

数理统计第七章测验题

考试时间 2023 年 6 月 4 日，答卷时间 120 分钟，总分 100 分，出题人-李绍文

第 3、4、5、6、7、8 题 $\alpha=0.05$ 且必须写出假设、统计量、拒绝域，并求 p 值

1. (14 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的样本，检验假设 $H_0: \mu=6$ vs $H_1: \mu \neq 6$ ，拒绝域取为 $W = \{|\bar{x}-6| \geq c\}$ ，试求 c 使得检验的显著性水平为 0.05，并求该检验在 $\mu=4$ 处犯第二类错误的概率。

2. (14 分) 总体 X 的密度函数 $p(x; \theta) = \theta x^{-\theta-1} I_{x>1}$, ($\theta > 0$), X_1, X_2, \dots, X_n 为样本。

(1) 求 θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}$ 。

(2) 检验 $H_0: \theta = \theta_0$ ，求似然比 $\Lambda(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，判断其对数 $\ln \Lambda$ 与统计量 $\chi^2 = 2\theta_0 \ln(X_1 X_2 \cdots X_n)$ 是否存在函数关系。

3. (12 分) 某袋装食品正常情况下每袋重量(克)服从 $N(400, 36)$ ，现抽取 25 袋测得平均重量为 396.4 克。问这种袋装食品是否重量不足？

4. (12 分) 两批钢丝抗断强度都服从正态分布。从第一批中取 12 根，测得样本方差 $s_x^2 = 10.1^2$ ；从第二批中取 16 根，测得样本方差 $s_y^2 = 9.5^2$ 。试比较两批钢丝抗断力的方差是否有显著差异？

5. (12 分) 设某种电子元件平均寿命服从指数分布。随机抽取 5 个元件，测得失效时间(小时)平均值为 $\bar{x} = 4423$ 。检验这种元件的平均寿命是否不小于 6000 小时。

6. (12 分) 掷一枚硬币 100 次，结果正面出现了 65 次，能否认为这枚硬币均匀？

7. (12 分) 某工厂生产的产品分成甲、乙、丙三个等级，通常情况下比例为 2:3:5。现随机抽取 100 件产品，三个等级的数量分别为 15, 36, 49。能否认为这批产品中各等级的数量比例保持在 2:3:5？

8. (12 分) 为了了解学生的出国留学意愿，一次随机抽样调查的结果如下：

性别 \ 留学意愿	是	不清楚	否	合计
男	8	19	23	50
女	12	21	17	50
合计	20	40	40	

检验性别与出国留学意愿是否存在显著关系？

附录： $\Phi(1.64) = 0.95$ ， $\Phi(1.96) = 0.975$ ， $\Phi(2.04) = 0.9793$ ， $\Phi(3) = 0.9987$ ，

$\Phi(3.145) = 0.9992$ ；当 $x \geq 4$ 时， $\Phi(x) \approx 1$ ； $\chi_{0.6}^2(2) = 1.8$ ， $\chi_{0.71}^2(2) = 2.47$ ，

$\chi_{0.95}^2(2) = 5.9915$ ， $\chi_{0.05}^2(10) = 3.94$ ， $\chi_{0.31}^2(10) = 7.37$ ， $\chi_{0.95}^2(10) = 18.307$ ，

$f_{0.975}(11, 15) = 3.01$ ， $f_{0.975}(15, 11) = 3.33$ ， $f_{0.60}(11, 15) = 1.13$