

**THI ONLINE: GIỚI HẠN DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC HỮU TỶ -
CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT
CHUYÊN ĐỀ: GIỚI HẠN
MÔN: TOÁN LỚP 11**

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

MỤC TIÊU

- Thành thạo các phương pháp tính giới hạn dãy số dạng phân thức hữu tỷ.
- Luyện tập sâu các bài tập bám sát sau khi học xong, giúp củng cố kiến thức và có kỹ năng làm bài thành thực.

Bài 1 (ID:458818): Tìm các giới hạn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n-1}{n^2+2}$

b) $u_n = \frac{n}{2^n}$

c) $u_n = \frac{4n \sin^4 2n + \cos^4 2n}{4n^2 + 8n}$

d) $u_n = \frac{\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2+n}}{n}$

Bài 2 (ID:458823): Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{2n^2+n}{n^2+4}$

b) $\lim \frac{2 \cdot 3^n + 5^n}{5^n + 3^n}$

c) $\lim (\sqrt{4n^2+4n} - 2n)$

Bài 3 (ID:458827): Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{n^4-2n+4}{1-2n+3n^4}$

b) $\lim \frac{(3-n)^5}{(n+1)(2n+1)^3}$

c) $\lim \frac{2n^2-n+5}{(2n^2+1)3^n}$

d) $\lim \left(n^2 - 1 + \frac{2n}{n+3} \right)$

Bài 4 (ID:458832): Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{(1-2n)(n-3)+n^2+3}{(2+3n)(n+3)-2n^2}$

b) $\lim \frac{(n+3)^{40} (4n^3-1)^{20}}{(3+2n)^{50} (1+n^2)^{25}}$

c) $\lim \left[(n+2)^4 \left(\frac{1}{n^3+n^2} - \frac{1}{n^3+2n+1} \right) \right]$

d) $\lim \frac{\sqrt[3]{n^2} - 4n\sqrt{n} + 2}{n^2 + 3\sqrt{n}}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

Bài 1 (VD):

Phương pháp:

- a) Chia cả tử và mẫu cho n^2 .
- b) Nhận xét về sự tiến ra vô cùng nhanh hay chậm của tử và mẫu.
- c) Sử dụng phương pháp kẹp.
- d) Nhân liên hợp.

Cách giải:

$$a) \lim u_n = \lim \frac{n-1}{n^2+2} = \lim \frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{2}{n^2}} = 0.$$

$$b) \lim u_n = \lim \frac{n}{2^n} = 0$$

$$c) \lim u_n = \lim \frac{4n \sin^4 2n + \cos^4 2n}{4n^2 + 8n}$$

$$\text{Ta có: } \left| \frac{4n \sin^4 2n + \cos^4 2n}{4n^2 + 8n} \right| \leq \left| \frac{4n \sin^4 2n + 1}{4n^2 + 8n} \right| \leq \left| \frac{4n + 1}{4n^2 + 8n} \right| \text{ và } \lim \frac{4n + 1}{4n^2 + 8n} = \lim \frac{\frac{4}{n} + \frac{1}{n^2}}{4 + \frac{8}{n}} = 0.$$

$$\text{Vậy } \lim u_n = \lim \frac{4n \sin^4 2n + \cos^4 2n}{4n^2 + 8n} = 0.$$

$$d) \lim u_n = \lim \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n}}{n} = \lim \frac{n^2 + 2n - n^2 - n}{n(\sqrt{n^2 + 2n} + \sqrt{n^2 + n})} = \lim \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n} + \sqrt{n^2 + n}} = 0.$$

Bài 2 (VD):

Phương pháp:

- a) Chia cả tử và mẫu cho n^2 .
- b) Chia cả tử và mẫu cho 5^n .

c) Nhân liên hợp sau đó chia cả tử và mẫu cho n .

Cách giải:

$$a) \lim \frac{2n^2 + n}{n^2 + 4} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{4}{n^2}} = \frac{2}{1} = 2.$$

$$b) \lim \frac{2 \cdot 3^n + 5^n}{5^n + 3^n} = \lim \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n + 1}{1 + \left(\frac{3}{5}\right)^n} = 1$$

$$c) \lim \left(\sqrt{4n^2 + 4n} - 2n \right) = \lim \frac{4n^2 + 4n - 4n^2}{\sqrt{4n^2 + 4n} + 2n} = \lim \frac{4n}{\sqrt{4n^2 + 4n} + 2n} = \lim \frac{4}{\sqrt{4 + \frac{4}{n}} + 2} = \frac{4}{2+2} = 1.$$

Bài 3 (VD):

Phương pháp:

- a) Chia cả tử và mẫu cho n^4 .
- b) Chia cả tử và mẫu cho n^4 và xét dấu.
- c) Chia cả tử và mẫu cho n^2 .
- d) Tách thành tổng 2 giới hạn.

Cách giải:

$$a) \lim \frac{n^4 - 2n + 4}{1 - 2n + 3n^4} = \lim \frac{1 - \frac{2}{n^3} + \frac{4}{n^4}}{\frac{1}{n^4} - \frac{2}{n^3} + 3} = \frac{1}{3}.$$

$$b) \lim \frac{(3-n)^5}{(n+1)(2n+1)^3} = \lim \frac{n \left(\frac{3}{n} - 1 \right)^5}{\left(1 + \frac{1}{n} \right) \left(2 + \frac{1}{n} \right)^3} = -\infty$$

$$\text{Vì } \lim n \left(\frac{3}{n} - 1 \right)^5 = -\infty \text{ do } \begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \left(\frac{3}{n} - 1 \right)^5 = -1 \end{cases} \text{ và } \lim \left(1 + \frac{1}{n} \right) \left(2 + \frac{1}{n} \right)^3 = 8 > 0.$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 5}{(2n^2 + 1)3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} \cdot \frac{1}{3^n} = 0 \text{ vì } \frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n} = 0.$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - 1 + \frac{2n}{n+3} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 1) + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+3} = +\infty \text{ vì } \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 1) = +\infty, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{3}{n}} = 2 > 0.$$

Bài 4 (VD):

Phương pháp:

- a) Chia cả tử và mẫu cho n^2 .
- b) Chia cả tử và mẫu cho n^{100} .
- c) Quy đồng sau đó chia cả tử và mẫu cho n^6 .
- d) Chia cả tử và mẫu cho n^2 .

Cách giải:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)(n-3) + n^2 + 3}{(2+3n)(n+3) - 2n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{n} - 2\right)\left(1 - \frac{3}{n}\right) + 1 + \frac{3}{n^2}}{\left(\frac{2}{n} + 3\right)\left(1 + \frac{3}{n}\right) - 2}$$

$$= \frac{-2 \cdot 1 + 1}{3 \cdot 1 - 2} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^{40} (4n^3 - 1)^{20}}{(3+2n)^{50} (1+n^2)^{25}}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{(n+3)^{40}}{n^{40}} \cdot \frac{(4n^3-1)^{20}}{(n^3)^{20}} \\
 &= \lim \frac{(3+2n)^{50}}{n^{50}} \cdot \frac{(1+n^2)^{25}}{(n^2)^{25}} \\
 &= \lim \frac{\left(1+\frac{3}{n}\right)^{40} \cdot \left(4-\frac{1}{n^3}\right)^{20}}{\left(\frac{3}{n}+2\right) \cdot \left(\frac{1}{n^2}+1\right)^{25}} \\
 &= \frac{1.4}{2.1} = 2
 \end{aligned}$$

$$c) L = \lim \left[(n+2)^4 \left(\frac{1}{n^3+n^2} - \frac{1}{n^3+2n+1} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 L &= \lim \left[(n+2)^4 \cdot \frac{n^3+2n+1-n^3-n^2}{(n^3+n^2)(n^3+2n+1)} \right] \\
 L &= \lim \left[(n+2)^4 \cdot \frac{-n^2+2n+1}{(n^3+n^2)(n^3+2n+1)} \right]
 \end{aligned}$$

Chia cả tử và mẫu cho n^6 ta được:

$$\begin{aligned}
 L &= \lim \left[\left(1+\frac{2}{n}\right)^4 \cdot \frac{-1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n^3}\right)} \right] \\
 L &= 1 \cdot \frac{-1}{1.1} = -1
 \end{aligned}$$

$$d) \lim \frac{\sqrt[3]{n^2} - 4n\sqrt{n} + 2}{n^2 + 3\sqrt{n}} = \lim \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{n^4}} - \frac{4}{\sqrt{n}} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{3}{n\sqrt{n}}} = 0.$$

-----HẾT-----