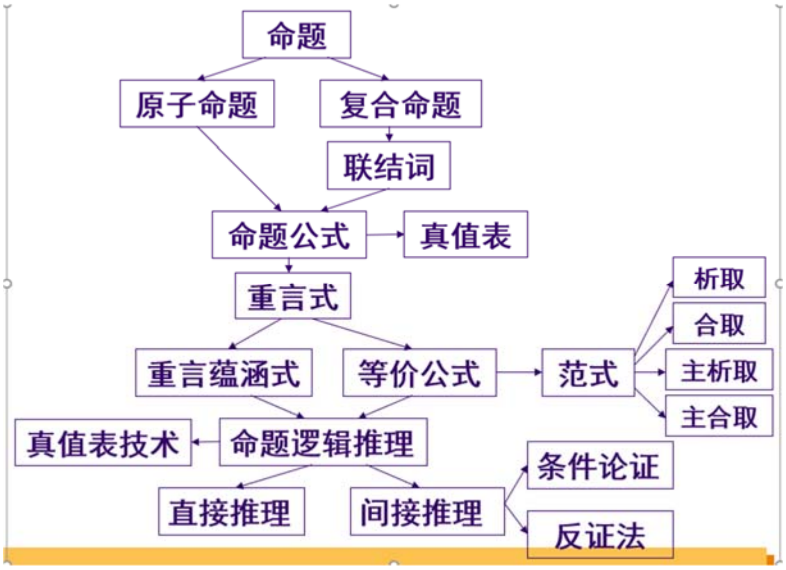

1、学会命题的判断和分类。

2、学会联结词与自然语言的对应关系及其翻译方法。

联结词	自然语言
$\wedge$	既…又…、不仅…而且…、虽然…但是…、并且、和、与
$\rightarrow$	如果P则Q、只要P就Q、P仅当Q、只有Q才P、除非Q否则¬P、因为P所以Q
$\leftrightarrow$	等价、当且仅当、充分必要
$\vee$	相容（可兼）的或

3、学会通过真值表判断给定公式的类型。

4、学会主析取和主合取范式的求解方法。

5、重言式的证明、重言蕴涵式的证明。

6、重要的重言蕴涵式表、重要的等价公式表。

重要的重言蕴涵式

I_1. $P\wedge Q\Rightarrow P$　　I_2. $P\wedge Q\Rightarrow Q$

I_3. $P\Rightarrow P\vee Q$　　I_4. $Q\Rightarrow P\vee Q$　　有啥用呢？

I_5. $\neg P\Rightarrow P\rightarrow Q$　　I_6. $Q\Rightarrow P\rightarrow Q$

I_7. $\neg(P\rightarrow Q)\Rightarrow P$　　I_8. $\neg(P\rightarrow Q)\Rightarrow\neg Q$

I_9. $P,Q\Rightarrow P\wedge Q$　　I_{10}. $\neg P\wedge(P\vee Q)\Rightarrow Q$

I_{11}. $P\wedge(P\rightarrow Q)\Rightarrow Q$　　I_{12}. $\neg Q\wedge(P\rightarrow Q)\Rightarrow\neg P$

I_{13}. $(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R)\Rightarrow P\rightarrow R$

I_{14}. $(P\vee Q)\wedge(P\rightarrow R)\wedge(Q\rightarrow R)\Rightarrow R$

I_{15}. $A\rightarrow B\Rightarrow(A\vee C)\rightarrow(B\vee C)$

I_{16}. $A\rightarrow B\Rightarrow(A\wedge C)\rightarrow(B\wedge C)$

如何证明它们？3种方法！

如：设前件为T，推出后件也为T。

更妙的方法在前面！学完等价再回来证明我。。。

重要的等价公式

设G, H, S是任意的命题公式，则：

(1) E_1: $G\vee G=G$　　(幂等律)

E_2: $G\wedge G=G$

$G\leftrightarrow G=T$

$G\rightarrow G=T$

(2) E_3: $G\vee H=H\vee G$　　(交换律)

E_4: $G\wedge H=H\wedge G$

$G\leftrightarrow H=H\leftrightarrow G$

$G\rightarrow H\neq H\rightarrow G$

7、学会命题的符号化与有效论证的证明方法。

判断下列推理是否正确：

在模拟考试中，如果甲第三，那么如果乙第二，则丙第四。丁不是第一或甲第三。乙第二。从而知，如果丁第一，那么丙第四。

证明：令 P：甲第三，Q：乙第二，R：丙第四，S：丁第一。

前提：$\underline{P\to(Q\to R)}$, $\neg S\vee P$, Q　　　　　　$(P\wedge Q)\to R$ 也可以

结论：$S\to R$

推理形式：$P\to(Q\to R), \neg S\vee P, Q \Rightarrow S\to R$（结论是蕴涵式，故可考虑用 CP 规则）

（1）	S	P（附加）（6分）
（2）	$\neg S\vee P$	P
（3）	P	T,I,(1),(2)
（4）	$P\to(Q\to R)$	P
（5）	$Q\to R$	T,I,(3),(4)
（6）	Q	P
（7）	R	T,I,(5),(6)
（8）	$S\to R$	T,I,(1),(7),CP规则

8、学会谓词公式的符号化，特性谓词的添加。熟能生巧。

设个体域是全体实数的集合。对任意给定的x>0，都存在y>0，使得xy>0。

对任意给定的x>0，都存在y>0，使得xy>0。

设个体域是全体大学生的集合。所有的大学生都是国家的希望。

所有的大学生都是国家的希望。

9、学会求解谓词公式的解释。

$(\exists x)(P(x)\to Q(x))\wedge 1$，其中，P(x): x>2；Q(x): x=0, 个体域为{1,2}

10、学会自由变元、约束变元、辖域的概念，约束变元的改名规则和自由变元的代入规则。学会求解前束范式。

求公式 $(\forall x)P(x, y)\leftrightarrow(\forall y)Q(y)$ 的前束范式。

解：$(\forall x)P(x, y)\leftrightarrow(\forall y)Q(y)$　　无双向蕴涵相关的谓词等价式

$= ((\forall x)P(x, y)\rightarrow(\forall y)Q(y)) \wedge ((\forall y)Q(y)\rightarrow(\forall x)P(x, y))$

$= (\neg(\forall x)P(x, y) \vee (\forall y)Q(y)) \wedge (\neg(\forall y)Q(y) \vee (\forall x)P(x, y))$

$= ((\exists x)\neg P(x, y) \vee (\forall y)Q(y)) \wedge ((\exists y)\neg Q(y) \vee (\forall x)P(x, y))$

$= ((\exists x)\neg P(x, y) \vee (\forall u)Q(u)) \wedge ((\exists v) \neg Q(v) \vee (\forall w)P(w, y))$

$= (\exists x)(\forall u)(\neg P(x, y) \vee Q(u)) \wedge (\exists v)(\forall w)(\neg Q(v) \vee P(w, y))$

$= (\exists x)(\forall u)(\exists v)(\forall w)((\neg P(x, y) \vee Q(u)) \wedge (\neg Q(v) \vee P(w, y))$

11、谓词逻辑的有效蕴涵和等价公式。

重要的有效蕴涵与等价式

（1）命题演算中的等价式和蕴涵式可推广到谓词演算中使用。

例如：

$(\exists x)P(x) \wedge \neg(\exists x)P(x) = F$

$(\forall x)P(x)\rightarrow(\exists x)Q(x) = \neg(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

$\neg(\exists x)Q(x) \vee \neg(\forall x)P(x) = \neg((\exists x)Q(x) \wedge (\forall x)P(x))$

$(\exists x)P(x) \wedge ((\exists x)P(x)\rightarrow(\forall y)Q(y)) \Rightarrow (\forall y)Q(y)$

$(\forall x)(A(x)\wedge B(x)) = (\forall x)A(x)\wedge(\forall x)B(x)$

$(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$

$= (\forall x)\neg(\neg A(x)\vee\neg B(x))$

$= \neg(\exists x)(\neg A(x)\vee\neg B(x))$

$= \neg((\exists x)(\neg A(x)\vee\neg B(x)))$

$= \neg((\exists x)\neg A(x)\vee(\exists x)\neg B(x))$

$= \neg(\exists x)\neg A(x)\wedge\neg(\exists x)\neg B(x)$

$= (\forall x)A(x)\wedge(\forall x)B(x)$

$(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$

1) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$　　P

2) $A(c) \wedge B(c)$　　ES 1)

3) $A(c)$　　T 2) I

4) $B(c)$　　T 2) I

5) $(\exists x)A(x)$　　EG 3)

6) $(\exists x)B(x)$　　EG 4)

7) $(\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$　　T 5)6) I

12、谓词逻辑的推理方法，添加和消去量词的规则。

将下列推理符号化（个体域为我校全体学生），并用演绎法进行证明。

证明：

每个学生或者最喜欢去图书馆，或者最喜欢去食堂；每个学生当且仅当他（她）住在图书馆附近时最喜欢去图书馆；有的学生住在图书馆附近，但并非所有学生都住在图书馆附近；因此，有些学生最喜欢去食堂。

个体域为我校全体学生

令 $P(x)$：x 最喜欢去图书馆；$Q(x)$：x 最喜欢去食堂；

$R(x)$：x 住在图书馆附近

符号化如下：$(\forall x)(P(x)\oplus Q(x)), (\forall x)(P(x)\leftrightarrow R(x)), (\exists x)R(x)\wedge\neg(\forall x)R(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

证明：(1) $(\exists x)R(x)\wedge\neg(\forall x)R(x)$　　P

(2) $\neg(\forall x)R(x)$　　T,(1),I

(3) $(\exists x)\neg R(x)$　　T,(2),E

(4) $\neg R(c)$　　ES,(3)

(5) $(\forall x)(P(x)\leftrightarrow R(x))$　　P

(6) $P(c)\leftrightarrow R(c)$　　US,(5)

(7) $(P(c)\rightarrow R(c))\wedge(R(c)\rightarrow P(c))$　　T,(6),E

(8) $P(c)\rightarrow R(c)$　　T,(7),E

(9) $\neg P(c)$　　T,(4),(8),I

(10) $(\forall x)(P(x)\oplus Q(x))$　　P

(11) $P(c)\oplus Q(c)$　　US,(10)

(12) $Q(c)$　　T,(9)(11),I

(13) $(\exists x)Q(x)$　　EG,(12)

将下列推理符号化，并用演绎法进行证明。

每个学生或者最喜欢去图书馆，或者最喜欢去食堂；每个学生当且仅当他（她）住在图书馆附近时最喜欢去图书馆；有的学生住在图书馆附近，但并非所有学生都住在图书馆附近；因此，有些学生最喜欢去食堂。

令 $S(x)$：x 是学生

$R(x)$：x 住在图书馆附近

$P(x)$：x 最喜欢去图书馆；$Q(x)$：x 最喜欢去食堂；

符号化如下：$(\forall x)(S(x)\to(P(x)\oplus Q(x)))$, $(\forall x)(S(x)\to(P(x)\leftrightarrow R(x)))$,

$(\exists x)(S(x)\wedge R(x))\wedge\neg(\forall x)(S(x)\to R(x))$,

$\Rightarrow (\exists x)(S(x)\wedge Q(x))$

证明：(1) $(\exists x)(S(x)\wedge R(x))\wedge\neg(\forall x)(S(x)\to R(x))$ P

(2) $\neg(\forall x)(S(x)\to R(x))$ T,(1),I

(3) $(\exists x)\neg(S(x)\to R(x))$ T,(2),E

(4) $\neg(S(c)\to R(c))$ ES,(3)

(5) $S(c)\wedge\neg R(c)$ T,(4),E

(6) $\neg R(c)$ T,(5),I

(7) $S(c)$ T,(5),I

(8) $(\forall x)(S(x)\to(P(x)\leftrightarrow R(x)))$ P

(9) $S(c)\to(P(c)\leftrightarrow R(c))$ US,(7)

(10) $P(c)\leftrightarrow R(c)$ T,(7)(9),I

(11) $(P(c)\to R(c))\wedge(R(c)\to P(c))$ T,(10),E

(12) $P(c)\to R(c)$ T,(11),I

(13) $\neg P(c)$ T,(6),(12),I

(14) $(\forall x)(S(x)\to(P(x)\oplus Q(x)))$ P

(15)$(S(c)\to(P(c)\oplus Q(c)))$ US,(14)

(16) $P(c)\oplus Q(c)$ T,(7),(15),I

(17) $Q(c)$ T,(13)(16),I

(18) $S(c)\wedge Q(c)$………………………………….. T,(7)(17),I

(19) $(\exists x)(S(x)\wedge Q(x))$ EG,(18)