# 西南财经大学本科期末考试试题册(B)

（2020－2021学年第2学期）

**以下各项由命题教师填写：**

**课程名称：**概率论（理科）　　**命题教师：概率组**

**适用对象**（年级专业）：全校

**使用试题的任课教师姓名：**全校

## 试题说明：

1、考试类型：闭卷[✓ ]　开卷[ ]

2、本套试题共　三　道大题，共　4　页，完卷时间 120　分钟。

3、考试用品中除纸、笔、尺子外，可另带的用具有：

计算器[✓ ]　字典[ ]　等

（请在下划线上填上具体数字或内容，所选[　]内打钩）

**考试时间**（由制卷方填写）：

**以下各项由学生填写：**

**任课教师：**　　　　　　　　**年级专业：**

**学生姓名：**　　　　　　　　**学　　号：**

考生注意事项：1.出示学生证（或身份证）和准考证于桌面左上角，以备查验。

2.拿到试卷后清点并检查试卷页数，如有重页、页数不足、空白页及印刷模糊等举手向监考教师示意调换试卷。

3.答题前先将试题册及答题纸上的任课教师、专业、年级、学号、姓名填写完整。

4.所有答案均需填写在答题纸上，答在试题册上无效。

5.考生不得携带任何通讯工具进入考场。

6.考试结束后，将试题册、答题纸和草稿纸等下发材料上交监考教师，不得带离考场。

7.严格遵守考场纪律。

## 一、选择题（每空 3 分, 共 30 分）

(古典概型)

1、将 3 个不同的球随机放入 4 个不同的杯中，有一个杯子放入 2 个球的概率是(      )

A、$\frac{C_3^2 \cdot C_4^2}{4^3}$　　B、$\frac{C_3^2 \cdot A_4^2}{4^3}$　　C、$\frac{C_3^2 \cdot C_4^2}{3^4}$　　D、$\frac{C_3^2 \cdot A_4^2}{3^4}$

2、设事件 $A,B,C$ 相互独立，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{2}$，则 $P(AC|A\cup B)=($      $)$

A、$\frac{1}{4}$　　B、$\frac{3}{4}$　　C、$\frac{1}{2}$　　D、$\frac{1}{3}$

3、设 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ x+\frac{1}{2}, & 0\le x<1/2, \\ 1, & x\ge 1/2. \end{cases}$，则 $F(x)($ A $)$

混合随机变量

A、是随机变量 $X$ 的分布函数　　B、不是随机变量 $X$ 的分布函数

单调 正则 右连续

C、是离散型随机变量 $X$ 的分布函数　　D、是连续型随机变量 $X$ 的分布函数

4、设 $p(x)$ 是随机变量的概率密度函数，则其必须满足的性质是( C   )

非负 and 正则

A、单调不减函数　　B、连续函数　　C、非负函数　　D、$\lim_{x\to\infty} p(x)=1$

5、随机变量 $X$ 的概率密度函数 $p(x)$ 满足 $p(1-x)=p(1+x)$ 且 $\int_0^2 p(x)dx=0.6$.

则 $P(X<0)=($ B $)$

0.6

A、0.2　　B、0.3　　C、0.4　　D、0.5

6、设 $X,Y$ 相互独立，且均服从 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(|X-Y|\le 1)$ (      )

A、与 $\mu$ 无关, 而与 $\sigma^2$ 有关　　B、与 $\mu$ 有关, 而与 $\sigma^2$ 无关

C、与 $\mu,\sigma^2$ 都有关　　D、与 $\mu$, $\sigma^2$ 都无关

7、设 $X\sim N(0,1), Y\sim N(1,4)$ 且相关系数 $\rho_{XY}=1$，则 (      )

A、$P(Y=-2X-1)=1$　　B、$P(Y=2X-1)=1$

C、$P(Y=-2X+1)=1$　　D、$P(Y=2X+1)=1$

8、设随机变量 $X_1, X_2, X_3$ 相互独立且均服从参数 $\lambda$=3 的泊松分布，令 $Y=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，

则 $E(Y^2)=($　　　　$)$

A、1　　　　B、9　　　　C、10　　　　D、6

9、设随机变量 $X \sim b(9,\frac{1}{3})$ (二项分布), $Y \sim Ge\left(\frac{1}{2}\right)$ (几何分布)，且 $X$，$Y$ 相互独立，则根据切比雪夫不等式有 $P(Y-2<X<Y+4)$ (　　　　)

A、　$\le \frac{1}{9}$.　　　　B、　$\ge \frac{5}{9}$.　　　　C、　$\ge \frac{8}{9}$.　　　　D、　$\le \frac{4}{9}$.

10、设随机变量序列 $\{X_n\}$ 相互独立，且均服从参数为 2 的指数分布，则当 $n \to \infty$ 时，

$Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛于（　　　　）

A、2　　　　B、1　　　　C、0.25　　　　D、0.5

## 二、解答题（每题 9 分，共 63 分）

1、飞机坠落在 A,B,C 三个区域之一，营救部门判断其概率分别为 0.7,0.2,0.1；用直升机搜救这些区域，若有残骸，被发现的概率分别为 0.3,0.4,0.5.若已用直升机搜索过 A 区域及 B 区域，没有发现残骸，在这种情况下，计算飞机坠落在 C 区域的概率。

结果：D表示A B区域没有发现残骸
原因：A.B.C 分别表示飞机坠落在A B C区域
$P(A)=0.7$　$P(B)=0.2$　$P(C)=0.1$
$P(D|A)=0.7$　$P(D|B)=0.6$　$P(D|C)=1$

$P(C|D)=\frac{P(CD)}{P(D)}=\frac{P(C)\cdot P(D|C)}{P(A)\cdot P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)}$

2、设连续型随机变量 $X$ 的概率密度为：

$$p(x)=\begin{cases} Ax, & 0<x<1, \\ \frac{A}{x}, & 1\le x<e, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求：(1) 常数 $A$；

(2) $X$ 的分布函数 $F(x)$；

(3) $P\left\{\frac{1}{2}\le X<5\right\}$.

3、在区间（0,2）随机取一点，将该区间分成两段，较短的一段长度记为 X，较长的一段长度记为 Y. 令 $Z=\frac{Y}{X}$，求：

(0,1) 间的均匀分布

(1) $X$ 的概率密度函数,

(2) $Z$ 的概率密度函数, $Z=\frac{2-X}{X}$, 严格单调, 密度函数法

(3) $E(\frac{X}{Y})$. $E(\frac{X}{2-X})$

4、设随机变量 $X,Y$ 相互独立， $X \sim U(0,1)$ (均匀分布)， $Y$ 服从参数为 1 的指数分布，

求: (1) 概率 $P(X>Y)$； (2) $Z=X+Y$ 的密度函数

5、已知二维随机变量 $(X,Y)$ 在区域 $D=\left\{(x,y): 0<y<\sqrt{1-x^2}\right\}$ 服从均匀分布，且

$$Z_1=\begin{cases}1, & X-Y>0 \\ 0, & X-Y\le 0\end{cases} \qquad Z_2=\begin{cases}1, & X+Y>0 \\ 0, & X+Y\le 0\end{cases}$$

求: (1) 二维随机变量 $(Z_1,Z_2)$ 的联合分布列。

(2) $Z_1$ 与 $Z_2$ 的相关系数 。

6、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为：

$$p(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<y<x<1, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求: (1) $P(X>\frac{1}{2}\mid Y=y)$； (2) $E(X\mid Y=\frac{1}{2})$

7、甲乙两个剧场竞争 1000 名观众，假定每个观众等可能的选择甲乙剧场，且观众之间的选择是相互独立的。问甲剧场应该设多少个座位才能以小于 1%的概率保证不因座位缺少而失去观众？ 中心极限定理

(附常用正态分布值：$\Phi(2.33)=0.99$，$\Phi(1.65)=0.95$)

三、证明题 (7 分)

设随机变量 $X_1,X_2\cdots X_n$ 相互独立，且均服从标准正态分布，请利用特征函数证明：

$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 也服从标准正态分布.