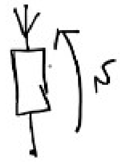
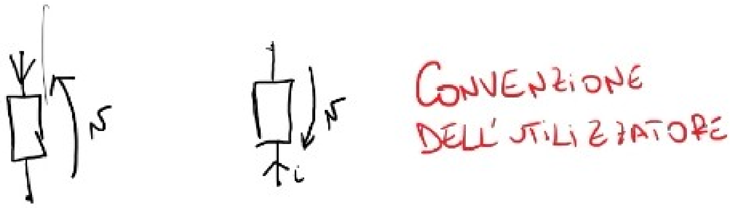
Convenzioni

Decidiamo verso di tensione e corrente. Definiamo la corrente come entrante.



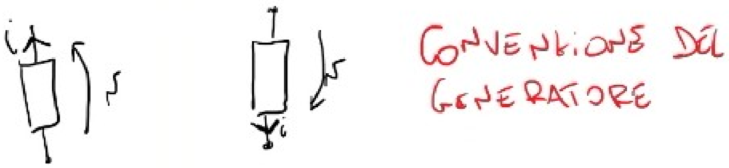
Perché ci sono delle convenzioni ancora da introdurre? Se cambiamo il verso della corrente, cambia il verso della tensione. Quindi dobbiamo introdurre una tensione.

Vediamo la convenzione dell'utilizzatore.



Nel circuito scegliamo o il verso della corrente o il verso della tensione, poi sceglieremo la convenzione.

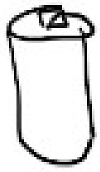
L'altra possibilità è quella di avere la tensione sempre positiva e la corrente uscente, oppure tensione negativa e corrente uscente. Si chiama convenzione del generatore.



Con la convenzione andiamo a capire se la potenza è assorbita o generata. Non abbiamo un'incertezza. Se utilizziamo la convenzione dell'utilizzatore, se la potenza è positiva, la stiamo assorbendo, se negativa la stiamo generando e viceversa.

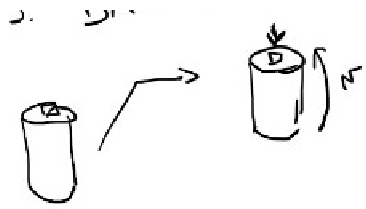
Normalmente la convenzione del generatore è usata nei generatori e la convenzione degli utilizzatori è usata negli altri componenti passivi.

Prendiamo come esempio una batteria ricaricabile.



Come detto prima, possiamo usare due convenzioni.

Convenzione dell'utilizzatore, la corrente entra.



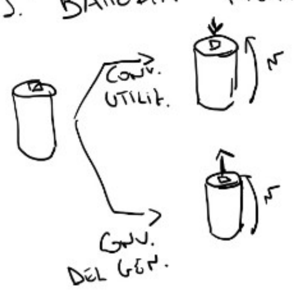
In questo caso, se carichiamo la batteria, la corrente è positiva (concorde al verso scelto), quindi la potenza è positiva, sta assorbendo. Nella fase di scarica, la corrente esce dalla batteria, la potenza è negativa, sta dando potenza all'esterno.

FASE CARICA	FASE DI SCARICA
$i > \emptyset \rightarrow p > \emptyset$	$i < \emptyset \rightarrow p < \emptyset$

Vediamo la convenzione del generatore. Il verso della corrente è uscente. In fase di carica, la corrente sarà negativa, entra nella batteria, potenza negativa, stiamo assorbendo. Nella fase di scarica, la corrente sarà positiva, quindi la potenza sarà positiva, stiamo erogando potenza.

In entrambi i casi abbiamo potenza assorbita (carica) e generata (scarica).

ES.: BATTERIA RICARICABILE



FASE CARICA	FASE DI SCARICA
$i > \emptyset \rightarrow p > \emptyset$	$i < \emptyset \rightarrow p < \emptyset$
$i < \emptyset \rightarrow p < \emptyset$	$i > \emptyset \rightarrow p > \emptyset$
POTENZA ASSORBITA	POTENZA EROGATA

Risolvere un circuito significa calcolare tensioni e correnti.

Il primo set di equazioni non dipende dal componente, è detto topologico (dipende dalla topologia, come sono interconnessi i componenti), il secondo set dipende dal componente.

2 sets di equazioni:

- LEGGI DI KIRCHHOFF: dipendono solo dalla topologia
- EQUAZIONI COSTITUTIVE: dipendono dal componente

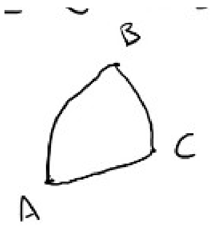
Leggi di Kirchhoff per le tensioni (LKT)

$$\oint_{l} \bar{E}\, dl = -\iint_{S} \overbrace{\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}}^{\to \emptyset} \cdot \hat{n}\, dS = \emptyset$$

$\bar{E}$ é conservativo $\rightarrow$ definiamo d.d.p.

Il campo elettrico è conservativo.

Prendiamo un percorso, mettiamo 3 punti e scomponiamo l’integrale in 3 parti.



$$\oint_{l} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{A}^{B} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_{B}^{C} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_{C}^{A} \bar{E}\cdot d\bar{l}$$

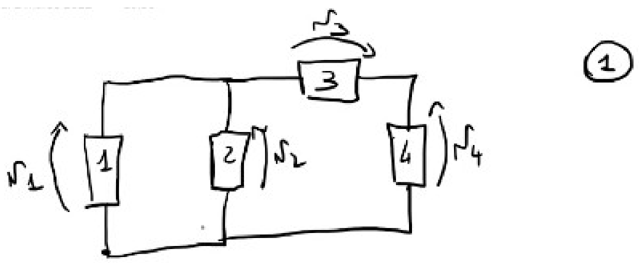
$$= v_{AB} + v_{BC} + v_{CA} = \emptyset$$

Presi 3 punti, facendo la somma delle differenze di potenziale in una linea chiusa, viene 0. Quindi:

$$\sum_{i=1}^{\text{numero di elem.}} v_i = \emptyset \quad \forall t$$

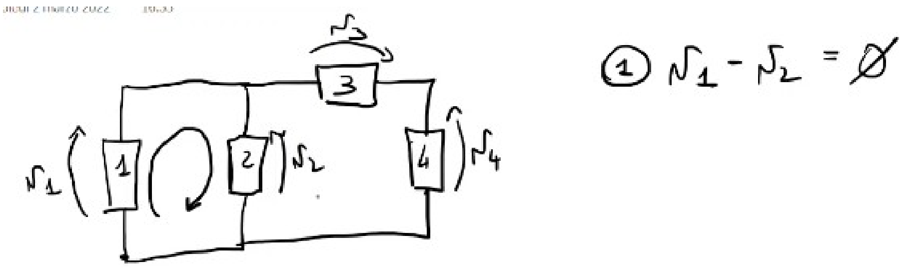
Vera lungo una linea chiusa, una maglia.

Prendiamo un circuito.

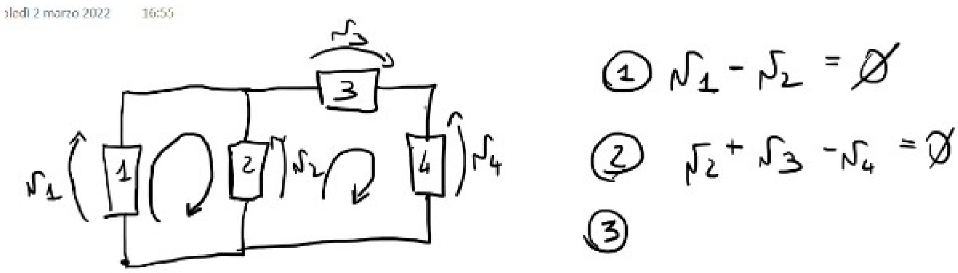


3 nodi (2 funz.), 4 rami, 3 maglie

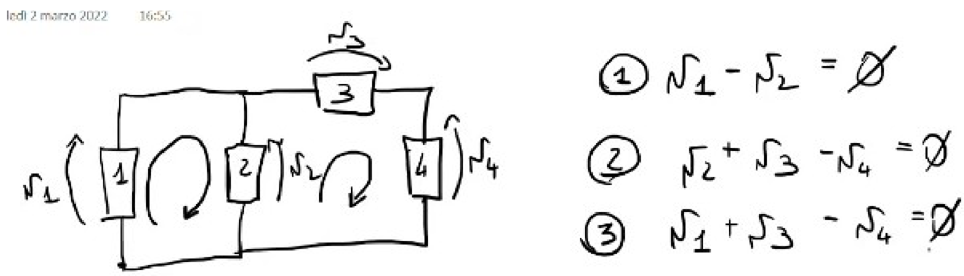
Prendiamo la prima maglia e scegliamo un verso di percorrenza (non è la corrente, è un verso di percorrenza).



Prendiamo la seconda maglia e scegliamo un verso di percorrenza.



La terza maglia è la maglia esterna, 1, 3, 4.



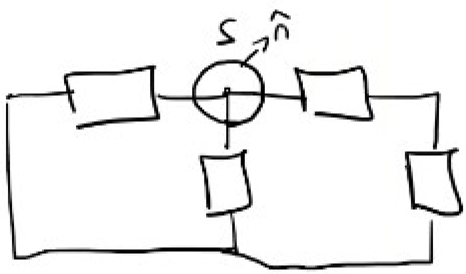
Legge di Kirchhoff per le correnti (LKC)

$$\oiint_S \left(\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}\right) \cdot \hat{n}\, dS = 0$$

Abbiamo già supposto che la variazione D nel tempo sia 0.

$$\rightarrow \oiint_S \bar{J} \cdot \hat{n}\, dS = 0$$

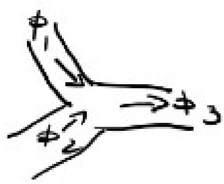
Prendiamo in un circuito.



Se sommiamo le correnti entranti, sarà uguale alla somma delle correnti uscenti.

$$\sum_{i=1}^{\text{numero di corr. entr.}} i_i = \sum_{k=1}^{\text{numero di corr. usc.}} i_k$$

Supponiamo di avere un tubo percorso d'acqua da un fluido, con flusso phi1 che si conduce con un tubo con flusso phi2. phi3 sarà il flusso risultante.



$$\phi_3 = \phi_1 + \phi_2$$

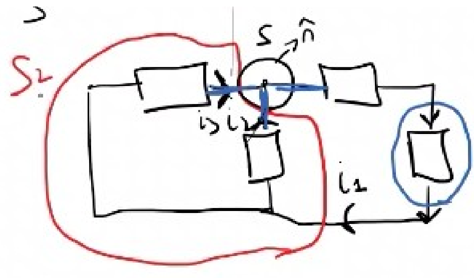
Allo stesso modo, in un circuito:

$$i_3 = i_2 + i_1$$

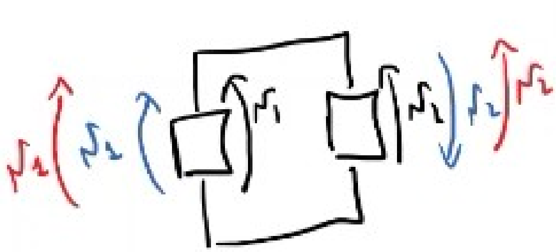
Possiamo riscrivere la legge di Kirchhoff.

$$\sum_{k=1}^{\text{num di corr.}} \left(\pm i_k\right) = \emptyset$$

Il più o meno indica il verso della corrente, se concorde al verso di percorrenza, oppure no. È la stessa cosa. La legge non vale solo nel singolo nodo, ma in qualunque superficie chiusa.



Il verso di percorrenza non influisce sui valori della tensione.

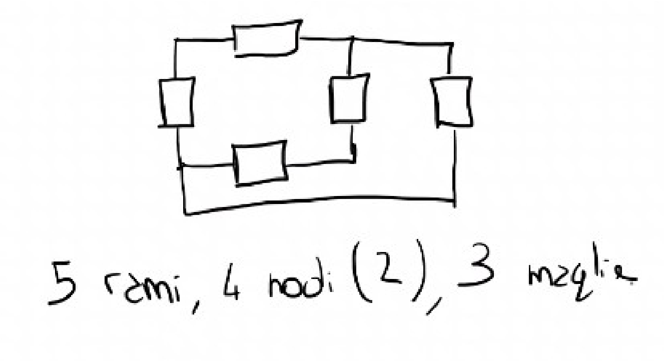


$$v_1 - v_2 = \emptyset$$

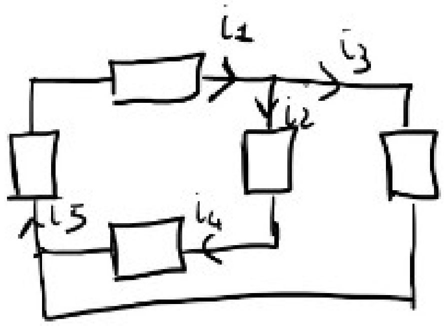
$$v_1 + v_2 = \emptyset$$

In nero è scritta la legge di Kirchhoff scegliendo il verso di percorrenza orario. In blu si sceglie il verso delle singole tensioni. Ma ci accorgeremo (in rosso) che misurando, V2 ha un verso opposto rispetto a quello del verso scelto. Quindi la legge di Kirchhoff vale sempre, le misurazioni fanno riportare tutto.

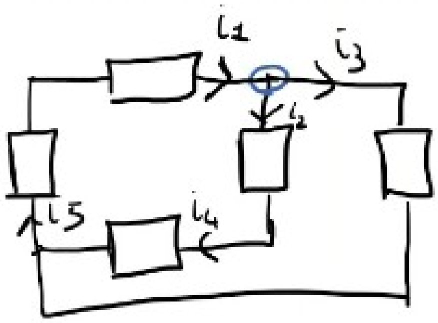
Prendiamo un circuito.



4 nodi di cui 2 funzionali. Scegliamo il verso delle correnti.



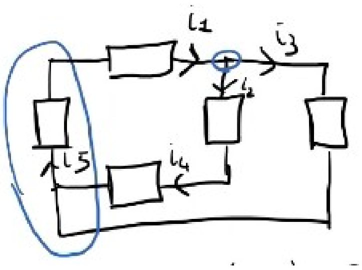
Com'è la LKC qui?



i1 entra, è uguale a quelle che escono.

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Posso farla anche qui:

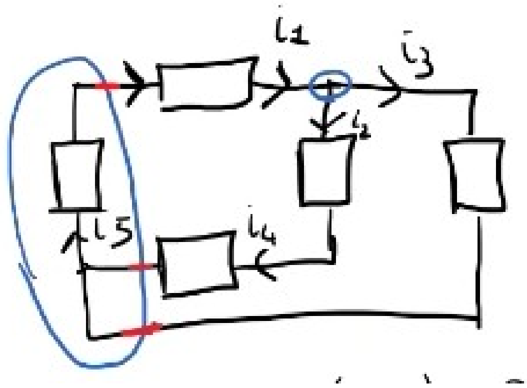


Qual è?

i5 interseca già il morsetto, quindi è i1.

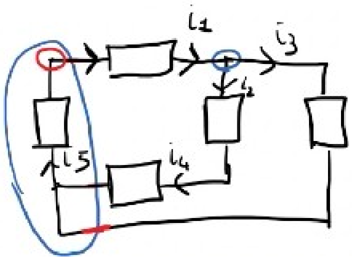
$$i_1 = i_4 + i_3$$

La superficie chiusa è quella blu. Le intersezioni con la superficie sono i punti rossi.



i1 esce, i3 e i4 entrano.

i1 e i5 sono la stessa corrente? Sì.



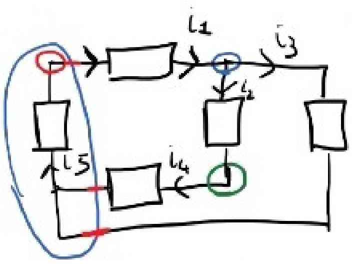
$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_1 = i_4 + i_3$$

$$i_1 = i_5$$

In rosso, abbiamo il nodo, i1 è uguale a i5.

Vale anche per i2 e i4? Esatto

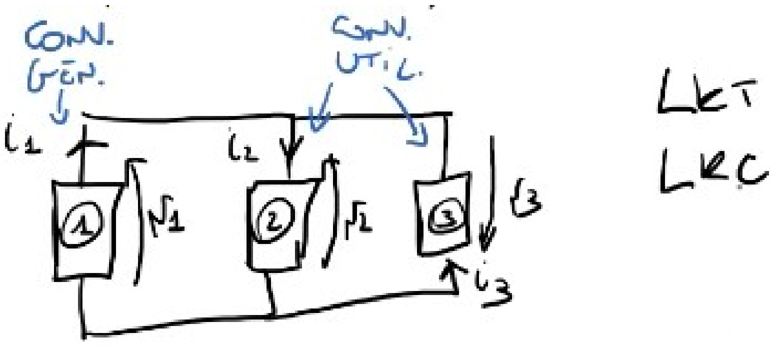


$$i_1 = i_2 + i_3 \qquad i_2 = i_4$$

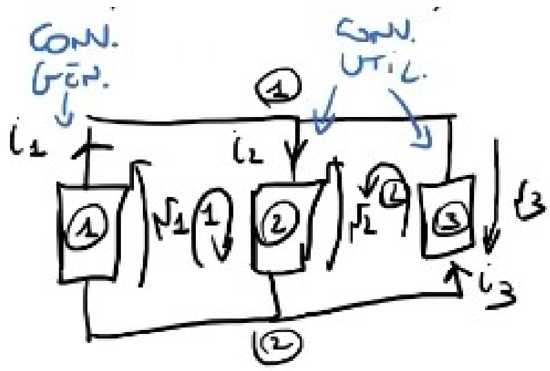
$$i_1 = i_4 + i_3$$

$$i_1 = i_5$$

Vediamo un altro esempio e facciamo LKC e LKT. Per il primo elemento, scelgo la convenzione del generatore, per il secondo e il terzo la convenzione dell’utilizzatore.



Abbiamo 3 rami, 2 nodi, 3 maglie.



Vediamo la LKC nel primo nodo.

$$\text{LKC}: \ (1) \quad i_1 + i_3 = i_2$$

Per il secondo nodo, abbiamo la stessa equazione.

Facciamo la LKT della prima maglia.

$$\text{LKT}: \ (1) \quad v_1 - v_2 = 0$$

Vediamo quella della seconda maglia.

$$(2) \quad -v_3 - v_2 = 0$$

Sono negative per il verso scelto.

Per la terza maglia:

$$③\ v_1 + v_3 = 0$$

QUANTE INCOGNITE? $2 \cdot r$

NUM. DI RAMI

Le incognite sono tensioni e correnti.

Avremo esattamente r equazioni componenti. Devo trovare r equazioni indipendenti.

LKC: ① $i_1 + i_3 = i_2$

② $i_2 = i_1 + i_3$

LKT: ① $v_1 - v_2 = 0$

② $-v_3 - v_2 = 0$

③ $v_1 + v_3 = 0$

Non potrò usare tutte e due le prime 2, sono la stessa cosa.

Teorema di Tellegen

La somma delle potenze generate all'interno di un circuito è uguale alla somma delle potenze assorbite.

$$\sum_{i=1}^{\text{NUMERO DI COMP. CON CONV. GEN.}} P_i = \sum_{k=1}^{\text{NUMERO DI COMP. CON CONV. UTILIZZ.}} P_k$$

Componenti elettrici

Introduciamo i fondamentali: il resistore, il condensatore, induttore, generatore di tensione, generatore di corrente.

Vediamo una classifica dei componenti.

Possiamo avere componenti passivi, cioè il componente non genera potenza.

- → PASSIVI: $E = \int_0^t p(\tau)\,d\tau \geq 0 \quad \forall t$
- → ATTIVO: NON RISPETTA

La potenza può essere positiva o negativa, ma il suo integrale è sempre positivo.

L'altro componente il componente attivo, non verifica la precedente equazione, può erogare dall'istante 0 energia.

Il componente può essere controllato in tensione, cioè la sua corrente è una funzione della tensione. Oppure controllato in corrente, cioè la sua tensione è una funzione della corrente.

- → CONTROLLATO IN TENSIONE: $i = f(v)$
- → CONTROLLATO IN CORRENTE: $v = f(i)$

Infine, il componente può essere con memoria o senza memoria. Senza memoria vuol dire che la sua tensione e la sua corrente dipendono dalle grandezze a quell'istante. Con memoria vuol dire che la tensione e la corrente all'istante t dipendono da grandezze agli istanti precedenti.

- → CON MEMORIA: LA TENSIONE E LA CORRENTE ALL'ISTANTE t DIPENDONO DA GRANDEZZE AGLI ISTANTI P.
- → SENZA MEMORIA: LA TENSIONE E LA CORRENTE ALL'ISTANTE t DIPENDONO DA GRANDEZZE ALL'ISTANTE t

Resistore

Vediamo cosa c'è dentro quelle scatole disegnate prima. Il simbolo è questo:

La sua equazione costitutiva è la legge di Ohm.

EQ. COSTITUTIVA: (1ª LEGGE DI OHM)

$$v = R\, i$$

~> RESISTENZA [Ω]

Il resistore è il componente, la resistenza è il valore del resistore.

A cosa è uguale la resistenza? Seconda legge di Ohm.

RESISTIVITÀ DEL MATERIALE [Ω · m] (2ª LEGGE DI OHM)

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

~> LUNGHEZZA

~> SEZIONE

Più la sezione del conduttore è grande, meno resistenza ci sarà. Più il conduttore è lungo, più resistenza ci sarà.

Vediamo la potenza che dissipa il resistore. Legge di Joule.

POTENZA: $p = v \cdot i = R i^2 = \frac{v^2}{R}$ LEGGE DI JOULE

Cerchiamo di classificare il componente. La potenza può essere negativa? No, c'è un quadrato, quindi è un componente passivo.

p SEMPRE $\geq 0 \Rightarrow$ COMPONENTE PASSIVO

È controllato in tensione o in corrente? Posso ricavare la tensione dalla corrente e viceversa. Quindi, valgono tutte e due.

$v = Ri \rightarrow$ CONTROLLATO IN CORRENTE

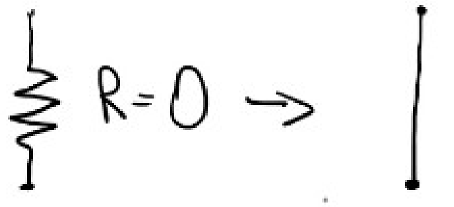
$i = \frac{v}{R} \rightarrow$ CONTROLLATO IN TENSIONE

Infine:

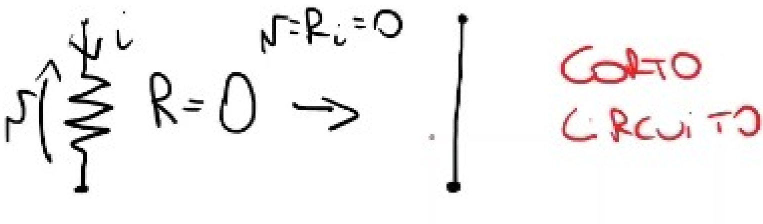
$$v(t) = R\, i(t) \rightarrow$$ SENZA MEMORIA

Il valore della tensione e della corrente a un istante t dipendono da grandezze all'istante t, quindi è senza memoria.

Vediamo casi limite.

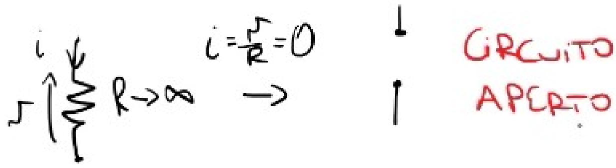


Questo è un cortocircuito. Ai capi, vi è lo stesso potenziale.



Può esserci qualsiasi corrente, ma la tensione è nulla.

Facciamo un altro caso limite.



Questo è un circuito aperto. Il circuito aperto ha la caratteristica di avere la corrente a 0.

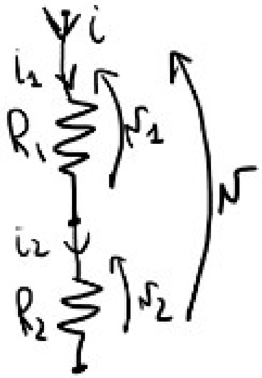
Nel primo caso, la tensione è a 0. Nel secondo caso, la corrente è a 0.

Valutiamo l’energia del componente.

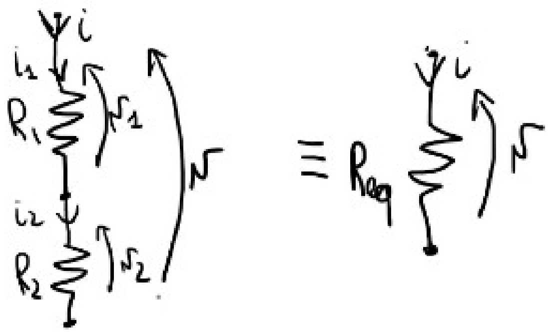
$$\text{ENERGIA: } w(t_1, \tau_2) = \int_{t_1}^{\tau_2} p(\tau)\, d\tau$$

Grazie al fatto che la potenza fosse sempre positiva, abbiamo già detto che il componente è passivo, ma la formula includeva l’integrale, quindi l’abbiamo riscritto.

Resistori in serie



Come può essere vista?



Da qui, possiamo vedere che:

$$v = v_1 + v_2 = R_1 i_1 + R_2 \cdot i_2$$

Ma i1 e i2 sono uguali a i, quindi.

$$v = v_1 + v_2 = R_1 i_1 + R_2 \cdot i_2 = \\ = R_1 i + R_2 i = \underbrace{(R_1 + R_2)}_{R_{eq}} i$$

Quando diciamo che 2 resistori sono in serie? Due o più resistori sono in serie quando sono attraversati dalla stessa corrente.

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{\text{NUMERO DI RES. IN SERIE}} R_i$$

$$v = R_{eq}\, i \Rightarrow i = \frac{v}{R_{eq}} = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

Data la tensione totale sui resistori ci ricaviamo le resistenze e possiamo vedere che:

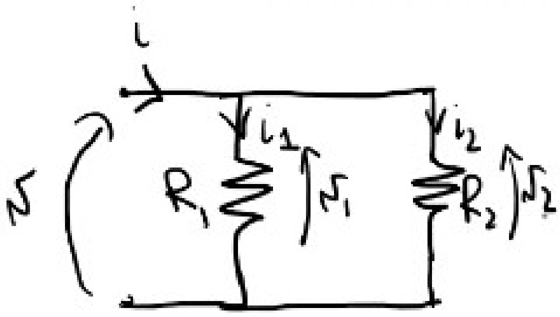
$$v_1 = R_1\, i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, v$$

$$v_2 = R_2\, i = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, v$$

PARTITORE DI TENSIONE

Questo è un partitore di tensione. Abbiamo visto come la tensione si ripartisce tra i due.

Resistori in parallelo



Due o più resistori si dicono in parallelo quando ai loro capi vi è la stessa tensione.

Come prima, cerchiamo il resistore equivalente.

Vediamo le i.

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} \qquad i_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

Quindi:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}$$

Ma V1 e V2 sono la stessa V. Quindi:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}_{1/R_{eq}} v$$

In generale:

$$R_{eq} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}\right)^{-1}$$

Siamo partiti da un esempio con due resistori e ci siamo ricavati la formula del resistore equivalente quando abbiamo resistori in parallelo.

Abbiamo:

$$v = R_{eq} \cdot i$$

Se facciamo il calcolo della resistenza:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Quindi:

$$v = R_{eq} \cdot i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i$$

Calcoliamo le singole correnti nel singolo resistore.

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, i$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, i$$

PARTITORE DI CORRENTE

Questo è un partitore di corrente.

Se abbiamo 2 resistori in parallelo, la corrente andrà maggiormente sul resistore con valore di resistenza più basso.