机器人 自动化 无人机（Drone） 四轴飞行器 卡尔曼滤波 Kalman Filter

如何通俗并尽可能详细解释卡尔曼滤波？

尽量少用公式

添加评论 分享

13 个回答 按投票排序

403

Kent Zeng，工科学生

403 人赞同

假设你有两个传感器，测的是同一个信号。可是它们每次的读数都不太一样，怎么办？

取平均。

再假设你知道其中贵的那个传感器应该准一些，便宜的那个应该差一些。那有比取平均更好的办法吗？

加权平均。

怎么加权？假设两个传感器的误差都符合正态分布，假设你知道这两个正态分布的方差，用这两个方差值，（此处省略若干数学公式），你可以得到一个“最优”的权重。

接下来，重点来了：假设你只有一个传感器，但是你还有一个数学模型。模型可以帮你算出一个值，但也不是那么准。怎么办？

把模型算出来的值，和传感器测出的值，（就像两个传感器那样），取加权平均。

OK，最后一点说明：你的模型其实只是一个步长的，也就是说，知道x(k)，我可以求x(k+1)。问题是x(k)是多少呢？答案：x(k)就是你上一步卡尔曼滤波得到的、所谓加权平均之后的那个、对x在k时刻的最佳估计值。

于是迭代也有了。

这就是卡尔曼滤波。

（无公式）

编辑于 2014-05-31 28 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

201

肖畅，人情淡始长/不写50字以下的回答

201 人赞同

怒答！刚刚学过并且试着直观地理解过，如有不妥的地方还望大牛们指教。
图片来源及参考文献：cl.cam.ac.uk/~rmf25/pap...

题主如果只是想泛泛理解， @Kent Zeng 的回答已经非常棒了。我尝试做一个更详细的解答。

好了下面进入正题，先从简单的说起：
考虑轨道上的一个小车，无外力作用，它在时刻t的状态向量 $x(t)$ 只与 $x(t-1)$ 相关：
（状态向量就是描述它的t=0时刻所有状态的向量，比如：
[速度大小5m/s, 速度方向右, 位置坐标0]，反正有了这个向量就可以完全预测t=1时刻小车的状态）

$$x(t) = Fx(t-1)$$

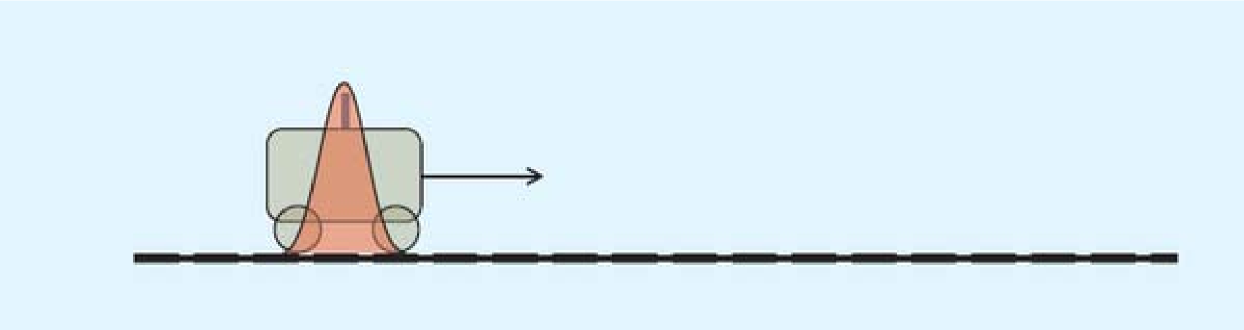
那么根据t=0时刻的初值 $x(0)$，理论上我们可以求出它任意时刻的状态。

当然，实际情况不会这么美好。

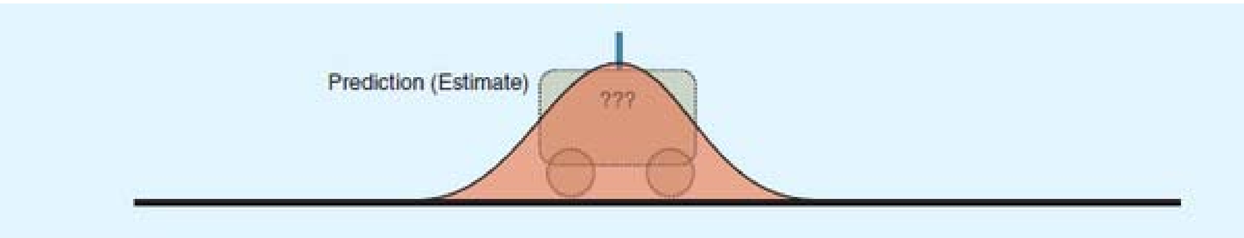
这个递推函数可能会受到各种不确定因素的影响（内在的外在的都算，比如刮风下雨地震，小车结构不紧密，轮子不圆等等）导致 $x(t)$ 并不能精确标识小车实际的状态。

我们假设每个状态分量受到的不确定因素都服从正态分布。

现在仅对小车的位置进行估计
请看下图：t=0时小车的位置服从红色的正态分布。



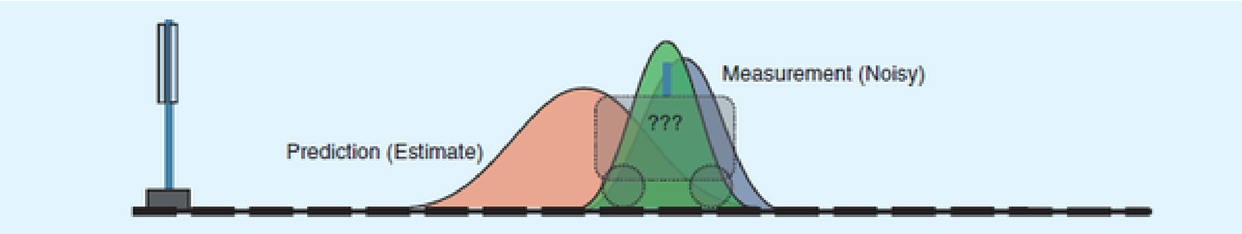
根据小车的这个位置，我们可以预测出t=1时刻它的位置：



分布变“胖”了，这很好理解——因为在递推的过程中又加了一层噪声，所以不确定度变大了。

为了避免纯估计带来的偏差，我们在t=1时刻对小车的位置坐标进行一次雷达测量，当然雷达对小车距离的测量也会受到种种因素的影响，于是测量结果告诉我们，小车t=1时的位置服从蓝色分布：

好了，现在我们得到两个不同的结果。前面有人提过加权，Kalman老先生的牛逼之处就在于找到了相应权值，使红蓝分布合并为下图这个绿色的正态分布（啰嗦一句，这个绿色分布均值位置在红蓝均值间的比例称为Kalman增益(比如下图中近似0.8)，就是各种公式里的K(t)）



你问为什么牛逼？
绿色分布不仅保证了在红蓝给定的条件下，小车位于该点的概率最大，而且，而且，它居然还是一个正态分布！
正态分布就意味着，可以把它当做初值继续往下算了！这是Kalman滤波能够迭代的关键。

最后，把绿色分布当做第一张图中的红色分布对t=2时刻进行预测，算法就可以开始循环往复了。

你又要问了，说来说去绿色分布是怎么得出的呢？

其实可以通过多种方式推导出来。我们课上讲过的就有最大似然法、Ricatti方程法，以及上面参考文献中提及的直接对高斯密度函数变形的方法，这个不展开说了。

另外，由于我只对小车位移这个一维量做了估计，因此Kalman增益是标量，通常情况下它都是一个矩阵。而且如果估计多维量，还应该引入协方差矩阵的迭代，我也没有提到。如果楼主有兴趣，把我提及那篇参考文献吃透，就明白了。

Kalman滤波算法的本质就是利用两个正态分布的融合仍是正态分布这一特性进行迭代而已。

编辑于 2015-05-02 15 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

11

小心假设 ，当机器人遇到自动控制

11 人赞同

个人觉得何毓琦老师（曾与Kalman合作，何老博客里有不少介绍）的这篇博文讲得算是非常好了，虽然仍有公式。

http://blog.sciencenet.cn/blog-1565-14253.html

编辑于 2014-08-04 2 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

栗子

30

30 人赞同

放一篇自己写的blog吧，理论结合具体应用，看完应该能对Kalman Filter有基本的理解。

卡尔曼滤波器学习笔记

卡尔曼滤波器学习笔记

分类： Robotics 2015-04-25 10:47 7人阅读 评论(0) 收藏 编辑 删除

kalman 滤波器 概率机器人

目录(?) [+]

卡尔曼滤波器学习笔记（一）卡尔曼滤波器的原理及应用

最近在学习Probablistic Robotics这本书，获益良多。以前学了概率论和随机过程之后一直觉得这些是虚的，不知道在工程上怎么用，而这本书恰恰就是讲如何把这些概率理论和方差估计应用到工程上去，更确切的说，应用到机器人上去。

- **应用前提**
- **算法详细介绍**
- **应用举例**
- **下篇预告**

1.应用前提

> 要应用kalman Filter,首先要有三个前提假设：

- 当前状态的概率分布必须是上一状态和将要执行的控制量的线性函数，再叠加一个高斯噪声。表达式如下：
$$x_t \;=\; A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t \,.$$

其中 x_t 和 x_{t-1} 是状态变量，如果系统有多个自由度的话，它们表示状态向量。这样的话根据高斯分布

$$p(x) \;=\; \det(2\pi\Sigma)^{-\frac{1}{2}}\;\exp\left\{-\tfrac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right\}$$

可以得到状态转移概率

$$p(x_t \mid u_t, x_{t-1})$$

$$= \;\det(2\pi R_t)^{-\frac{1}{2}}\;\exp\left\{-\tfrac{1}{2}(x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t)^T R_t^{-1}(x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t)\right\}$$

其中 $A_t x_{t-1} + B_t u_t$ 表示上一状态的均值， R_t 表示方差。

- 对状态的测量必须是状态的线性函数叠加高斯噪声

$$z_t \;=\; C_t x_t + \delta_t$$

$$p(z_t \mid x_t) \;=\; \det(2\pi Q_t)^{-\frac{1}{2}}\;\exp\left\{-\tfrac{1}{2}(z_t - C_t\, x_t)^T\, Q_t^{-1}\,(z_t - C_t\, x_t)\right\}$$

其含义与上类似，不再赘述。

- 初始状态分布为高斯分布

$$bel(x_0) \;=\; p(x_0) \;=\; \det(2\pi\Sigma_0)^{-\frac{1}{2}}\;\exp\left\{-\tfrac{1}{2}\,(x_0-\mu_0)^T\Sigma_0^{-1}(x_0-\mu_0)\right\}$$

2.算法详细介绍

Kalman Filter五条黄金公式 ：

1: **Algorithm Kalman_filter**($\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t$):
2: $\bar{\mu}_t = A_t\ \mu_{t-1} + B_t\ u_t$
3: $\bar{\Sigma}_t = A_t\ \Sigma_{t-1}\ A_t^T + R_t$
4: $K_t = \bar{\Sigma}_t\ C_t^T (C_t\ \bar{\Sigma}_t\ C_t^T + Q_t)^{-1}$
5: $\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t\ \bar{\mu}_t)$
6: $\Sigma_t = (I - K_t\ C_t)\ \bar{\Sigma}_t$
7: return μ_t, Σ_t

这五条公式基本上就是Kalman Filter的主要内容了， 它的本质就是通过预测结合测量来估计当前系统的状态。举个lizi，假如我们要估计一架飞行器的姿态，可以通过IMU来实时测量，但是测量值有一定的风险是不准确的，所以并不能完全依赖传感器。任何一个满足物理规律的系统应当是连续的，所以我们还可以通过上一状态来预测当前状态。Kalman Filter正是结合这两条进行状态估计，到底是相信哪一个多一点，还要根据Kt来决定，我们定义Kt为卡尔曼增益，它是根据 测量和预测的协方差来计算的。

下面逐条解释：

- *line 2 :* 首先通过上一状态最优值和将要施加的控制量来预测当前状态，由假设一可以得到：

  $$\bar{\mu}_t = A_t\ \mu_{t-1} + B_t\ u_t$$

  因为我们只是求均值，而高斯噪声均值为0，所以可省去最后一项。

- *line 3 :* 除了预测均值之外，我们还需要预测值的协方差来计算Kalman增益。

  $$\bar{\Sigma}_t = A_t\ \Sigma_{t-1}\ A_t^T + R_t$$

  根据假设2，这条公式可以很容易得到。

- *line 4 :* 准备工作完成之后，需要根据预测值的协方差 $\bar{\Sigma}_t$ ，测量值和状态

  的比例系数，测量值的协方差来计算Kalman增益。

  $$K_t = \bar{\Sigma}_t\ C_t^T (C_t\ \bar{\Sigma}_t\ C_t^T + Q_t)^{-1}$$

  具体证明需要用到假设中的高斯分布公式，因为我们只是应用，所以就不在blog中讨论啦，感兴趣的小伙伴可以看书中3.2.4节 Mathematical Derivation of the KF，里面讲的很详细，分享一下下载链接 http://download.csdn.net/detail/lizilpl/8632071。

- *line 5 :* 这一行可以说是Kalman Filter 的精华了，现在我们有了对状态的预测值和协方差，同时也收集到了对状态的测量值。这时就可以通过kalman增益来计算状态估计值了。

  $$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t\ \bar{\mu}_t)$$

  增益越大，表明我们越相信测量值。

- *line 6*：根据 *line3*，预测当前状态需要用到上一状态的协方差，所以我们还需要计算当前状态的协方差用于下一次迭代。它同样要根据Kalman增益来计算：

$$\Sigma_t = (I - K_t\, C_t)\, \bar{\Sigma}_t$$

相信到这里，大家应该对kalman Filter的原理有了一个大致的了解，算法中，从初始状态开始，不断计算当前状态的均值和方差来迭代，直至系统结束。

3.应用实例

程序描述了如下一个系统：

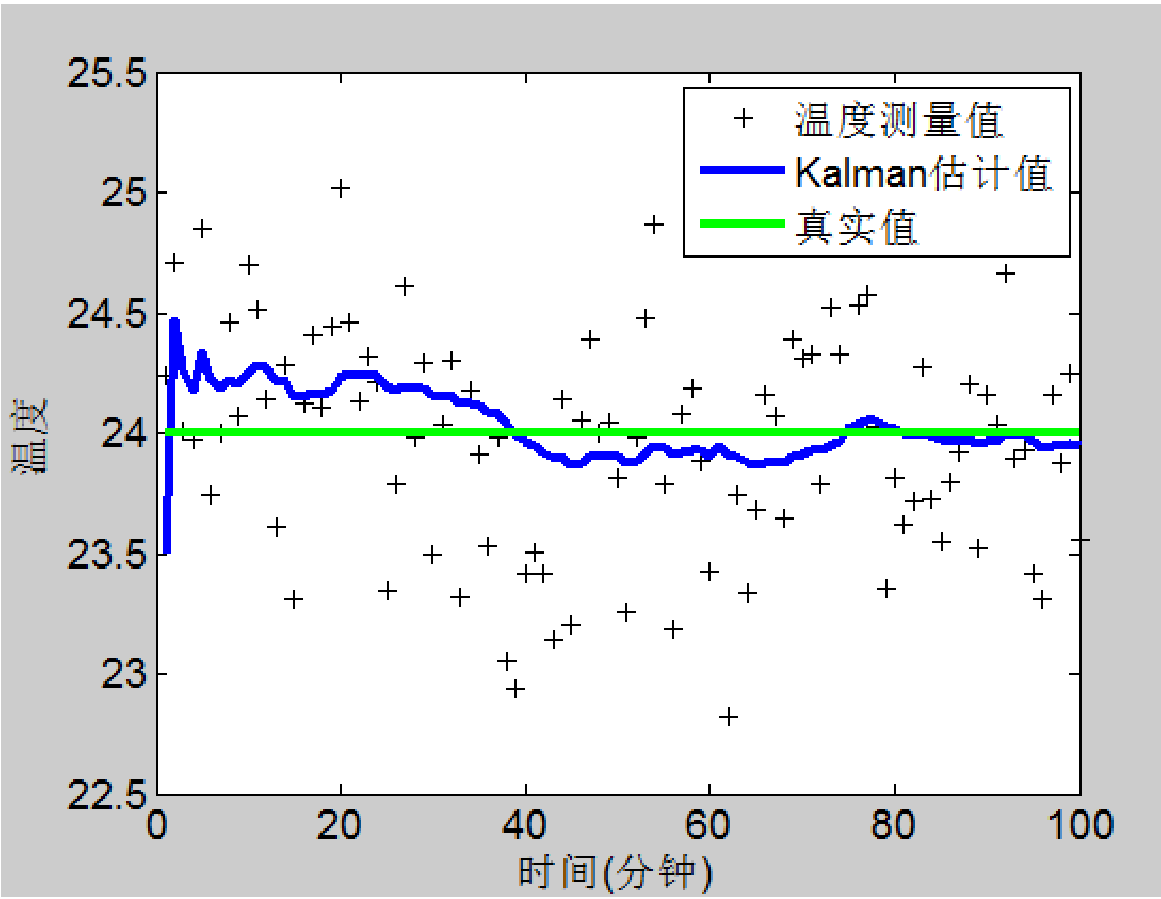
- 房间温度为24度
- 房间内连续两个时刻温度差值的标准差为0.02度
- 温度计的测量值误差的标准差为0.5度
- 对温度的初始估计值为23.5度，误差的方差为1
- 对整个系统的控制量为0

现在需要利用Kalman Filter来估计房间的实时温度

```
% 初始化参数
n_iter = 100;          %计算连续n_iter个时刻
sz = [n_iter, 1];
x = 24;                % 温度的真实值
Q = 4e-4;              % 对温度预测值的方差
R = 0.25;              % 测量方差，反应温度计的测量精度
T_start = 23.5;        %温度初始估计值
delta_start = 1;       %温度初始估计方差
z = x + sqrt(R)*randn(sz);
% z是温度计的测量结果，在真实值的基础上加上了方差为0.25的高斯噪声。
% 初始化数组
state_kalman=zeros(sz);
% 对温度的估计值。即在k时刻，结合温度计当前测量值与k-1时刻预测值，得到的最终估计值
variance_kalman=zeros(sz);          % 估计值的方差
state_pre=zeros(sz); % 对温度的预测
variance_pre=zeros(sz);      % 预测值的方差
K=zeros(sz);             % 卡尔曼增益
state_kalman(1) = T_start;    %温度估计值初始化
variance_kalman(1) =delta_start;    %估计值方差初始化
```

```
%结合当前时刻温度计的测量值，对上一时刻的预测进行校正，得到校正后的最优估计。由于是直接
state_kalman(k) = state_pre(k)+K(k)*(z(k)-state_pre(k));
variance_kalman(k) = (1-K(k))*variance_pre(k);
%计算最终估计值的方差用于下一次迭代
end
%绘图相关。。。。。
FontSize=14;
LineWidth=3;
figure();
plot(z,'k+'); %画出温度计的测量值
hold on;
plot(state_kalman,'b-','LineWidth',LineWidth) %画出最优估计值
hold on;
plot(x*ones(sz),'g-','LineWidth',LineWidth); %画出真实值
legend('温度测量值', 'Kalman估计值', '真实值');
xl=xlabel('时间(分钟)');
yl=ylabel('温度');
set(xl,'fontsize',FontSize);
set(yl,'fontsize',FontSize);
hold off;
set(gca,'FontSize',FontSize);
figure();
valid_iter = [2:n_iter]; % variance_pre not valid at step 1
plot(valid_iter,variance_kalman([valid_iter]),'LineWidth',LineWidth); %画出最
legend('Kalman估计的误差估计');
xl=xlabel('时间(分钟)');
yl=ylabel('℃^2');
set(xl,'fontsize',FontSize);
set(yl,'fontsize',FontSize);
set(gca,'FontSize',FontSize);
```

运行结果如下：



编辑于 2015-04-26 4 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

高斯白乎 ，最优者若何？高斯白者也～

2

2 人赞同

滤波几个相互正交的分类：

低通，高通
开环，闭环（有无iterate）
线性，非线性
时变，定常
动态系统，静态系统
是否最小方差

状态估计：

卡尔曼滤波：闭环，线性，时变，动态系统，steady state是低通，最小方差

加权平均：开环，线性，定常，静态系统，低通，最小方差

本质区别是系统是动态系统还是静态系统，静态系统的话，卡尔曼就闭环转开环（不再iterate）、时变转定常，回到加权平均，也可被看作steady state的卡尔曼滤波。如此来说，卡尔曼滤波是动态系统的加权平均～

信息融合：

卡尔曼滤波：闭环，线性，时变，动态系统，最小方差

互补滤波：开环，线性，定常，动态或静态系统，静态系统最小方差、动态是次小方差

本质区别是：互补滤波是对闭环的、iterative的、时变的卡尔曼滤波的开环、不iterative、定常的近似，也可被看作steady state的卡尔曼滤波，因此是sub optimal 次优（次小方差）。如果是静态系统，那卡尔曼滤波就回到互补滤波～

编辑于 2015-08-19　1 条评论　感谢　分享　收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

17

梁缘

17 人赞同

对动态事物的感知我们往往有两种手段，一种是预测，一种是观测。但是不幸的是无论是预测还是观测均避免不了误差，比如天气情况可以用一组非线性偏微分方程算出来，也可以用各个基站测量出来，但是均有误差。再比如导弹的运行轨迹我们可以预测也可以通过雷达观测，但是也均有误差。那么自然的问题就是如何在预测和观测给出一个最优的估计值。卡尔曼告诉了我们答案。答案很简单就是从两个方面观察得到，一是静态，如果预测的误差大观测的误差小我们有理由相信最优解更加靠近观测反之亦然；二是动态的角度，如果观测的误差大我们有理由相信下一时刻观测的贡献要小一些。我称之为动态的最小二乘，这便是大名鼎鼎的卡尔曼算法。对未来时刻用卡氏算法我们称之为预测，对当下的结果用卡氏算法我们称之为滤波，对过去的结果用卡氏算法我们称之为平滑。懂了这些也不枉费一晚上的学习。

发布于 2015-09-21　1 条评论　感谢　分享　收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

6

HeleleMama，。。电脑。。电子。。冷知识爱好者

6 人赞同

大白话说，就是对被观测量进行物理一个建模，目的是用“道理”来约束观测结果，减少噪声的影响。

比如你同时观测一个车的“加速度”和“速度”，如果上一次观测中，没有看到加速度，下一次的观测结果中速度却发生了变化，那么上一次肯定是有观测误差了（虽然暂时还不确定是哪个量观测错了）。

一般而言，你会观测一个系统的多个“相关变量”，并利用模型，通过上一次观测结果来对下一次的测量做一个预估。
比如你同时观测车的加速度，速度，和位移。然后你把其中每一个量当作未知量，用其它量去解它，这些计算方程就构建一了个“预估矩阵”，以此来进行预估。

在你通过预估矩阵，对上一组观测结果进行预估并得到了“理性上”的下一组观测结果后，然后你还会收到一组下一次的实际观测结果，它们之间肯定会有一定偏差。

你要对他们进行一定程度的融合来获得最后的结果。

一个很自然的想法是进行加权平均。比如我知道传感器比较不靠谱，我就把传感器的权重调小一些。或者我知道我用了很好的传感器，我可以把传感器的权重调大一些来增加稳定性。

卡尔曼滤波中对于如何调节权重有大量论文。经典的方法是先观测一组值，然后通过解相关性来估计传感器

噪声的大小，再依据噪声大小设置之后系统运行时采用的权重。

发布于 2014-12-13　4 条评论　感谢　分享　收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

2

JX Consp，朱门酒肉臭，路有克苏鲁

2 人赞同

使用贝叶斯推导的控制方法。

yeah! No equations.

发布于 2015-02-21　2 条评论　感谢　分享　收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

20

各自远扬，我们终将各自远扬

20 人赞同

数据滤波的意义：从混有随机噪声的数据序列（系统和量测）中，在线辨识和处理其噪声因素，还原出尽可能准确的状态估计值。

KF的应用领域：目标跟踪、故障诊断、计量经济学、惯导系统……
（Optimal Recursive Data Processing Algorithm 最优化自回归数据处理算法）

KF的适用范围：准确已知的线性系统和量测方程；系统噪声和量测噪声为互不相关的零均值高斯白噪声。

发布于 2014-09-17 3 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

3

王传鑫 ，研究僧

3 人赞同

如果你学过自动控制理论，应该听说过状态观测器。卡尔曼滤波器其实就是一个状态观测器，只不过，状态观测器的增益K值不是配极点配出来的，而是使用卡尔曼的公式算出来的。经过证明，使用此K值可以达到在当前传感器测量值与前次状态预测值之间估计得到最优的状态估计值（即当噪知道过程噪声process noise和传感器噪声sensor noise的统计学特性时，就可以设计出步步最优的状态观测器）。就个人理解，这个过程噪声主要用来衡量模型的不确定性。

前面说了这么多，其实个人感觉卡尔曼滤波并没有那么的好用，因为在本人的研究中，过程噪声不可忽略又无法测量，只能试凑。另外，如果模型参数不准，估计效果也不会好。

发布于 2016-02-19 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

1

亢文文 ，Learning machine of machine learning.

1 人赞同

记得大学的时候上信号处理的课程，书上第一次出现了那恐怖的五个公式，而且每个公式都是带k下标的，即使老师讲了一遍又一遍，依然云里雾里。后来读了研究生，搞不懂卡尔曼滤波心里不服，再看那些公式，虽然慢慢可以推导出来，可是至于为什么是这样还是不明白，心里的疙瘩还是没解开。至此，都是从信号处理、控制理论的领域去理解卡尔曼滤波。我准备放弃了，我相信我还弄不懂KF不是我自己的问题，一定是我看的资料解释的不具有一般性，没有从问题的本质出发。

后来我接触了机器学习领域，当然要看入门圣经**PRML**这本书啦。一开始我并不知道ML会跟KF有半毛钱关系，直到看到第**13**章讲**LDS**（线性动态系统）那部分，书上告诉我LDS的前向算法就是KF，而它的后向算

法是卡尔曼平滑（KS）。我靠，原来嚼了好几年都没嚼烂的KF只是LDS的一部分，而且从概率模型的角度去理解KF更简单也更接近本质。LDS理论不仅告诉你KF是怎么来的，以及它的哥们儿KS是怎么来的，而且能告诉你在状态方差和观测方差未知且可能随时间变化时（标准KF假定这两者已知且不随时间变化）怎么从数据学习到这些参数。

我敢说，很多哪怕可以迅速写下KF的五个公式（actually，在LDS理论里面，KF只有三个公式--均值公式、方差公式和增益公式，另外两个公式没必要单独拎出来）、自以为掌握了KF的同学，在学习LDS之前，他们很可能还没有接触到KF的本质。

发布于 2016-06-29 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

1

丁丁

1 人赞同

本质上是个状态观测器，对所需状态变量进行最优估计，顺便去了除噪声，达到滤波目的

发布于 2015-05-03 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

0

匿名用户

Kent Zeng 讲的非常通俗易懂。Rudolf Kalman 奇闻轶事：卡尔曼 Rudolf Kalman （卡尔曼滤波 Kalman Filter）有哪些奇闻轶事？ - 机器人

发布于 2015-04-29 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

我来回答这个问题

写回答…

我要回答

注册

已有帐号？登录

关注问题 770 人关注该问题

相关问题 换一换

线性系统的控制器加入零阶保持环节使得系统发散如何处理？ 7 个回答

现代的先进控制理论先进在哪里？如何评价在PID控制器份额在95%条件下稳定性逊色的先进控制系统？ 13 个回答

为什么很多国内四轴无人机爱好者黑大疆？ 52 个回答

鲁棒控制以及自适应控制等等工程上应用多的吗，有哪些实例？ 9 个回答

民用小型无人机的销售现状和前景怎么样？ 41 个回答

刘看山 • 移动应用 • 加入知乎 • 知乎协议 • 联系我们