Guia Álgebra - Práctica 1

Lorenzo Durante

27 de agosto de 2025

1. Introducción

Esta es la resolución de la primer guía de ejercicios de Álgebra 1 para Ciencias de la Computación en la UBA.

2. Conjuntos

2.1. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $1 \in \mathcal{A}$

ii) $\{1\} \subseteq \mathcal{A}$

iii) $\{2, 1\} \subseteq \mathcal{A}$

iv) $\{1, 3\} \in \mathcal{A}$

v) $\{2\} \in \mathcal{A}$

Resolución

i) $1 \in A$: el número 1 es un elemento que pertenece al conjunto A.

ii) $\{1\} \subseteq A$: el conjunto $\{1\}$ está contenido en A, ya que todos sus elementos pertenecen a A.

iii) $\{2, 1\} \subseteq A$: el conjunto $\{2, 1\}$ es un subconjunto de A, pues tanto 1 como 2 pertenecen a A.

iv) $\{1, 3\} \notin A$: el conjunto $\{1, 3\}$ no es un elemento de A, es decir, A no contiene a $\{1, 3\}$ como uno de sus elementos.

v) $\{2\} \notin$ A: el elemento $\{2\}$ no pertenece al conjunto A.

2.2. Dado el conjunto $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $3 \in A$

ii) $\{3\} \subseteq A$

iii) $\{3\} \in A$

iv) $\{\{3\}\} \subseteq A$

v) $\{1, 2\} \in A$

vi) $\{1, 2\} \subseteq A$

vii) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$

viii) $\{\{1, 2\}, 3\} \subseteq A$

ix) $\emptyset \in A$

x) $\emptyset \subseteq A$

xi) $A \in A$

xii) $A \subseteq A$

Resolución

I) $3 \notin A$: es falso ya que el número 3 no es un elemento del conjunto A.

II) $\{3\} \not\subseteq A$: es falso ya que no todos los elementos estan contenidos por el conjunto A. En este caso, el elemento 3 no existe en el conjunto A.

III) $\{3\} \in A$: es verdadero porque el elemento $\{3\}$ pertenece en el conjunto A.

IV) $\{\{3\}\} \subseteq A$: es verdadero ya que todos los elementos dentro del conjunto $\{\{3\}\}$ pertenecen al conjunto A. En este caso, el unico elemento es $\{3\}$ y este pertence a el conjunto A.

V) $\{1, 2\} \in A$: esto es verdadero ya que el elemento $\{1, 2\}$ pertenece al conjunto A.

VI) $\{1, 2\} \subseteq A$: es verdadero porque todos los elementos del conjunto $\{1, 2\}$ pertenecen al conjunto A.

VII) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$: es verdadero porque todos los elementos del conjunto $\{\{1,2\}\}$ pertenecen al conjunto A. En este caso, $\{1, 2\}$ pertenece al conjunto A.

VIII) $\{\{1, 2\}, 3\} \not\subseteq A$: es falso ya que no todos los elementos pertenecen al conjunto. En este caso el elemento $\{1, 2\}$ pertenece pero el elemento 3 no pertenece.

IX) $\emptyset \not\subseteq A$: es falso ya que ninguno de los elementos del conjunto A es $\emptyset$.

X) $\emptyset \subseteq A$: es verdadero ya que el elemento vacío es subconjunto de todos los conjuntos por definición ya que no contiene elementos que pueda contradecir la condición.

XI) $A \notin A$: es falso ya que dentro de A no existe ningun subconjunto que sea A.

XII) $A \in A$: es verdadero ya que todo conjunto es subconjunto de si por definición.

3. Determinar si $A \subseteq B$ en cada uno de los siguientes casos.

I) $A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$

II) $A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{1, 2, \{3\}, -3\}$

III) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < |x| < 3\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 3\}$

IV) $A = \{\emptyset\}, \quad B = \emptyset$

Resolución

I) $A \subseteq B$

II) $A \not\subseteq B$

III) $A \not\subseteq B$

$$A = [-3, -2] \cup (2, 3)$$
$$B = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

Entonces, $A \not\subseteq B$

Por ejemplo, $-2{,}5 \in A$ pero $-2{,}5 \notin B$.

IV) $A \not\subseteq B$

2.3. Dados los subconjuntos

$$A = \{1, -2, 7, 3\},$$
$$B = \{1, \{3\}, 10\},$$
$$C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$

del conjunto referencial

$$V = \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\},$$

hallar

I) $A \cap (B \triangle C)$

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C)$

III) $A^c \cap B^c \cap C^c$

Resolución

I) $A \cap (B \triangle C) = \{1, -2, 3\}$

Pienso el ejercicio por partes primero veo analizo $B \triangle C$. La diferencia simétrica "marca"lo que no esta en la intersección entre los dos conjuntos.

$$B = \{1, \{3\}, 10\}$$
$$C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$B \triangle C = \{1, \{3\}, 10, -2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$

Sea $D = B \triangle C$, evaluemos ahora la intersección entre A y D.

$$A = \{1, -2, 7, 3\},$$
$$D = \{1, \{3\}, 10, -2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$A \cap D = \{1, -2, 3\}$$

Entonces, el resultado de la interesección es $\{1, -2, 3\}$

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C) = \{1, -2, 3\}$

Primero analizo la primer interesección.

$$A = \{1, -2, 7, 3\}$$
$$B = \{1, \{3\}, 10\}$$
$$A \cap B = \{1\}$$

Ahora analizo la segunda intersección

$$A = \{1, -2, 7, 3\}$$
$$C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$A \cap C = \{-2, 3\}$$

Ahora podemos calcular la diferencia simétrica

$$A \cap B = \{1\}$$
$$A \cap C = \{-2, 3\}$$
$$(A \cap B) \triangle (A \cap C) = \{1, -2, 3\}$$

III) $A^C \cap B^c \cap C^C = \emptyset$
El complemento es todo lo que no esta en el conjunto pero si esta en el universo de referencia V.
Primero, calculamos el primer complemento.

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\} \\ A^C &= \{\{3\}, 10, \{1, 2, 3\}\} \end{aligned}$$

Luego, calculamos el segundo complemento.

$$\begin{aligned} B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\} \\ B^C &= \{-2, 7, \{1, 2, 3\}, 3\} \end{aligned}$$

Por ultimo, calculamos el tercer complemento.

$$\begin{aligned} C &= \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\} \\ C^C &= \{1, \{3\}, 7, 10\} \end{aligned}$$

Con los tres complementos calculamos las intersecciones:

$$\begin{aligned} A^C &= \{\{3\}, 10, \{1, 2, 3\}\} \\ B^C &= \{-2, 7, \{1, 2, 3\}, 3\} \\ C^C &= \{1, \{3\}, 7, 10\} \\ A^C \cap B^C \cap C^C &= \emptyset \end{aligned}$$