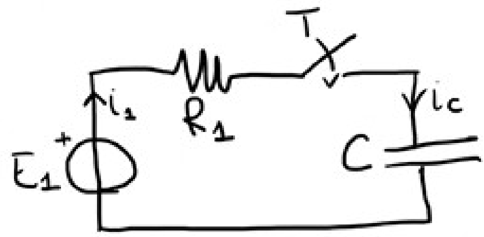
Esercizio



$R_1 = 100\,\Omega$

$C_1 = 100\,\mu F$

$E_1 = 10\,V$

T si chiude $t=0$

Cond. è inizialmente scarico

1) $P_{E_1,max} = ?$ $\quad t_{P_{E_1,max}} = ?$

2) $P_{E_1}(t=\infty) = ?$

3) $t_{P_E^*} = ?$ $\quad P_E^* = \frac{1}{2} P_{E_1,max}$

In questo caso, dobbiamo ottenere la tensione in funzione del tempo.

$$P_{E_1} = E_1 \cdot i_1$$

Facciamo per t uguale a 0-.

$$t=0^- : \quad v_c(t=0^-) = 0\,V$$

Vediamo anche per t uguale a 0+.

$$t=0^+ : \quad v_c(t=0^+) = v_c(t=0^-) = 0\,V$$

E sappiamo perché. Vediamo a infinito.

$$t=\infty : \quad v_c(t=\infty) = E_1 = 10\,V$$

La soluzione generale del circuito RLC era:

$$x(t) = (X_0 - X_\infty)\, e^{-t/\tau} + X_\infty$$

Quindi:

$$v_c(t) = (0 - 10)\, e^{-t/\tau} + 10 \ \text{V} = 10\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

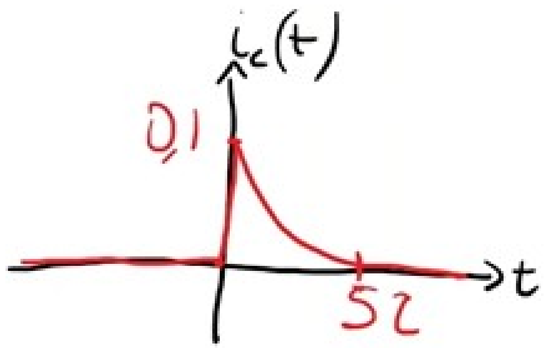
Ci resta da calcolare tau.

$$\tau = R_1 C = 10 \ \text{ms}$$

Possiamo calcolarci iC.

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} = C \frac{d}{dt}\left[10\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right] = -C\, 10 \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau}$$

$$= \frac{10}{R}\, e^{-t/\tau} = 0{,}1\ e^{-t/\tau} \ [A]$$



$$P_{E_1,max} = E_1 \cdot I_{1,max}$$

La potenza è massima quando la corrente del condensatore è massima, quindi all’istante 0.

$$= 10 \cdot 0{,}1 = 1 \ \text{W}$$

Quindi:

$$t_{P_{E_1,max}} = 0\ s$$

Secondo quesito.

$$2)\quad P_{E_1}(t=\infty) = E_1 \cdot I_1(t=\infty) = 0\ W$$

Terzo quesito.

$$3)\quad P_{E_1} = E_1 \cdot i_C = E_1 \cdot 0{,}1\, e^{-t/\tau} \rightarrow E_1 \cdot 0{,}1\, e^{-t^*/\tau} = \frac{P_{E_1,max}}{2} = 0{,}5$$

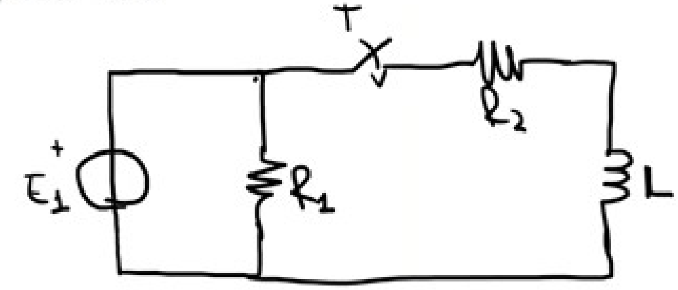
$$e^{-t_{P_E}^*/\tau} = 0{,}5 \rightarrow -\frac{t_{P_E}^*}{RC} = \ln(0{,}5)$$

$$\rightarrow t_{P_E}^* = -RC\ln(0{,}5) = +RC(+0{,}69)$$

$$= 0{,}01(0{,}69) = 6{,}9\ ms$$

Esercizio

prile 2022 09:45



$E_1 = 12\ V$

$R_1 = R_2 = 10\,\Omega$

$L = 0{,}5\ H$

Ind. inizial. scarico

T si chiude in $t=0$

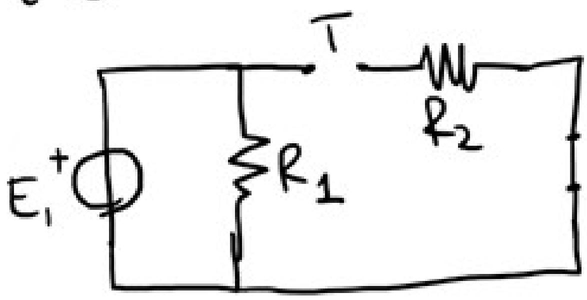
1) $I_{E_1}(t=0^-) = ?$

2) $I_{E_1}(t=\infty) = ?$

3) espressione analitica di P_{E_1}

Vediamo a circuito aperto. Il circuito si ridurrà.

1 $t=0^-$

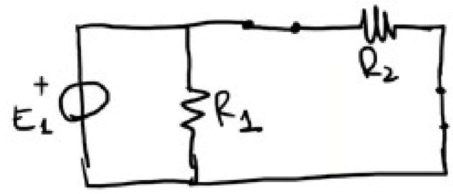


Quindi:

$$\rightarrow I_{E_1}(t=0^-) = \frac{E_1}{R_1} = 1{,}2\ A$$

Vediamo il punto 2.

2 $t=\infty$

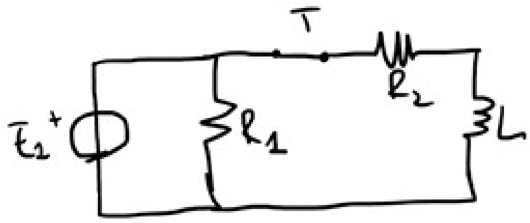


$$\rightarrow I_{E_1}(t=\infty) = \frac{E_1}{R_1 // R_2} = \frac{E_1}{5\,\Omega} = 2,4\ A$$

$$i_L(t=\infty) = \frac{E_1}{R_2} = 1,2\ A$$

Terzo quesito.

3



$$P_{E_1} = E_1 \cdot i_1 = E_1 \left[i_{R_1} + i_L \right]$$

Vediamo cosa avevamo prima.

$$i_L(t) = \left(I_{L,0} - I_{L\infty} \right) e^{-t/\tau} + I_{L\infty}$$

È la stessa espressione di prima.

$$= \left(0 - 1,2 \right) e^{-t/\tau} + 1,2\ A$$

Dobbiamo calcolare tau.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,5\,H}{10\,\Omega} = 50\ ms$$

$i_L(t)$

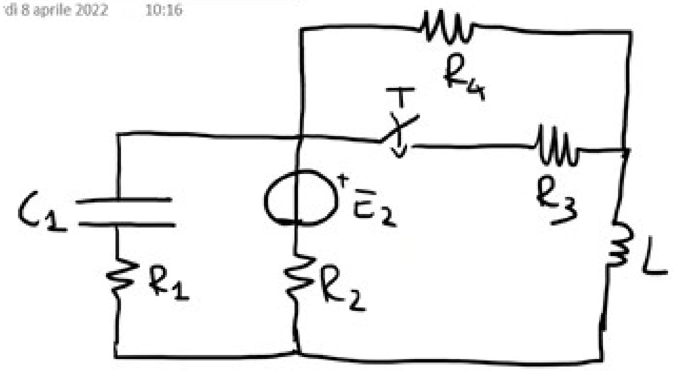
$$P_{E_1} = E_1\left[\frac{E_1}{R_1} + 1{,}2\left(1 - e^{-t/2}\right)\right]$$

$$= 12\left[1{,}2 + 1{,}2 - 1{,}2\,e^{-t/2}\right] = 12\left[2{,}4 - 1{,}2\,e^{-t/2}\right] =$$

$$= 28{,}8 - 14{,}4\,e^{-t/2}$$

Esercizio

di 8 aprile 2022 10:16



$E_2 = 12\ V$

$R_1 = R_2 = 2\ \Omega$

$R_3 = R_4 = 4\ \Omega$

$C_1 = 10\ \mu F \qquad L_1 = 2\ mH$

$t = 0^-: \quad Q_{C_1} = ?$

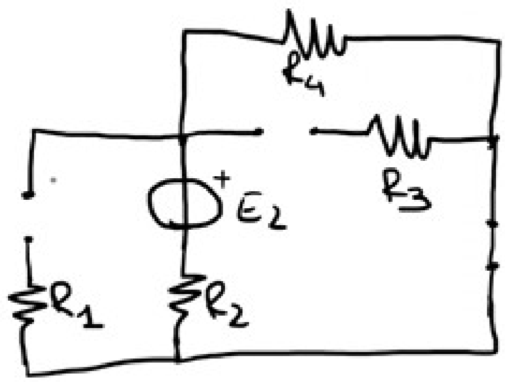
$t = 0^+: \quad i_{C_1} = ?\ ; \ \frac{di_L}{dt} = ?$

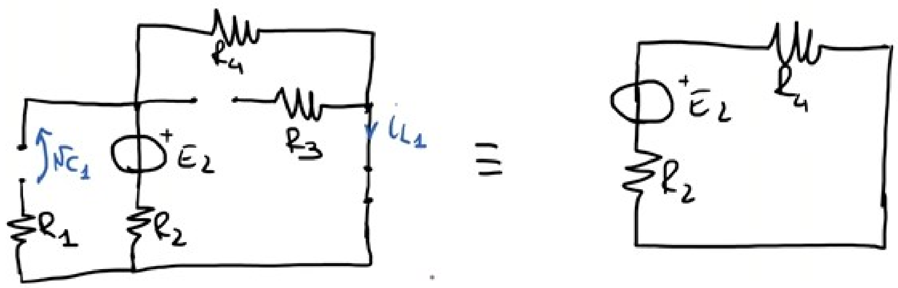
$t = \infty: \quad \mathcal{E}_{L_1} = ?\ ; \ \mathcal{E}_{C_1} = ?$

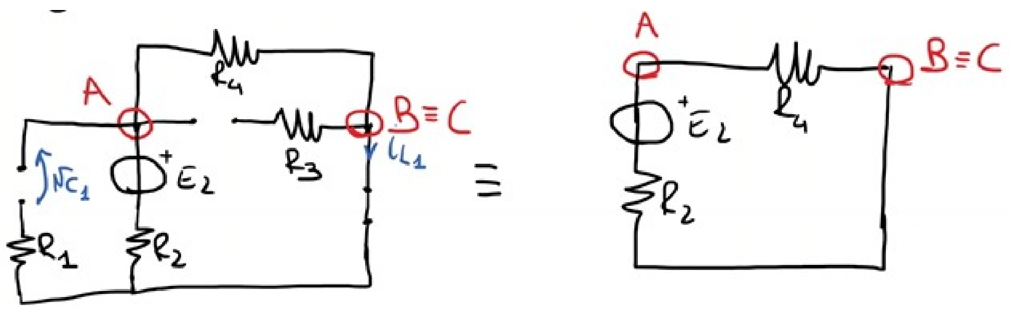
Vediamo t uguale a 0-.

$\boxed{t = 0^-} \to$ Regime stazionario $\Rightarrow \frac{d}{dt} = 0$

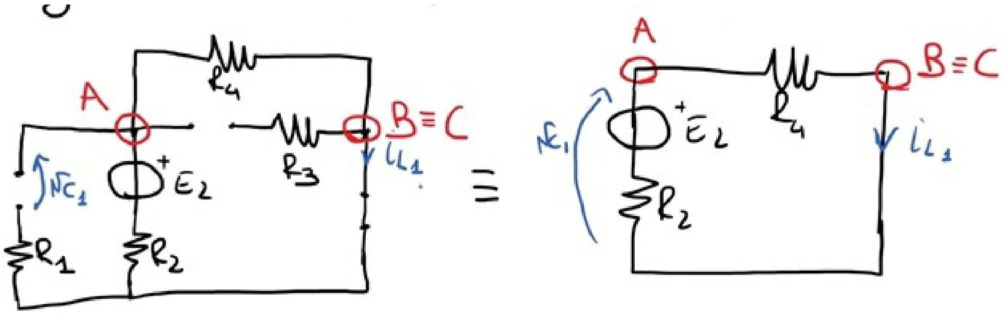
Ridisegniamo il circuito.







Mettiamo in evidenza i nodi.



Ho semplificato il circuito e riscritto.

$$i_{L1}(t=0^-) = \frac{E_2}{R_2+R_4} = 2\ A$$

$$v_{C1}(t=0^-) = R_4 \cdot i_{L1} = 8\ V$$

$$Q_{C1}(t=0^-) = C_1 \cdot v_{C1}(t=0^-) = 10\ \mu F \cdot 8\ V = 8 \cdot 10^{-5}\ C$$

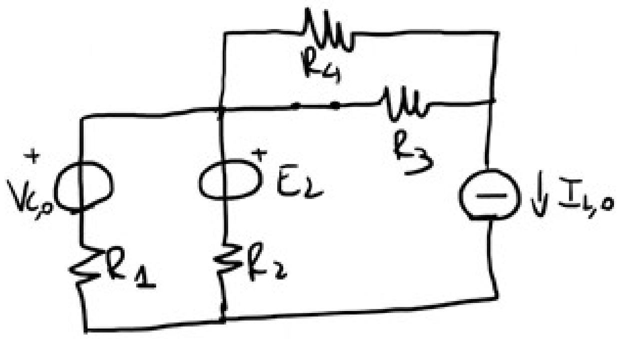
Passiamo all’istante 0+. Ci interessa la condizione iniziale dei componenti con memoria. Le abbiamo già calcolate all’istante 0-.

$\underline{t=0^+}$

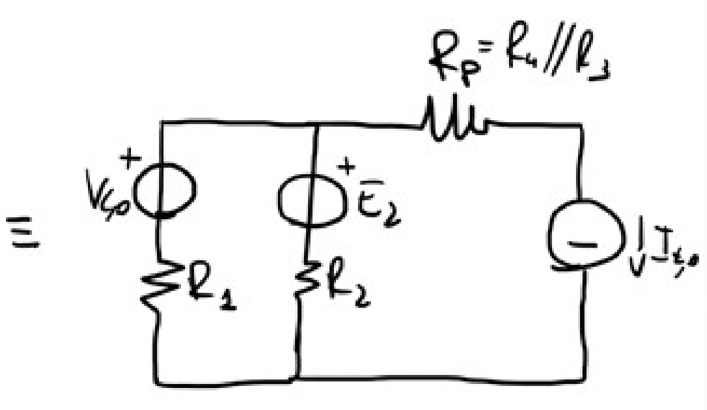
$$i_{L1}(t=0^+) = i_{L1}(t=0^-) = I_{L0} = 2\ A$$

$$v_{C1}(t=0^+) = v_{C1}(t=0^-) = V_{C0} = 8\ V$$

Riscriviamo il circuito.

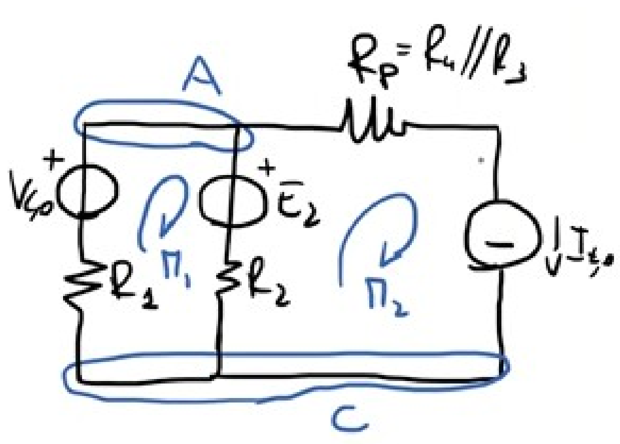


Cosa si può fare per semplificare un pochino il circuito? Il parallelo tra R3 e R4! Così ho 2 maglie.

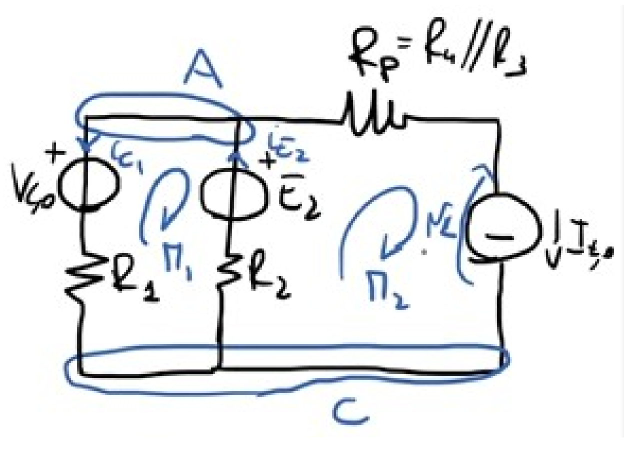


Dobbiamo risolvere il circuito.

Risolviamo con il metodo di Tableau.



Ricordiamoci convenzione del generatore e dell'utilizzatore.



Scriviamo 2 LKT e 1 LKC.

$$M1: \quad v_{R_1} + V_{C,0} - E_2 + v_{R_2} = 0$$

$$M2: \quad -v_{R_2} + E_2 - v_{R_P} - v_L = 0$$

$$LKC: \quad I_{L,0} + i_C - i_{E_2} = 0$$

Sostituiamo le equazioni caratteristiche dove possiamo.

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 i_{C_1} + V_{C,0} - E_2 + R_2 i_{E_2} = 0 \\ -R_2 i_{E_2} + E_2 - R_P I_{L,0} - v_L = 0 \\ I_{L,0} + i_C - i_{E_2} = 0 \end{cases}$$

Abbiamo 3 incognite in 3 equazioni.

$$i_{E_2} = I_{L,0} + i_C$$

$$R_1 i_{C_1} + V_{C,0} - E_2 + R_2 (I_{L,0} + i_C) = 0$$

$$\rightarrow i_{C_1}(R_1 + R_2) = E_2 - V_{C,0} - R_2 I_{L,0} \rightarrow i_{C_1} = \frac{E_2 - V_{C,0} - R_2 I_{L,0}}{R_1 + R_2}$$

$$\rightarrow i_{C_1} = 0 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_{E_2} = I_{L,0}$$

Ci possiamo calcolare VL.

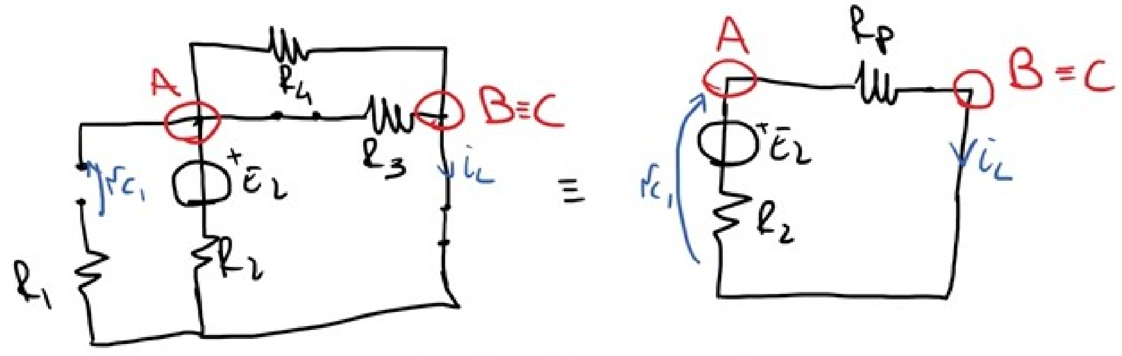
$$-R_2 I_{L,0} + E_2 - R_p I_{L,0} - v_L = 0 \rightarrow v_L = E_2 - (R_2 + R_p) I_{L,0}$$
$$= 4\ V$$

$$i_{C_1}(t=0^+) = 0$$

$$\frac{di_L}{dt}(t=0^+) = \frac{v_L(t=0^+)}{L} = \frac{4\ V}{2\cdot 10^{-3}\ H} = 2\ kA/s$$

Infine, t a infinito.

$t=\infty$



$$i_L(t=\infty) = \frac{E_2}{R_2+R_p} = 3\ A$$

$$v_{C1}(t=\infty) = R_p\, i_L = 6\ V$$

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L (3)^2 = \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{2}\cdot 10^{-3}\, 9 = 9\ mJ$$

$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} C v^2 = \frac{1}{2} C (6)^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10^{-6}\cdot 36 = 180\ \mu J$$