

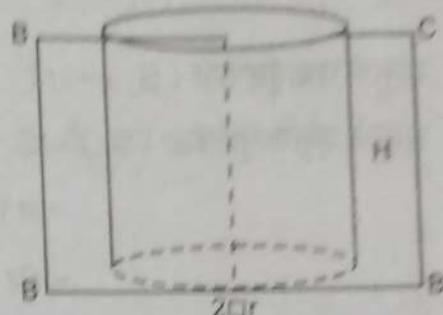
$$= A [\square ABCD]$$

$$= AB \times BC$$

$$= 2\pi R \times H$$

$$= 2\pi RH$$

$$S_c = 2\pi RH$$



ii) वृत्तचित्तीचे एकूण वक्रपृष्ठफल (S_t)

$$= \text{वक्रपृष्ठफल} + \text{वर्तुळाकृती पृष्ठांचे क्षेत्रफल}$$

$$= 2\pi RH + = 2\pi R^2$$

$$= 2\pi R[H + R]$$

$$S_c = 2\pi R[H + R]$$

2) वृत्तचित्तीचे घनफल:

$$\text{वृत्तचित्तीचे घनफल } (V) = \text{तळाचे क्षेत्रफल} \times \text{ठंची}$$

$$V = \pi R^2 H$$

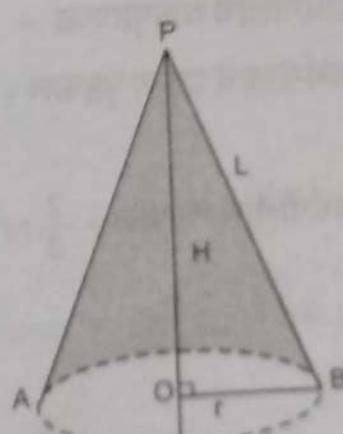
$$V = \pi R^2 H$$

शंकू (लंब शंकू)

1. आकृती r = शंकूची त्रिज्या

h = शंकूची ठंची व L = शंकूची

तिरकस ठंची $r.h.1$



वर्तुळ

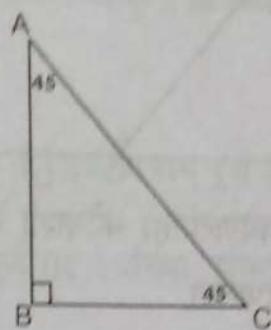
- 1) वर्तुळाचे क्षेत्रफल = Πr^2
- 2) वर्तुळाचा परिधि = $2\Pi r$ किंवा Πd
- 3) अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \Pi r^2$
- 4) अर्धवर्तुळाची परिमिती = $\Pi r + 2r = r(\Pi + 2)$
- 5) वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360} \times \Pi r^2$
- 6) वर्तुळकंसाची लांबी = $\frac{\theta}{360} \times 2\Pi r$

बहुभूजाकृती

- 7) सुसम षटकोनाचे क्षेत्रफल = $6\sqrt{\frac{3}{4}} \times (\text{बाजू})^2$
- 8) वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफल = $r^2 \left[\frac{\Pi \theta}{360} - \frac{\sin \theta}{2} \right]$
- 9) n - भूजा असलेल्या सुसम बहुभूजाकृतीचे क्षेत्रफल
- (A) = $\frac{1}{2} n a r$ (a - प्रत्येक बाजू)

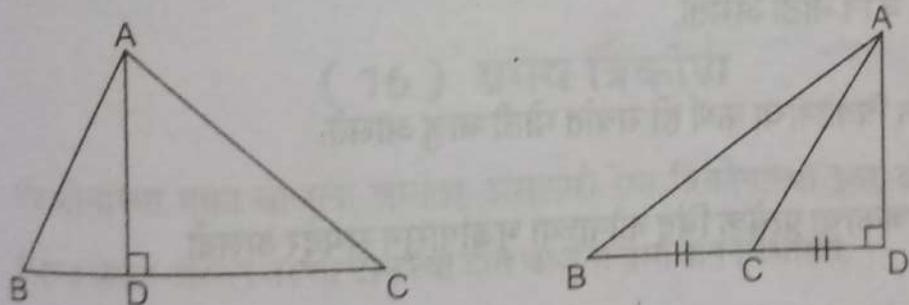
बाजु कर्णाच्या निमपट व 60° कोणासमोरील बाजु कर्णाच्या $\frac{\sqrt{3}}{2}$ घट असते.

3) $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ चा प्रमेय



एखाद्या त्रिकोनाचे कोन जर $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ असे असतील तर त्याच्या काटकोन करणाऱ्या बाजुपैकी प्रत्येक बाजु कर्णाच्या $\frac{1}{\sqrt{2}}$ पट असते.

(14) पायथागोरसचे प्रमेयाचे उपयोजन

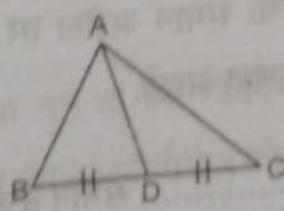


1) लघुकोन त्रिकोनात $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \times DC$

2) लघुकोन त्रिकोनात $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \times DC$

3) उपोलोनियमचे प्रमेय AD मध्यगा असतांना

$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$$



28. शेअर

- 1) कंपनीच्या भांडवलातील एक भाग म्हणजे शेअर
 - 2) शेअरचे प्रकार: अगृहककाचे शेअर व सर्वसाधारण शेअर
 - 3) शेअरची दर्शनी किंमत 10 रु, 5 रु, 2 रु, 1 रु (सध्या 100 रु, 50 रु, दर्शनी किंमतीचे शेअर उपलब्ध आहेत)
 - 4) लाभांश शेअरच्या दर्शनी किंमतीवर मिळतो (दर्शनी किंमत दिली नसल्यास 10 रु समजतात)
 - 5) दलाली शेअरच्या विक्री किंमतीवर आकारला जात.
- एका शेअरची विक्री किंमत = बाजार भाव + दलाली

$$6) \text{ उत्पन्नाचा दर} = \frac{\text{नफा}}{\text{एकूण गुंतवणूक}} \times 100$$

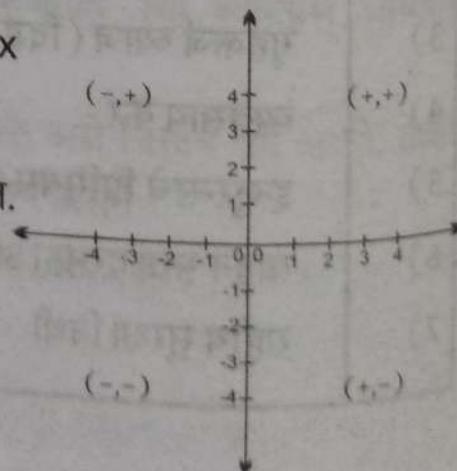
$$7) \text{ लाभांश} = \text{दर दर्शनी किंमत} - \text{एकूण गुंतवणीक}$$

$$8) \text{ एकूण शेअर} = \text{एका शेअरची किंमत}$$

$$9) \text{ एकूण मिळकत} = \text{विक्री किंमत} + \text{लाभांश}$$

29. आलेख

- 1) प्रतलावर एखाद्या बिंदुचे स्थान निश्चित करण्यासाठी परस्पर दोन लंबरेषा काढतात. आडव्या रेषेला x अक्ष आणि उभ्या रेषेला y अक्ष म्हणतात.
- 2) दोन अक्षांच्या छेदन बिंदुला आरंभ बिंदू म्हणतात. आरंभबिंदूचे निर्देशक $(0,0)$ असतात.
- 3) x अक्षावरील प्रत्येक बिंदुचा y निर्देशक 0 असतो
- 4) y अक्षावरील प्रत्येक बिंदुचा x निर्देशक 0 असतो



16. विस्तार आणि अवयव

- 1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- 4) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ किंवा $a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- 5) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ किंवा $a^3 - b^3 - 3ab(a + b)$
- 6) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- 7) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 8) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 9) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- 10) $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$

बहुपदीचे अवयव

विभाज्यतेच्या कसोट्या:

- 1) $(x-1)$ ची कसोटी : मधील बहुपदीच्या सर्व सहगुणकांची वेरीज शुन्य असेल तर $(x-1)$ हा त्या बहुपदीचा अवयव असतो. दुसरा अवयव संश्लेषक भागाकाराने काढता येतो.
- 2) $(x+1)$ ची कसोटी : मधील बहुपदीच्या समकोटी पदांच्या सहगुणकांची वेरीज तिच्या विषम कोटी पदांच्या सहगुणकांच्या बेरजेबरोबर असेल तर $(x+1)$ हा त्या बहुपदीचा अवयव असतो.
- 3) $ax^2 + bx + c$ या त्रिपदीचे अवयव काढताना
 - i) $a \times c$ हा गुणाकार धन असेल तर वेरीज येणारे अवयव पाढून मोठ्या संख्येचे चिन्ह दोघांनाही द्यावे.
 - ii) गुणाकार ऋण असेल तर मधल्याचे चिन्ह मोठ्याला व उरलेल्या अवयवाला विरुद्ध चिन्ह द्यावे.

6. नफा - तोटा

1) नफा = विक्री - खरेदी

2) तोटा = खरेदी - विक्री

$$3) \text{ शेकडा नफा} = \frac{\text{नफा}}{\text{खरेदी}} \times 100$$

$$4) \text{ शेकडा तोटा} = \frac{\text{तोटा}}{\text{खरेदी}} \times 100$$

$$5) \text{ सरल व्याज} = \frac{म \times द \times क}{100}$$

6) रास = मुद्दल + व्याज

$$7) \text{ चक्रवाढ व्याजाने रास} = A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

8) व्याज = रास - मुद्दल

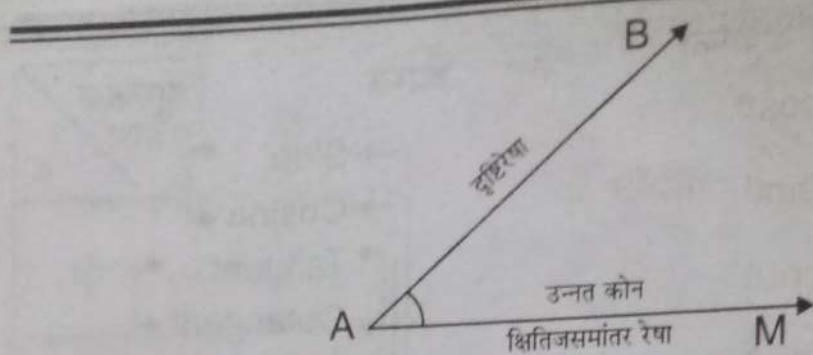
9) अंतर = वेग × वेळ

10) भाज्य = भाजक × भागाकार + बाकी

7. सरासरी

सरासरी :- दिलेल्या माहितीतील संख्यांच्या बेरजेला त्या माहितीतील संख्याच्या संख्येने भागतात.

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{दिलेल्या घटकांची बेरीज}}{\text{एकूण संख्या}}$$



3) अवनत कोन (Angle of Depression) :

A व B हे दोन बिंदू असे आहेत की, बिंदू

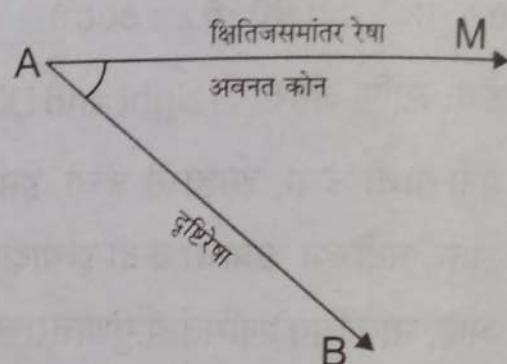
A हा बिंदू B पेक्षा वरच्या पातळीवर आहे

आणि बिंदू A मधून जाणारी रेषा AM ही

क्षितिजसमांतर रेषा असेल; तर MAB हा

बिंदू B चा बिंदू A च्या संदर्भातील

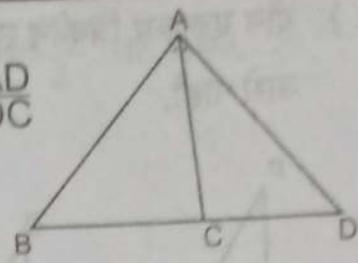
अवनत कोन आहे.



(19) क्षेत्रफळ

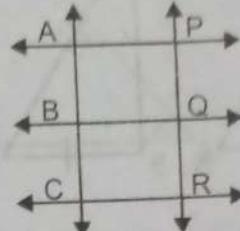
- 1) आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी \times रुदी
- 2) आयताची परिमिती = $2 \times (\text{लांबी} + \text{रुदी})$
- 3) चौरसाचा कर्ण = बाजू $\sqrt{2}$
- 4) चौरसाचे क्षेत्रफळ = $(\text{बाजू})^2$
- 5) चौरसाची परिमिती = $4 \times \text{बाजू}$
- 6) समांतर भूज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = पाया \times उंची
- 7) समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times \text{कणाचा गुणाकार} \times \text{उंची}$

2) त्रिकोनाच्या कोन दुभाजकाचा गुणधर्म $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$



3) तिन संमांतर रेषेच्या अंतरछेदचा गुणधर्म

$$\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

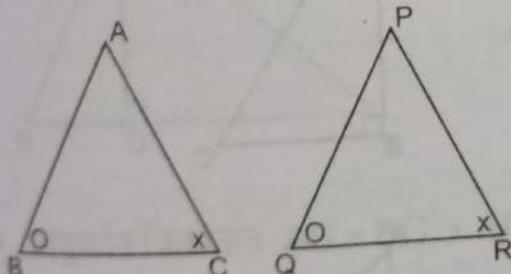


जर तीन रेषा समांतर एखाद्या छेदीकेवर कापत असतील तर त्या रेष अन्य कोणत्याही छेदीकेवर एकरूप अंतरछेद कापतात.

4) जर $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ असेल तर

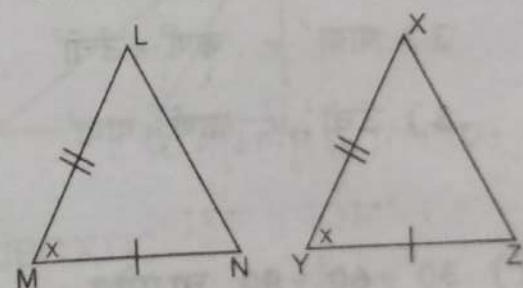
$$\frac{A(ABC)}{A(PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} \text{ समरूप त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळाचा गुणधर्म}$$

(12) समरूपतेच्या कसोट्या (\sim)



कोको कसोटी
कोको कसोटी

$\triangle ABC \quad \triangle PQR$



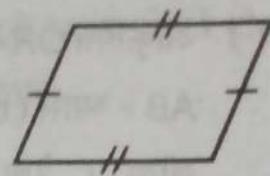
बाकोबा कसोटी

$\triangle ABC \quad \triangle PQR \quad \frac{ML}{XY} = \frac{MN}{YZ}$

1) त्रिकोनाच्या तिन्ही कोनाच्या मापांची बेरीज 180° असते. म्हणून कोकोको कसोटी ऐवजी कोको कसोटी वापरता येते.

(6) चौकोन

चौकोनाच्या सर्व कोनांच्या मापाची बेरीज 360° असते.

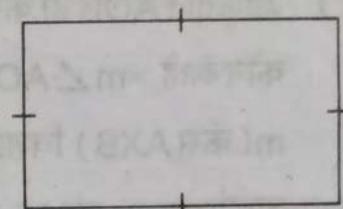


- 1) **समांतरभुज चौकोन :** समुखबाजु समांतर असतात संमुख बाजु एकरूप असतात, समुख कोन एकरूप असतात, कण परस्परांना दुभागतात, कर्ण संमुख कोण दुभागतो. लगतचे कोन पुरक असतात.

- i) समांतरभुज चौकोनाच्या लगतच्या कोनांच्या दुभाजकामुळे तयार होणारा कोन काटकोन असतो.
- ii) कोणत्याही चौकोनाच्या चारहीबाजुचे मध्यबिंदू अनुक्रमे जोडले असता चौकोन समांतरभुज चौकोन असतो.

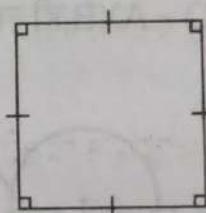
- 2) **आयत(काटकोन चौकाने) :**

आयताचा प्रत्येक कोन काटकोन असतो. आयताच्या समोरासमोरील बाजू एकरूप व समांतर असतात.

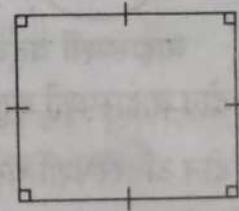


आयताचे कर्ण एकरूप असतात.

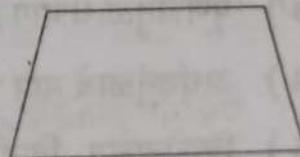
- 3) **समभुज चौकोन :** सर्व बाजू एकरूप असतात कर्ण परस्परांना काटकोनात दुभागतात.



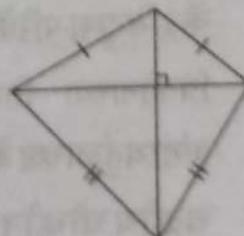
- 4) **चौरस :** चौरस हा समभुज चौकोन असतो. सर्व बाजू एकरूप असतात. प्रत्येक कोन काटकोन असतात. चौरसाचे कर्ण एकरूप असुन परस्परांना समलंब चौकोन म्हणतात.



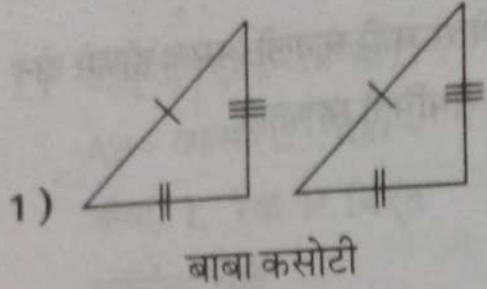
- 5) **समलंब चौकोन :** समुख बाजूंची एकच जोडी समांतर असते. असमांतर बाजू एकरूप असल्यास समद्विभुज समलंब चौकोन म्हणतात.



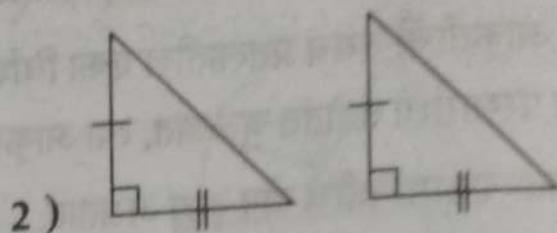
- 6) **पतंग :** चारही शिरोबिंदू वर्तुळाकार असतात, चक्रिय चौकोनाचे समुख कोन पुरक असतात. याउलट समुख कोन पुरक असणारा चौकोन चक्रिय चौकोन असतो. मोठा कर्ण लहान कर्णाचा लंबदुभाजक असतो.



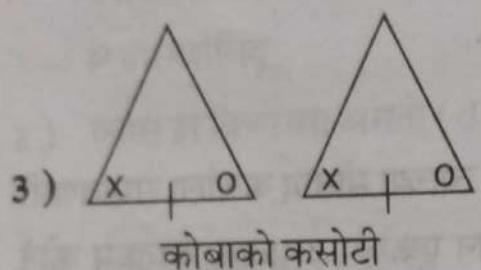
(10) एकरूपतेच्या कसोटी



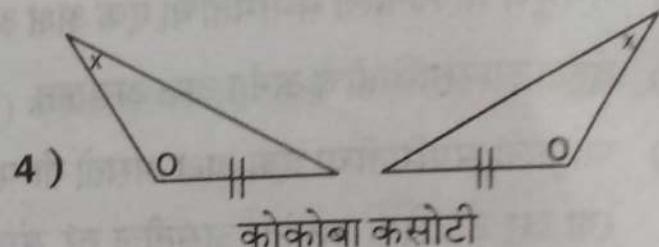
बाबा कसोटी



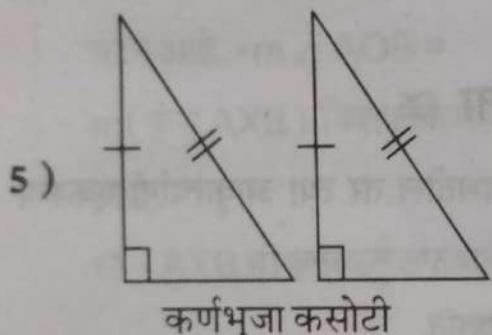
बाकोबा कसोटी



कोबाको कसोटी



कोकोबा कसोटी



कर्णभुजा कसोटी

एकरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू
व संगत कोन एकरूप असतात

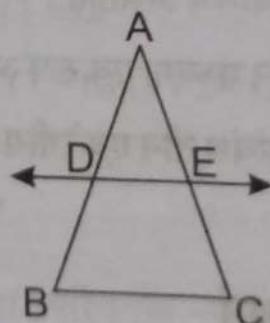
(11) समरूपता (प्रमेय)

1) प्रमाणाचा मूलभूत प्रमेय :-

1) रेषा $DE \parallel$ बाजू BC

प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयानुसार

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



2) जर $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ असेल तर प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयाच्या

व्यात्यायानुसार रेषा $DE \parallel$ बाजू BC $DB = EC$ प्रमाणाच्या मूलभूत
प्रमेयाच्या व्यात्यायानुसार रेषा $DE \parallel$ बाजू BC

(21) निर्देशक भूमिती

I) अंतराचे सूत्र :-

(A) जर $A = (x_1, y_1)$ आणि $B = (x_2, y_2)$ हे XY - प्रतलातील कोणतेही दोन बिंदू असतील तर ,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

B) $P(x, y)$ (या कोणत्याही बिंदूचे आरंभबिंदूपासून अंतर $= \sqrt{x^2 + y^2}$

II) विभाजन सूत्र :-

जर $A = (x_1, y_1)$ आणि $B = (x_2, y_2)$ हे दोन बिंदू असतील आणि $P = (x, y)$

रेख AB चे $m:n$ या गुणोत्तरात-

A) आंतरविभाजन करीत असेल तर-

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

B) बिंदू P हा रेख AB चे $m:n$ या गुणोत्तरात बाह्यविभाजन करीत असेल तर-

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right)$$

C) बिंदू P हा रेख AB चा मध्यबिंदू असेल तर

$$P = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

III) त्रिकोणाचे क्षेत्रफल

जर $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ आणि (x_3, y_3) हे त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूचे निर्देशक असतील तर

$$\text{त्रिकोणाचे क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \left(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right)$$

15. करणी

- $\eta\sqrt{a}$ किंवा $\frac{1}{\sqrt{n}}$ या स्वरूपातील
- 1) अपरिमेय संख्यांना करणी संख्या म्हणतात.
 - 2) $\sqrt[n]{y}$ चिह्नाला करणी चिह्न म्हणतात.
 - 3) n ला करणीची कोटी व a ला करणिस्थ संख्या म्हणतात.
 - 4) a आणि b धन परिमेय व m आणि n नैसर्गिक संख्या
 - 5) $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 - 6) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
 - 7) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
 - 8)
 - 9)
 - 10)

करणीचे नियम :-

- a आणि b धन परिमेय व m आणि n नैसर्गिक संख्या
- 1) $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 - 2) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
 - 3) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
 - 4) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = m\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{m\sqrt{a}}$

विष्णु

- 1)
- 2)

- 3)

करणीचे प्रकार

- 1) शृङ्खल करणी :- $\sqrt{6}, 4\sqrt{7}$
- 2) मिश्र करणी :- $2\sqrt{3}, 5\sqrt[4]{7}$
- 3) सजातीय करणी :- $2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}$

उदा: 342324 म्हणजे 24 ला 4 ने भाग जातो अर्थात दिलेल्या संख्येला अंक 4।

10)

भाग जातो.

- 4) 5 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येच्या एकक स्थानी 5 किंवा 0 ही जर संख्या/ अंक असेल तर त्या संख्येला 5 ने निःशेष भाग जातो.

$$\text{उदा. : } 50 \div 5 = 10 \quad 5435 \div 5 = 1087$$

- 5) 6 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येला 2 ने आणि 3 ने भाग जात असेल तर त्या संख्येला 6 ने निःशेष भाग जातो.

उदा.: - 246, 186, 3246, 24, 18, 324 ला 2 ने व 3 ने भाग जातो म्हणून त्या संख्येला 6 ने भाग जातो.

- 6) 7 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येच्या शेवटच्या तीन अंकी संख्येला 7 ने भाग जात असेल तर त्या संख्येला 7 ने निश्चित भाग जातो.

उदा. $51595 \div 7$ या संख्येत शेवटच्या तीन अंकाला 7 ने भाग जातो म्हणून 51595 या संख्येला 7 ने भाग जातो.

- 7) 8 ची कसोटी :- कोणत्याही संख्येच्या शतक, दशक, व एकक स्थानी असलेल्या अंकामुळे तयार होणाऱ्या तीन अंकी संख्येला 8 ने भाग जात असेल तर दिलेल्या संख्येला 8 ने भाग जातो.

उदा.: - $123584 \div 8$, 584 ला 8 ने भाग जातो. म्हणून 123584 या संख्येला 8 ने भाग जातो.

- 8) 9 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येच्या अंकाच्या बेरजेला जर 9 ने भाग जात असेल तर त्या संख्येला 9 ने भाग जातो.

$$\text{उदा.: } 123456789 \div 9$$

$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$ 45 ला 9 ने भाग जातो. म्हणून दिलेल्या संख्येला 9 ने भाग जातो.

- 9) 10 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येच्या एकक स्थानी 0 असेल तर त्या संख्येला 10 ने भाग जातो.

उदा.: - $1230 \div 10$, $1450 \div 10$ ह्या संख्यांना 10 ने भाग जातो.

11)

1)

2)

3)

(१) बिंदू , रेषा आणि प्रतले

1) बिंदू

•P

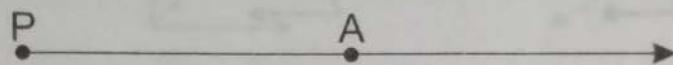
2) रेषाखंड

A •

•B

रेख AB किंवा BA रेख

3) किरण :-



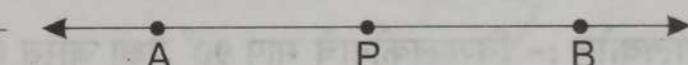
किरण PA

4) रेषा :-



रेषा L

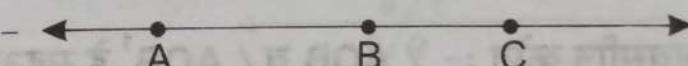
5) विरुद्ध किरणे :-



किरण PA व किरण PB

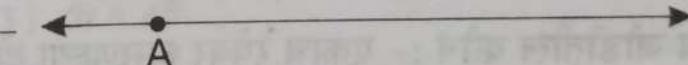
6)

एकरेषीय बिंदू :-



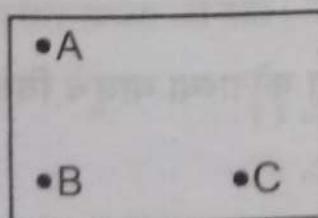
7)

नैकरेषीय बिंदू :-

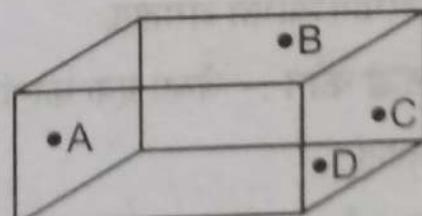


•B

एकप्रतलिय बिंदू :-



नैकप्रतलिय बिंदू :-



7, 71,
माईक
ा सर्व
संख्या
गणिती
किंवा
संख्या
इत्यादि
प्रश्नावली
५.
र्ण भाग
०

17) व्यस्त संख्या :- ज्या दोन संख्याचा गुणकार "" १ " असतो उदा. $5 \times \frac{1}{5} = 1$

संख्यांच्या वाचन अशा प्रकारे :

- | | |
|-----------|------------|
| 1) एकक | 11) खर्ब |
| 2) दशक | 12) निखर्ब |
| 3) शतक | 13) महापदम |
| 4) हजार | 14) शंकू |
| 5) दशहजार | 15) जलधी |
| 6) लक्ष | 16) अंत्य |
| 7) दशलक्ष | 17) मध्य |
| 8) कोटी | 18) परार्ध |
| 9) दशकोटी | |
| 10) अब्ज | |

5. भाग देण्याच्या कसोट्या

- 1) २ ने भाग देण्याची कसोटी :- ज्या संख्येच्या एकक स्थानी २, ४, ६, ८ किंवा ० हे अंक असतात तेंव्हा त्या संख्येला २ ने निःशेष भाग जातो.
- उदा. : $10 \div 2, 2456 \div 2, 2876 \div 2$
- 2) ३ ने भाग देण्याची कसोटी :- ज्या संख्येतील सर्व अंकाच्या बेरजेला ३ ने भाग जातो त्या संख्येलाही ३ ने भाग जातो.
- किंवा दिलेल्या संख्येतील अंकाची बेरीज करावी ती बेरीज एक संख्या येईपर्यंत म्हणजे एकांकी करावी अन् ती जर ३, ६, ९ अशी असेल तर त्या संख्येला ३ ने भाग जातो.
- उदा. :- $153 = 1 + 5 + 3 = 9$ ला ३ ने भाग जातो म्हणून दिलेल्या संख्येलज्जा ३ ने भाग जातो. $153 \div 3 = 51$
- 3) ४ ने भाग देण्याची कसोटी :- दिलेल्या संख्येच्या शेवटच्या दोन अंकाला जर ४ ने भाग गेला तन्देलेल्या संख्येला ४ ने भाग जातो.

10) सुसम बहुभूजाकृतीची परिमिती = $\frac{2A}{r}$

11) सुसम अष्टकोनाचे क्षेत्रफल = $2(1+\sqrt{2}) a^2$

a - बाजूची लांबी

12) समभूज त्रिकोणाच्या परिवर्तुळाची त्रिज्या = $\frac{\sqrt{3}}{3} \times \text{बाजू}$

क -
ल -
स -

13) समभूज त्रिकोणाच्या अंतवर्तुळाची त्रिज्या = $\frac{\sqrt{3}}{6} \times \text{बाजू}$

14) सुसम बहुभूजाकृतीच्या प्रत्येक कोनाचे = $\frac{180(n-2)}{n}$

15) सुसम बहुभूजाकृतीच्या सर्व कोनांची बेरीज = $180^\circ (n-2)$, $n \rightarrow$ बाजूंची संख्या

(20) पृष्ठफल व घनफल

इष्टिकाचिती :

1) इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफल :

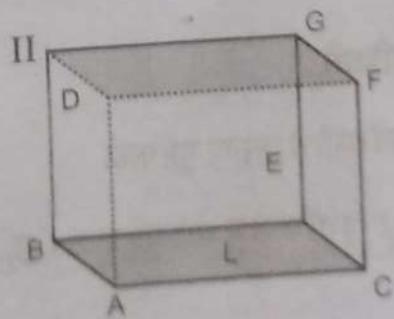
1) इष्टिकाचितीला एकूण सहा

आयताकृती पृष्ठे आहेत.

2) संमुख पृष्ठांची क्षेत्रफले समान

असतात इष्टिकाचितीच्या सर्व

पृष्ठांच्या क्षेत्रफलांची बेरीज म्हणजे



द्विमान संख्या - बेरोज वजाबाकी

द्विमान संख्याच्या बेरजेचे गुणधर्म	वजाबाकी गुणधर्म
i) $0 + 0 = 0$	i) $0 - 0 = 0$
ii) $0 + 1 = 1$	ii) $1 - 0 = 1$
iii) $1 + 0 = 1$	iii) $1 - 1 = 0$
iv) $1 + 1 = 10$ हातचा 1 पुढील स्थानकात मिळवावा	iv) $0 - 1 = 11$ उजलीकडील स्थानकापायून हातचा चेवळून या स्थानी त्याची किमत सौरीसाठी 1 अशी करावी.

दशमान संख्येचे द्विमान सममुल्यात रूपांतर करण्याच्या खालील दोन पद्धती आहेत.

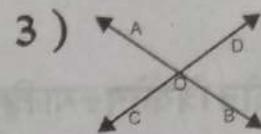
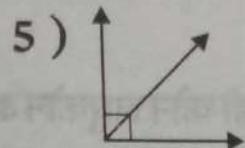
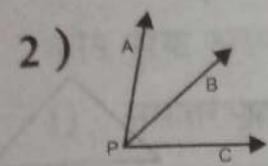
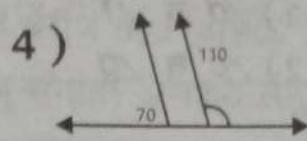
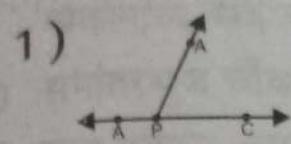
- i) विस्तार पद्धती
- ii) भागाकार शेष तंत्र

23. संभाव्यता

संभाव्यता मधील काही संज्ञा

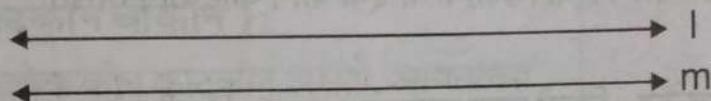
- 1) यादृच्छिक प्रयोग : यादृच्छिक प्रयोगातील सर्व संभाव्य फलीते अगोदर माहीत असतात परंतु आपण या फलीत बाबत निश्चित भाकीत करू शकत नाही.
- 2) निष्पत्ती : यादृच्छिक प्रयोगाच्या फलितास निष्पत्ती असे म्हणतात.
उदा. नाणेफेक, फांसा टाकणे
- 3) नमुना आवकाश : यादृच्छिक प्रयोगास शक्य असणाऱ्या सर्व निष्कर्षाच्या संचाल
नमुना अवकाश म्हणतात. (S)
उदा.: एकूण घटकांची संख्या
- 4) घटना : अपेक्षीत निष्पत्तीच्या संचाल घटना म्हणतात. n(A), n(B)
इत्यादीनी त्या घटनेतील घटक संख्या दर्शवतात.
 - i) घटनेचे प्रकार : ज्या घटनेत सर्व नमुना घटक असतात त्याला निश्चित घटन
म्हणतात.
 - ii) अशक्य घटना : ज्या घटनेत एकही घटक नसतो, त्या घटनेला अशक्य घटना
म्हणतात.

5) कोटिकोन :- ज्या दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 90° असते.



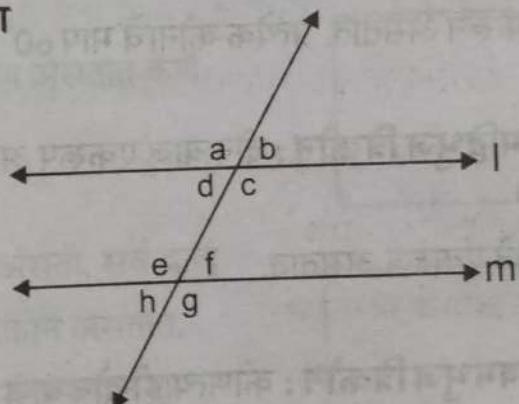
(4) समांतर रेषा

एकाच प्रतलात असणाऱ्या परंतु एकमेकींना न छेदणाऱ्या रेषा म्हणजे समांतर रेषा होय.



रेषा L रेषा M

छेदिका दोन समांतर रेषांना छेदणारी रेषा



संगतकोनांच्या जोड्या (एकरूप)

$$1) \angle a \cong \angle e$$

$$2) \angle b \cong \angle f$$

$$3) \angle d \cong \angle h$$

$$4) \angle c \cong \angle g$$

व्युत्क्रम कोनांच्या जोड्या (एकरूप)

$$1) \angle d \cong \angle f$$

$$2) \angle c \cong \angle g$$

वस्तुमान मापन

10 मिलिग्रॅम	=	1 सेंटिग्रॅम
10 सेंटिग्रॅम	=	1 डेसिग्रॅम
10 डेसिग्रॅम	=	1 ग्रॅम
10 ग्रॅम	=	1 डेकाग्रॅम
10 डेकाग्रॅम	=	1 हेक्टोग्रॅम
10 हेक्टोग्रॅम	=	1 किलोग्रॅम

धारकता मापन

10 मिलिलीटर	=	1 सेंटिलीटर
10 सेंटिलीटर	=	1 डेसिलीटर
10 डेसिलीटर	=	1 लीटर
10 लीटर	=	1 डेकालीटर
10 डेकालीटर	=	1 हेक्टोलीटर
10 हेक्टोलीटर	=	1 किलोलीटर

रुपये - पैसे :-

$$100 \text{ पैसे} = 1 \text{ रुपया}$$

दशमान परिमाणे : किलो, हेक्टो, डेका, मिटर, डेसी, लिटर

सेन्टी मिली : मिटर, लिटर, ग्रॅम दशमान परिमाणचे दुसऱ्या एककांत रूपांतर करतांना दिलेल्या परिमाणापासून उजवीकडे एक एक घर जातात प्रत्येकवेळी 10 ने गुणावे ढावीकडे जाता 10 भागावे.

कोनाचे माप θ	0°	30°	45°	60°	90°
a					
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अव्याख्येय
$\cot \theta$	अव्याख्येय	$\sqrt{3}$		1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ 0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	
$\csc \theta$	अव्याख्येय	2		$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$ 1

2) त्रिकोणमितीय नित्य समानता

$$1) \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$2) 1 + \tan^2 A + \sec^2 A$$

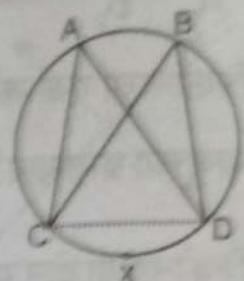
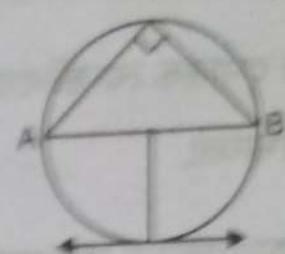
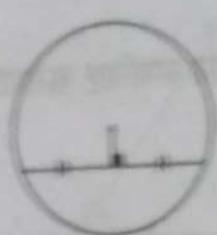
$$3) 1 + \cot^2 A = \operatorname{co sec}^2 A$$

5) लघुकोनांसाठी सर्व त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे नेहमीच धन असतात. आणखी काही सूत्रे:

$$1) \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$2) \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$$

(17) प्रमेय वर्तुल



- 1) कर्तुजाके कोणांनुसार कर्तुजाच्या जीवेवर टाकलेला लंब त्या जीवेला दुभागता.
- 2) कर्तुजाचा केंद्र आणि जीवेच्या मध्य यांना जो डणारे रेखाखंड त्या जीवेला लंब असतो.
- 3) एकाच कर्तुजात किंवा एकरूप कर्तुजात एकरूप जीवा वर्तुल केंद्रकापासून समान अंतरावर असतात.
- 4) एक किंवा एकरूप कर्तुजात केंद्रापासून समान अंतरावर त्या जीवा एकरूप असतात.
- 5) कर्तुजाची प्रत्येक स्मर्णिका ही स्फरीर्विदुतून काढलेल्या त्रिज्येला लंब असते.
- 6) अंतर्भिन्नद्वीत कोनाचे माप हे त्याने अंतर्खंडित केलेल्या कंसाच्या मापाच्या निम्ने जास्तीत.
- 7) आर्धकर्तुजात अंतर्भिन्नद्वीत केलेले कोन काटकोन असतो.
- 8) काटकोनाला अंतर्भिन्नद्वीत करण्यारा कॅस अर्धवर्तुल असतो.
- 9) एकाच कंसात अंतर्भिन्नद्वीत केलेले कोन एकरूप असतात.
- 10) चक्रीय चौकोनाचे समुद्र कोन परस्परांचे पुरक असतात.

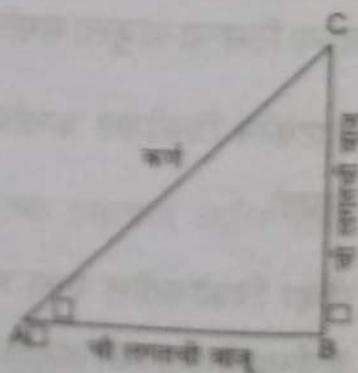
(18) त्रिकोणमिती

- 1) काटकोन त्रिकोणात ९० मापाच्या लघुकोनाची क्रिकोणमितीचे गुणेन्द्री :

सोबतच्या आकृतीनाऱ्ये $\triangle ABC$ काटकोन

क्रिकोण आहे. तलकोन ९० च्या संदर्भात

$$1) \sin 90^\circ = \frac{\text{चौकोनाचे समुद्र चाच}}{\text{काट}} = \frac{BC}{AC} = 1$$



3. अपूर्णांक

जर $\frac{a}{b}$ आणि $\frac{c}{d}$ अपूर्णांक असतील तर

1) बेरीजः-

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{axd + bxc}{bxd} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

समान छेद

2) वजाबाकी

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{axd - bxc}{bxd} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

3) गुणाकार

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}$$

4) भागाकार

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{axd}{bxc}$$

तुलना: $\frac{a}{b}$ आणि $\frac{c}{d}$ या परिमेय संख्या असतील तर

1) $axd > bxc$ तर $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

2) $axd < bxc$ तर $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

3) $axd = bxc$ तर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

12. वर्ग आणि वर्गमूळ

- 1) कोणत्याही संख्येला त्याच संख्येने गुणले असता येणारा गुणाकार त्या संख्येचा कां
असतो. उदा: $a \times a = a^2$
- 2) नैसर्गिक संख्येच्या एकक स्थानी 2, 3, 7, 8 या संख्या असल्यास ती संख्या पूर्ण
वर्ग नसते.
- 3) नैसर्गिक संख्येच्या एकक स्थानी 0, 1, 4, 5, 6, 9 या संख्या असल्यास ती संख्या
पूर्ण वर्ग असू शकते.
- 4) ऋण परिमेय संख्येचा वर्ग घन परिमेय संख्या असते. परंतु ऋण परिमेय संख्येचे
वर्गमूळ परिमेय संख्या नसते.

आता वर्ग काढण्याच्या पद्धती-

वर्ग करणे :- त्याच संख्येने त्याच संख्येला गुणले की त्या संख्येचा वर्ग मिळतो.

$$\text{उदा. } 5 \times 5 = 25 \text{ म्हणजे } 5 \text{ चा वर्ग } 25 \text{ म्हणजे } 5^2 = 25$$

वर्ग करण्याच्या काही पद्धती :- 10, 20, 30 अशा संख्यांचा वर्ग करताना दशक
स्थानाच्या अंकाचा वर्ग करून त्या समोर दोन शून्य द्यावे.

$$(10)^2 = 100 \quad 30 \text{ चा वर्ग} = 900$$

1) 1 चा वर्ग 1 व दोन शून्य झाले 100

2) 3 चा वर्ग 9 व दोन शून्य झाले 900

2) 15, 25, 35, 45 अशा संख्यांच्या वर्ग करताना एकक स्थानाच्या अंकाचा वर्ग
करणे व दशक स्थानाच्या अंकाच्या पुढची क्रमवार संख्या यांचा गुणाकार करणे.

उदा 1) 35 चा वर्ग करणे.

प्रथम 5 चा वर्ग 25 व नंतर 3 च्या पुढची क्रमवार संख्या 4
म्हणजे 35 च्या वर्ग = 1225

उदा.: - सचिनने क्रिकेटच्या 5 सामन्यांत अनुक्रमे
 90, 55, 109, 111, 35 धावा काढल्या
 तर त्याच्या धावांची सरासरी काढा.

$$\text{सरासरी} = \frac{90+55+109+111+35}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

8. शेकडेवारी (शतमान)

शतमान हा एक प्रकारचा अपूर्णांक आहे. यामध्ये छेद नेहमी 100 असतो.

उदा.:

1) 40%

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

2) 200 चे 25%

$$200 \times \frac{25}{100} = 50$$

$$[100\% = 1, 50\% = \frac{1}{2}, 25\% = \frac{1}{4}, 12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8},$$

$$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}, 20\% = \frac{1}{5}]$$

$$\text{शेकडेवारी} = \frac{\text{मिळालेले गुण}}{\text{एकूण गुण}} \times 100$$

9. अंक गणिती श्रेढी

क्रमिका (Sequence) :- एखाद्या संचातील प्रत्येक संख्या व तिचा स्थान क्रमांक यामध्ये असलेल्या विशिष्ट संबंधाने संचातील सर्व संख्यांची मांडणी केलेली असते.

उदा.: (1) 2, 4, 6, 8,

(2) 2, 5, 10, 17,

- 5) x अक्षाची आणि y अक्षामुळे प्रतलाचे चार भागात विभाजन होते या चार विभागांना चरण म्हणतात.
- 6) p बिंदूचा x निर्देशक 2 व y निर्देशक 1 असेल तर हे निर्देशक (2, 1) या प्रमाणे लिहीतात.
- 7) y अक्षाला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण $x = a$ या स्वरूपाचे असते ($a = x$ अंतर छेद.)
- 8) x अक्षाला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण ($y = b$) या स्वरूपाचे असते ($b = y$ अंतर छेद)
- 9) x अक्षाचे समिकरण $y = 0$ आणि y अक्षाचे समीकरण $x = 0$ असते.
- 10) $y = mx$ या स्वरूपातील रेषा आरंभिंदुतून जातात.
- 11) $y = mx + h$ ही रेषा y अक्षाला छेदत असेल तर विशालकोन करते.
- 12) $y = m_1x + h_1$ आणि $y = m_2x + h_2$ जेव्हा $m_1 = m_2$ तेव्हा रेषा समांतर असतात आणि $m_1 \times m_2 = -1$ रेषा परस्परांना लंब असतात.

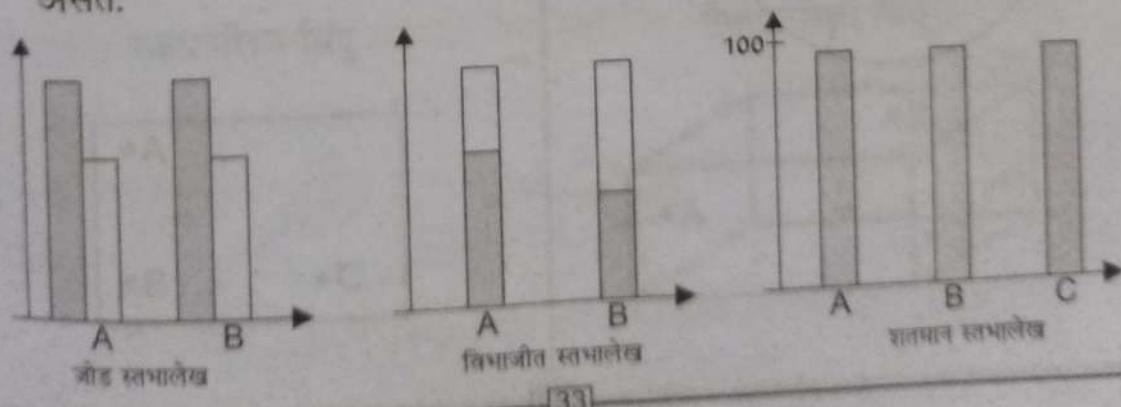
30. स्तंभालेख

स्तंभालेख

जोडस्तंभालेख :- दोन स्तंभालेख दोन जोडून असतात.

विभाजीत स्तंभालेख :- एकाच स्तंभालेखाचे विभाग केलेले असतात.

शतमान स्तंभालेख :- सर्व स्तंभालेखाचे 100 चे असून त्याचे विभाजन झालेले असते.



iii) **पुरक घटना** : समजा S हा नमुना अवकाश असून A ही S मधील आहे. अशा सर्व नमुना घटकांचा संच जे S मध्ये आहेत पण A मध्ये नाहीत त्याला पुरक घटना असे म्हणतात.

iv) **परस्पर अपवर्जी घटना** : समजा , नमुना अवकाश S च्या A व B या घटना आहेत. अशा वेळी घटना A व घटना B या अशा दोन घटना असतील की, त्यात एकमी नमुना घटक सामाईक नाही तर त्यांना परस्पर अपवर्जी घटना असे म्हणतात.

घटनेची संभाव्यता :

सात नमुना अवकाशातल्या घटना A ची संभाव्यता

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ अशी मांडतात.}$$

अशाक्य घटनेची संभाव्यता 0 असते व निश्चित घटनेची संभाव्यता 1 असते. संभाव्यता नेहमी ० ते १ च्या दरम्यान असते.

24. हसा योजना

- 1) विक्री किंमत = छापील किंमत + कर
- 2) उर्वरित रक्कम = विक्री किंमत - सुरुवातीचा आगाऊ भरणा

$$3) \text{ व्याज} = I = \frac{P \times N \times R}{100}$$

I = व्याज, P = मुद्दल, N = मुदत, R = दर

P = P₁ + P₂ कर्जाऊ घेतलेली एकूण रक्कम

P₁ = पहिल्या हप्त्याचे मुदल

P₂ = दुसऱ्या हप्त्याचे मुदल

$$4) \text{ वार्षिक हसा} \quad X = P n \left(1 + \frac{R}{100}\right) n$$

X = हप्त्याची रक्कम

Pn = n व्या हप्त्याचे मुद्दल

n = हप्त्याची संख्या

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2} \dots \text{समान पायाचे त्रिकोन}$$

9) त्रिकोनाचा एक कोन दुभाजक त्या कोनासमोरील बाजुला तो कोन समविष्ट करणाऱ्या बाजुच्या प्रमाणात विभागतो.

10) त्रिकोनाच्या दोन मध्यगा एकरूप असल्यास तो त्रिकोण समभुज असतो.

11) दोन समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळाचे गुणोत्तर त्यांच्या संगत बाजुंच्या वर्गाच्या गुणोत्तराएवढे असते.

12) काटकोन त्रिकोनात कर्णावर टाकलेल्या शिरोलंबामुळे जे दोन त्रिकोन तयार होतात, ते परस्पराशी व मुळ काटकोन त्रिकोनाशी समरूप असतात.

13) काटकोन त्रिकोनात कर्णावर काढलेला शिरोलंब त्या शिरोलंबामुळे कर्णाचे ज्या दोन रेषाखंडात विभाजन होते त्या रेषाखंडाचा भूमितीमध्य असतो.

(16) प्रमेय त्रिकोण

1) त्रिकोनाच्या एका बाजुला समांतर असणारी रेषा त्रिकोनाच्या इतर दोन बाजुंना दोन भिन्न छेदत असेल तर ती दोन त्या दोन बाजुंना प्रमाणात विभागते.

2) जर एखादी रेषा त्रिकोणाच्या दोन बाजुंना समान गुणोत्तरात विभागत असेल तर ती रेषा त्रिकोनाच्या तिसऱ्या बाजुला समांतर असते.

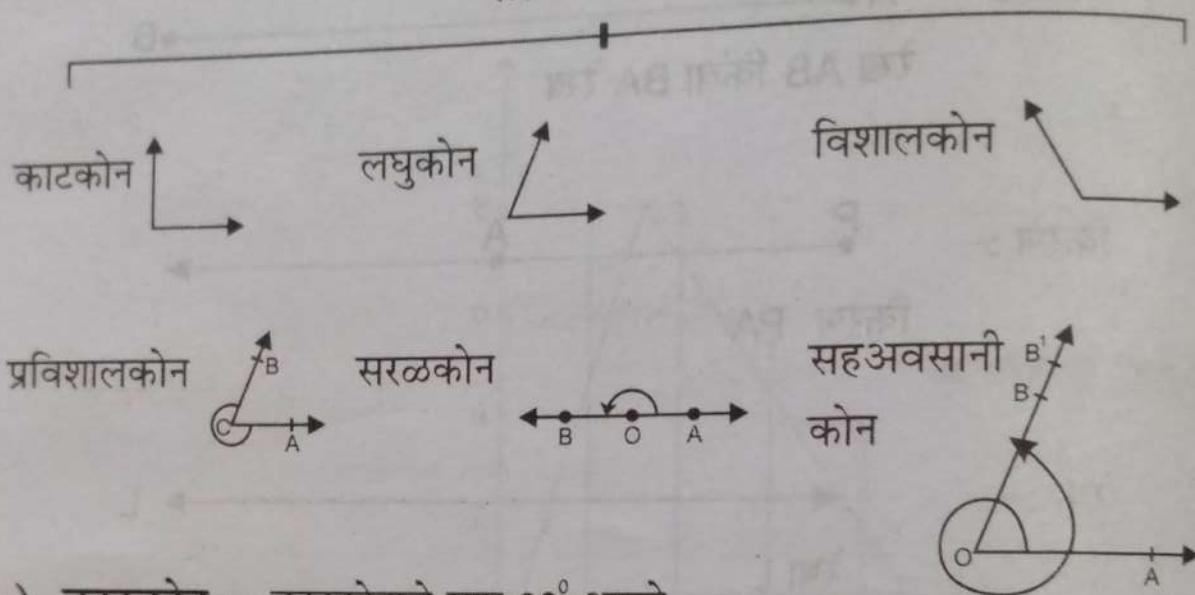
3) काटकोन त्रिकोनात कर्णाचा वर्ग हा उरलेल्या दोन बाजुंल्या वर्गाच्या बेरजेइतका असतो.

4) जेव्हा त्रिकोनातील एका बाजुचा वर्ग हा त्या त्रिकोनाच्या उरलेल्या दोन बाजुंच्या वर्गाच्या बेरजेइतका असतो तेव्हा त्या बाजुसमोरील कोन काटकोन असतो.

(2) कोन

एकच आरंभिंदू असणाऱ्या परंतु एकाच रेषेत नसणाऱ्या दोन भिन्न किरणांचा संयोग संच म्हणजे कोन होय.

कोनांचे प्रकार



- 1) काटकोन :- काटकोनाचे माप 90° असते.
- 2) लघुकोन :- लघुकोनाचे माप 90° पेक्षा कमी असते.
- 3) विशालकोन :- विशालकोनाचे माप 90° पेक्षा जास्त असते.
- 4) सरळकोन :- सरळ कोनाचे माप 180° असते.
- 5) प्रविशाल कोन :- 180° पेक्षा जास्त व 360° पेक्षा कमी माप असते.
- 6) सहअवसानीन कोन :- $\angle AOB$ व $\angle AOB'$ हे सहअवसानीन कोन आहे

(3) कोनांच्या जोड्या

- 1) रेषीय जोडीतील कोन :- एकाच रेषेवर असणाऱ्या दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.
- 2) संलग्न कोन :- ज्या दोन कोनांचा एक बाजू सामायिक असते आणि त्यांचे आंतरभाग विभिन्न असतात.
- 3) विरुद्ध कोन :- जेव्हा एक कोनांच्या बाजू दुसऱ्या कोनांच्या बाजूचे विरुद्ध किरण असतात.
- 4) पूरक कोन :- जेव्हा दोन कोन कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

गणित श्रेढी : दिलेल्या क्रमिकेतील दोन क्रमागत पदांमधील फरक स्थिर असते.

(1) गणित श्रेढी सामान्यपद

$$t_n = a + (n-1)d$$

t_n → सामान्यपद

d → साधारण फरक

$a = t_1$ = प्रथम पद

(2) n पदांची बेरीज काढण्यासाठी :-

$$S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

t_n → शेवटचे पद

S_n → सर्व पदांची बेरीज

10. दिनदर्शिका

सामान्य वर्ष :- एकुण दिवस $365 = 52$ आठवडे + 1 दिवस.

एक जानेवारीला जो वार असतो, तोच वार 31 डिसेंबरला असतो.

1 जानेवारीला जो वार असतो तोच वार त्या वर्षात 53 वेळा येतो.

लीप वर्ष :- ज्या इसवीसनाच्या संख्येला 4 ने पूर्ण भाग जातो त्याला लीप वर्ष म्हणतात.

लीप वर्षाचे 366 दिवस असतात - 52 आठवडे + 2 दिवस 100

ने भाग जाणारे लिप वर्ष नसते मात्र 400 ने भाग जाणारे लिप वर्ष असते.

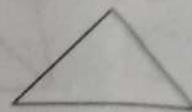
उदा. 1900 लीप वर्ष नाही. 2000 हे लिप वर्ष आहे.

आंतरकोन पुरक असतात.

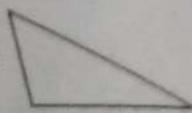
- 1) $\angle d$ व $\angle f$
- 2) $\angle c$ व $\angle g$

(5) त्रिकोन

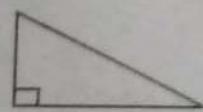
1) लघुकोन त्रिकोन : या त्रिकोनाचे तिन्ही कोन लघुकोन असतात.



2) विशालकोन त्रिकोन : या त्रिकोनाचा एक कोन विशाल कोन असतो.

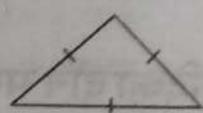


3) काटकोन त्रिकोन : या त्रिकोनाचा एक कोन काटकोन असतो.



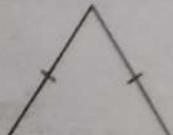
4) समभुज त्रिकोन : तिन्ही बाजू एकरूप असतात तिन्ही कोन

एकरूप असतात. प्रत्येक कोनाचे माप 60° असते.

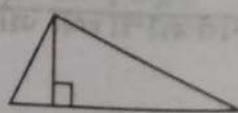


5) समद्विभुज त्रिकोन : दोन बाजू एकरूप असतात व त्या बाजू समोरील

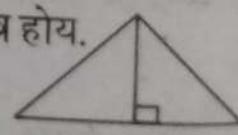
कोने एकरूप असतात.



6) विषमभुज त्रिकोन : कोणत्याही दोन बाजू एकरूप नसतात.

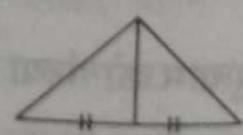


7) शिरोलंब : त्रिकोनाच्या शिरोबिंदून समुखबाजुवर टाकलेला लंब होय.



8) मध्यगा : त्रिकोणाच्या शिरोबिंदू व त्या समोरील बाजूचा मध्यबिंदू

यांना जोडणारे यांदृढ.



9) त्रिकोनाच्या सर्व कोणांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

17. वर्गसमीकरणे

विभाज्यतेच्या कसोट्या :

- 1) $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c) वास्तव संख्या आणि $a \neq 0$ हे वर्गसमीकरणचे सामान्य रूप आहे.
- 2) वर्गसमीकरण सोडविण्याची अवयव पद्धत, पूर्ण वर्गपद्धत आणि वांगपद्धत वापरतात.

$$\text{सूत्र पद्धत} = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 3) वर्ग पूर्ण करण्यासाठी वर्गपद = $(\frac{1}{2}x \text{ मधल्या पदचा सहगुणक})^2$
- 4) जर $ax^2 + bx + c = 0$ या वर्ग समीकरणच्या उकली α आणि β असतील तर $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ हे अवयव पडतात.

18. गुणोत्तर व प्रमाण

- 1) एकाच प्रकारच्या आणि समान एकके असणाऱ्या दोन राशीची तुलना म्हणजे त्यांचे गुणोत्तर होय.
- 2) दोन गुणोत्तराच्या समानतेला प्रमाण असे म्हणतात.
- 3) जर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ असेल तर समान गुणोत्तराच्या सिद्धांतानुसार प्रत्येक गुणोत्तर $k = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$

गुणोत्तरावरील क्रिया जर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ असेल तर

20. सांख्यिकी

1) मध्य (\bar{x}) (अवर्गीकृत वारंवारता सारणी)

I) कच्चा सांख्यिक सामग्रीचा मध्य

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

x_1, x_2, \dots, x_n या दिलेल्या संख्या आहेत

$N \rightarrow$ एकूण संख्या

II) गृहित मध्य पद्धती

$$\bar{x} = A + \bar{d}$$

A - गृहित मध्य (मानलेला मध्य)

\bar{d} - विचलन

$$\therefore \bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

III) मध्य (अवर्गीकृत वारंवारता सारणी)

मध्य काढण्याच्या तीन पद्धती

1) सरळ पद्धती

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

2) गृहीत मध्य पद्धती

गृहीत (मानलेला) मध्य, $d_i = x_i - A$

$$\bar{x} = A + \bar{d}, \bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

i) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ व्यम्भ क्रिया

ii) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ एकांतर क्रिया

iii) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ योग क्रिया

iv) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ वियोग क्रिया

v) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ योग वियोग क्रिया

19. चलन

1) समचलन : जर x हा y च्या समप्रमाणात बदलत असेल

तर $x \propto y \therefore x = ky$ k स्थिरांक

2) व्यस्तचलन : जर x आणि y मध्ये व्यस्तचलन असेल

तर $x = \frac{1}{y}$ व $x = \frac{k}{y}$ k स्थिरांक

3) संयुक्त प्रमाण : जर x हा yz च्या प्रमाणात बदलते

$x \propto yz$

$x = kyz$ (k - स्थिरोक)

लीप वर्षात फेब्रुवारी महिन्याचे

29 दिवस असतात.

1 ऑगस्ट - टिळक पुण्यतिथी

5 सप्टेंबर - शिक्षक दिन

21 डिसेंबर - गणित दिन

15 ऑगस्ट - स्वातंत्र्यदिन

14 नोव्हेंबर - बाल दिन

28 फेब्रुवारी - विज्ञान दिन

ज्या दिवशी 1 ऑगस्ट येतो त्याच दिवशी वरील सर्व वार दिन येतात. दिलेल्या तारखेच्या वाराच्या त्याच तारखेचा पुढील वर्षाचा वार काढतांना 29 फेब्रुवारी येत असेल तर पुढील वर्षाचा वार दोन दिवसांनी पुढे जातो आणि 29 फेब्रुवारी येत नसेल तर एक दिवसांनी पुढे जातो.

उदा. 1 जाने. 2004 रोजी सोमवार असेल अन् ते वर्ष लिप नसेल तर

1 जाने. 2005 रोजी मंगळवार येतो अन् 2004 हे वर्ष लिप वर्ष असेल तर

1. जाने 2005 रोजी बुधवार येतो.

28 वर्षानंतर तीच दिनदिशका पुन्हा येते.

11. मापन

दशमान मापन पद्धती :-

10 मी मी = 1 सेमी

10 सेमी = 1 डेसेमी

10 डेसेमी = 1 मी

10 मी = 1 डेकामी

10 डेकामी = 1 हेक्टोमी

10 हेक्टोमी = 1 किमी

4
अंक
त्या
त्या
जात
95
न्या
न्या
ने
मल
ला
10

10) 11 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्यातील अंक एकाआड एक असे अंक घेऊन त्यांच्या वेगवेगळ्या दोन बेरजा कराव्या त्या दोन्ही बेरजांच्या वजाबाकीला 11 ने निःशेष भाग जात असेल तर त्या संपूर्ण संख्येलाही 11 ने निःशेष भाग जातो.
उदा.: - 193765 या संख्येतील एकाआडएक अंकाचे गट

$$1+3+6+ = 10$$

$$9+7+5=21$$

$$21-10+= 11$$

$$11 \div 11= 1$$

11) 12 ची कसोटी :- दिलेल्या संख्येतील दशक एकक या दोन अंकी संख्येला 4 ने भाग जात असेल व त्या संख्येतीलसर्व अंकाच्या बेरजेला 3 ने भाग जात असेल तर त्या संपूर्ण संख्येलाही 12 ने निःशेष भाग जातो.
उदा.: - 42624 या संख्येतील 24 या संख्येला 4 ने निःशेष भाग जातो आणि सर्व अंकाची बेरीज $4+2+6+2+4= 18$ लाही 3 ने भाग जातो. म्हणून त्या संख्येला 12 ने निःशेष भाग जातो.

बेरीज आणि वजाबाकी

- 1) दोन धन संख्यांची बेरीज करतात. व बेरजेला
धन (+) चिन्ह देतात
उदा.: - $(7) + (5) = 12$
- 2) दोन ऋण संख्यांची बेरीज करतात. व बेरजेला
ऋण चिन्ह देतात.
उदा.: - $-2-5 = -7$
- 3) एक संख्या धन व एक ऋण असेल तेव्हा मोठया संख्येतून लहान संख्या वजा करून वजाबाकीला मोठया संख्येचे चिन्ह देतात.
उदा.: - (i) $7-2= 5$ (ii) $2-7 = -5$

१ ते १०० चे वर्ग आणि वर्गमूळ

वर्ग	वर्गमूळ	वर्ग	वर्गमूळ	वर्ग	वर्गमूळ	वर्ग	वर्गमूळ
1	1	676	26	2601	51	5776	76
4	2	729	27	2704	52	5929	77
9	3	784	28	2809	53	6084	78
16	4	841	29	2916	54	6241	79
25	5	900	30	3025	55	6400	80
36	6	961	31	3136	56	6561	81
49	7	1024	32	3249	57	6724	82
64	8	1089	33	3364	58	6889	83
81	9	1156	34	3481	59	7056	84
100	10	1225	35	3600	60	7225	85
121	11	1296	36	3721	61	7396	86
144	12	1369	37	3844	62	7569	87
169	13	1444	38	3969	63	7744	88
196	14	1521	39	4096	64	7921	89
225	15	1600	40	4225	65	8100	90
256	16	1681	41	4356	66	8281	91
289	17	1764	42	4489	67	8464	92
324	18	1849	43	4624	68	8649	93
361	19	1936	44	4761	69	8836	94
400	20	2025	45	4900	70	9025	95
441	21	2116	46	5041	71	9116	96
484	22	2209	47	5184	72	9409	97
529	23	2304	48	5329	73	9604	98
576	24	2401	49	5476	74	9801	99
625	25	2500	50	5625	75	10000	100

8) समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफल = मध्यगा \times उंची

9) पतंगाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ कणाचा गुणाकार

त्रिकोण

1) त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ पाया \times उंची

2) काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ काटकोन करणाऱ्या बाजूंचा गुणाकार

3) समभूज त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{बाजू})^2$

4) समभूज त्रिकोणाची उंची = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{बाजू}$

5) त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजू दिल्या असता (हिरोचे सूत्र)

त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$s \rightarrow$ अर्धवर्तुळाची अर्धपरिमिती

$a, b, c \rightarrow$ त्रिकोणाच्या बाजू

2) 25 चा वर्ग करणे : प्रथम 5 चा वर्ग = 25 व नंतर 2 च्या

पुढची संख्या 3

यांचा गुणाकार $2 \times 3 = 6$ म्हणजे 25 चा वर्ग = 625

1) कोणत्याही संख्येचा वर्ग करताना : उदा. 18 चा वर्ग करताना

1) प्रथम एकक स्थानाच्या अंकाचा वर्ग करणे.

2) नंतर दोन्ही अंकाच्या गुणाकाराची दुप्पट

3) दशक स्थानाच्या अंकाचा वर्ग

13. घन आणि घनमूळ

घन आणि घनमूळ

1) नैसर्गिक संख्येच्या घनाला पूर्ण घन संख्या म्हणतात.

2) घन (+) संख्येचा धन, घन (+) संख्या असते.

3) सम संख्येचा धन, सम संख्या असते.

4) ऋण (-) संख्येच्या घन, ऋण (-) संख्याच असत.

14. घातांक

घातांकाचे नियम : जर a, b, m, n आणि n वास्तव संख्या असतील तर

$$1) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (a \neq 0)$$

$$2) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3) (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$4) a^m + a^n = a^{m-n} a \quad (m > n)$$

$$5) (a+b)^n = a^n + b^n \quad (b \neq 0)$$

$$6) a^0 = 1 \quad (a ही कोणतीही धन पूर्णांक संख्या आहे.)$$

$$7) a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

इष्टिकाचितीये एकूण पृष्ठफल होय.

आकृतीत लंबी (L) रुंदी (B) उंची

(H) दर्शवल्या आहेत.

A) इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ:

$$2 [LB + BH + HL]$$

B) इष्टिकाचितीच्या उभ्या पृष्ठांचे क्षेत्रफळ

$$2(L+B) \times H = \text{उंची} \times \text{तळाची परिमिती}$$

C) इष्टिकाचितीचे घनफळ

इष्टिकाचितीचे घनफळ = तळाचे क्षेत्रफळ \times उंची

$$= [l \times b] \times h$$

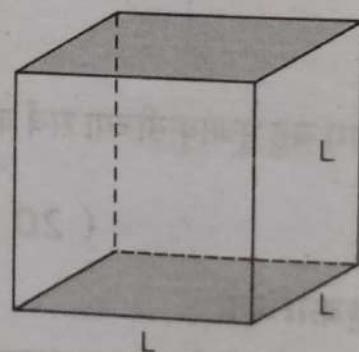
$$= l \times b \times h$$

घन

घनाची बाजू L ने दर्शवतात

घनाचे एकूण पृष्ठफळ = $6L^2$

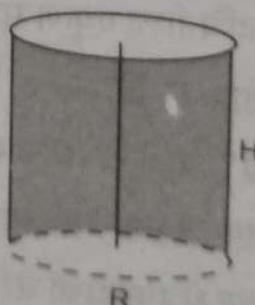
= घनाचे घनफळ = L^3



लंब वृत्तचिती:

1) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ

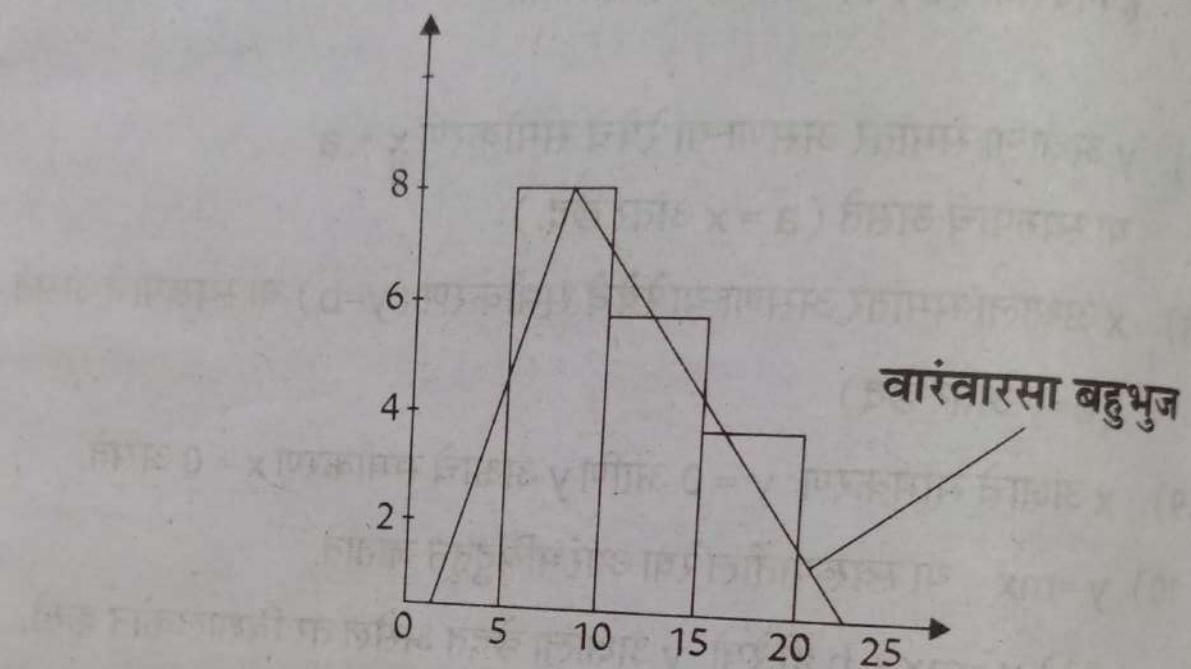
i) वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ (S_C)



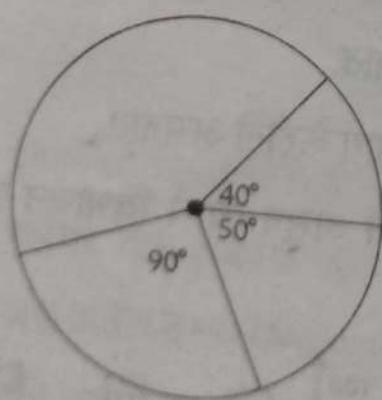
आयतालेख :- सर्व स्तंभ जोडून असतात.

वारंवारता बहुभुज :- सर्व स्तंभलेखाचे वरच्या

बाजूंच्या मध्यबिंदूना जोडून काढलेला आलेख



वृतालेख :- वृत म्हणजे वर्तुळ



$$\Theta = \frac{X}{N} \times 360$$

X → दिलेली माहिती

N → एकूण

Q → कोनाचे माप

21. संच

- 1) $d \text{ हा } x \text{ चा घटक आहे } (d \in x)$
- 2) $o \text{ हा } N \text{ चा घटक नाही } (O \notin N)$
- 3) रिक्त संच \emptyset किंवा $\{ \}$ हा चिन्हाने दर्शवतात.
- 4) संचातील घटकांची संख्या निश्चितपणे सांगता येत नाही - अनंत संच
- 5) संचातील घटकांची संख्या मोजू शकतो - सांत संच
- 6) B हा A चा उपसंच आहे. - $B \subseteq A$
- 7) A हा C चा उपसंच नाही. - $A \not\subseteq C$
- 8) संच A व B चा संयोग संच. - $A \cup B$
- 9) संच A व B चा छेद संच. - $A \cap B$
- 10) नैसर्गिक संख्या (N) पूर्ण संख्या (W) पूर्णक संख्या (I)

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$I = \{\dots, 0, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

22. द्विमान संख्या

द्विमान संख्या : ज्या संख्या पद्धमीमध्ये 0 व 1 या संख्याचिन्हांचा उपयोग केला जातो. त्या संख्या पद्धतीस द्विमान संख्या पद्धती म्हणतात.

तक्ता										
तक्ता	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2
घातांकरूप	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1

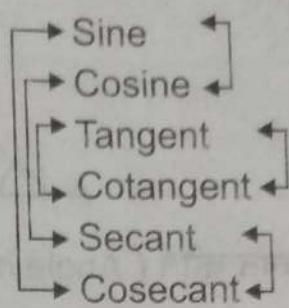
दशमान पद्धती : 0 ते 9 हे दहा अंक वापरून मांडलेल्या संख्या यांचा पाया नेहमी 10 असतो.

- i) **डीट :** दशमान संख्येतील प्रत्येक अंकाला डीट म्हणतात.
उदा.: 97210 या संख्येत 9, 7, 2 हे डीटस् आहेत.
- ii) **बीट (Bit) :** द्विमान संख्येतील प्रत्येक अंकाला बीट म्हणतात.
उदा.: 10112 या संख्येत 1, 0, 1, हे बीटस् आहेत.

6) कोटीकोनांची त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे

- 1) $\sin(90 - \theta) = \cos\theta$
- 2) $\cos(90 - \theta) = \sin\theta$
- 3) $\tan(90 - \theta) = \cot\theta$
- 4) $\cot(90 - \theta) = \tan\theta$
- 5) $\sec(90 - \theta) = \csc\theta$
- 6) $\csc(90 - \theta) = \sec\theta$

व्यस्त पुरक



1) उंची आणि अंतर (Height and Distance)

मनोन्याची उंची, झाडाची उंची, इमारतीची उंची, तसेच जहाजाचे दीपगृहापासूनचे अंतर, नदीच्या पात्राची रुंदी इत्यादीचे मापन करणे अशक्य जरी नसले तरी अवघड आहे. मात्र त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांच्या उपयोग करून उंची किंवा अंतरे सहज, सोप्या पद्धतीने मिळवता येतात. त्यासाठी खालील संकेत गृहीत धरायते आहेत.

1) मनोरा, झाडे ही जमिनीला लंब आहेत व त्यांची उंची ही त्यांच्या तळाच्या व वरच्या टोकामधील अंतर आहे.

2) मनोरा, झाड, जहाज, दीपगृह इत्यादीचे निरीक्षकापासूचे अंतर हे त्या दोन्हीमधील लघूलम अंतर आहे.

काही व्याख्या

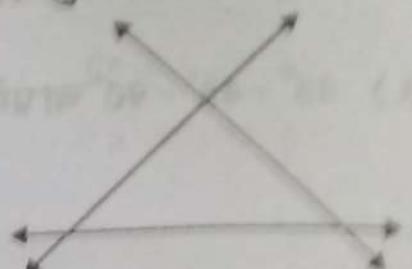
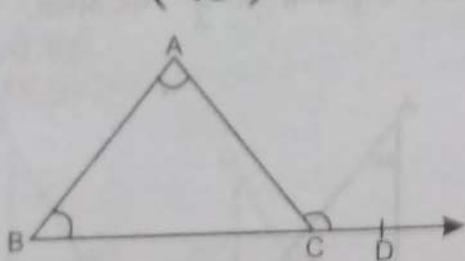
1) दृष्टिरेषा (Line of vision):

बिंदू A या ठिकाणी उभा असलेला निरीक्षक बिंदू B कडे पाहत असेल, तर रेषा AB ला दृष्टिरेषा म्हणतात.

2) उन्नत कोन (Angle of Elevation):

जर A व B हे दोन बिंदू असून बिंदू B हा बिंदू A पेक्षा वरच्या पातळीवर असेल आणि रेषा AM ही बिंदू A मधून जाणारी क्षितिजसमांतर रेषा असेल; तर MAB बिंदू B च्या मंदर्भातील उन्नत कोन आहे.

(15) त्रिकोनाचे बाह्यकोन गुणधर्म



- 1) त्रिकोनाच्या कोणत्याही कोनाशी रेघीय जोडी तयार करणाऱ्या कोनाला त्रिकोनाच्या बाह्यकोन म्हणतात.

2) त्रिकोनाला सहा बाह्यकोन असतात, बाह्यकोनाचे माप त्याच्या दुरस्थ अंतरकोनाच्या मापांच्या वेरजे ऐवढे असते.

त्रिकोनाच्या बाह्यकोनाचे माप = दुरस्थ अंतर कोनाच्या मापांची बेरीज

- 3) त्रिकोनाच्या बाह्यकोन त्यांच्या दुरस्थ अंतरकोनापेक्षा मोठा असतो.
 - 4) जर त्रिकोनाच्या कोणत्याही दोन बाजु एकरूप नसतील तर त्या पैकी मोळ्या बाजु समोरील कोन मोठा असतो.
 - 5) काटाकोन त्रिकोनाचा कर्ण ही सर्वात मोठी बाजु आसते,
 - 6) कोनदुभाजकाचा प्रत्येक बिंदु कोनाच्या भुजांपासून समदूर असतो.
 - 7) दोन त्रिकोनाच्या क्षेत्रफळाचे गुणोत्तर त्याच्यासंगत पाया आणि उंची याच्या गुणाकाराएवढे

$$\text{असते} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1 \times h_1}{b_2 \times h_2}$$

- 8) त्रिकोनाचे क्षेत्रफल, ठंची समान असेल तर पायाच्या प्रमाणात आणि पाया समान असेल तर ठंचीच्या प्रमाणात असते.

IV) मध्य प्रमाण विचलन पद्धती

$$x = A + hd$$

$A \rightarrow$ गृहित मध्य,

$h \rightarrow$ कांगतर

$$\bar{d} = \frac{\sum fidi}{\sum fi}$$

2) मध्यक

$$\text{मध्यक} = L + \frac{\frac{N}{2} - C.F.}{F} \times h$$

$L \rightarrow$ मध्यक कांगाची खालची सिमा

$N \rightarrow$ एकूण वारंवारता

$C.F. \rightarrow$ मध्यक कांगाच्या आधीच्या कांगाची संचित वारंवारता

$h \rightarrow$ मध्यक कांगतर

3) बहुलक

$$\text{बहुलक} = L + \frac{fm - f_1 - f_2}{2fm - f_1 - f_2} \times h$$

$L \rightarrow$ बहुलकीय कांगाची खालची मर्यादा

$fm \rightarrow$ बहुलकीय कांगाची वारंवारता

$f_1 \rightarrow$ बहुलकीय कांगाच्या आधीच्या कांगाची वारंवारता

$f_2 \rightarrow$ बहुलकीय कांगाच्या पुढीच्या कांगाची वारंवारता

$h \rightarrow$ बहुलकीय कांगाचे कांगतर

(8) सममिती

- 1) ज्या आकृतीची त्याच प्रतलातील एका विशिष्ट रेषेवर घडी घातली असता होणारे दोन भाग परस्परांशी तंतोतंत जुळतात, त्या आकृतीला सममिती म्हणतात.
- 2) आयताला सममितीचे दोन अक्ष असतात.
- 3) चौरसाला सममितीचे चार अक्ष असतात.
- 4) समभुज चौकोनाला सममितीचा एक अक्ष असतो.
- 5) वर्तुळाला सममितीचे अनंत अक्ष असतात.
- 6) पतंगाला सममितीचा एक अक्ष असतो तो म्हणजे त्याच्या मोठ्या कर्णाला समावणारी रेषा जर दोन रेषा समांतर असतील तर संगत कोन एकरूप असतात. व्युत्क्रम कोन एकरूप असतात. अंतरकोन पुरक असतात.

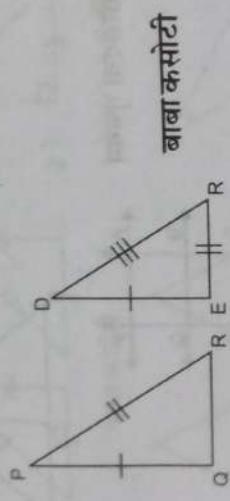
(9) एकरूपता ≡

- 1) जर दोन आकृत्या एकमेकांशी तंतोतंत जुळत असतील तर त्या आकृत्यांना एकरूप आकृत्या असे म्हणतात.
- 2) समान लांबीच्या रेषाखंडास एकरूप रेषाखंड म्हणतात.
- 3) समान मापांच्या कोनास एकरूप कोन म्हणतात.
- 4) जर पहिला कोन दुसऱ्या कोनाशी एकरूप असेल, दुसरा कोन तिसऱ्या कोनाशी एकरूप असेल तर पहिला कोन तिसऱ्या कोनाशी एकरूप असतो.
- 5) विरुद्ध कोन एकरूप असतात.
- 6) त्रिकोनाच्या दोन मध्यगा एकरूप असल्यास तो त्रिकोन समद्विभुज असतो.
- 7) दरम्यानता हा संबंध तीन एकरेषीय बिंदूमध्ये सांगता येतो.

एकरूपतेचे गुणधर्म -

- १) परावर्तनता
- २) सममिती
- ३) संक्रमकता

- 2) दोन एकरूप त्रिकोन समरूप असतात पांतु दोन मामरूप त्रिकोन एकरूप असतातच असे नाही.



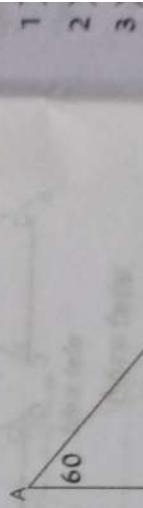
- 3) समरूप त्रिकोनाचे संगत कोन एकरूप असतात व संगत बाजू प्रमाणात असतात

(13) पायथागोरसचा सिद्धांत

- 1) पायथागोरसाचा सिद्धांत : काटकोन त्रिकोणात कर्णाचा वर्ग हा उरलेल्या दोन वारुऱ्या वर्गांच्या बेरोडातका असतो.

- 1) $\text{कर्ण}^2 = \text{पाया}^2 + \text{उंची}^2$
- 2) $\text{पाया}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{उंची}^2$
- 3) $\text{उंची} = \text{कर्ण} - \text{पाया}$

- 2) $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ चा प्रमेय



प्रमाणात त्रिकोनाचे कोण जर $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ असे असतील तर 30° कोणासमोरील

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71
- 73, 79, 83, 89, 97 या मूळ संख्या आहेत.
- 8) **जोडमुळ संख्या** :- ज्या दोन मुळ संख्येतील फरक (वजाबाकी) 2 असते.
उदा. 3 व 5, 11 व 13 इत्यादी.
- 9) **सहमुळ संख्या** :- ज्या दोन किंवा अधिक संख्यांना 1 व्यतिरिक्त अन्य सामाईक विभाजक नसतो. उदा. 12 व 35
- 10) **विषम संख्या** :- ज्या संख्येला 2 ने निःशेष (पुर्ण) भाग जात नाही त्या सर्व संख्यांना विषम संख्या म्हणतात.
उदा. :- 1, 3, 5, 7, 9,
- 11) **सम संख्या** :- ज्या संख्येला 2 ने निःशेष (पुर्ण) भाग जातो त्या संख्येला सम संख्या म्हणतात.
उदा. :- 2, 4, 6, 8, 10
- 12) **संयुक्त संख्या / विभाज्य संख्या** :- ज्या संख्येचे 1 व ती संख्या या खेरीज आणखी विभाजक असतात त्या संख्येला संयुक्त किंवा विभाज्य संख्या असे म्हणतात किंवा मूळ संख्या व्यतिरिक्त इतर संख्यांन संयुक्त संख्या म्हणतात.
उदा. :- 6, 15, 9, 18
- 13) **क्रमवाचक संख्या** :- पहिला, दुसरा, तिसरा अशा संख्यांना क्रमवाचक संख्या म्हणतात.
- 14) **क्रमिक संख्या** :- 3, 6, 9 किंवा 6, 12, 18, किंवा 10, 20, 30, 40 इत्यादि सारख्या अंतराने येणाऱ्या संख्यांना क्रमिक संख्या म्हणतात
- 15) **विभाजक संख्या / निःशेष भाग करणारी** :- ज्या संख्येने त्याच संख्येशिवाय इतर एक किंवा अनेक संख्यांना बाकी न उरता जातो, ती संख्या उदा. :- $50 \div 5$, $42 \div 7$ ह्यामध्ये 5 ते 7 विभाजक संख्या आहेत, कारण दिलेल्या संख्येला पूर्ण भाग जातो.
- 16) **विसर्ज संख्या** :- ज्या दोन संख्यांची खेरीज "0" असते उदा. $5 + (-5) = 0$

गणितातील चिन्हांचा गुणाकार व भागाकार

- 1) अधिक \times अधिक = अधिक $+ \times + = +$
- 2) वजा \times वजा = अधिक $- \times - = +$
- 3) अधिक \times वजा = वजा $+ \times - = -$
- 4) वजा \times अधिक = वजा $- \times + = -$
- 5) अधिक \div अधिक = अधिक $+ \div + = +$
- 6) वजा \div वजा = अधिक $- \div - = +$
- 7) अधिक \div वजा = वजा $+ \div - = -$
- 8) वजा \div अधिक = वजा $- \div + = -$

2. रोमन अंक

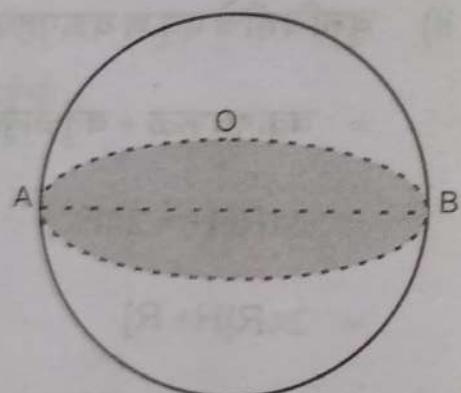
रोमन अंक	इंग्रजी अंक	रोमन अंक	इंग्रजी अंक
I	1	C	100
II	2	CC	200
III	3	CCC	300
IV	4	CD	400
V	5	D	500
VI	6	DC	600
VII	7	DCC	700
VIII	8	DCCC	800
IX	9	CM	900
X	10	M	1000
L	50		

$$\text{या मधील संबंध } l^2 = h^2 + r^2$$

2. शंकूचे वक्रपृष्ठफल (S_c) = $\pi r l$
3. शंकूचे एकूण पृष्ठफल (S_t) = $S_c + \text{तळाचे क्षेत्रफल}$
 $= \pi r l + \pi r^2$
 $= S_t = \pi r l [1+r]$
4. शंकूचे घनफल = $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

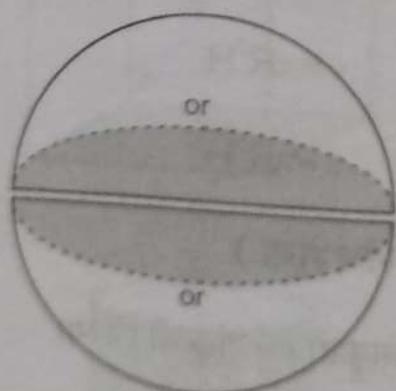
गोल:

1. गोलाचे पृष्ठफल (S_c) = $4 \pi r^2$
2. गोलाचे घनफल $V = \frac{4}{3} \pi r^3$



अर्धगोल:

1. अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफल = $2 \pi r^2$
2. अर्धगोलाचे एकूण पृष्ठफल = $3 \pi r^2$
3. अर्धगोलाचे घनफल = $\frac{2}{3} \pi r^3$



$$2) \sin\theta = \frac{\theta \text{ ची लगतची बाजू}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{ल}}{\text{क}}$$

क - कर्ण

$$3) \tan\theta = \frac{\theta \text{ ची संमुख बाजू}}{\theta \text{ ची लगतची बाजू}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{स}}{\text{ल}}$$

ल - लगतची बाजू
स - समोरील बाजू

$$4) \cot\theta = \frac{\theta \text{ ची लगतची बाजू}}{\theta \text{ ची संमुख बाजू}} = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{ल}}{\text{स}}$$

$$5) \sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\theta \text{ ची लगतची बाजू}} = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{क}}{\text{ल}}$$

$$6) \cos\sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\theta \text{ ची संमुख बाजू}} = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{क}}{\text{स}}$$

2) त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांमधील परस्परसंबंध

$$1) \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$2) \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$3) \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$4) \cosec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$5) \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

3) $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$, आणि 90° मापांच्या त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांची सारणी

(7) वर्तुळ

1) आकृतीत $OR =$ त्रिज्या (r)

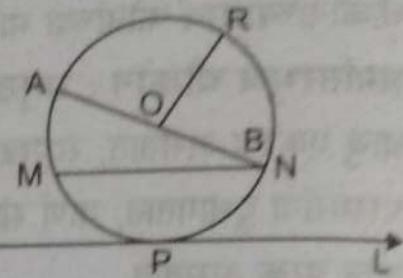
$AB =$ व्यास (d), $mn =$

जीवा, L रेषा P बिंदूत

स्पर्शिका आहे.

P हास्पर्शबिंदू

2) व्यास हा त्रिज्येच्या असतो ($d = 2r$) वर्तुळाची सर्वात मोठी जीवा म्हणजे व्यास होय.



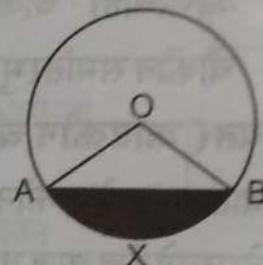
3) आकृतीत AOB हा केंद्रीय

कोन आहे. $= m\angle AOB =$

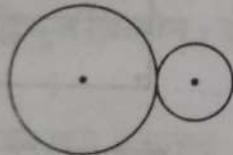
m (कंस AXB) विशालकंस

आहे.

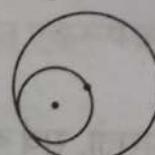
$O - AXB$ ही लघुवर्तुळपाकळी आहे AXB लघुवर्तुळखंड आहे.



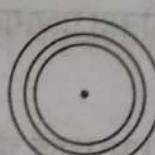
वर्तुळाचे गुणधर्म



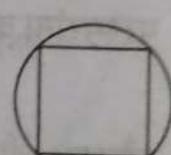
बाह्यस्पर्शी वर्तुळ



अंतस्पर्शी वर्तुळ



समकेंद्री वर्तुळ



चक्रीय चौकोन

- 1) दोन बाह्यस्पर्शी वर्तुळाच्या केंद्रातील अंतर $= r_1 + r_2$
- 2) दोन अंतरस्पर्शी वर्तुळाच्या केंद्रातील अंतर $= r_1 - r_2$ ($r_1 > r_2$)
- 3) पूर्ण वर्तुळाचे माप 360° असते.
- 4) अर्धवर्तुळाचे माप 180° असते.
- 5) त्रिकोनाच्या तिन्ही शिरोबिंदुतुन जाणाऱ्या परिवर्तुळ म्हणतात. परिवर्तुळाच्या केंद्रबिंदुला परिकेंद्र म्हणतात.
- 6) त्रिकोनाच्या तिन्ही बाजुना स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळास अंतरवर्तुळ म्हणतात. अंतरवर्तुळाच्या केंद्रबिंदुला अंतरमध्य म्हणतात.
- 7) चक्रीय चौकोन :- ज्या चौकोनाचे चारही शिरोबिंदू वर्तुळावर असतात.

6. मसावि

म. सा. वि. म्हणजे महत्तम साधारण / सामाईक विभाजक होय.

उदा. 20 आणि 30 यांच्या विभाजकांची यादी

20 चे विभाजक = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20

30 चे विभाजक = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15

या दोन्ही याद्यामध्ये 1, 2, 5, 10 या संख्यांना

20 आणि 30 चे साधारण (सामाईक) विभाजक म्हणतात.

या सामाईक विभाजकात 10 ही संख्या सगळ्यात मोठी आहे. म्हणून 10 या संख्येला

20 आणि 30 या महत्तम साधारण विभाजक म्हणतात.

1) मसावि काढण्याची पद्धती -

1) अवयव पद्धत, 2) विभाजन पद्धत, 3) भागाकार पद्धत

1) अवयव पद्धत : 100, 200 यांचा मसावि काढा

$$100 = 2 \times 50$$

$$200 = 2 \times 100$$

$$= 2 \times 2 \times 25$$

$$= 2 \times 2 \times 50$$

$$= 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

सामाईक अवयव = $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$

100 व 200 चा मसावि 100 होय.

लसावि : लसावि म्हणजे लघुत्तम सामाईक विभाज्य होय.

लसावि काढण्याच्या पद्धती :

1) विभाज्यांची यादी पद्धत पाढा पद्धत

2) मुळ अवयव पद्धत

उदा.: - 5 व 6 यांचा लसावि काढा.

विभाज्य पद्धत :-

$$5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$$

$$6 = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60$$

या दिलेल्या संख्येतील सर्वात लहान सामाईक अवयव 30 हा आहे.

4. संख्याचे प्रकार व संख्याचे गुणधर्म

- 1) नैसर्गिक संख्या (N):- 1, 2, 3, 4, 5 या संख्याना नैसर्गिक संख्या म्हणतात.
नैसर्गिक संख्या अनंत आहेत.
- 2) पूर्ण संख्या (W):- 0, 1, 2, 3, 4, 5, या संख्याना पूर्ण संख्या म्हणतात. पूर्ण संख्या अनंत आहेत.
- 3) पूर्णांक संख्या (I):- सर्व नैसर्गिक संख्या, 0 आणि नैसर्गिक संख्यांच्या विरुद्ध येणाऱ्या संख्या यांना पूर्णांक संख्या म्हणतात.
उदा.: - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, या पूर्णांक संख्या आहेत.
- 4) परिमेय संख्या (Q):- p आणि q या पूर्णांक संख्या ($q \neq 0$) असतील आणि $\frac{p}{q}$ या चिन्होने दर्शविलेल्या संख्येमध्ये $\frac{p}{q} \times q = p = q \times \frac{p}{q}$ हा गुणधर्म असेल तर $\frac{p}{q}$ या संख्येला परिमेय संख्या असे म्हणतात.
उदा.: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{8}{9}, \frac{3}{7}, \frac{+7}{-6}$
- 5) अपरिमेय संख्या:- प्रत्येक अखंड आवर्ती नसणारी दशांश मांडणी एक आणि एकच संख्या दर्शविते त्या संख्येस अपरिमेय संख्या म्हणतात.
उदा.: - 125. 345456, 567678 1 - 2 - 3
- 6) वास्तव संख्या (R):- सर्व परिमेय व अपरिमेय संख्यांना वास्तव संख्या असे म्हणतात.
उदा. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ व 125. 345456567678
- 7) मुळसंख्या / अविभाज्य संख्या:- ज्या संख्येला 1 ने व त्याच संख्येने भाग जाते व इतर कोणत्याही संख्येने भाग जात नाही त्या संख्येला मुळ संख्या किंवा अविभाज्य संख्या असे म्हणतात