Đề thi học kỳ II năm học 2012- 2013

Môn: Phương pháp tính

Thời gian: 90ph

Câu 1. Cho phương trình $x^3 + 2x - 1 = 0$.

- a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x^* \in (0, 1)$. Viết công thức lặp Newton.
- b) Khảo sát điều kiện hội tụ của phép lặp. Chọn x_0 thích hợp để phép lặp hội tụ. Tính x_1, x_2 .

Câu 2. Cho hệ phương trình Ax=b với A =
$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$
, b = $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 11 \end{bmatrix}$

Giải hệ bằng phương pháp phân tích LU.

Câu 3. Cho hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} 5x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 3 \\ \alpha x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + \alpha x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

- a) Tìm điều kiện của α để ma trận là chéo trội theo hàng.
- b) Với $\alpha = 1$, viết công thức lặp Jacobi. Phép lặp có hội tụ không? Vì sao?
- c) Cho $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$. Ước lượng số lần lặp k để $||x^{(k)} x^*||_{\infty} < 0.001$.

Câu 4. Cho tích phân $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$

- a) Viết công thức tính gần đúng hình thang, sai số tương ứng.
- b) Tìm số khoảng chia để sai số là $\varepsilon = 10^{-3}$.
- Chú ý: Làm tròn đến 5 chữ số thập phân sau dấy phẩy.