西南财经大学本科期末考试试题册（B）

（2019－2020学年第1学期）

课程名称：概率论　　　　　　　命题教师：骆川义,吴萌

适用对象（年级专业）**：全校**

使用试题的任课教师姓名：全校

试题说明：

1、考试类型：闭卷[√]　开卷[ ]

2、本套试题共＿3＿道大题，共＿4＿页，完卷时间＿120＿分钟。

3、考试用品中除纸、笔、尺子外，可另带的用具有：

计算器[√]　字典[ ]　等

（请在下划线上填上具体数字或内容，所选[ ]内打钩）

考试时间（由制卷方填写）**：**

以下各项由学生填写：

任课教师：　　　　　　　　　年级专业：

学生姓名：　　　　　　　　　学　　号：

考生注意事项：1.出示学生证（或身份证）和准考证于桌面左上角，以备查验。

2.拿到试卷后清点并检查试卷页数，如有重页、页数不足、空白页及印刷模糊等举手向监考教师示意调换试卷。

3.答题前先将试题册及答题纸上的任课教师、专业、年级、学号、姓名填写完整。

4.所有答案均需填写在答题纸上，答在试题册上无效。

5.考生不得携带任何通讯工具进入考场。

6.考试结束后，将试题册、答题纸和草稿纸等下发材料上交监考教师，不得带离考场。

7.严格遵守考场纪律。

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 两个事件 A 和 B，已知 $P(A)=0.75$，$P(B)=0.65$ 且 $P(\bar{B}|A)=0.2$，则 $P(A\bigcup B)=$（　　）

（A）0.8　　（B）0.85　　（C）0.9　　（D）0.95

2. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{2}, & 0\le x<1,\\ 1-e^{-x}, & x\ge 1.\end{cases}$$

则 $P\{0\le \mathrm{X}\le 1\}=$（　）

（A）0　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{1}{2}-\mathrm{e}^{-1}$　　（D）$1-\mathrm{e}^{-1}$

3. 某人随机到达地铁 4 号线乘车，地铁每隔 5 分钟发车，则此人的平均等待时间为（　　）分钟

（A）0.5　　（B）1.5　　（C）2.5　　（D）3.5

4. 设每次试验成功的概率为 $p>0$，各次试验相互独立，当第 100 次成功时的平均试验次数为（　　）

（A）$\frac{100}{p}$　　（B）$\frac{100(1-p)}{p^2}$　　（C）$\frac{50}{p}$　　（D）$\frac{50(1-p)}{p^2}$

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,4^2)$，Y 服从 $N(\mu,5^2)$，记 $p_1=P\{X\le\mu-4\}$，$p_2=P\{Y\ge\mu+5\}$，则（　　）.

（A）$p_1=p_2$　　（B）$p_1<p_2$　　（C）$p_1>p_2$　　（D）不能确定

6. 设随机变量 X 和 Y 分别服从指数分布 $Exp(0.5)$ 和 $Exp(0.25)$，X 和 Y 的相关系数为 0.5，则利用切比雪夫不等式估计得到 $P\{|\mathrm{X}-\mathrm{Y}+2|\ge 4\}\le$（　　）

（A）0.75　　（B）0.7　　（C）0.8　　（D）0.85.

7. 设随机变量 X 和 Y 的方差都是 1，则 $3X+Y-2$ 与 $X-2Y+1$ 不相关的充分必要条件是（　　　　）

（A）$3X+Y-2$ 与 $X-2Y+1$ 相互独立　　（B）$\mathrm{Cov}(X,Y)=0.2$.

（C）$\mathrm{Cov}(X,Y)=0.5$　　（D）$\mathrm{Cov}(X,Y)=0$.

8. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 为独立同分布的随机变量序列，且都服从参数为 $\lambda\,(\lambda>0)$ 的指数分布 $Exp(\lambda)$，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则（　　　　）

（A）$\lim\limits_{n\to\infty} P\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \le x\} = \Phi(x)$.　（B）$\lim\limits_{n\to\infty} P\{\dfrac{\lambda\sum_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \le x\} = \Phi(x)$.

（C）$\lim\limits_{n\to\infty} P\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\} = \Phi(x)$.　（D）$\lim\limits_{n\to\infty} P\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\} = \Phi(x)$

9. 进行 5 次独立的试验，第 i 次试验失败的概率为 $p_i = \dfrac{1}{i+1}, 1\le i\le 5$,则 5 次试验中失败次数的平均值为（　　　）

（A） 1　　（B） $\dfrac{27}{20}$　　（C） $\dfrac{29}{20}$　　（D） 2

10.设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，则随机变量 $X+Y$ 与 $X-Y$ 不相关的充分必要条件为（　）

(A) $E(X)=E(Y)$　　(B) $E(X^2)-[E(X)]^2 = E(Y^2)-[E(Y)]^2$

(C) $E(X^2)=E(Y^2)$　　(D) $E(X^2)+[E(X)]^2 = E(Y^2)+[E(Y)]^2$

二、计算题（每小题 9 分，共 63 分）

1. 甲乙两个车间生产同一种产品，甲乙两个车间的产量之比为 4:6，次品率分别是 0.03 和 0.01， 两个车间生产的产品共同堆放在一个仓库，并从中任取一件产品.

(1) 求所取产品是次品的概率；

(2) 如果取出的产品是次品，求它是由甲厂生产的概率.

2. 已知随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} kx-x^2, & 0<x<1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$$

求：(1) 常数 k；(2) $P(X>\frac{1}{3})$；(3) $Y=\ln(2X)$ 的密度函数.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} 0.5xy, & 0<y<x<2, \\ 0, & 其它. \end{cases}$$

求：条件期望 $E[X|Y=y]$.

4. 设 N 服从 Poisson 分布 $P(\lambda)$，随机变量序列 $\{X_i, i\geq 1\}$ 同分布于二项分布 $b(n,p)$，且独立于 N，令 $Y=\sum_{i=1}^{N} X_i$。

求：(1) 对正整数 k，求期望 $E(Y|N=k)$； (2) 求 $E(Y)$。

5. 设二维随机变量 (X,Y) 服从区域 $D=\{(x,y)|0<x<1; 0<y<x\}$ 上的均匀分布，求：$Z=X-Y$ 的概率密度函数。

6. 假设一台 ATM 自动取款机在校内有 600 个客户， 若在一段时间内每个客户在此台 ATM 机上取钱的概率为 0.6，不取钱的概率为 0.4；假设客户取钱，则每个客户取 0.1 万，且每个客户取钱与否相互独立。求：银行应该在此台 ATM 机内存放多少钱，才能以 99.7% 的概率满足客户取款需求？$(\Phi(2.75)=0.997,\ \Phi(2.29)=0.989.)$

7. 某人购买汽车采用如下策略：如果正常使用满 T 年，或在 T 年内因使用寿命终结而损毁，则立即购买新车。假设汽车的使用寿命 X 服从指数分布 $Exp(0.2)$，汽车在使用期间每年创造 3 万元的收益，购买新车费用为 10 万，若因使用寿命终结而损毁则额外产生 2 万元费用。设此人买车的时间间隔为随机变量 Y，利润为 Z。

(1) 求 Y,Z 与使用寿命 X 的函数关系；

(2) 求此人买车的平均时间间隔 $E(Y)$ 及平均利润 $E(Z)$.

三、证明题（本题共 7 分）

已知：随机变量序列 $\{X_n, n\geq 1\}$ 相互独立，且 X_n 服从 Poisson 分布 $P(n)$,其特征函数为 $\varphi_{X_n}(t)=e^{n(e^{it}-1)}$；标准正态随机变量 X 的特征函数为 $\varphi_X(t)=e^{-\frac{t^2}{2}}$.

(提示：$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+o(x^3)$)。

(1) 证明: $\frac{X_n-n}{\sqrt{n}} \xrightarrow{L} X$，其中 $X\sim N(0,1)$ (即证明 $\frac{X_n-n}{\sqrt{n}}$ 依分布收敛于 X)；

(2) 利用(1)的结论证明：当 n 很大时，有估计 $n!\approx\sqrt{2n\pi}\left(\frac{n}{e}\right)^n$..