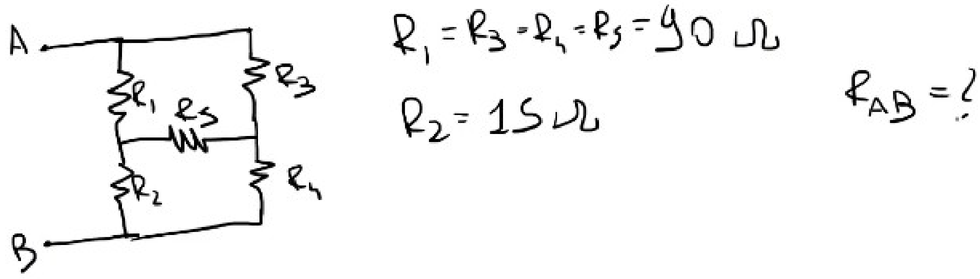
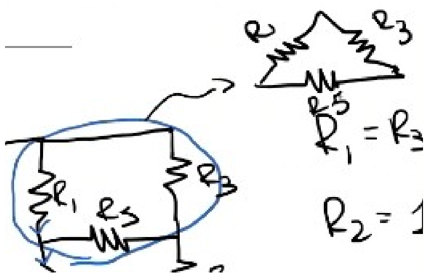
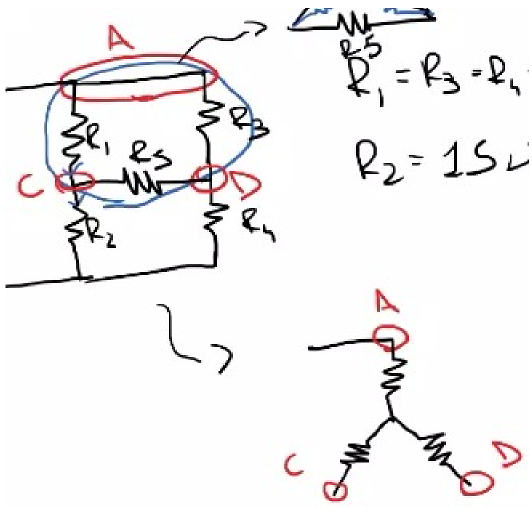
Esercizio



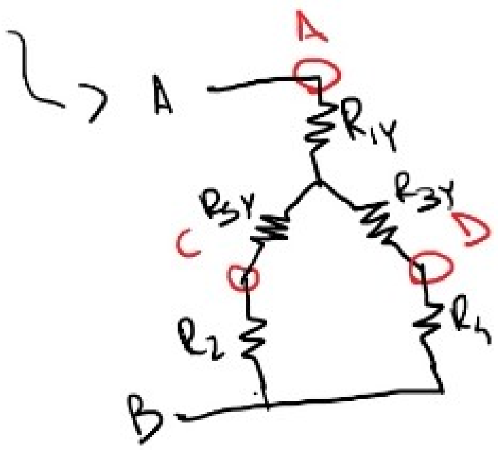
Possiamo vederlo come:



Possiamo sfruttare la trasformazione triangolo-stella sul cricuito.



La stella sarà connessa agli stessi nodi.



Andiamo a vedere quali sono i valori dei 3 resistori. C'era una formula per calcolare il valore dei componenti a stella, vista nelle lezioni precedenti. Analizziamo prima i valori dei resistori. I 3 resistori sono uguali, quindi in questo caso:

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

Questo significa che:

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

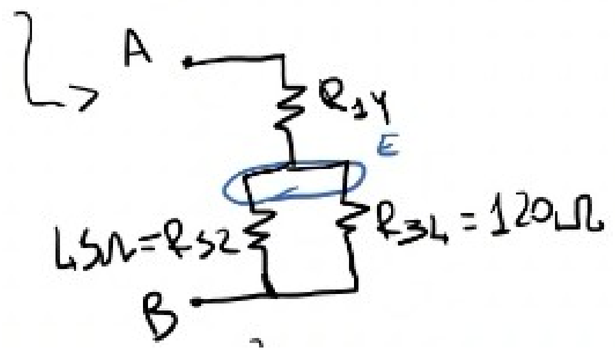
$$R_{1Y} = \frac{1}{3} R_\Delta = 30\,\Omega$$

$$R_{5Y} = \frac{1}{3} R_\Delta = 30\,\Omega$$

$$R_{3Y} = \frac{1}{3} R_\Delta = 30\,\Omega$$

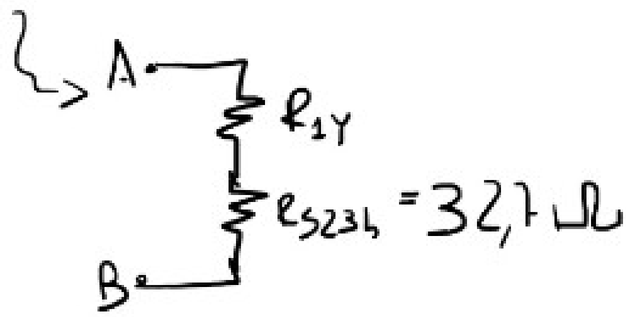
Abbiamo sostituito la configurazione a triangolo con una configurazione a stella e abbiamo ottenuto i valori delle resistenze. Se fossero stati diversi, bisognava applicare la formula. In questo caso è più semplice ed è bastato dividere per 3.

Ora R5stella è in serie a R2, R3stella è in serie a R4. Quindi abbiamo:

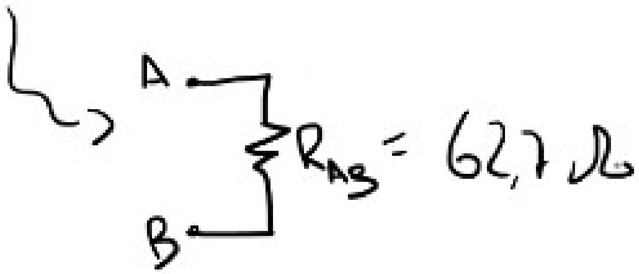


Grazie alla trasformazione in stella, abbiamo semplificato il circuito.

Abbiamo R52 in parallelo a R34. R52 è connessa al nodo E e al nodo B, lo stesso R34.



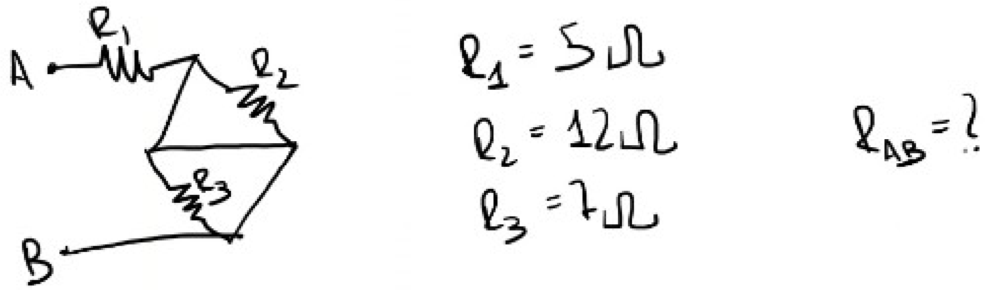
Possiamo vedere che R1stella e R5234 sono in serie. Quindi possiamo semplificarlo ulteriormente.



Tornando indietro, potevamo notare un triangolo sopra, un triangolo sotto, ma anche una stella sul nodo C e sul nodo D. Potevamo risolverlo così, ci sono tanti modi per risolvere il circuito, sostituendo. Ovviamente, è consigliato che se i resistori sono uguali è più semplice applicare la trasformazione (quindi in questo caso o triangolo superiore o stella di destra).

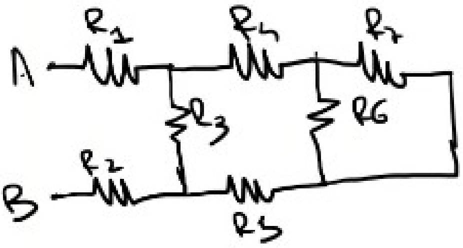
Ci sono altre tecniche per risolverlo, le vedremo.

Esercizio



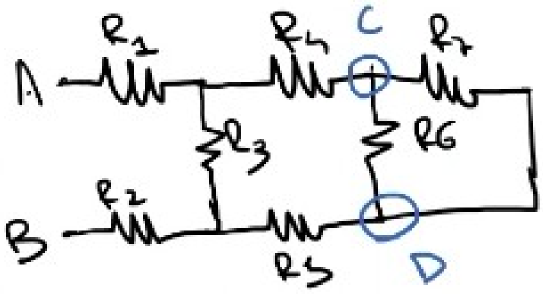
R2 è parallelo a un corto. R3 è parallelo a un corto, quindi è tutto un corto. RAB è 5 Ohm.

Esercizio

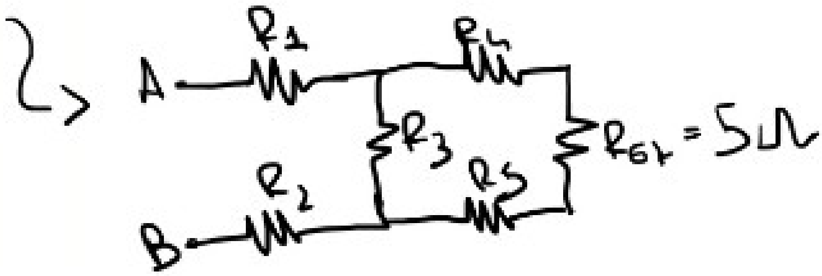


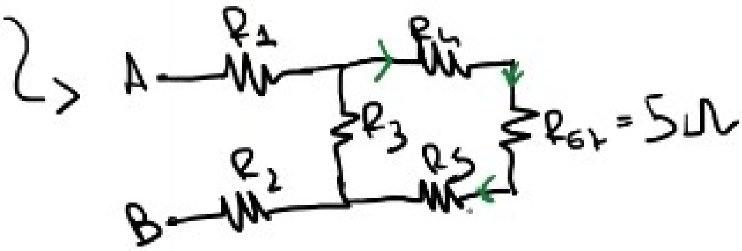
$R_1 = 2\,\Omega$ $R_4 = 5\,\Omega$
$R_2 = 3\,\Omega$ $R_5 = 8\,\Omega$
$R_3 = 18\,\Omega$ $R_6 = R_7 = 10\,\Omega$

$R_{eq} = ?$

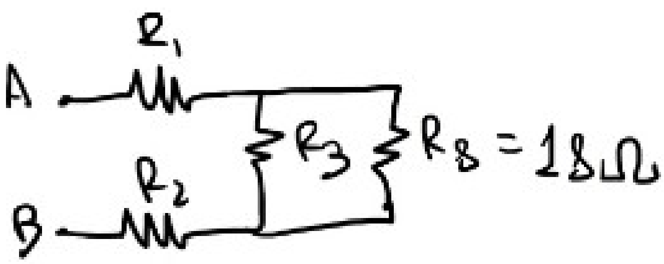


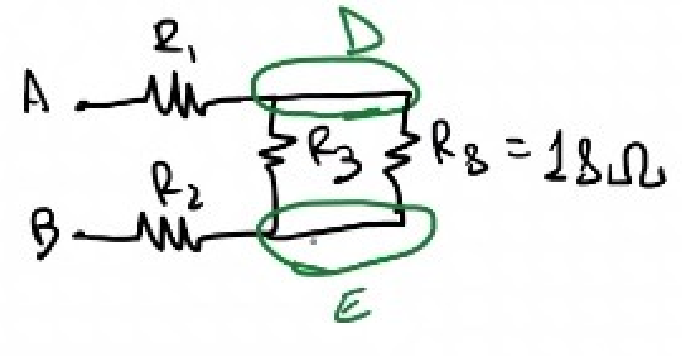
R6 e R7 sono in parallelo, sono collegati agli stessi modi, quindi sono in parallelo, hanno la stessa tensione.



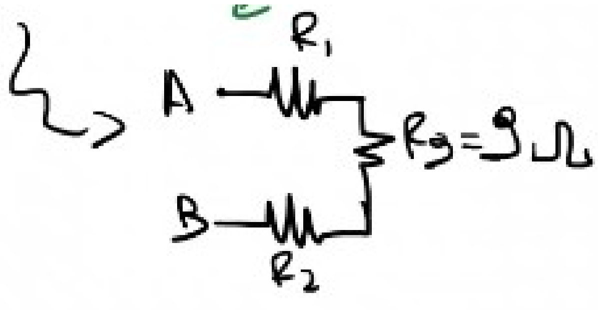


I 3 resistori R4, R5, R67 sono in serie, la corrente è la stessa senza biforcarsi.





R3 e R8 sono in parallelo. Sono collegati agli stessi nodi, hanno la stessa tensione.



Ovviamente questi 3 resistori sono in serie, perché percorsi dalla stessa corrente.

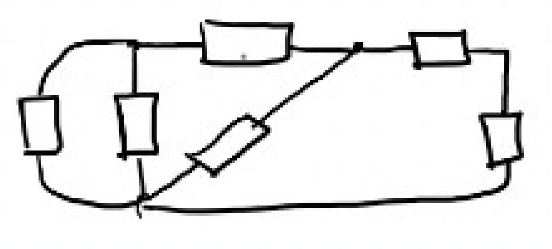
Si poteva risolvere per esempio con una terna di resistori vedendoli come un collegamento a stella o triangolo? Sì, certo, ma in questo caso non converrebbe, se si trovano paralleli non conviene.

C'è una regola generale per capire se usare stella-triangolo o serie-parallelo? No, si possono trovare serie-parallelo, stella-triangolo o tutti e due. C'è da capire cosa conviene usare, ovviamente il metodo più semplice.

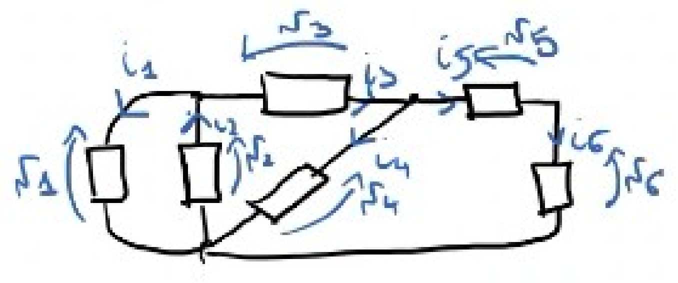
Metodi di analisi

Vediamo come risolvere un circuito seguendo una metodologia. Ci sono diversi metodi per risolvere un circuito, ma dobbiamo trovare un modo universale, per impostare le LKC e LKT.

Supponiamo di avere questo tipo di circuito (non ci interessano per ora i tipi di componenti).



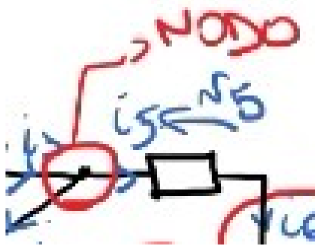
Scegliamo in che verso va la corrente.



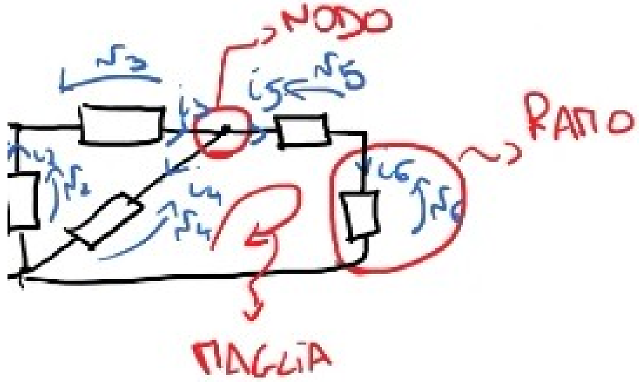
Abbiamo già visto che un ramo è:

Componente più morsetti.

Abbiamo visto il nodo:



Abbiamo visto che una maglia è:

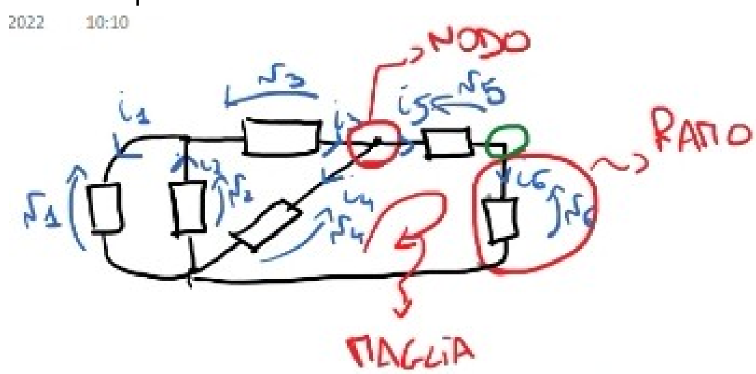


Un insieme di rami chiuso.

In questo circuito abbiamo:

4 NODI
6 RAMI
6 MAGLIE

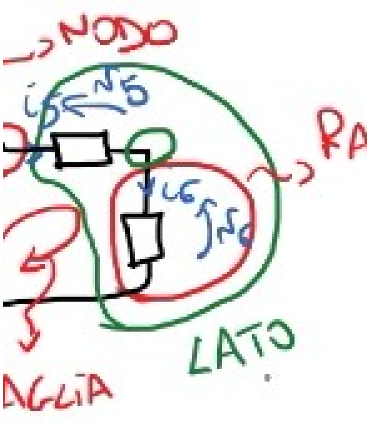
Una prima semplificazione possiamo farla.



Il nodo in verde dice che la corrente i5 è uguale alla corrente i6. Non è un nodo funzionale perché ci sono 2 rami, da 3 in su è funzionale.

Dobbiamo introdurre la definizione di lato:

LATO: ELEMENTO TOPOLOGICO FORMATO DALLA SERIE DI COMPONENTI CONNESSI A DUE NODI FUNZIONALI



Perché introdurre il concetto di lato? Perché riusciamo ad avere meno incognite e meno equazioni.

Cosa abbiamo? Con queste definizioni avremo 3 nodi, 5 lati e 6 maglie.

3 NODI
5 LATI
6 MAGLIE

Per noi, risolvere un circuito significa trovare:

- TUTTE LE TENSIONI DI LATO
- TUTTE LE CORRENTI DI LATO

} VARIABILI DI RETE

$\Rightarrow 2 \cdot L$ INCOGNITE

(L = nº di lati)

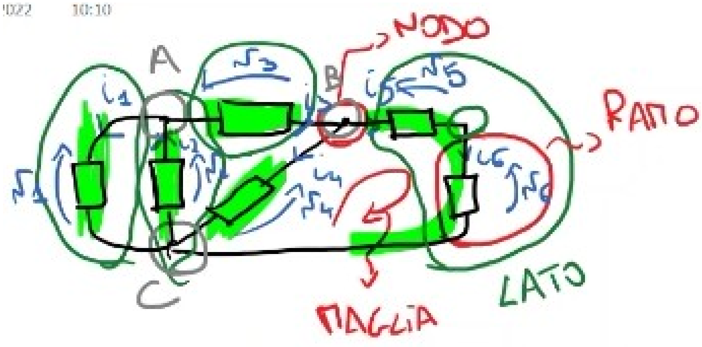
Sono L coppie corrente-tensione.

Per risolvere un sistema di 2L incognite, abbiamo bisogno di 2L equazioni indipendenti. Vediamo come trovare queste equazioni indipendenti. Useremo:

- EQ. COSTITUTIVE
- EQ. TOPOLOGICHE (LKT, LKC)

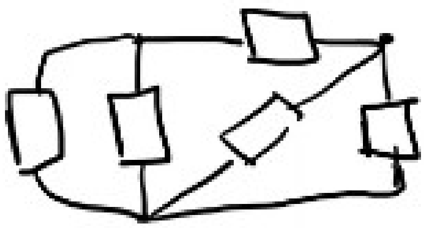
Le equazioni costitutive descrivono il legame tra tensioni e corrente nel componente. Le equazioni topologiche sono LKT e LKC.

Perché sono 5 lati? Abbiamo 3 nodi funzionali. Quelli evidenziati in verde sono i lati.

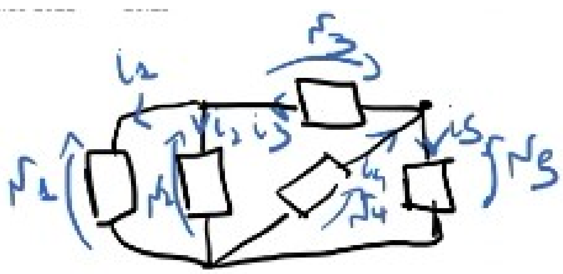


Abbiamo 2L incognite, dobbiamo trovare 2L equazioni indipendenti.

Supponiamo di avere un circuito generico.

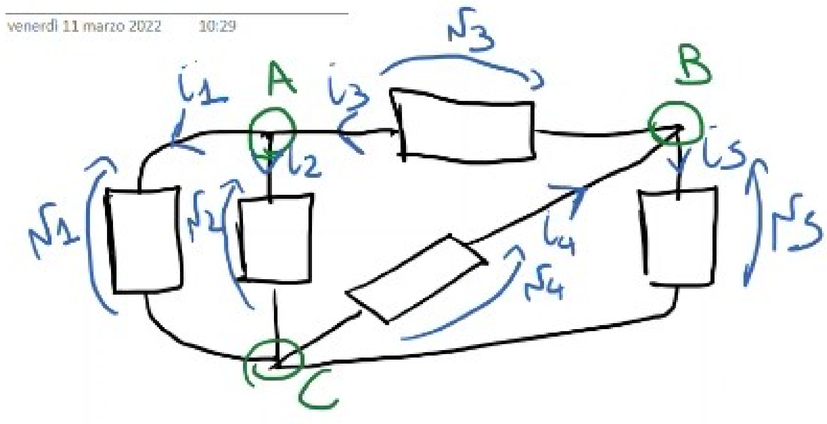


Scegliamo i versi.

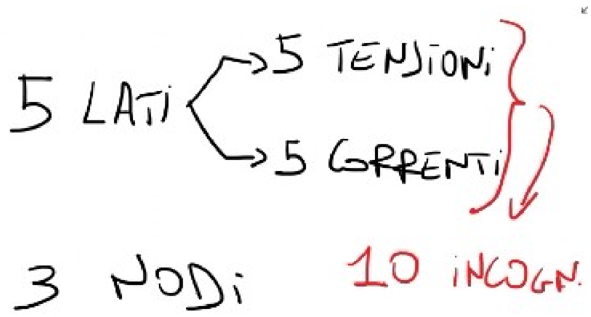


5 LATI → 5 TENSIONI
5 LATI → 5 CORRENTI

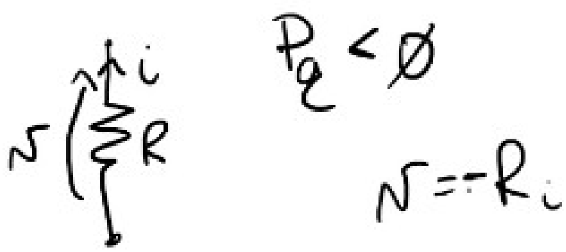
Abbiamo 3 nodi, evidenziamoli.



Da qui vediamo che abbiamo 10 incognite.



Le convenzioni sono state scelte in maniera casuale (utilizzatore e generatore). Sottolineiamo una cosa. Se abbiamo un resistore e per qualche motivo usiamo la convenzione del generatore.



La potenza generale è sicuramente negativa, perché la resistenza non può produrre energia, può solo assorbirla. V = Ri è nella convenzione dell'utilizzatore. La convenzione del generatore implica che la formula sia V = -Ri. Nel caso di sopra, le convenzioni sono state scelte arbitrariamente perché non conosciamo i componenti. Non è sbagliato usarla per il resistore, ma non conviene, dato che si mette un segno meno in più.

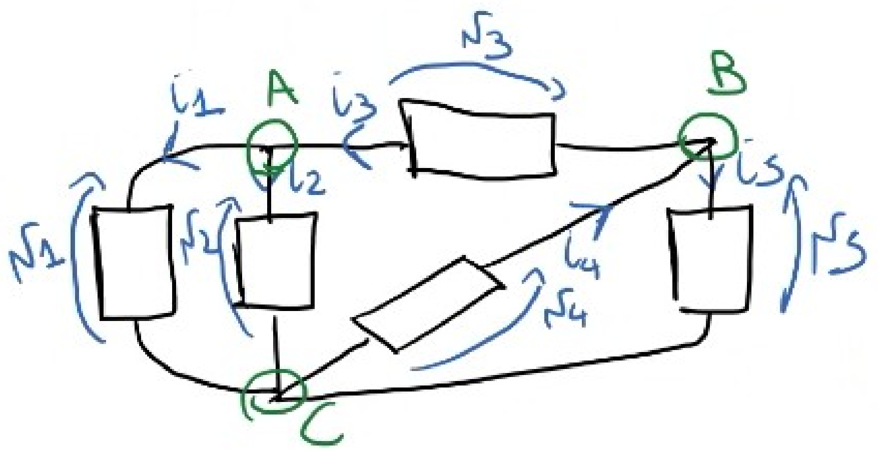
PER OGNI LATO/RAMO LA TENSIONE E LA CORRENTE DI LATO È VINCOLATA DALL'EQ. COSTITUTIVA

Se ho 5 lati, avrò 5 equazioni costitutive, indipendenti tra di loro, ogni componente ha la sua equazione.

L EQ. COSTITUTIVE

Ci mancano altre L equazioni indipendenti, saranno le LKC e LKT.

Cominciamo con la LKC. Abbiamo 3 nodi.



Sappiamo che:

N NODI -> N LKC

In questo caso:

3 NODI -> 3 LKC

Scriviamole. Per il nodo A:

$$(A) \quad i_3 - i_1 - i_2 = 0$$

i3 entra, i1 e i2 escono.

Per il nodo B:

$$\text{(B)} \quad i_4 - i_3 - i_5 = 0$$

Per il nodo C:

$$\text{(C)} \quad i_1 + i_2 + i_5 - i_4 = 0$$

Abbiamo scritto 3 equazioni.

Se le equazioni sono indipendenti, non è possibile trovare una combinazione lineare di una nelle altre.

Sommiamo la A e la B.

$$-i_1 - i_2 + i_4 - i_5 = 0$$

$$\text{(A)} \quad i_3 - i_1 - i_2 = 0$$

$$\text{(B)} \quad i_4 - i_3 - i_5 = 0$$

$$\text{(C)} \quad i_1 + i_2 + i_5 - i_4 = 0$$

Posso calcolare la terza equazione con la somma delle prime 2.

L'equazione al nodo C è un'equazione non indipendente.

Quindi:

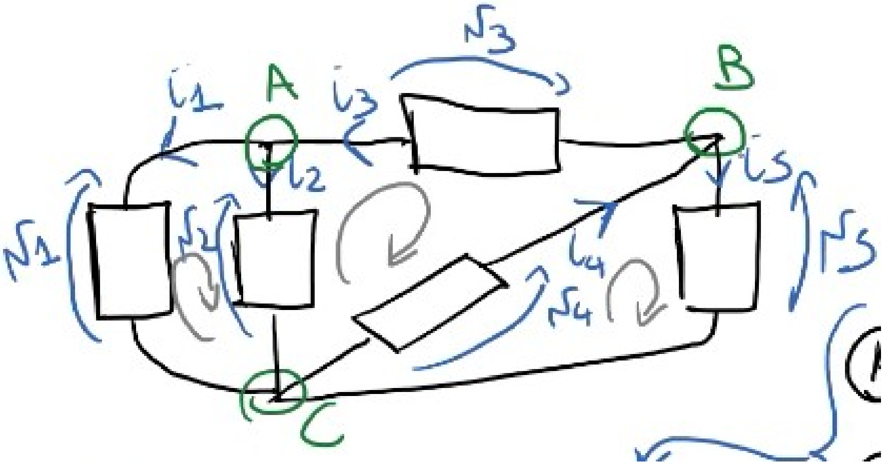
N NODI $\longrightarrow$ N-1 LKC INDIPENDENTI

Cosa resta?

L - (N-1) EQ. INDIP. => L-N+1 LKT INDIPENDENTI

Quello che ci resta è capire come fare per trovare queste LKT indipendenti.

Ritorniamo sul circuito. Abbiamo 6 maglie. Ci servono 3 LKT indipendenti. Dobbiamo scegliere 3 maglie, sapendo che ci diano LKT indipendenti. Bisogna scegliere maglie che non sono intersecate da rami.

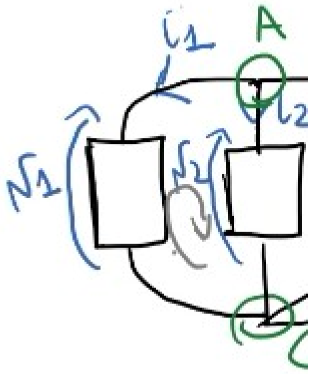


Le 3 freccette in grigio, scegliamo anche il verso di percorrenza, non ha importanza.

SCEGLIAMO LE MAGLIE CHE NON SONO INTERSECATE DA RAMI

Perché sono sicuramente indipendenti? Dimostriamolo.

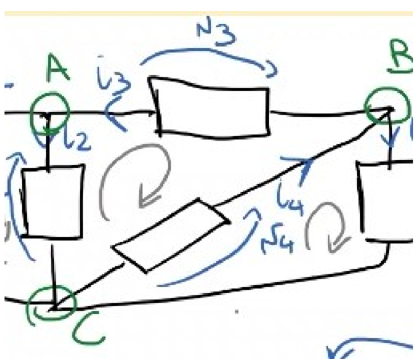
La prima maglia:



V1 è nello stesso verso della freccia, V2 no, è negativo. La LKT della prima maglia è:

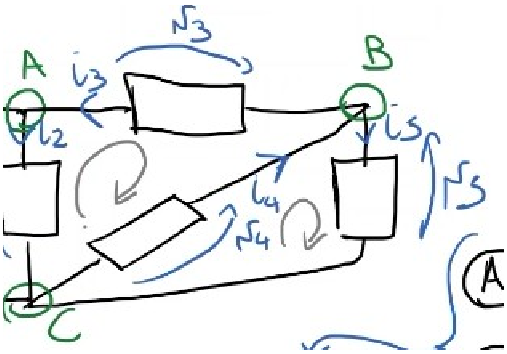
$$(1) \quad v_1 - v_2 = 0$$

La seconda maglia:



$$2 \quad v_2 + v_3 - v_4 = 0$$

Infine, la terza maglia:



$$3 \quad v_4 - v_5 = 0$$

Perché sono indipendenti? Nella seconda equazione ci sono V3 e V4, nella prima no. Nella terza equazione c'è V5. Questa cosa ci garantisce che ogni maglia aggiunge variabili non presenti nelle precedenti, ci garantisce indipendenza. Per cui, bisogna scegliere maglie che non intersecano lati.

Abbiamo 5 equazioni costitutive, 2 LKC, 3 LKT.

Possiamo andare a definire un metodo per non scegliere a caso le LKT e le LKC.

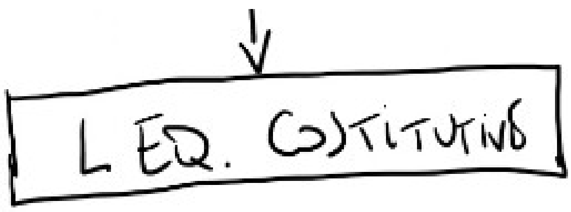
Metodo algebrico o di Tableau

Cosa dice questo metodo? Da un flow chart, una sequenza di operazioni che dobbiamo fare per risolvere il circuito.

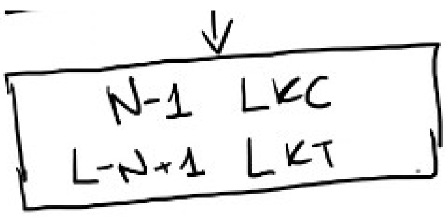
La prima cosa da fare è:

Seconda cosa.

Terzo punto.

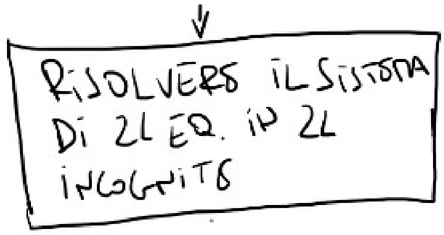


Poi andiamo a scrivere:



Come abbiamo visto prima. Scartiamo un nodo per le LKC e per le LKT prendiamo le maglie non intersecate da rami.

A questo punto.



Dopo averlo risolto, avremo le coppie incognite.