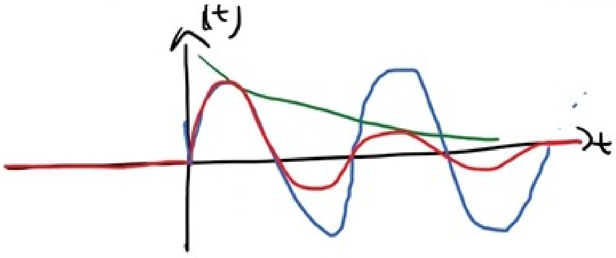
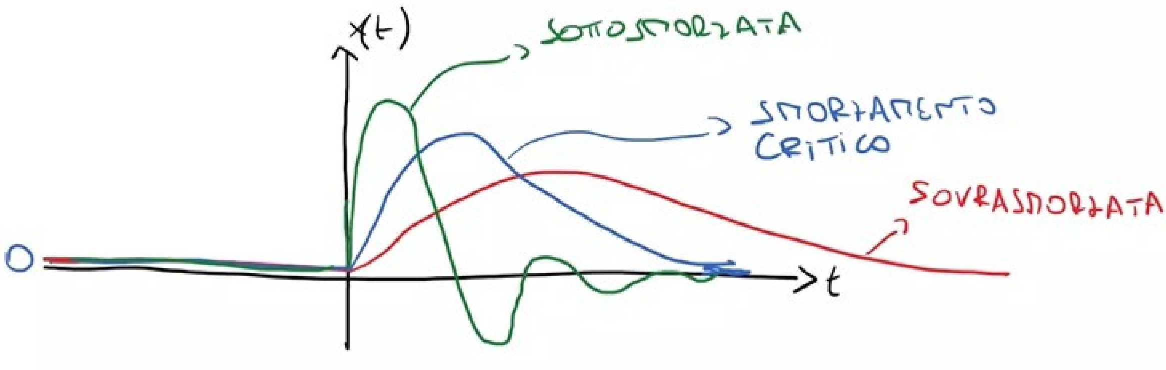
Smorzamenti



RISPOSTA SOTTOSMORZATA

In questo caso, abbiamo uno scambio di energia tra i due elementi dinamici (L e C)



Quello che possiamo vedere è che la risposta sovrasmorzata ha un picco più basso, quindi un valore più basso rispetto alle altre risposte, però ci impiega più tempo per arrivare a regime.

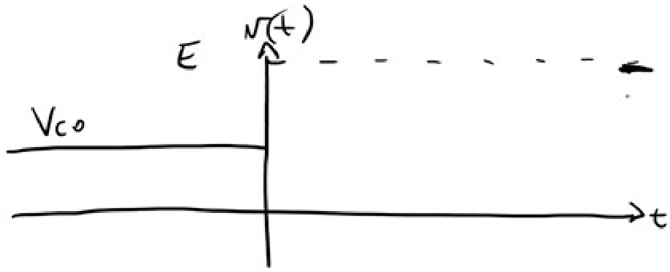
SMORZAM. CRITICO: RISPOSTA PIÙ VELOCE SENZA OSCILLAZIONI

La risposta sottosmorzata è più veloce dello smorzamento critico, ma oscilla di più. Più sono sottosmorzate, più abbiamo dinamiche veloci, però avremo anche picchi più elevati.

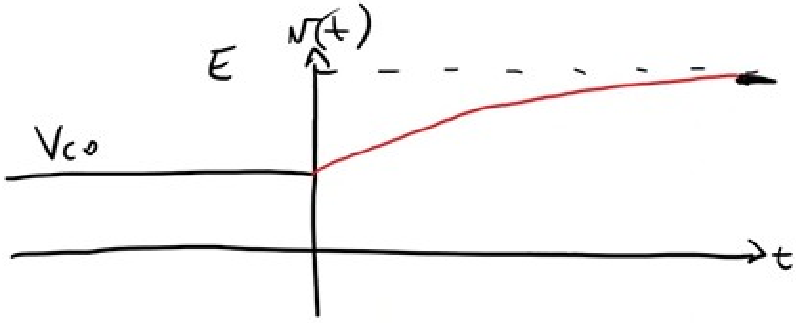
RISP. SOTTOSMORZATA: DINAMICHE PIÙ VELOCI MA CON OSCILLAZIONI

Per questo, bisogna progettare il circuito a seconda delle peculiarità che vengono scelte.

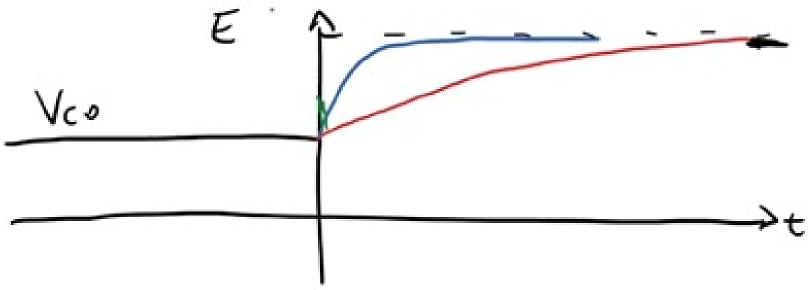
Abbiamo visto che, dopo 5tau, il valore arriverà a regime.



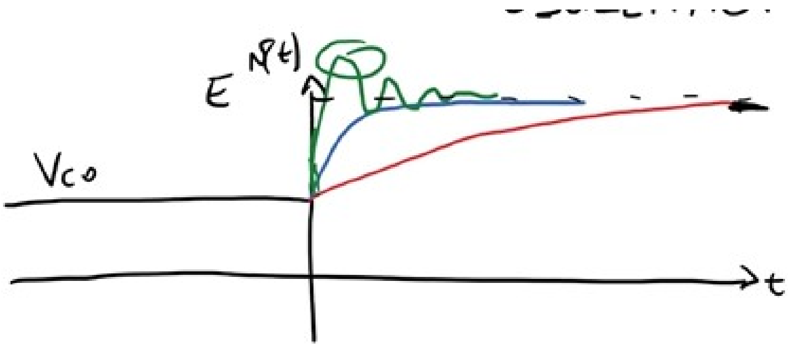
Con la risposta sovrasmorzata il transitorio sarà:



Con lo smorzamento critico avremo:



Con la risposta sottosmorzata avremo:



Anche picchi alti il doppio.

In circuiti del 3°, del 4°, del 5° ordine, le equazioni differenziali sono molto complesse, quindi circuiti del 1° e 2° ordine si risolveranno così.

mercoledì 6 aprile 2022 18:41

La R per la quale ho lo smorzamento critico

$$\alpha = \omega_0$$

$$\downarrow$$

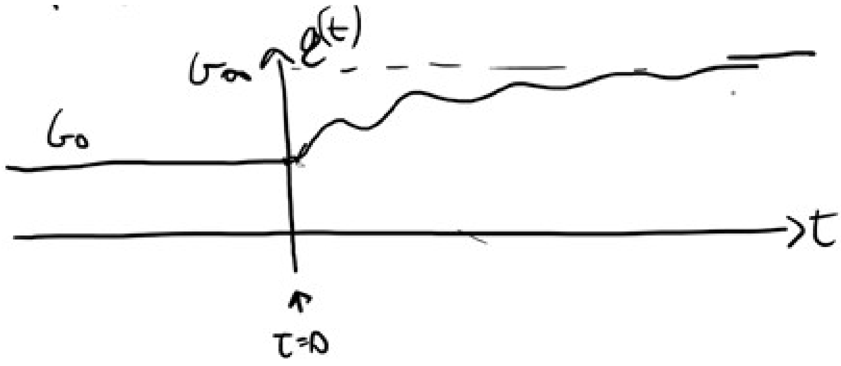
$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow R = \frac{2L}{\sqrt{LC}}$$

Esercizi in regime transitorio

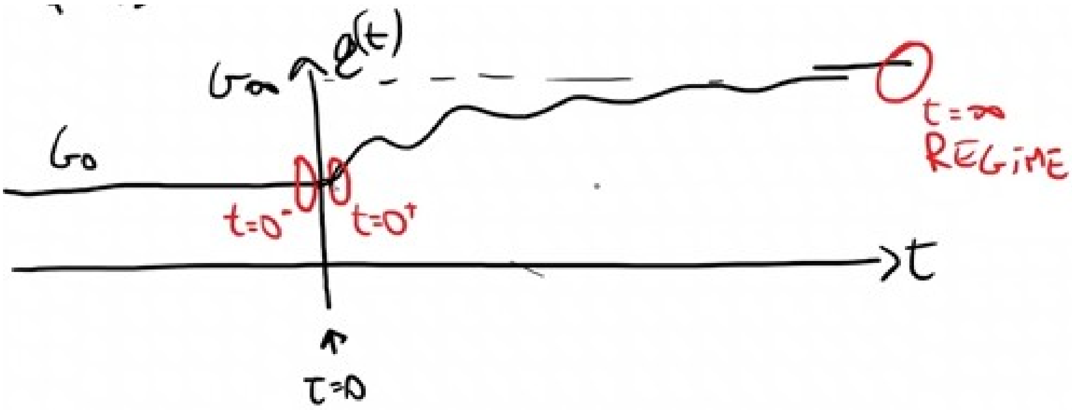
Risolvere equazioni differenziali di ordine superiore al secondo, è complesso.

Vediamo il metodo per “ispezione”.

Abbiamo una grandezza del circuito g di t. Poi abbiamo un asse t. Cosa accade all’istante t uguale a 0? Abbiamo una condizione iniziale a t uguale a 0 meno. Abbiamo una condizione di regime all’infinito. In mezzo succederà qualcosa.



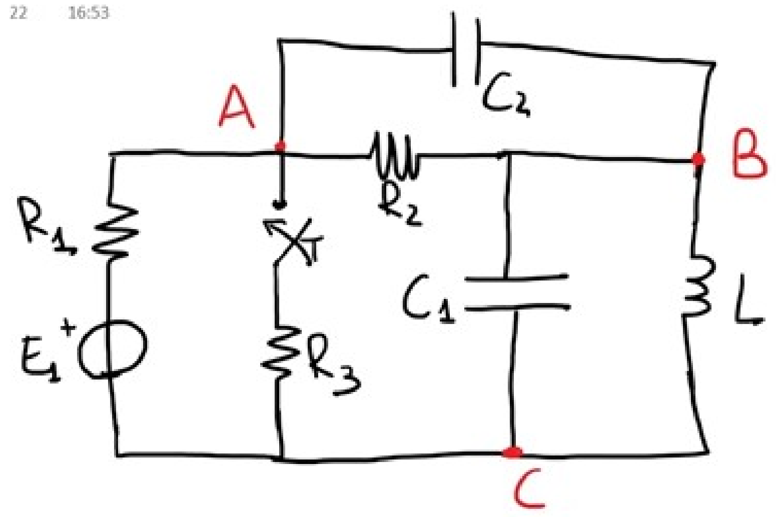
Andremo a valutare 3 istanti precisi del circuito.



È complesso risolvere un’equazione differenziale “carta e penna”. Si potrebbe usare la trasformata di Laplace, ma non la vediamo per ora.

Ci interessano l’istante t uguale 0-, 0+ e infinito.

Esercizio



Di che ordine è questo circuito? Terzo, perché ci sono 3 elementi dinamici o con memoria.

Calcolare:

$t=0^-$: $\mathcal{E}_{C_2}=?$

$t=0^+$: $\frac{di_L}{dt}=?$ $P_{E_1}=?$

$t=\infty$: $\mathcal{E}_{C_1}=?$ $\mathcal{E}_{C_2}=?$ $\mathcal{E}_L=?$

E_1 = costante -> Reg. stazionario

T si chiude $t=0$

Cominciamo dal primo punto.

1 $t = 0^-$

T aperto, regime stazionario

Quando siamo in regime stazionario, sappiamo che:

Significa che le derivate rispetto al tempo sono pari a zero. L'equazione caratteristica dell'induttore è:

$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

In regime stazionario:

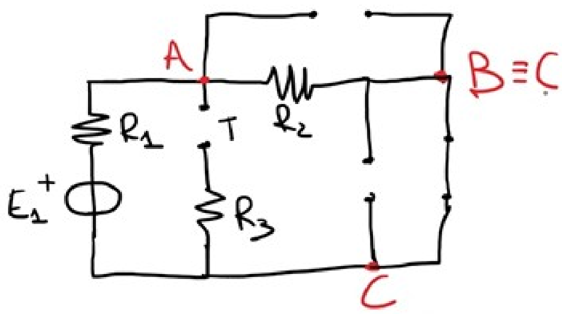
$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \overset{\frac{d}{dt}=0}{\Longrightarrow} v_L = 0$$

Allo stesso modo:

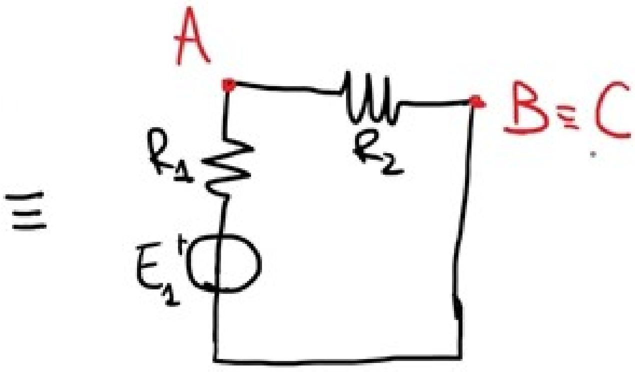
$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} \overset{\frac{d}{dt}=0}{\Longrightarrow} i_C = 0$$

Studiando il circuito transitorio, la prima cosa è studiarlo a regime stazionario, al tempo 0-.

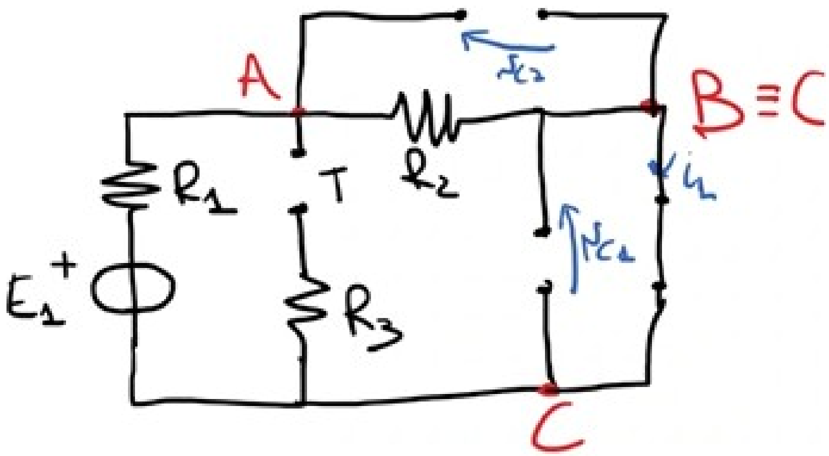
Ridisegniamo il circuito.



Vediamo che in questo caso B e C coincidono. Poi ci sono dei rami aperti, dove non passa corrente. Ridisegniamo il circuito.



Prima di calcolare il circuito è t uguale 0-, sappiamo che le variabili sono uguale a t uguale a 0+. La prima cosa da calcolare sono le variabili di stato, cioè le correnti per gli induttori e le tensioni per i condensatori.



VC1 è uguale al potenziale del nodo B e nel nodo C, ma B e C coincidono, quindi è uguale a 0.

$$v_{C_1}(t=0^-) = 0\,V$$

iL sarà pari a E1 diviso le resistenze.

$$i_L(t=0^-) = \frac{E_1}{R_1+R_2}$$

Vediamo la tensione ai capi del condensatore C2, VC2.

$$v_{C_2}(t=0^-) = v_{R_2} = R_2 \cdot i_L = E_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

Calcoliamo l’energia immagazzinata nel condensatore C2.

$$\mathcal{E}_{C_2} = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} \cdot C \left(E_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}\right)^2$$

Passiamo all’istante t uguale a 0+.

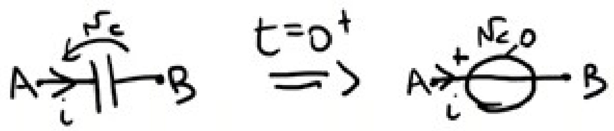
$$\text{(2)} \quad t = 0^+$$

$$v_{C_1}(t=0^+) = v_{C_1}(t=0^-) = 0 \text{ V}$$

$$v_{C_2}(t=0^+) = v_{C_2}(t=0^-) = v_{C_2,0} = E_1 \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$i_L(t=0^+) = i_L(t=0^-) = i_{L,0} = \frac{E_1}{R_1+R_2}$$

Nell’istante t uguale a 0+, l’interruttore si è chiuso e conosciamo le variabili di stato a quell’istante. Possiamo sostituire il condensatore con un generatore di tensione con quella tensione. Usiamo la convenzione dell’utilizzatore però, perché è pure sempre un condensatore.

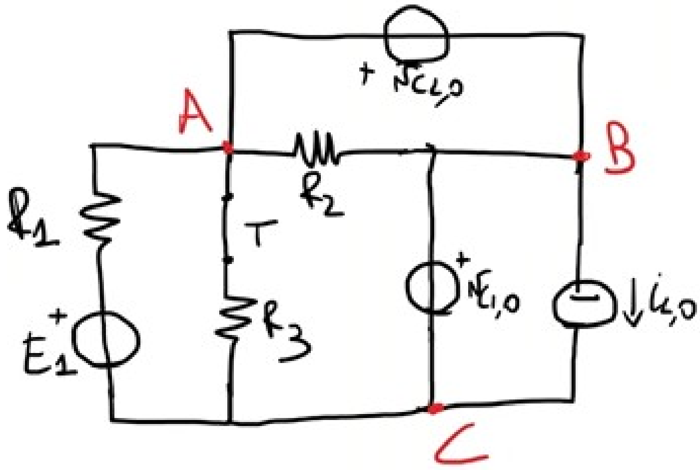


MANTENIAMO LA CONV. DELL’UTILIZZATORE

Non c’è veramente un generatore, c’è un condensatore, un elemento passivo.

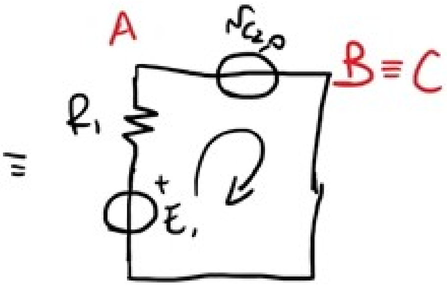
Vediamo cosa fare con l’induttore. Facciamo di nuovo la fotografia all’istante 0+. Manteniamo sempre la convenzione dell’utilizzatore.

Abbiamo:



I valori VC1,0, VC2,0, iL,0 sono gli stessi di prima. Calcoliamo quello che chiede il problema.

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} = \left.\frac{v_L}{L}\right|_{t=0^+} = \frac{v_{C1,0}}{L} = \emptyset \; [A/s]$$



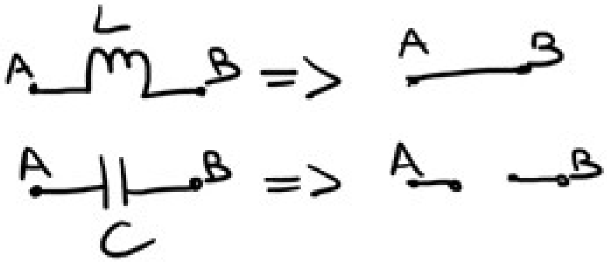
Calcoliamo la potenza.

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = E_1 \cdot \left(\frac{E_1 - v_{C2,0}}{R_1} \right) [W]$$

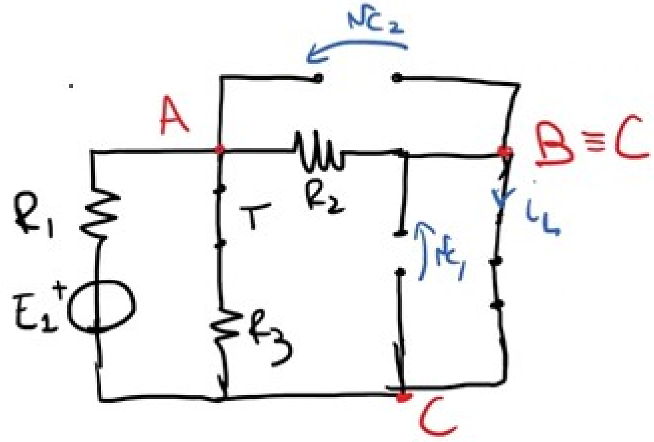
Ci sono diversi modi con cui calcolare la corrente, il più semplice è con la LKT. Si poteva fare anche con la LKC, sarebbe servito qualche passaggio in più.

③ $t = \infty \rightarrow$ Reg. stazionario

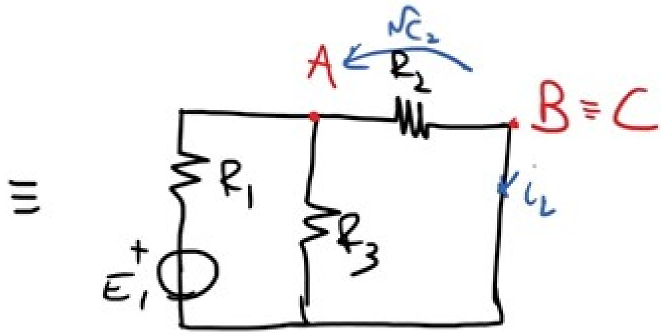
Riscriviamo come si può vedere.



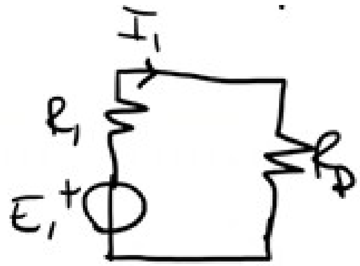
La differenza con t uguale a 0- è che abbiamo un interruttore chiuso, quindi un corto. Ridisegniamo il circuito.



Sono i componenti che ci interessano per la potenza. Possiamo ridisegnare il circuito.



$$v_{C_1}(t=\infty) = 0\ V$$



$$R_P = R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_P}$$

$$i_L = I_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Quindi abbiamo:

$$i_L\,(t=\infty) = \frac{E_1}{R_1 + R_P} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Calcoliamo VC2.

$$V_{C_2}(t=\infty) = R_2 \cdot i_L$$

Calcoliamo l’energia.

$$\mathcal{E}_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 V_c^2 = \frac{1}{2} C_1 (0)^2 = 0\ [J]$$

E anche al condensatore 2.

$$\mathcal{E}_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2 = \frac{1}{2} C_2 \left(R_2 \cdot i_L\right)^2\ [J]$$

Sul conduttore L.

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E_1}{R_1 + R_P} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}\right)^2\ [J]$$