

【贸大 817-21 年单 9-考点：回归分析】

9. 对于多元线性模型  $Y = X^T\beta + \varepsilon$ , 其中  $X = (X_1, \dots, X_p)^T, \beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$  为回归参数向量, 以下说法中错误的有 (\*)。

- (1)  $X_1$  与  $Y$  的相关系数的符号与  $\beta_1$  的符号一定相同
  - (2) 矩阵  $(X^T X)$  的特征值可以用来检验多重共线性的严重性
  - (3) 对  $p$  个回归参数分别进行  $t$  检验等价于对回归模型整体的  $F$  检验
  - (4) 若用最小二乘法估计参数  $\beta$ , 一定有  $\hat{\beta}_i \neq 0, i = 1, \dots, p$
  - (5) 最小二乘估计量  $\hat{\beta}$  的性质不会受误差  $\varepsilon$  分布的影响
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】回归分析

【解析】逐个进行判断：

对于 (1), 错误, 假如存在多重共线性, 有可能符号相反

对于 (2), 没问题, 原理为条件指数法, 具体见下:

(四) 条件指数

$k$  个自变量 (不包含常数项) 的样本数据构成一个  $n \times k$  的矩阵  $X$ , 如果自变量之间存在多重共线性, 则称  $X$  为病态的。 $X^T X$  为一个  $k \times k$  的方阵, 其特征根由大到小排列, 依次为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ 。如果  $X$  为病态的, 则  $X^T X$  就存在非常小的特征根 (并且有几个共线关系, 就有几个很小的特征根)。定义条件指数 (Condition Index, CI) 为

$$CI = \frac{\lambda_1}{\lambda_k}$$

即最大特征根为最小特征根的倍数。经验判断法则是: 若  $CI < 100$ , 则认为多重共线性的程度很小; 若  $100 \leq CI \leq 1000$ , 则认为多重共线性的程度中等或比较严重; 若  $CI > 1000$ , 则认为多重共线性的程度非常严重。

对于 (3) 错误, 在多元场景下,  $t$  检验和  $F$  检验没有关系

对于 (4) 错误, 均为 0 表示自变量与因变量之间没有线性关系, 或者说自变量对因变量的影响可以被其他变量完全解释。这种情况下, 多元线性回归模型就变成了一个常数模型, 即无论自变量取何值, 预测的因变量值都相同。所以可以为 0

对于 (5) 错误。比如最小二乘估计量的无偏性就用到了误差项期望为 0 的假定。

综上, 有 4 个说法错误, 选择 D

【答案】D

【勘误】之前真题解析时说的 (4) 是对的, 但是应该是错误的, 具体解释见上。所以答案也由 C 选项变为 D 选项。