Guía Álgebra - Práctica 1

Lorenzo Durante

27 de agosto de 2025

1. Introducción

Esta es la resolución de la primer guía de ejercicios de Álgebra 1 para Ciencias de la Computación en la UBA.

2. Conjuntos

2.1. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $1 \in A$

ii) $\{1\} \subseteq A$

iii) $\{2, 1\} \subseteq A$

iv) $\{1, 3\} \in A$

v) $\{2\} \in A$

Resolución

i) $1 \in A$: el número 1 es un elemento que pertenece al conjunto A.

ii) $\{1\} \subseteq A$: el conjunto $\{1\}$ está contenido en A, ya que todos sus elementos pertenecen a A.

iii) $\{2, 1\} \subseteq A$: el conjunto $\{2, 1\}$ es un subconjunto de A, pues tanto 1 como 2 pertenecen a A.

iv) $\{1, 3\} \notin A$: el conjunto $\{1, 3\}$ no es un elemento de A, es decir, A no contiene a $\{1, 3\}$ como uno de sus elementos.

v) $\{2\} \notin A$: el elemento $\{2\}$ no pertenece al conjunto A.

2.2. Dado el conjunto $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

i) $3 \in A$

ii) $\{3\} \subseteq A$

iii) $\{3\} \in A$

iv) $\{\{3\}\} \subseteq A$

v) $\{1, 2\} \in A$

vi) $\{1, 2\} \subseteq A$

vii) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$

viii) $\{\{1, 2\}, 3\} \subseteq A$

ix) $\emptyset \in A$

x) $\emptyset \subseteq A$

xi) $A \in A$

xii) $A \subseteq A$

Resolución

i) $3 \notin A$: es falso ya que el número 3 no es un elemento del conjunto A.

ii) $\{3\} \not\subseteq A$: es falso ya que el elemento 3 no está en A.

iii) $\{3\} \in A$: es verdadero porque el elemento $\{3\}$ pertenece al conjunto A.

iv) $\{\{3\}\} \subseteq A$: es verdadero ya que el único elemento de este conjunto es $\{3\}$ y este pertenece a A.

v) $\{1, 2\} \in A$: verdadero, ya que $\{1, 2\}$ pertenece a A.

vi) $\{1, 2\} \subseteq A$: verdadero porque 1 y 2 pertenecen a A.

vii) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$: verdadero porque $\{1, 2\}$ pertenece a A.

viii) $\{\{1, 2\}, 3\} \not\subseteq A$: falso, ya que 3 no pertenece a A.

ix) $\emptyset \in A$: falso, ya que $\emptyset$ no está como elemento dentro de A.

x) $\emptyset \subseteq A$: verdadero, ya que el conjunto vacío es subconjunto de todos los conjuntos.

xi) $A \in A$: falso, ya que A no es un elemento de sí mismo.

xii) $A \subseteq A$: verdadero, ya que todo conjunto es subconjunto de sí mismo.

3. Determinar si $A \subseteq B$ en cada uno de los siguientes casos.

i) $A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$

ii) $A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{1, 2, \{3\}, -3\}$

iii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < |x| < 3\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 3\}$

iv) $A = \{\emptyset\}, \quad B = \emptyset$

Resolución

i) $A \subseteq B$

ii) $A \not\subseteq B$

iii) $A \not\subseteq B$

$$A = [-3, -2] \cup (2, 3)$$
$$B = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

Entonces, $A \not\subseteq B$

Por ejemplo, $-2{,}5 \in A$ pero $-2{,}5 \notin B$.

iv) $A \not\subseteq B$

2.3. Dados los subconjuntos

$$A = \{1, -2, 7, 3\},$$
$$B = \{1, \{3\}, 10\},$$
$$C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$

del conjunto referencial

$$V = \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\},$$

hallar

I) $A \cap (B \triangle C)$

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C)$

III) $A^c \cap B^c \cap C^c$

Resolución

I) $A \cap (B \triangle C) = \{1, -2, 3\}$

Pienso el ejercicio por partes: primero analizo $B \triangle C$. La diferencia simétrica contiene lo que está en uno u otro, pero no en ambos.

$$\begin{aligned} B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ C &= \{-2, \{1,2,3\}, 3\} \\ B \triangle C &= \{1, \{3\}, 10, -2, \{1,2,3\}, 3\} \end{aligned}$$

Sea $D = B \triangle C$, evaluemos ahora la intersección entre A y D.

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\}, \\ D &= \{1, \{3\}, 10, -2, \{1,2,3\}, 3\} \\ A \cap D &= \{1, -2, 3\} \end{aligned}$$

Entonces, el resultado de la intersección es $\{1, -2, 3\}$.

II) $(A \cap B) \triangle (A \cap C) = \{1, -2, 3\}$

Primero analizo la primer intersección:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ A \cap B &= \{1\} \end{aligned}$$

Ahora analizo la segunda intersección:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ C &= \{-2, \{1,2,3\}, 3\} \\ A \cap C &= \{-2, 3\} \end{aligned}$$

Ahora podemos calcular la diferencia simétrica:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1\} \\ A \cap C &= \{-2, 3\} \\ (A \cap B) \triangle (A \cap C) &= \{1, -2, 3\} \end{aligned}$$

III) $A^c \cap B^c \cap C^c = \emptyset$

El complemento se toma respecto al conjunto referencial V.

Primer complemento:

$$\begin{aligned} A &= \{1, -2, 7, 3\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1,2,3\}, 3\} \\ A^c &= \{\{3\}, 10, \{1,2,3\}\} \end{aligned}$$

Segundo complemento:

$$\begin{aligned} B &= \{1, \{3\}, 10\} \\ V &= \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1,2,3\}, 3\} \\ B^c &= \{-2, 7, \{1,2,3\}, 3\} \end{aligned}$$

Tercer complemento:

$$C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$V = \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$C^c = \{1, \{3\}, 7, 10\}$$

Intersección final:

$$A^c = \{\{3\}, 10, \{1, 2, 3\}\}$$
$$B^c = \{-2, 7, \{1, 2, 3\}, 3\}$$
$$C^c = \{1, \{3\}, 7, 10\}$$
$$A^c \cap B^c \cap C^c = \emptyset$$

2.4. Dados subconjuntos A, B, C de un conjunto referencial V, describir $(A \cup B \cup C)^c$ en términos de intersecciones y complementos, y $(A \cap B \cap C)^c$ en términos de uniones y complementos.

Resolución

Resolvemos con leyes de Morgan:

$$(A \cup B \cup C)^C \to A^C \cap B^C \cap C^C$$
$$(A \cap B \cap C)^c \to A^c \cup B^C \cup C^C$$

6. Sean A, B y C conjuntos. Representar en un diagrama de Venn

I) $(A \cup B^c) \cap C$ II) $A \triangle (B \cup C)$ III) $A \cup (B \triangle C)$

Completado en hoja