

Aquí les dejo unos pocos ejercicios de derivación matricial. Todos los vectores que aparezcan son VECTORES COLUMNA (excepto si tienen una T, obviamente). Recuerden que toda derivada lleva una transposición, y que la regla de la cadena es así (respetando el orden):

$$\partial_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{h}(\mathbf{x})) = \partial_{\mathbf{x}} \mathbf{h} \partial_{\mathbf{h}} \mathbf{g}$$

## 1. Ejercicios

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 
  - $\partial_{\mathbf{x}}(\mathbf{b}^T \mathbf{x})$
  - $\partial_{\mathbf{x}}(\mathbf{b}^T \mathbf{A} \mathbf{x})$
  - $\partial_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})$
- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f(x) = x^2$ ,  $\mathbf{c} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  en donde  $\mathbf{c}(x)_i = x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 
  - $\partial_x \mathbf{c}(x)$
  - $\partial_x(\mathbf{b}^T \mathbf{c}(x))$
  - $\partial_x(f(\mathbf{b}^T \mathbf{c}(x)))$
  - $\partial_x(\mathbf{c}(x)^T \mathbf{c}(x))$
  - $\partial_x \mathbf{c}(f(x))$
  - $\mathbf{b} \mathbf{c}(x)^T$  (sí, esto es una matriz)

## 2. Soluciones

- Las primeras tres

- $\mathbf{b}$
- $\mathbf{A}^T \mathbf{b}$
- $(\mathbf{A}^T + \mathbf{A})\mathbf{x}$

- Todas las que siguen salen con regla de la cadena.

- $\mathbb{1}^T$
- $\mathbb{1}^T \mathbf{b}$
- $(\mathbb{1}^T \mathbf{b})(2\mathbf{b}^T \mathbf{c}(x))$
- $2\mathbb{1}^T \mathbb{C}(x)$
- $2x\mathbb{1}^T$
- $\mathbb{1}\mathbf{b}^T$

### 3. Pasos

- Las primeras tres

- Trivial
- Trivial si tomamos  $\mathbf{k}^T := \mathbf{b}^T \mathbf{A}$
- Regla de la cadena y del producto de Leibniz, tomamos  $\mathbf{k}(\mathbf{x}) := \mathbf{A}^T \mathbf{x}$  lo que implica:

$$\partial_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \partial_{\mathbf{x}} \mathbf{k}(\mathbf{x})^T \mathbf{x} = \mathbf{k}(\mathbf{x}) + (\partial_{\mathbf{x}} \mathbf{k}(\mathbf{x})) \mathbf{x} = (\mathbf{A}^T + \mathbf{A}) \mathbf{x}$$

- Todas las que siguen salen con regla de la cadena

- Trivial
- Regla de la cadena
- Regla de la cadena
- Regla de la cadena
- Regla de la cadena
- Se ve complicado, pero es una regla de la cadena también