

## 线性代数第一次小测

1. (1) 设  $\lambda$  是一个实数,  $A$  是如下的  $n$  阶方阵

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}.$$

计算  $A^k$ , 其中  $k$  是任意的正整数。

- (2) 对于  $\lambda = 1$ , 求矩阵  $A$  的逆矩阵。

2. (1) 设  $A$  是  $m \times r$  矩阵,  $B$  是  $s \times n$  矩阵,  $C$  是  $m \times n$  矩阵。证明:

$$\operatorname{rank} \begin{bmatrix} A & C \\ 0 & B \end{bmatrix} \geq \operatorname{rank} A + \operatorname{rank} B.$$

(2) 如果你还有时间, 能不能举一些例子, 说明 (1) 中不等式的不等号可以满足等号成立, 也可以是严格的不等号。