POLITECHNIKA ŚLĄSKA

WYDZIAŁ AUTOMATYKI, ELEKTRONIKI I INFORMATYKI

Laboratorium

Metod Optymalizacji

„Problem liniowo-kwadratowy"

Autorzy: Krystian Kulik, Łukasz Woźniak

Automatyka i Robotyka

I rok, SII, specjalność: SPiI

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z problemami obliczeniowymi występującymi przy rozwiązywaniu zagadnienia wyznaczania sterowania minimalizującego kwadratowy wskaźnik jakości dla liniowego układu dyskretnego oraz z własnościami rozwiązania i niektórymi możliwymi uogólnieniami.

2. Przebieg ćwiczenia

Główne zadanie zostało przedstawione poniżej:

Sekcja 1:

Dla zadanych:

- wskaźnika jakości:

$$J = 0{,}5 \sum_{i=0}^{N-1} \left(\left(3x'_{1,i} - 6x'_{2,i}\right)^2 + 15u_i^2 \right)$$

- równań stanu:

$$x_{1,i+1} = x_{1,i} + u_i$$
$$x_{2,i+1} = 3x_{2,i} + 2u_i$$

- 20 iteracji
- początkowych wartości $x_{1_0} = 10$ i $x_{2_0} = 15$

wykonaj następujące polecenia:

1. Sprawdź założenia problemu liniowo-kwadratowego oraz sterowalność układu.
2. Napisz skrypt wyznaczający wartości x_i i u_i. Dodatkowo, skrypt powinien wyznaczać wartość J_0.
3. Zbadaj wpływ warunków początkowych x_0 na przebiegi "czasowe" x_i oraz u_i. Przyjmij stałą wartość R. Przedstaw na wykresie przebiegi czasowe x_i oraz u_i dla różnych warunków początkowych.
4. Zbadaj wpływ wartości R na przebiegi "czasowe" x_i oraz u_i. Przyjmij stałą wartość x_0. Przedstaw na wykresie przebiegi czasowe dla różnych wartości R.
5. Dla przykładowych wartości x_0 oraz R pokaż na wykresie ustalanie się elementów macierzy K.

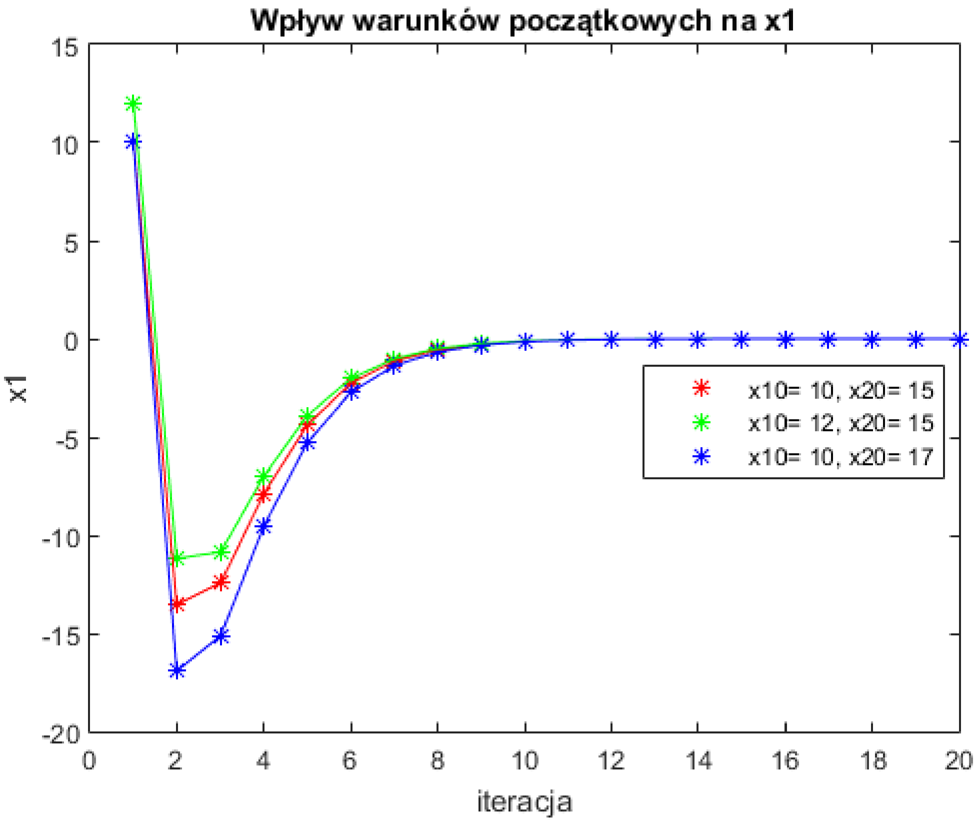
Układ dyskretny jest liniowy, minimalizowany jest kwadratowy wskaźnik jakości.

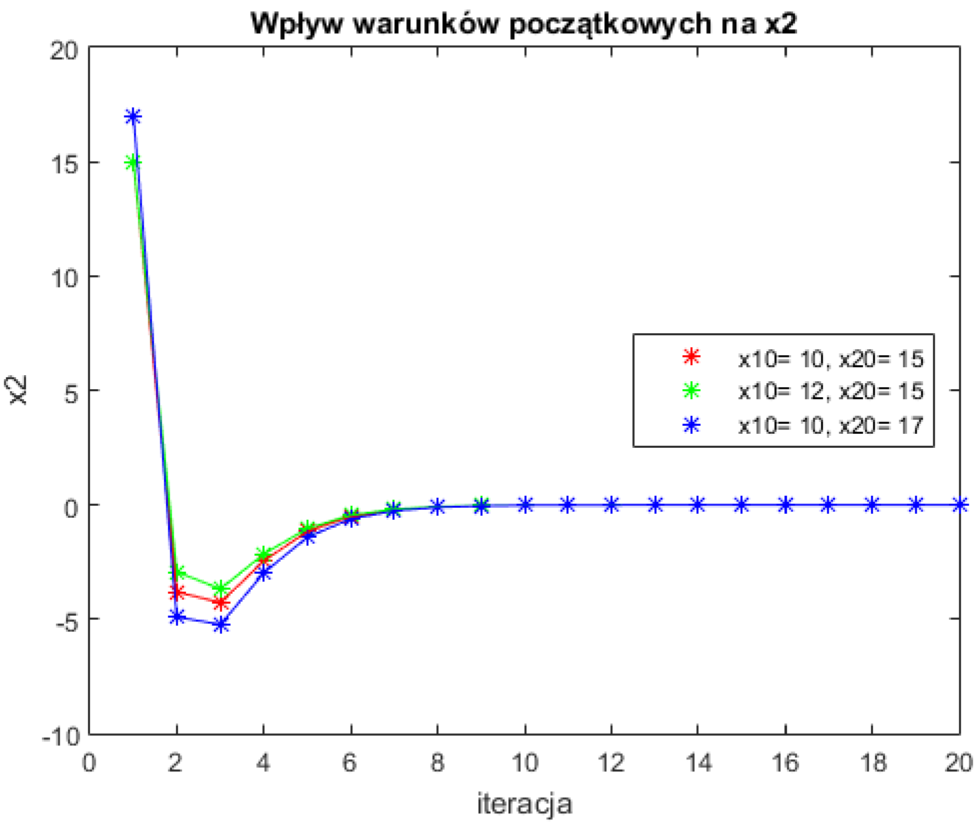
Założenia problemu liniowo-kwadratowego:

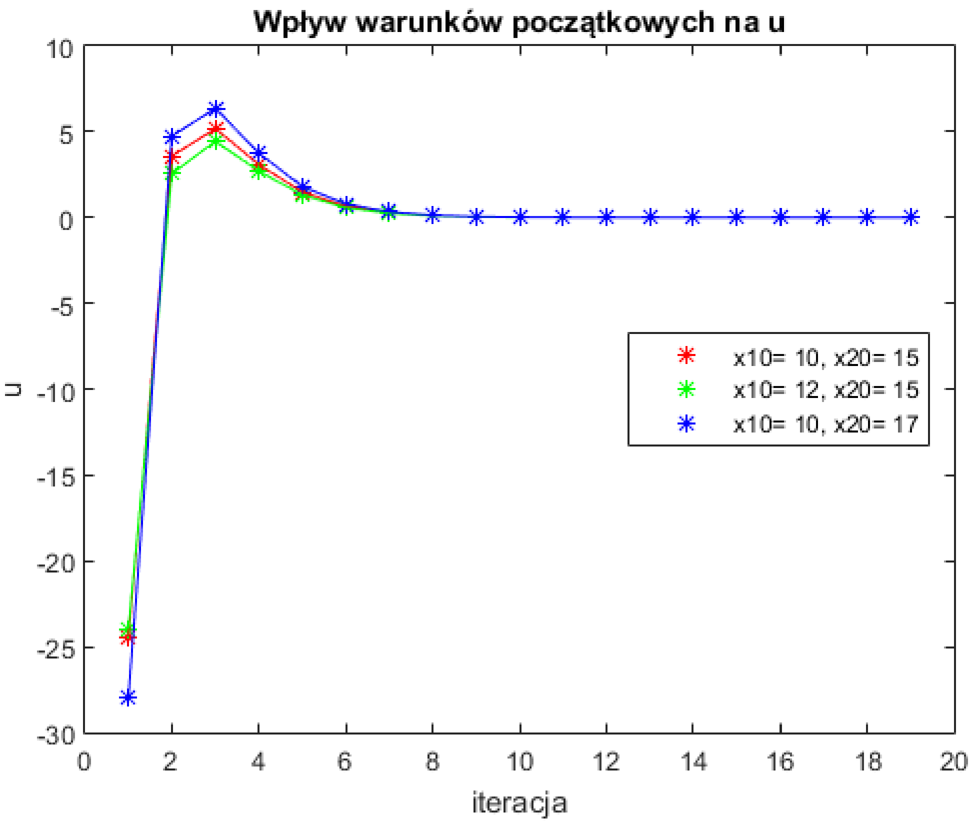
Macierze K_i muszą być symetryczne dodatnio półokreślone, macierze Q,F,R muszą być symetryczne, dodatkowo macierze Q i F muszą być dodatnio półokreślone, a macierz R dodatnio określona. Warunki te zostały sprawdzone z poziomu programu w Matlabie.

Sterowalność układu również została sprawdzona w programie.

3. Wpływ warunków początkowych na przebiegi „czasowe”



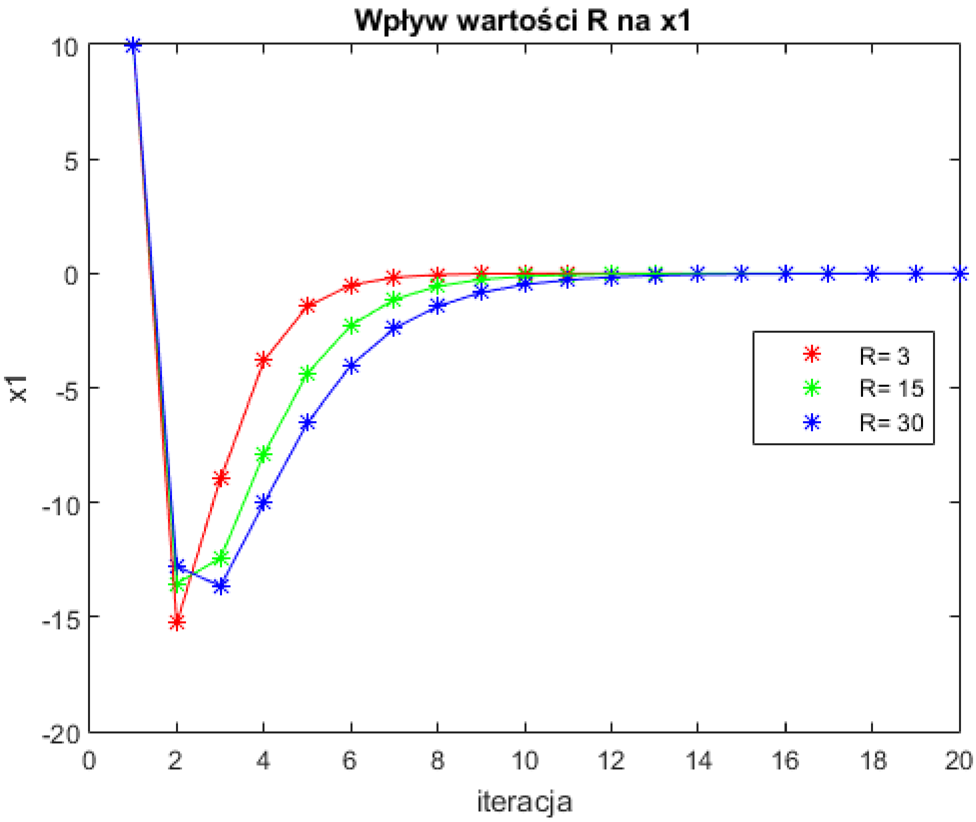


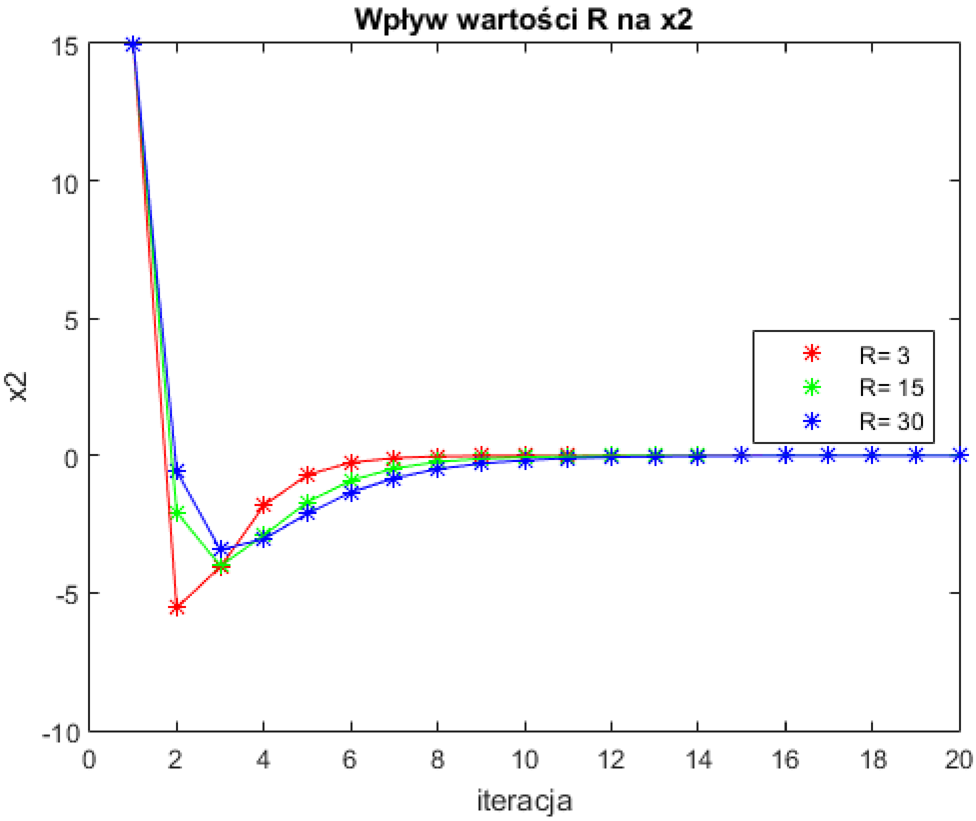


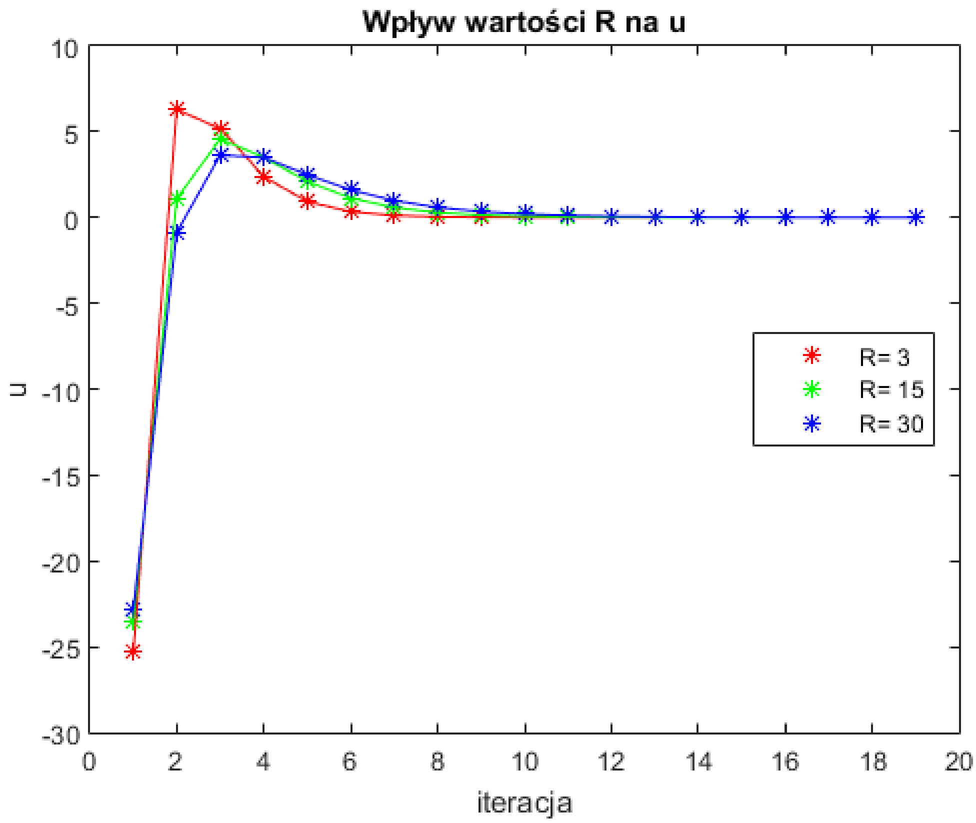
Wnioski:

Kolorem **czerwonym** przedstawiono wykres dla warunków z zadania. Zarówno dla wykresów x_1 , x_2 , jak również u można zauważyć, że zwiększenie warunku początkowego x_{10} (kolor zielony) spowodowało, że na przebiegu występuje mniejsze przeregulowanie i szybsze dojście do stanu ustalonego. Z kolei w przypadku zwiększenia warunku początkowego x_{20} (kolor niebieski) zauważa się większe przeregulowanie i wolniejszy czas dojścia do stanu ustalonego, który jednak pozostaje niezmienny.

4. **Wpływ wartości R na przebiegi „czasowe”**





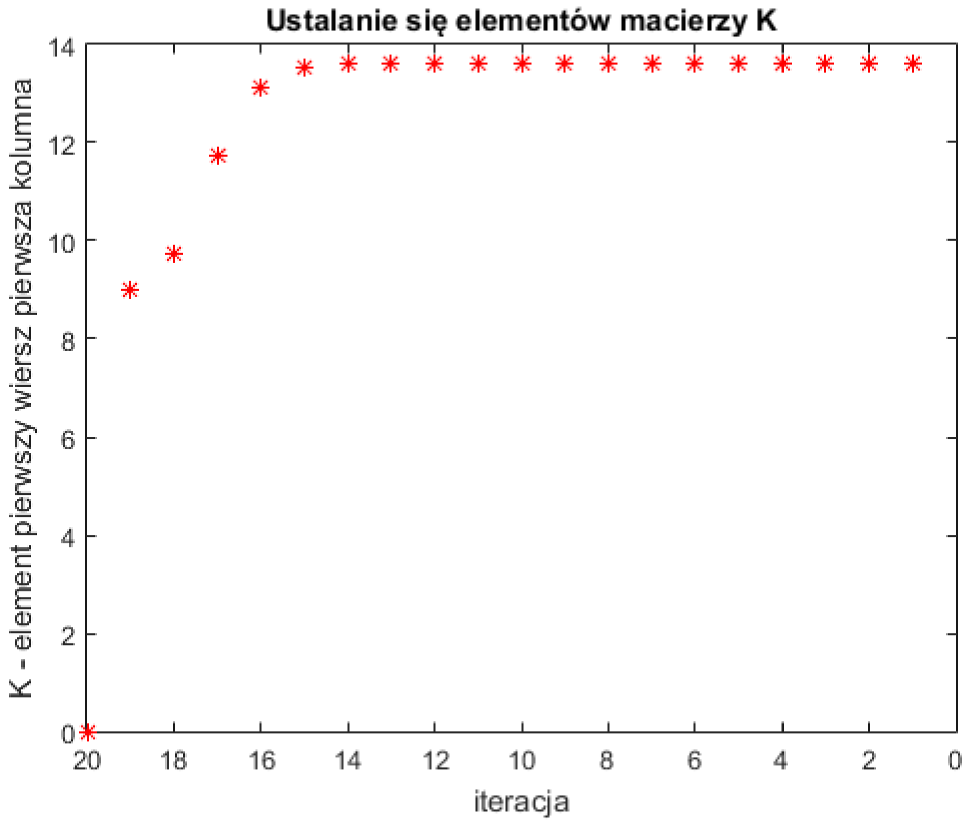


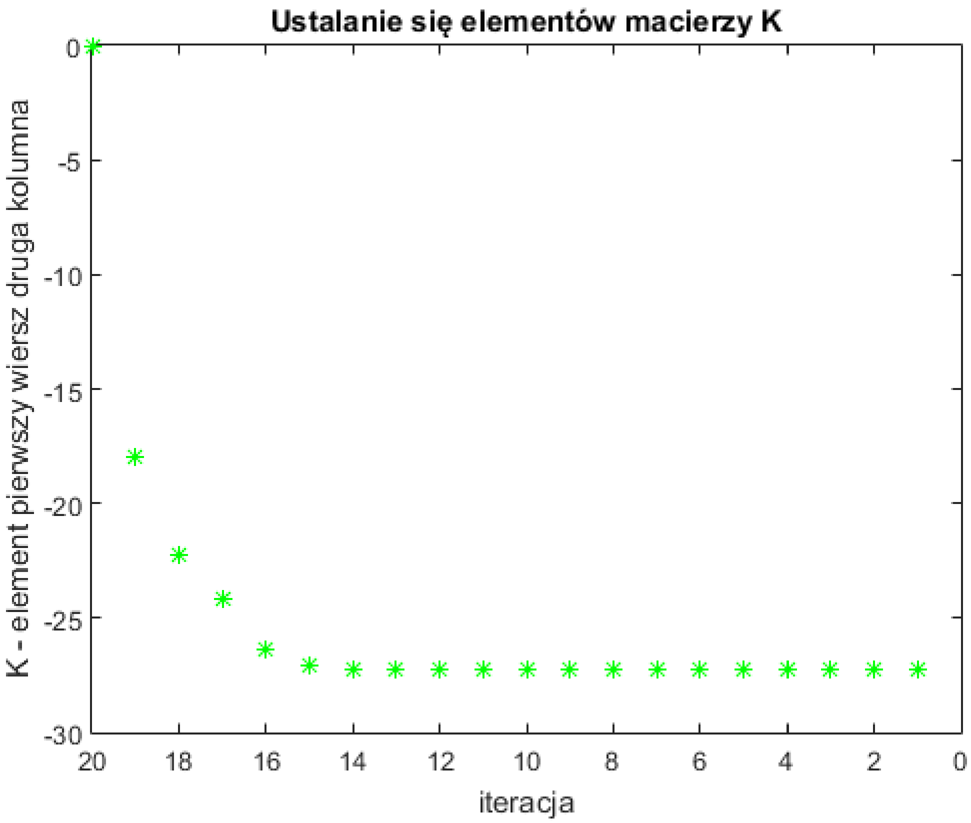
Wnioski:

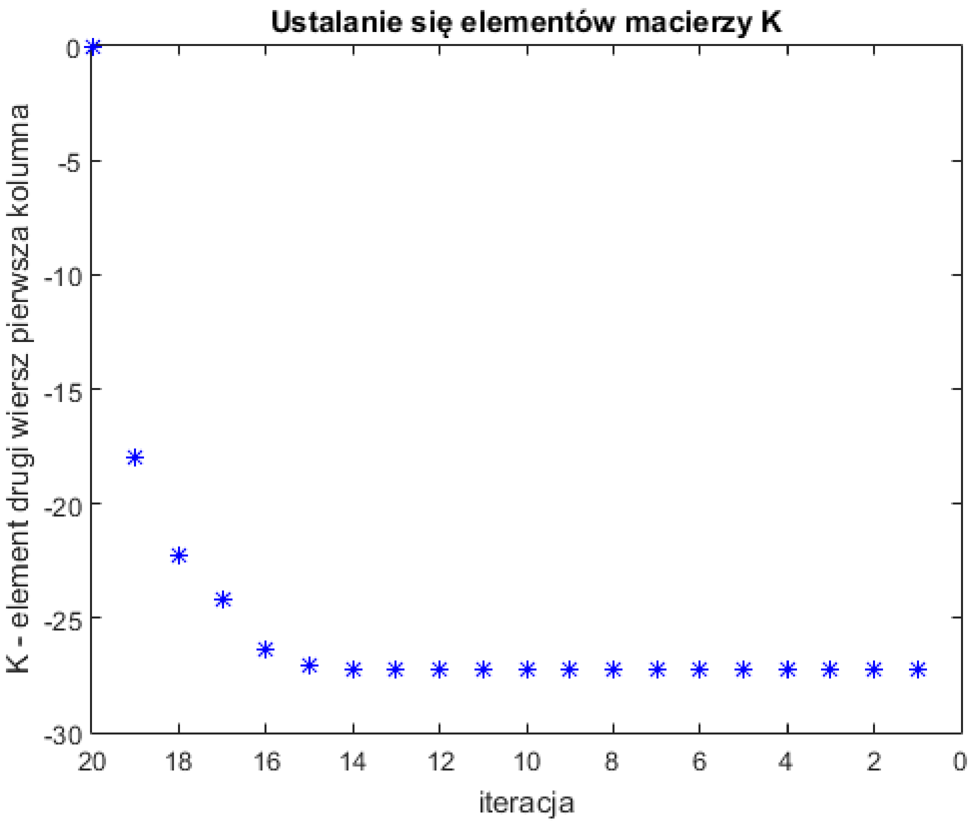
Kolorem **zielonym** przedstawiono wykres dla warunków z zadania. Można zauważyć, że zmniejszenie wartości R (kolor czerwony) spowodowało największe przeregulowanie na przebiegach „czasowych", jednakże najszybciej uzyskiwany jest stan ustalony. Zupełnie przeciwny efekt uzyskuje się dla zwiększonego R, gdzie występuje najmniejsze przeregulowanie(w przypadku x_2 i u), jednakże też czas dojścia do stanu ustalonego jest najdłuższy. Dla wartości R z zadania uzyskuje się przebieg, który ma charakter pośredni między wcześniej wymienionymi. Stan ustalony pozostaje niezmienny.

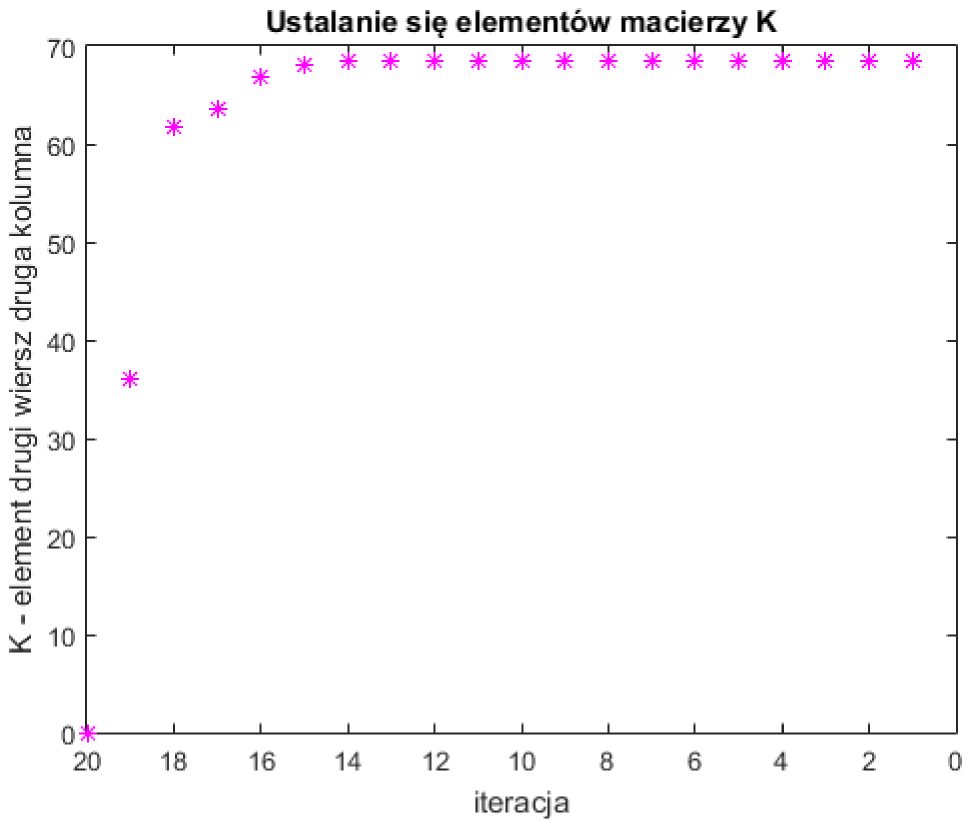
Wartości R są bezpośrednio związane z kwadratem wartości sterowania(u). Stosując większe wartości u zwiększamy wartość wskaźnika, a naszym zadaniem jest go minimalizować. W przypadku najmniejszej wartości R można zauważyć, że w układzie można było wypracować przy pierwszych iteracjach większe wartości sterowania, dzięki czemu układ szybciej osiągnął stan ustalony. W pozostałych przypadkach wartości R układ nie mógł sobie na to pozwolić, ponieważ koszt byłby zbyt duży i wiązałoby się to z pogorszeniem wskaźnika jakości, który chciano minimalizować.

5. Ustalanie się elementów macierzy K









Wnioski:

Na każdym z wykresów można zauważyć ustalanie się elementów macierzy K.