Esercizi tipo completamente

Teorema di Tellegen

1/6/22

Si consideri una rete elettrica con l tensioni di lato ed l correnti di lato che soddisfino le leggi di Kirchhoff. Si ha che $\sum_{k=1}^{l} v_k i_k = 0$ Se v e i rappresentano le tensioni e le corrispondenti correnti di lato in uno stesso istante, si ha che il teorema di Tellegen si riduce al principio di conservazione delle potenze istantanee. È possibile esprimere la potenza erogata dai bipoli attivi come $\sum_{h=1}^{M} p_h$ dove M è il numero di componenti che rispettano la convenzione del generatore, e la potenza assorbita dai bipoli passivi come $\sum_{j=1}^{N} p_j$ dove N è il numero di componenti che rispettano la convenzione dell' utilizzatore. In questo caso il teorema di Tellegen afferma che la sommatoria delle potenze elettriche generate dai bipoli attivi è pari a quella delle potenze elettriche assorbite dai bipoli passivi come descritto da $\sum_{h=1}^{M} p_h = \sum_{j=1}^{N} p_j$

Teorema del massimo trasferimento di potenza attiva su un bipolo

È data una sorgente di alimentazione sinusoidale (bipolo) e si vuole determinare qual è il valore dell'impedenza $\bar{Z} = R + jX$ di carico tale da estrarre la massima potenza attiva dalla sorgente. La potenza attiva assorbita dall'impedenza di carico $\bar{Z}$ può essere espressa nella forma $P = RI^2$. Si rappresenta la sorgente con un bipolo Thevenin $(\bar{V}_0, \bar{Z}_0 = R_0 + jX_0)$.

Il quadrato del valore efficace della corrente che circola nell'impedenza vale $I^2 = \frac{V_0^2}{(R+R_0)^2 + (\pm X_0 \pm X_0)^2}$. La corrente, e quindi la potenza attiva, può essere dapprima massimizzata minimizzando la reattanza complessiva, ovvero quando $X = -X_0$. La potenza attiva assorbita dall'impedenza risulta quindi $P = \frac{R V_0^2}{(R+R_0)^2}$

La massimizzazione complessiva può essere ottenuta applicando il teorema di trasferimento della massima potenza valido per una rete algebrica. Il valore della resistenza R risulta quindi $R = R_0$. Si ha pertanto che il valore dell'impedenza $\bar{Z}$ tale da estrarre la massima potenza risulta $\bar{Z} = \bar{Z}_0^*$

11/6/22
≃
25/1/23

Circuiti dinamici del secondo ordine

5/7/22

Sia dato un circuito dinamico del secondo ordine. Per determinare la soluzione associata all'equazione omogenea si introduce il polinomio caratteristico dell'equazione differenziale di secondo grado. Si distinguono tre casi caratterizzati da valore positivo negativo o nullo del discriminante $\Delta = \alpha^2 + \omega_0^2$ dove α è il coefficiente di smorzamento e ω_0 è la pulsazione di risonanza. Se $\Delta > 0$ avremo due soluzioni reali distinte e il circuito si dice sovrasmorzato. Se $\Delta < 0$ avremo due soluzioni complesse coniugate ed il circuito si dice sottosmorzato. Infine se $\Delta = 0$ avremo due soluzioni reali coincidenti ed il circuito si dice criticamente smorzato. Dato un circuito RLC serie, α è pari a $\frac{R}{2L}$ e ω_0^2 è uguale a $\frac{1}{LC}$

Il trasformatore

Il trasformatore è costituito da un nucleo di materiale ferromagnetico su cui sono avvolti due avvolgimenti: il primario, costituito da n_1 spire ed il secondario, costituito da n_2 spire. Quando il primario è alimentato con una tensione V_1 (tensione primaria), alternata, ai capi dell'avvolgimento secondario si manifesta una tensione V_2 (tensione secondaria), isofrequenziale con la tensione primaria. La tensione V_2 è generata da una fem trasformatorica. Se il secondario è chiuso su di un carico elettrico, il primario eroga la corrente i_1 (corrente primaria), ed il secondario assorbe la corrente i_2 (corrente secondaria), entrambe le correnti sono alternate isofrequenziali con le tensioni. Mediante il trasformatore è quindi possibile trasferire potenza elettrica dall'avvolgimento primario a quello secondario, senza fare ricorso ad alcun collegamento elettrico tra i due avvolgimenti; il trasferimento di potenza avviene invece attraverso il campo magnetico che è presente principalmente nel nucleo del trasformatore e che è in grado di scambiare energia con entrambi i circuiti. Facendo riferimento ai versi positivi per le correnti e per i flussi mostrati nella figura di sopra, il flusso totale concatenato con l'avvolgimento 1 φ_{c1} ed il flusso totale concatenato con l'avvolgimento 2 φ_{c2} risultano rispettivamente

$\varphi_{c1} = n_1\varphi + \varphi_{d1}$ e $\varphi_{c2} = n_2\varphi + \varphi_{d2}$

dove φ è il flusso principale mentre φ_{d1} e φ_{d2} sono flussi "dispersi" concatenati rispettivamente con l'intero avvolgimento 1 e con l'intero avvolgimento 2. Tenendo in considerazione la caduta di tensione ohmica, sugli avvolgimenti si ha che la tensione ai capi del primario e quella ai capi del secondario sono rispettivamente pari a $v_1(t) = \frac{d\varphi_{c1}}{dt} + R_1 i_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\varphi_{d1}}{dt} + R_1 i_1$

9/9/22

e $V_2(t) = -\frac{d\varphi_{c2}}{dt} - R_2 i_2 = n_2 \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d\varphi_{d2}}{dt} - R_2 i_2$

Rifasamento in monofase

Dato un sistema monofase alimentato da un generatore $e(t)$ e collegato ad un utilizzatore avente impedenza $\bar{Z}_U$ (carico elettrico normalmente di tipo induttivo con $\bar{I}_L = \bar{I}_U$), la linea può essere schematizzata tramite un'impedenza $\bar{Z}_L = R_L + j\omega L$. A causa della caduta di tensione su tale impedenza la tensione sul carico non è uguale a quella generata ma varia in funzione del carico stesso. Alla resistenza di linea è associata una potenza elettrica dissipata per effetto joule pari a $P_d = R_L I_L^2$. Applicando la legge di Kirchhoff delle tensioni, la tensione applicata ai capi del carico risulta essere $\bar{V} = \bar{E} - \bar{Z}_L \bar{I}_L$
La potenza attiva assorbita dal carico viene definita come $P = V I_L \cos(\varphi)$
di conseguenza la corrente di linea viene espressa come $I_L = \frac{P}{V\cos(\varphi)}$
Tale corrente può essere ridotta aumentando la tensione sul carico, riducendo la potenza attiva assorbita dal carico o aumentando il $\cos(\varphi)$, ovvero riducendo l'angolo di sfasamento tra tensione e corrente. Questo fa sì che corrente tensione relativi al carico siano maggiormente in fase in fase. Per ridurre lo sfasamento è possibile introdurre un condensatore in parallelo al carico. La potenza reattiva iniettata è di segno negativo, portando di conseguenza a diminuire la potenza apparente del generatore. La corrente di linea risulta quindi pari a $\bar{I}_L' = \bar{I}_U + \bar{I}_C$ di modulo inferiore rispetto al caso privo di rifasamento.

22/7/22