西南财经大学本科期末考试试题册（A）

（2019－2020学年第1学期）

以下各项由命题教师填写：

课程名称： 概率论（理科）　　**命题教师：** 吴萌，骆川义

适用对象（年级专业）**：** 全校

使用试题的任课教师姓名： 全校

试题说明：

1、考试类型：闭卷[✓]　开卷[ ]

2、本套试题共 3 道大题，共 3 页，完卷时间 120 分钟。

3、考试用品中除纸、笔、尺子外，可另带的用具有：

计算器[✓]　字典[ ]　等

（请在下划线上填上具体数字或内容，所选[　]内打钩）

考试时间（由制卷方填写）**：**

以下各项由学生填写：

任课教师：　　　　　　　　**年级专业：**

学生姓名：　　　　　　　　**学　　号：**

考生注意事项： 1.出示学生证（或身份证）和准考证于桌面左上角，以备查验。

2.拿到试卷后清点并检查试卷页数，如有重页、页数不足、空白页及印刷模糊等举手向监考教师示意调换试卷。

3.答题前先将试题册及答题纸上的任课教师、专业、年级、学号、姓名填写完整。

4.所有答案均需填写在答题纸上，答在试题册上无效。

5.考生不得携带任何通讯工具进入考场。

6.考试结束后，将试题册、答题纸和草稿纸等下发材料上交监考教师，不得带离考场。

7.严格遵守考场纪律。

一、选择题（每题分 3 分, 共 30 分）

1、将 n 个不同的球随机放入 N 个盒子（一个盒子可以容纳所有球且 $N>n$），每个盒子至多一个球的概率为 (　　)

A. $\frac{C_N^n}{N^n}$　　B. $\frac{n!}{N^n}$　　C. $\frac{A_N^n}{N^n}$　　D. $\frac{C_N^n n!}{n^N}$

2、若事件 A、B 满足 $P(AB)=0$,则以下说法正确的是 (　　)

A. A,B 不相容　　B. $P(A)=0$或$P(B)=0$

C. $AB=\Phi$　　D. $P(A)>0$时，$P(B|A)=0$

3、设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} a\,e^{-\frac{x^2}{2}}+b, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，则常数为 (　　)

A. a=1, b= -1　　B. a= -1, b= 1　　C. a=1, b= 1　　D. a= -1, b= -1

4、某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为 p $(0<p<1)$,则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为 (　　)

A. $3p(1-p)^2$　　B. $6p(1-p)^2$　　C. $3p^2(1-p)^2$　　D. $6p^2(1-p)^2$

5、设随机变量 $X_i \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{pmatrix}$ $(i=1,2)$，且满足 $P(X_1X_2=0)=1$，

则 $P(X_1=X_2)$ 等于（　　）

A. 0　　B. 0.25　　C. 0.5　　D. 1

6、对于任意两个随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$，则 (　　)

A. $Var(XY)=Var(X)\cdot Var(Y)$　　B. $Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$

C. X 和 Y 独立　　D. X 和 Y 不独立

7、随机变量 $X\sim N(0,1)$, $Y\sim N(1,1)$,且相互独立，则 (　　)

A. $\mathrm{P}(\mathrm{X}+\mathrm{Y}\leqslant 0)=\frac{1}{2}$；　　B. $P(X-Y\leqslant 1)=\frac{1}{2}$；

C. $P(X-Y\leqslant 0)=\frac{1}{2}$；　　D. $P(Y-X\leqslant 1)=\frac{1}{2}$

8、设随机变量序列 $X_1, X_2\cdots X_n$ 相互独立，均服从参数为 1 的指数分布，

令 $Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$,则 $Y\xrightarrow{P}$ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9、设随机变量序列 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 相互独立且同分布，$E(X_i)=u$，$Var(X_i)=4\ \ (i=1,2,...,n)$，则对于 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，有 $P\{|\bar{X}-u|<3\}$ （　　）

A. $\le \frac{4}{9n}$　　B. $\le \frac{4}{9}$　　C. $\ge 1-\frac{4}{9n}$　　D. $\ge 1-\frac{4}{9}$

10、设随机变量 X 服从区间 $(0, Y)$ 上的均匀分布，Y 服从指数分布 $Exp(2)$，则 $E[X]=$（　　）.

A. 1　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

二、解答题（每题 9 分, 共 63 分）

1、在你外出度假的时，你请邻居给你的病树浇树。如果没浇水的话，它死去的概率为 0.8.如果浇水的话，它死去的概率为 0.15.你有 90%的把握确定邻居记得浇水，试求：

（1）当你回来时，树还活着的概率；

（2）如果树死了，那么邻居忘记浇水的概率。

2、设随机变量 X 的概率密度函数为：

$$p(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le 1, \\ A-x, & 1<x\le 2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

试求：(1) 常数 A. (2) X 的分布函数. (3) 求 $Y=2X-1$ 的概率密度函数

3、 设随机变量 X 与 Y 独立，其分布密度分别为：

$$p_X(x)=\begin{cases} 1, & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}; \qquad p_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求（1）概率 $P(X+Y<1)$。

（2）$Z=2X+Y$ 的密度函数

4、 已知二维随机变量 (X,Y) 在单位圆上服从均匀分布, 试分别讨论随机变量 X,Y 的相关性和独立性。

5、设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$Y \backslash X$	-1	0	1
0	0.1	0.2	α
1	β	0.1	0.2

并且$P(X+Y=1)=0.4$，

(1) 求α,β的值; (2) 求$Cov(X,Y)$ (3) 判断事件$\{X=1\}$与事件$\{\max\{X,Y\}=1\}$是否独立, 并说明理由.

6、设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为:

$$p(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x,\ 0<x<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试求 E(X|Y=0)

7、修理厂修理机器需两个阶段，第一阶段所需时间为指数分布，均值为 0.2 小时。第二阶段所需时间也是指数分布，并且与第一阶段独立，均值为 0.3 小时。现在修理工有 20 台机器需要修理，请利用中心极限定理计算他在 8 小时内完成修理任务的概率近似值。

附常用正态分布值：$\Phi(1.28)=0.8997,\Phi(1.24)=0.8925,\Phi(1.64)=0.9495,\Phi(1.65)=0.9505$
$\Phi(1.96)=0.9750,\Phi(2.0)=0.97725$

三、证明题（7 分）

设$\{X_n\}$为独立同分布的随机变量序列，均服从$U(-1,1)$，请利用特征函数证明:

$\sqrt{\dfrac{3}{n}}\sum_{k=1}^{n}X_k$依分布收敛于$N(0,1)$.

(提示：$\sin x=x-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}+o(x^5)$)