq A$

ix) $\emptyset \in A$

x) $\emptyset \subseteq A$

xi) $A \in A$

xii) $A \subseteq A$

Resolución

i) $3 \notin A$: es falso ya que el número 3 no es un elemento del conjunto A.

ii) $\{3\} \nsubseteq A$: es falso ya que el elemento 3 no está en A.

iii) $\{3\} \in A$: es verdadero porque el elemento $\{3\}$ pertenece al conjunto A.

iv) $\{\{3\}\} \subseteq A$: es verdadero ya que el único elemento de este conjunto es $\{3\}$ y este pertenece a A.

v) $\{1,2\} \in A$: verdadero, ya que $\{1,2\}$ pertenece a A.

vi) $\{1,2\} \subseteq A$: verdadero porque 1 y 2 pertenecen a A.

vii) $\{\{1,2\}\} \subseteq A$: verdadero porque $\{1,2\}$ pertenece a A.

viii) $\{\{1,2\},3\} \nsubseteq A$: falso, ya que 3 no pertenece a A.

ix) $\emptyset \in A$: falso, ya que $\emptyset$ no está como elemento dentro de A.

x) $\emptyset \subseteq A$: verdadero, ya que el conjunto vacío es subconjunto de todos los conjuntos.

xi) $A \in A$: falso, ya que A no es un elemento de sí mismo.

xii) $A \subseteq A$: verdadero, ya que todo conjunto es subconjunto de sí mismo.

3. Determinar si $A \subseteq B$ en cada uno de los siguientes casos.

i) $A = \{1,2,3\}, \quad B = \{5,4,3,2,1\}$

ii) $A = \{1,2,3\}, \quad B = \{1,2,\{3\},-3\}$

iii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < |x| < 3\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 3\}$

iv) $A = \{\emptyset\}, \quad B = \emptyset$

Resolución

i) $A \subseteq B$

ii) $A \nsubseteq B$

iii) $A \nsubseteq B$

$$A = [-3,-2] \cup (2,3)$$
$$B = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

Entonces, $A \nsubseteq B$

Por ejemplo, $-2{,}5 \in A$ pero $-2{,}5 \notin B$.

iv) $A \nsubseteq B$

2.3. Dados los subconjuntos

$$A = \{1,-2,7,3\},$$
$$B = \{1,\{3\},10\},$$
$$C = \{-2,\{1,2,3\},3\}$$

del conjunto referencial

$$V = \{1,\{3\},-2,7,10,\{1,2,3\},3\},$$

hallar

I) $A \cap (B \triangle C)$

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C)$

III) $A^c \cap B^c \cap C^c$

Resolución

I) $A \cap (B \triangle C) = \{1, -2, 3\}$

Pienso el ejercicio por partes: primero analizo $B \triangle C$. La diferencia simétrica contiene lo que está en uno u otro, pero no en ambos.

$$\begin{aligned} B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ C &= \{-2, \{1,2,3\}, 3\} \\ B \triangle C &= \{1, \{3\}, 10, -2, \{1,2,3\}, 3\} \end{aligned}$$

Sea $D = B \triangle C$, evaluemos ahora la intersección entre A y D.

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\}, \\ D &= \{1, \{3\}, 10, -2, \{1,2,3\}, 3\} \\ A \cap D &= \{1, -2, 3\} \end{aligned}$$

Entonces, el resultado de la intersección es $\{1, -2, 3\}$.

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C) = \{1, -2, 3\}$

Primero analizo la primer intersección:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ A \cap B &= \{1\} \end{aligned}$$

Ahora analizo la segunda intersección:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ C &= \{-2, \{1,2,3\}, 3\} \\ A \cap C &= \{-2, 3\} \end{aligned}$$

Ahora podemos calcular la diferencia simétrica:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1\} \\ A \cap C &= \{-2, 3\} \\ (A \cap B) \triangle (A \cap C) &= \{1, -2, 3\} \end{aligned}$$

III) $A^c \cap B^c \cap C^c = \emptyset$

El complemento se toma respecto al conjunto referencial V.

Primer complemento:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1,2,3\}, 3\} \\ A^c &= \{\{3\}, 10, \{1,2,3\}\} \end{aligned}$$

Segundo complemento:

$$\begin{aligned} B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1,2,3\}, 3\} \\ B^c &= \{-2, 7, \{1,2,3\}, 3\} \end{aligned}$$

Tercer complemento:

$$
\begin{aligned}
C &= \{-2, \{1,2,3\}, 3\} \\
V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1,2,3\}, 3\} \\
C^c &= \{1, \{3\}, 7, 10\}
\end{aligned}
$$

Intersección final:

$$
\begin{aligned}
A^c &= \{\{3\}, 10, \{1,2,3\}\} \\
B^c &= \{-2, 7, \{1,2,3\}, 3\} \\
C^c &= \{1, \{3\}, 7, 10\} \\
A^c \cap B^c \cap C^c &= \emptyset
\end{aligned}
$$