

随机过程作业9: ctmc(2)

截止日期:

Problem 1

(习题6.8) 考察两台机器, 两者都有均值为 $\frac{1}{\lambda}$ 的指数寿命。有一个修理工可以以指数速率 μ 服务于机器。建立科尔莫戈罗夫向后方程, 不要求解。

Problem 2

一质点在1, 2, 3三个节点上做随机跳跃, 若 t 时刻质点处于节点 $i, i = 1, 2, 3$, 则在 $[t, t + h]$ 内以概率 $\frac{1}{2}h + o(h)$ 分别跳跃到其它两个节点。记 $X(t)$ 表示时刻 t 质点所处的节点位置, $P_{ij}(t) = p\{X(t) = j | X(0) = i\}$ 。

问题: 建立关于 $P_{ij}(t)$ 的Kolmogorov微分方程, 并解 $P_{11}(t)$ 。

Problem 3

(练习题6.13) 一个理发师经营的小理发店最多能容纳两个顾客。潜在顾客以每小时3个的速率的泊松过程到达, 而相继的服务时间是均值为 $\frac{1}{4}$ 小时的独立的指数随机变量。建立CTMC模型, 求解下面各项。

- (a) 在店中顾客的平均数
- (b) 进入店中的潜在客户的比例
- (c) 如果该理发师工作的速率快至两倍, 他将多做多少生意?

Problem 4

(练习题6.15) 一个服务中心由两条服务线组成。每条以平均每小时2个服务的指数速率工作。如果顾客以速率每小时3个的泊松过程到达, 假定系统的容量至多为3个顾客。

- (a) 潜在顾客进入系统的比例是多少?
- (b) 如果只有单服务线, 而他的速率快两倍 (即 $\mu = 4$), (a)的值是多少?

Problem 5

(练习题6.17) 一台失效的机器被修复后, 保持运行一段长度服从指数分布的时间 (速率为 λ), 然后失效, 并且其失效有两种类型。若是第一类失效, 则修复它的时间是速率为 μ_1 的指数时间; 若是第二类失效, 则修复它的时间是速率为 μ_2 的指数时间。机器的运行时间独立于修复时间。机器

失效时, 属于第一类失效的概率是 p , 属于第二类失效的概率是 $1 - p$.

问题: 建立CTMC模型, 并求

- (1) 由第一类失效引起机器不能运行的时间比例是多少?
- (2) 机器正常运行的时间比例是多少?

Problem 6

(练习题6.24)考察一个出租车的车站, 其中出租车与顾客分别按速率为每分钟1辆与每分钟2人的Poisson过程到达, 且相互独立。无论有多少出租车在那里, 新来的出租车都会等待, 然而, 若顾客到达发现没有出租车就会离去。假设每辆出租车只搭载一名顾客。

问题: 建立CTMC模型,

- (a) 求等待的出租车的平均数;
- (b) 求到达顾客能搭乘出租车的比例。