感应式无线电能传输系统的传输距离极限

Lonelybag

版本：0.1

日期：August 3, 2019

摘　要

基于电磁场理论推导磁偶极子和电偶极子的近场传输距离极限。

- 目的：探究感应式无线电能传输的传输距离极限
- 研究方法：基于电磁场理论推导磁偶极子和电偶极子的电磁场表达式并绘制函数图像，总结近场电磁场空间时间分布规律
- 结论：
  - 空间特性：近场范围是$\frac{\lambda}{2\pi}$
  - 时间特性：近场中，电磁场呈现驻波特性

关键词： 电磁场，磁偶极子，电偶极子，近场

1　电偶极子

- $\beta = \omega\sqrt{LC} = \omega\sqrt{\mu\epsilon}(rad/m)$ - 相移
- $v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ - 波速
- $\eta = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ - 特征阻抗
- $\widetilde{I}$ - 电流幅值

1.1　理论推导

首先推导磁场

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \frac{1}{\mu}\left[\nabla \times \vec{A}\right] \\ &= \frac{j\beta\widetilde{I}l}{4\pi r}\left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_\phi\end{aligned} \tag{1}$$

可以看出，磁场的图像是一簇水平曲线。然后推导电场

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{1}{j\omega\epsilon}\left[\nabla \times \vec{H}\right] \\ &= \frac{\eta\widetilde{I}l}{2\pi r^2}\left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) cos\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_r + \frac{j\widetilde{l\eta\beta}}{4\pi r}\left(1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{\beta^2 r^2}\right) sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_\theta\end{aligned} \tag{2}$$

可以看出，电场是垂直于平面的一簇曲线。

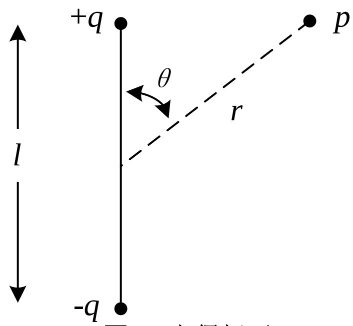

图 1: 电偶极子

1.2 近场

定义$\beta r \ll 1$的区域为近场区(near-zone fields)[1]。由此可以得到下列近似

$$\begin{cases} e^{-j\beta r} \rightarrow 1 \\ 1+\dfrac{1}{j\beta r} \rightarrow \dfrac{1}{j\beta r} \\ 1+\dfrac{1}{j\beta r}-\dfrac{1}{\beta^2 r^2} \rightarrow \dfrac{1}{j\beta r}-\dfrac{1}{\beta^2 r^2} \end{cases} \tag{3}$$

因此，可以得到近场磁场方程

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{j\beta\widetilde{I}l}{4\pi r}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_\phi \\ &\xrightarrow[1+\frac{1}{j\beta r}\rightarrow\frac{1}{j\beta r}]{e^{j\beta r}\rightarrow 1} \frac{\widetilde{I}l}{4\pi r^2} sin\theta\vec{a}_\phi \end{aligned} \tag{4}$$

类似的，也可以得到近场电场方程

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{1}{j\omega\epsilon}\left[\nabla\times\vec{H}\right] \\ &= \frac{\eta\widetilde{I}l}{2\pi r^2}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) cos\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_r + \frac{j\widetilde{l\eta\beta}}{4\pi r}\left(1+\frac{1}{j\beta r}-\frac{1}{\beta^2 r^2}\right) sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_\theta \\ &\xrightarrow[1+\frac{1}{j\beta r}-\frac{1}{\beta^2 r}\rightarrow\frac{1}{j\beta r}-\frac{1}{\beta^2 r}]{e^{j\beta r}\rightarrow 1} \\ &\frac{\eta\widetilde{I}l}{4\pi r^2}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) 2cos\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_r + \frac{j\widetilde{I}l\eta\beta}{4\pi r}\left(\frac{1}{j\beta r}\right)\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a}_\theta \\ &= \frac{\eta\widetilde{I}l}{4\pi r^2}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) 2cos\theta\vec{a}_r + \frac{\widetilde{I}l\eta}{4\pi r^2}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right) sin\theta\vec{a}_\theta \\ &= \frac{\eta\widetilde{I}l}{4\pi r^2}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right)(2cos\theta\vec{a}_r + sin\theta\vec{a}_\theta) \end{aligned} \tag{5}$$

[1]也即，近场区域内，空间电磁场的相位差远远小于1 rad。

1.3 仿真

2 磁偶极子

- $\widetilde{I}$ - 电流幅值
- a - 线圈半径
- r - 距离

2.1 理论推导

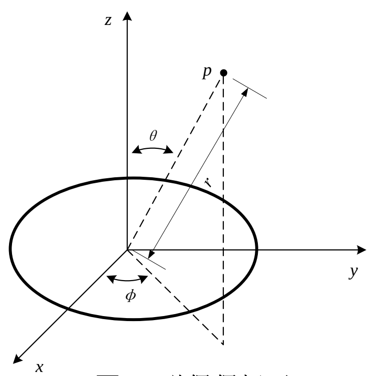

图 2: 磁偶偶极子

首先推导磁场

$$\vec{E} = -j\frac{\omega\mu(\pi a^2)\widetilde{I}\beta}{4\pi r}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right)sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a_\phi} \tag{6}$$

然后推导磁场

$$\vec{H} = j\frac{\omega\mu(\pi a^2)\widetilde{I}}{2\pi r^2\eta}\left(1+\frac{1}{j\beta r}\right)cos\theta e^{-j\beta r}\vec{a_r} + j\frac{\omega(\pi a^2)\widetilde{I}\beta}{4\pi r\eta}\left(1+\frac{1}{j\beta r}-\frac{1}{\beta^2 r^2}\right)sin\theta e^{-j\beta r}\vec{a_\theta} \tag{7}$$

2.2 近场

定义$\beta r \ll 1$的区域为近场区(near-zone fields)。由此可以得到

$$\begin{aligned}\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi f\sqrt{\mu\epsilon} \xrightarrow{v=\frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}} \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \xrightarrow{r\ll\frac{1}{\beta}} r \ll \frac{\lambda}{2\pi}\end{aligned} \tag{8}$$

因此可以认为，近场区为距离偶极子$\frac{\lambda}{2\pi}$以内的区域。

参考文献