UNNE FaCENA

ELECTRICIDAD- MAGNETISMO- OPTICA Y SONIDO

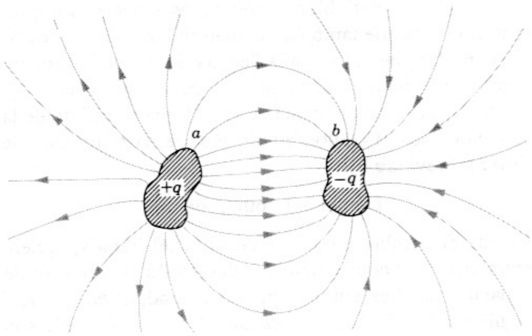
<u>GUIA DE LABORATORIO:</u> ESTUDIO DE LA CAPACIDAD Y TRANSITORIO DEL CAPACITOR

OBJETO DE LA EXPERIENCIA:

Determinar una capacidad desconocida mediante la observación y análisis de los fenómenos transitorios de carga y descarga de un capacitor en un circuito de CC; aplicando el método de la constante de tiempo.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS:

Dos conductores separados una distancia ***d*** que tienen una diferencia de potencial **V** entre ellos, y contienen cargas iguales y opuestas, +q y –q respectivamente; se denomina ***capacitor*** (*Raymond A. Serway*).



Si se disponen dos placas paralelas enfrentadas - originalmente descargadas - y se conectan a una batería, ésta fijará una d.d.p. **V** entre las placas y suministrará la energía de carga.

La energía entregada por la batería se almacena en el campo eléctrico presente entre los conductores y permanece allí hasta que el capacitor se descargue.

El campo eléctrico es mantenido por las cargas iguales y opuestas acumuladas en los electrodos conductores que conforman el capacitor.

Existe una relación de proporcionalidad constante entre la carga total en uno de sus electrodos y la d.d.p. entre ellos. Esta constante de proporcionalidad, se denomina ***capacidad*** del elemento y se simboliza con la letra **C**.

Entonces, si ***Q*** es la carga en coulombios y ***V*** la diferencia potencial en voltios, la capacidad ***C*** se expresa en faradios y está dada por:

$C = Q / V$ **[1]** (Donde Q no es la carga neta del capacitor ya que ésta es = (+q) + (-q) = 0, sino que representa al valor absoluto de la carga de una de las placas)

La capacidad depende de la geometría de los conductores que forman las placas del capacitor, de la distancia entre placas y del material que las separa. Para capacitores planos de caras paralelas, la capacidad es $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$; donde $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ es la permitividad del vacío, ***A*** es el área enfrentada de las placas y ***d*** la separación entre placas. (Por ej, para un capacitor cilíndrico coaxial, la capacidad es $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$ siendo l la longitud de los cilindros y r_1 y r_2 los radios respectivos)

Cuando se cierra cualquier circuito de **CC** siempre toma un cierto tiempo hasta que la corriente alcanza el estado estacionario. En circuitos resistivos puros estos períodos de tiempo son muy cortos; aproximadamente el tiempo requerido por la luz para viajar por el circuito. En un circuito **RC**, teniendo en cuenta que la resistencia **R** actúa como limitadora del paso de la corriente y por consiguiente, como "retardadora" del tiempo de carga; si se combinan adecuadamente los valores de **R** y **C**, este período transitorio puede hacerse lo suficientemente largo como para poder ser estudiado en el laboratorio.

a) **Proceso de carga**:

Consideremos que inicialmente el capacitor está totalmente descargado; esto es: para **t = 0**; **q = 0;** $\mathbf{V_{bc} = 0}$ y el circuito está abierto.

En el instante en que se cierra el circuito, se establece una diferencia de potencial instantánea y comienza a circular una corriente *i*, resultando:

$V_{ab} = i \times R$ **[2]**; que por Ley de Ohm representa la caída de potencial en la resistencia R,

y $V_{bc} = q / C$ **[3]** que es la diferencia de potencial sobre el capacitor.-

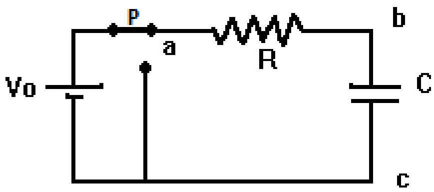


Fig 1

Por lo tanto $V_{ac} = V_0 = V_{ab} + V_{bc} = iR + q / C$ **[4]**

Donde $\boldsymbol{V_o}$ es constante y representa el valor de la d.d.p. de la fuente. Tanto la corriente, ***i***, como la carga, **q**, dependen del tiempo; ***i* = *i*(t)** y **q = q(t)**.

Si consideramos que la corriente eléctrica, ***i***, representa el pasaje de cargas eléctricas a través de una sección del conductor en la unidad de tiempo, se puede expresar matemáticamente por:

$i = dq / dt$ (coul/seg = ampere) **[5]** (Tomamos diferencial debido a que para el análisis se considera una distribución continua de cargas y dq / dt representa la velocidad de circulación del elemento infinitesimal de carga a través de la sección transversal del conductor)

Reemplazando en la ecuación **[4]** resulta:

$$V_{ac} = R\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{q}{C} \quad \textbf{[6]}$$

Esta ecuación constituye una ecuación diferencial de primer orden, lineal e inhomogénea de coeficientes constantes que podemos reescribirla como:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{V_o}{R} \qquad \textbf{[7]}$$

Teniendo en cuenta las condiciones iniciales del proceso de carga, la solución completa de la ecuación **[7]** es:

$$\textbf{[8]} \qquad q = V_0 C (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

La representación gráfica de **q(t)** durante el proceso de carga se muestra en la fig.2.

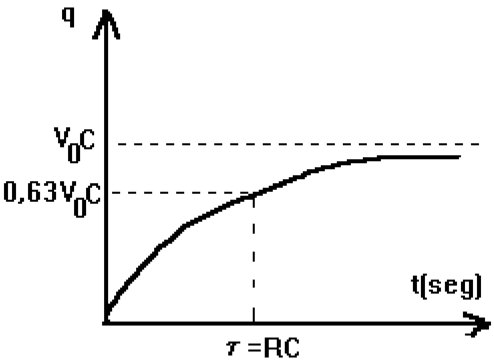


Fig.2

En ella se visualiza que para tiempos muy largos el valor de la carga tiende asintóticamente al valor:

$$Q_f = C.V_0 \qquad \textbf{[9]}$$

En el caso en que se desee determinar la d.d.p. entre los bornes del capacitor; debe emplearse la ec. [3] entonces:

$$V_{bc} = \frac{q}{C} = V_0 (1 - e^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}})$$

[10]

La representación gráfica de V_{bc} es semejante a la de q(t) salvo en un factor constante. Para tiempos infinitamente grandes la d.d.p. sobre el condensador tiene asintóticamente el valor de la fuente V_o.

El coeficiente RC que aparece en el exponente tiene dimensiones de tiempo y recibe el nombre de *constante de tiempo* y se simboliza con la letra griega τ (tau)

$$\tau = R.C \qquad \textbf{[11]}$$

Cuando **t =** τ la d.d.p. sobre el condensador resulta:

$$V_{bc} = V_0 (1 - e^{-1}) = 0{,}63 V_0 \qquad \textbf{[12]}$$

de modo que la ***constante de tiempo*** **representa el tiempo que tarda el capacitor en alcanzar el 63% de su d.d.p. final de equilibrio (que en la experiencia resulta menor que la d.d.p. de la fuente)**.

Considerando que en un instante determinado de tiempo, la carga el capacitor es *q*; de acuerdo a la ecuación [3], la diferencia de potencial entre las placas será V'= q/C. Para mover un elemento de carga *dq* desde la placa de menor potencial (-) hasta la de mayor potencial (+), será necesario realizar un trabajo que vendrá dado por:

$dW = \Delta V dq = V' dq$. Reemplazando V', se tiene que $dW = \frac{q}{C} dq$

Integrando, se tendrá el trabajo total necesario para cargar el capacitor desde *q* = 0 hasta *q* = Q_{final}

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q.dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Este trabajo, se almacena en el capacitor como energía potencial eléctrica (U), por lo que se la puede expresar como:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q}{2}\frac{Q}{C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2}(C\Delta V)\Delta V \quad => \quad U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2;$$

donde ΔV = V_0, esto es; la diferencia de potencial entre las placas del capacitor cuando este se encuentra totalmente cargado

b) **Proceso de descarga:**

Vamos ahora a considerar el circuito de la fig. 3. En este circuito, se separó la fuente de alimentación y se cerró el circuito entre los extremos **a** y **c**.

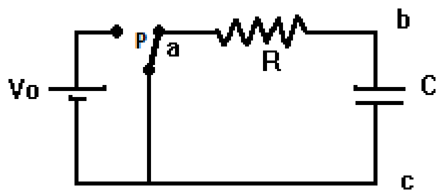


Fig.3

Bajo estas condiciones, el capacitor está inicialmente cargado; es decir; para **t = 0; q = Q** (donde esta carga Q, no es necesariamente la $\mathbf{Q_f}$ del proceso de carga, ya que puede descargarse en cualquier momento).

Al cerrarse el circuito, las d.d.p. instantáneas son:

$$V_{ab} = i.R \quad \textbf{[13]} \qquad V_{bc} = q / C \quad \textbf{[14]}$$

Al no haber fuente de alimentación resulta:

$V_{ab} + V_{bc} = 0$ **[15]**

Reemplazando $i.R + q/C = 0$ y teniendo en cuenta la ec. **[5]**, la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \quad \textbf{[16]}$$

cuya solución con las condiciones iniciales previamente establecidas resulta:

$$\textbf{[17]} \qquad q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Con lo cual se ve que la carga decrece exponencialmente con el tiempo, debiendo transcurrir un tiempo infinitamente largo para que el capacitor se descargue totalmente. La fig. 4 muestra la representación gráfica de la ec.**[17]**:

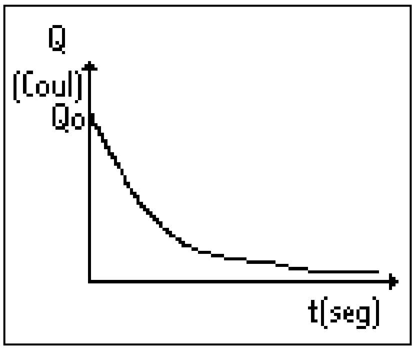


Fig. 4

La d.d.p. sobre el capacitor en el proceso de descarga según **[14]** será:

$$V_{bc} = \frac{q}{C} = \frac{Q_o}{C} e^{-\frac{t}{RC}} \qquad \textbf{[18]}$$

si t = τ = *RC* entonces

$$V_{bc} = \frac{Q_o}{C} e^{-1} = 0.37 \frac{Q_o}{C} \qquad \textbf{[19]}$$

En este caso la ***constante de tiempo*** **del circuito representa el tiempo que tarda el capacitor en reducir su carga (o su d.d.p.) a un 37% de su valor inicial**.

Como la carga es proporcional a la d.d.p.; es decir Q = CV, podemos representar $V_{(t)}$, ya que es la magnitud que podemos medir en forma directa, y obtendremos graficas similares a las de $Q_{(t)}$,

Durante el proceso de carga el valor de la d.d.p. en cualquier instante está representado por la siguiente ecuación:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_0 (1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}})$$

Mientras que durante el proceso de carga el valor de la d.d.p. en cualquier instante está representado por la siguiente ecuación:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_0 \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}$$

c) **Medidas de capacidades:**

De los **Fundamentos Teóricos** queda claro que determinando la constante de tiempo del circuito para el proceso de carga (o de descarga) y conociendo el valor de la resistencia ***R***, se puede determinar la capacidad ***C*** del capacitor mediante la relación:

$\tau = RC$ de donde $C = \tau/R$ **[20]**

METODOLOGIA

En la experiencia se utiliza un circuito que consta de un capacitor ***C***, que puede cargarse y descargarse a través de una resistencia ***R*** conectada en serie. Para la carga del capacitor, se utiliza una fuente de tensión de corriente continua que suministra al circuito una diferencia de potencial constante V_o.

El primer proceso a analizar es el de carga. Originalmente el capacitor se encuentra descargado (V_C = 0 volt). Una vez alimentado el circuito, el capacitor comienza a cargarse hasta alcanzar su carga total ($V_C = V_{max}$ volt).

Cargado totalmente el capacitor, el proceso siguiente es el de descarga; éste consiste en desconectar la alimentación de la fuente de CC y cerrar el circuito de manera que la descarga se produzca a través de la resistencia en serie.

Durante los procesos de carga y descarga, mediante un voltímetro conectado sobre los terminales del capacitor, se toman lecturas de d.d.p. cada 10 segundos (medidos con un cronómetro).

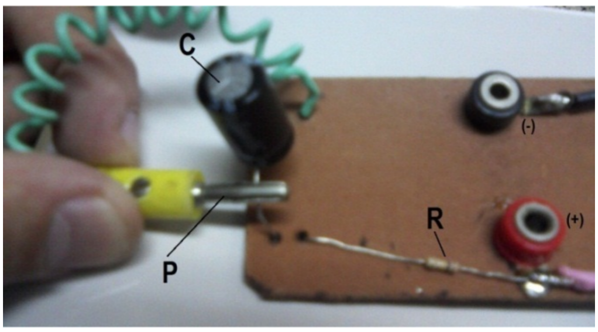
Los datos obtenidos se vuelcan a una tabla t-V y se grafica $V = f_{(t)}$,

Con los datos obtenidos y las gráficas, se calculará el valor de la constante de tiempo **τ** del circuito; con este valor y el de la resistencia R, determinará el valor de la capacidad de **C.**

MATERIALES A UTILIZAR:

- Fuente de alimentación de **CC**.
- Plaqueta con una resistencia R y un capacitor C conectados en serie.
- Voltímetro.
- Cables de Conexión.
- Cronómetro.

TECNICA OPERATORIA



a) Proceso de carga:

a1) Verificar que dispone de todos los elementos necesarios sobre el banco de trabajo.

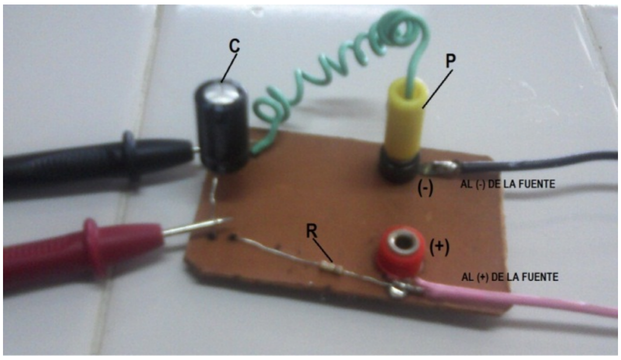
a2) Comprobar, mediante la lectura del voltímetro, que el capacitor esté completamente descargado (V = 0); si no fuera así, cierre el circuito con la punta **P** para lograrlo como se observa en la figura.

a3) Conectar la fuente de alimentación al circuito (apagada).

a4) Conectar el voltímetro a los terminales del capacitor cuidando de respetar la polaridad del mismo (punta roja (+), punta negra (-).

a5) Encender la fuente de alimentación

a6) Preparar el cronometro, conectarla punta P como indica la figura en el borne negativo (-) de la plaqueta- comenzará el proceso de carga - tomar lecturas de d.d.p. (del voltímetro) cada 10 segundos. Registrar los valores de t y V en la tabla de datos (TABLA I).



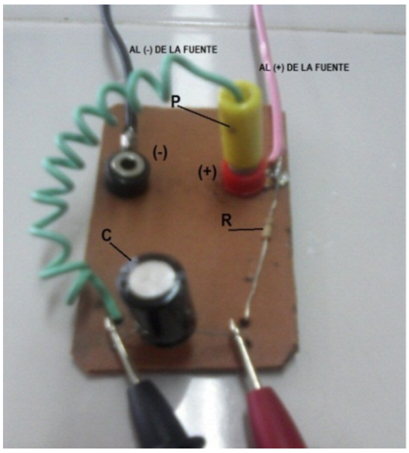
a7) Se dará por finalizado el proceso de carga cuando el voltímetro acuse el mismo valor para cinco lecturas consecutivas.

b) Proceso de descarga:

b1) Desconectar la punta P del borne (-) y conectarla en el borne positivo (+) de la plaqueta – comenzará el proceso de descarga – leer el voltímetro cada 10 segundos y registrar los valores de d.d.p. en la tabla de datos (TABLA I)

b2) Se dará por finalizado el proceso de descarga del capacitor cuando la lectura del voltímetro permanezca invariable (con valores próximos a 0) para cinco lecturas consecutivas.

Realizar tres ensayos para cada proceso de carga y descarga



TRATAMIENTO DE DATOS

CONSIDERACIONES GENERALES:

Tanto para el proceso de carga como para el de descarga, y para cada uno de los ensayos;

a) Calcular el valor de la constante de tiempo (**τ**) mediante los valores de tiempo y d.d.p. obtenidos y anotados en la TABLA I.

b) Determinar el error $\Delta\tau$ cometido en el cálculo.

c) A partir de estos valores de τ y $\Delta\tau$, calcular los valores de C

d) Determinar los errores ΔC. (anotar los valores de τ, $\Delta\tau$, C y ΔC en la TABLA II)

METODO GRÁFICO

1) Graficar $V = f(t)$
2) Determinar de la gráfica la constante de tiempo, $\boldsymbol{\tau}$, ubicando la abscisa correspondiente al punto cuya ordenada es $V = 0{,}63\ V_{máx}$, para los procesos de carga y $V = 0{,}37\ V_{máx}$, para los procesos de descarga.
3) Con el valor de $\boldsymbol{\tau}$ obtenido determinar el valor de la capacidad $C = \frac{\tau}{R}$
4) Determinar el error $\Delta\tau$ de la constante de tiempo, $\boldsymbol{\tau}$
5) Determinar el error ΔC para el cálculo de la capacidad aplicando propagación de errores.
6) Expresar el valore de **C** con sus correspondientes errores Δ**C** por exceso y por defecto, esto es; **C-ΔC** y **C+ΔC**. (TABLA III).-
7) Observar si el valor comercial (teórico) dado por el fabricante, y que figura en el cuerpo del capacitor, se encuentra comprendido dentro de este rango.
8) Explicar a qué atribuye las diferencias entre los valores obtenidos experimentalmente y el valor de capacidad dado por el fabricante.-

METODO ANALITICO

Recordando que en el proceso de carga, para un tiempo $t = \tau$; la d.d.p. (V_τ) sobre el capacitor es de ($0{,}63V_{max}$) y en el proceso de descarga es ($0{,}37V_{max}$); y, como es probable que V_τ no coincida con algunos de los valores de V medidos, se deberá obtener el valor de τ mediante interpolación.

t (s)	V (volt)
t_1	v_1
τ	V_τ
t_2	v_2

Donde t_1, t_2, v_1 y v_2 son valores de tiempo y d.d.p. medidos.

Cálculo de $\boldsymbol{\tau}$ y $\Delta\boldsymbol{\tau}$:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{(t_2 - t_1)}{(v_2 - v_1)}(V_\tau - v_1) + t_1$$

Obtenido el valor de $\boldsymbol{\tau}$, determinar del error ($\Delta\boldsymbol{\tau}$) cometido en el cálculo de $\boldsymbol{\tau}$, mediante la siguiente expresión:

$$\Delta\boldsymbol{\tau} = \left|\frac{(t_2 - t_1)}{(v_2 - v_1)}\right| |\Delta V|$$; siendo ΔV, la precisión del voltímetro en la escala utilizada

Cálculo de C y ΔC:

A partir del valor de $\boldsymbol{\tau}$ hallado, calcular **C** para cada uno de los ensayos, tanto para los procesos de carga como de descarga.

Sabiendo que $\boldsymbol{\tau}$ = **RC**, despejamos $C = \frac{\tau}{R}$, donde **R** es el valor medido de la resistencia del circuito.

Como el valor de **C** obtenido es una medición indirecta; para el cálculo de Δ**C** aplicar propagación de errores.

Entonces será; $\Delta C = \frac{\partial C}{\partial \tau}|\Delta\tau| + \frac{\partial C}{\partial R}|\Delta R|$,

Resolviendo las derivadas parciales tenemos $\Delta C = \frac{1}{R}|\Delta\tau| + \frac{\tau}{R^2}|\Delta R|$, donde |ΔR| es la precisión del óhmetro en la escala en la que se midió el valor de R.

REGRESIÓN LINEAL

PROCESO DE CARGA

$$\boxed{V = V_o(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

$$\frac{V}{V_o} = (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow 1 - \frac{V}{V_o} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{V_o - V}{V_o} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln(V_o - V) - \ln V_o = -\frac{t}{RC}\ln e \qquad \text{Como} \quad \ln e = 1$$

Tenemos que $\boxed{\ln(V_o - V) = -\frac{1}{RC}t + \ln V_o}$

Nos queda una ecuación de una recta con pendiente negativa; cuya ecuación general es:

$$y = ax + b$$

Donde $y = \ln(V_o - V)$, la pendiente $a = -\frac{1}{RC}$ y la ordenada al origen es: $b = \ln V_o$

PROCESO DE DESCARGA

$$\boxed{V = V_o e^{-\frac{t}{RC}}}$$

$$\frac{V}{V_o} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \ln(\frac{V}{V_o}) = \ln e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \ln V - \ln V_o = -\frac{t}{RC}$$

Luego $\boxed{\ln V = -\frac{1}{RC}t + \ln V_o}$

Donde $y = \ln V$, la pendiente $a = -\frac{1}{RC}$ y la ordenada al origen es: $b = \ln V_o$

Aplicando el método de cuadrados mínimos hallamos los valores de *a* y de *b*.

Luego $\boxed{C = \frac{1}{a.R}}$ y $\boxed{V_o = \ln^{-1} b}$

CUESTIONARIO

A) ¿Cómo se modificaría la capacidad total del circuito si se agregara otro capacitor igual en serie? Y, Cómo si se conecta en paralelo.

B) ¿Cómo se distribuirían las cargas en ambos casos?

C) ¿Qué modificación introduciría al circuito para disminuir el tiempo de carga del capacitor?

D) ¿Por qué en la experiencia el valor de la d.d.p. sobre el capacitor, cuando este alcanzó su carga máxima, es inferior al valor de la d.d.p. entregada por la fuente?

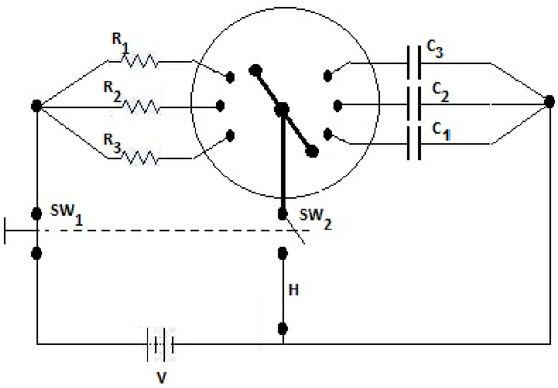
E) Si la d.d.p. que suministra la fuente de alimentación se aumenta al doble; cuáles de las siguientes magnitudes variaran y cómo: la capacidad; la carga, el tiempo total de carga, el tiempo en que el capacitor alcanza al 63% de su carga total.

F) Al finalizar los procesos de carga; cuánta energía se ha almacenado en el capacitor?. (Calcular)

G) Durante el proceso de descarga, qué sucede con la energía almacenada en el capacitor?

EJERCICIO:

El esquema de la figura representa, de forma sintética, un equipo sellador de bolsas de polietileno. Su funcionamiento es el siguiente: los swichers SW_1 y SW_2 actúan en simultáneo. Cuando SW_1 está cerrado, SW_2 está abierto, y viceversa. Con SW_1 cerrado, un capacitor C_x se carga a través de la resistencia R_x (según la posición del selector). Una vez que el capacitor se cargó totalmente, se cierra SW_2 y se abre SW_1, en estas condiciones, el capacitor se descarga sobre un hilo metálico de baja resistencia. La descarga del capacitor es prácticamente instantánea y la corriente de descarga se presenta como un pulso de alta intensidad elevando la temperatura del hilo, por efecto Joule, y esto permite sellar las bolsas de polietileno por termofusión.



Si V= 75V; R_1= 10Ω, R_2= 15Ω, R_3=20Ω; y C_1= 1000uF, C_2= 2200uF, C_3= 2700uF; $\mathbf{R_H}$=1Ω

a) Calcular la energía máxima almacenada en el capacitor para cada una de las posiciones del selector (R_1C_1, R_2C_2, y R_3C_3).

b) Calcular la intensidad de corriente máxima (I_0) de carga para cada uno de los casos. Explicar las consideraciones hechas.-

c) Calcular la intensidad de corriente máxima (I_0) de descarga carga para cada uno de los casos. Explicar las consideraciones hechas.-

d) Graficar la corriente de carga/descarga en función del tiempo $i_{(t)}$

e) Cuál será la duración del pulso de corriente de descarga sobre el hilo (H), para cada posición del cursor. Considerar que el capacitor se descargó totalmente cuando la corriente llegó a un valor $i= 0{,}06I_0$

BIBLIOGRAFÍA:

- Eisberg- Lerner- "Física"- Fundamentos y Aplicaciones- volumen ii- Mc Graw Hill
- Gettys y otros. - "Física Clásica y Moderna"- Mc Graw Hill
- Fernández- Galloni- Trabajos prácticos de Física- Editorial NIGAR SRL
- Kip, A. "Fundamentos de electricidad y magnetismo"- Mc Graw Hill
- Ortega Girón, M- Prácticas de Laboratorio de Física general- CECSA
- Resnick- Halliday- "Física" Parte 2 - CECSA
- Sears, F."Electricidad y magnetismo", Editorial Aguilar
- Serway - Física- Tomo II- McGraw Hill

UNNE FaCENA

HOJA DE DATOS

Electricidad- Magnetismo- Optica y Sonido

ESTUDIO DE LA CAPACIDAD Y TRANSITORIO DEL CAPACITOR

Nombre:.. **Fecha:** ..../......./........

Grupo: .... **Comisión Nro.:**............

DATOS

d.d.p. de la Fuente (Volts)	
Precisión del voltímetro ΔV	
Resistencia R (ohm)	
Precisión del óhmetro ΔR	
C (Faradios)	
Plaqueta N°	
τ(R . C)	

TABLA DE REGISTRO DE DATOS (TABLA I)

TIEMPO (s)	ENSAYO	
	CARGA (volt)	DESCARGA (volt)
0		
10		
20		
…..		
…..		
180		

TABLA DE RESULTADOS (TABLA II)

ENSAYO	CARGA				DESCARGA			
	τ	$\Delta\tau$	C	ΔC	τ	$\Delta\tau$	C	ΔC
Determinaciones								

TABLA III

	CARGA	DESCARGA
C - ΔC		
C		
C + ΔC		