数理统计常用公式：

1、单个正态总体$U=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$，$T=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$；两个独立正态总体$U=\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$；$F=\dfrac{S_X^2/\sigma_1^2}{S_Y^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$；当$\sigma_1^2=\sigma_2^2$但未知时，$T=\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$，$S_w=\sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_X^2+(n_2-1)S_Y^2}{n_1+n_2-2}}$。

2、费希尔信息量$I(\theta)=E\left[\dfrac{\partial\ln p(X;\theta)}{\partial\theta}\right]^2=-E\left[\dfrac{\partial^2\ln p(X;\theta)}{\partial\theta^2}\right]$，$g(\theta)$的 C-R 下界为$\dfrac{[g'(\theta)]^2}{nI(\theta)}$。

3、分类数据χ^2检验$\chi^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\dfrac{(n_i-np_i)^2}{np_i}\dot\sim\chi^2(r-1)$；若 p_i 的计算与 k 个未知参数有关，有$\chi^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\dfrac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}\dot\sim\chi^2(r-k-1)$；独立性检验$\chi^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\sum\limits_{j=1}^{c}\dfrac{(n_{ij}-n\hat{p}_{ij})^2}{n\hat{p}_{ij}}\dot\sim\chi^2((r-1)(c-1))$。

4、方差分析中$S_T=\sum\limits_{i=1}^{r}\sum\limits_{j=1}^{m_i}(Y_{ij}-\overline{Y})^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\sum\limits_{j=1}^{m_i}Y_{ij}^2-\dfrac{1}{n}T^2$，$S_A=\sum\limits_{i=1}^{r}m_i(\overline{Y}_{i\cdot}-\overline{Y})^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\dfrac{T_i^2}{m_i}-\dfrac{1}{n}T^2$，$S_e=\sum\limits_{i=1}^{r}\sum\limits_{j=1}^{m_i}(Y_{ij}-\overline{Y}_{i\cdot})^2=\sum\limits_{i=1}^{r}\sum\limits_{j=1}^{m_i}Y_{ij}^2-\sum\limits_{i=1}^{r}\dfrac{T_i^2}{m_i}$；满足$S_T=S_e+S_A$，以及$\dfrac{S_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-r)$，并且当 H$_0$：$a_1=a_2=\ldots=a_r=0$成立时，$\dfrac{S_A}{\sigma^2}\sim\chi^2(r-1)$，且$S_e$与$S_A$相互独立.

此外，$\overline{Y}\sim N(\mu,\dfrac{\sigma^2}{n})$，$\overline{Y}_{i\cdot}\sim N(\mu_i,\dfrac{\sigma^2}{m})$，$\sigma^2$的无偏估计$\hat{\sigma}^2=\dfrac{S_e}{n-r}=MS_e$.

5、回归分析中，$l_{xx}=\sum(x_i-\overline{x})^2=\sum x_i^2-n\overline{x}^2$，$l_{xy}=\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=\sum x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}$，$l_{yy}=\sum(y_i-\overline{y})^2=\sum y_i^2-n\overline{y}^2$，$\hat\beta_1=\dfrac{l_{xy}}{l_{xx}}\sim N\left(\beta_1,\dfrac{\sigma^2}{l_{xx}}\right)$，$\hat\beta_0=\overline{Y}-\hat\beta_1\overline{x}\sim N\left(\beta_0,\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{\overline{x}^2}{l_{xx}}\right)\sigma^2\right)$；

$\hat{Y}_0=\hat\beta_0+\hat\beta_1x_0\sim N\left(\beta_0+\beta_1x_0,\left[\dfrac{1}{n}+\dfrac{(x_0-\overline{x})^2}{l_{xx}}\right]\sigma^2\right)$，$Y_0-\hat{Y}_0\sim N\left(0,\left[1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{(x_0-\overline{x})^2}{l_{xx}}\right]\sigma^2\right)$；

$S_T=\sum(Y_i-\overline{Y})^2=l_{YY}$，$S_R=\sum(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2=\hat\beta_1^2l_{xx}=\dfrac{l_{xY}^2}{l_{xx}}$，$S_e=\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2=l_{YY}-\dfrac{l_{xY}^2}{l_{xx}}$；

$S_T=S_e+S_R$，以及$\dfrac{S_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-2)$，当 H$_0$：$\beta_1=0$成立时，$\dfrac{S_R}{\sigma^2}\sim\chi^2(1)$，且$S_e$与$S_R$独立。