GIẢI BÀI TẬP QUIZ

Câu 5:

```
int GiaiThua(int n) {
    if (n == 0)
        return 1;
    return n * GiaiThua(n - 1);
}
```

$$n! = \begin{cases} 1 \text{ nếu } n = 0 \\ n * (n-1)! \end{cases}$$

- Gọi T(n) là thời gian tính n!.
- Thì T(n-1) là thời gian tính (n-1)!.
- Khi n = 0 thì CT return 1, tốn O(1), do đó ta có T(0) = 1.
- Khi n > 0 thì CT phải:
  - Tính (n-1)!, tốn thời gian T(n-1)
  - Tính n *(n-1)! và return kết quả tốn hằng thời gian, cho là 1

$$\mathbf{T(n)} = \begin{cases} \mathbf{1} & \textbf{nếu } \mathbf{n = 0} \\ \mathbf{T(n-1) + 1} & \textbf{nếu } \mathbf{n > 0} \end{cases}$$

Câu 6:

T(n) = T(n-1) + 1

T(n) = [T(n-2) + 1] + 1 = T(n-2) + 2

T(n) = [T(n-3) + 1] + 2 = T(n-3) + 3

...

T(n) = T(n-i) + i

- Quá trình kết thúc khi n – i = 0 ⇔ i = n
- Khi đó ta có: T(n) = T(0) + n = 1 + n = O(n)

Câu 7:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

$$T(n) = 2\left[2T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n}{2}\right] + n = 4T\left(\frac{n}{4}\right) + 2n$$

$$T(n) = 4\left[2T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n}{4}\right] + 2n = 8T\left(\frac{n}{8}\right) + 3n$$

...

$$T(n) = 2^{i}T\left(\frac{n}{2^{i}}\right) + in$$

- Quá trình kết thúc khi $\frac{n}{2^i} = 1 \Leftrightarrow 2^i = n \;\; => \; i = logn$
- Khi đó ta có: T(n) = nT(1) + nlogn = n + nlogn = O(nlogn)

Câu 8:

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$

$$T(n) = 4\left[4T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n^2}{4}\right] + n^2 = 16T\left(\frac{n}{4}\right) + 2n^2$$

$$T(n) = 16\left[4T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n^2}{16}\right] + 2n^2 = 64T\left(\frac{n}{8}\right) + 3n^2$$

...

$$T(n) = 2^{2i}T\left(\frac{n}{2^i}\right) + in^2$$

- Quá trình kết thúc khi $\frac{n}{2^i} = 1 \Leftrightarrow 2^i = n \;\; => \; i = logn$
- Khi đó ta có: T(n) $= 2^{2logn}T(1) + n^2logn$
  $= 2^{logn^2} + n^2logn$
  $= n^2 + n^2logn => O(n^2logn)$

Câu 9:

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

$$T(n) = 3\left[3T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n}{2}\right] + n = 9T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{5}{2}n$$

$$T(n) = 9\left[3T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n}{4}\right] + \frac{5}{2}n = 27T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{19}{4}n$$

...

$$T(n) = 3^iT\left(\frac{n}{2^i}\right) + \frac{3^i - 2^i}{2^{i-1}}n$$

- Quá trình kết thúc khi $\frac{n}{2^i} = 1 \Leftrightarrow 2^i = n \;\; => \;\; i = logn$
- Khi đó ta có: $T(\mathrm{n}) = 3^{\mathrm{logn}} + \frac{3^{logn} - 2^{logn}}{2^{\mathrm{logn}-1}} => O(3^{\mathrm{logn}})$

Câu 10:

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$$

T(n) = $4\left[4T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n^3}{8}\right] + n^3 = 16T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{3}{2}n^3$

T(n) = $16\left[4T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n^3}{64}\right] + \frac{3}{2}n^3 = 64T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{7}{4}n^3$

...

$$T(n) = 2^{2i}T\left(\frac{n}{2^i}\right) + \frac{2^i - 1}{2^{i-1}}n^3$$

- Quá trình kết thúc khi $\frac{n}{2^i} = 1 \Leftrightarrow 2^i = n \;\; => \;\; i = logn$
- Khi đó ta có: T(n) $= 2^{2logn} + \frac{2^{logn} - 1}{2^{logn-1}}n^3$

$$= 2^{logn^2} + \frac{2^{logn} - 1}{2^{logn-1}}n^3$$

$$= n^2 + \frac{2^{logn} - 1}{2^{logn-1}} n^3 \Rightarrow O(n^3)$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ:

Câu 1: Nêu ưu nhược điểm của giải thuật đệ quy.

Câu 2: Giải phương trình đệ quy sau:

a) $T(n) = \begin{cases} 1 & nếu\ n = 1 \\ 9T\left(\frac{n}{4}\right) + n & nếu\ n > 1 \end{cases}$

b) $T(n) = \begin{cases} 1 & nếu\ n = 1 \\ 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{logn} & nếu\ n > 1 \end{cases}$