

## 随机过程作业6: poisson process(1)

截止日期:

### 一、例题阅读

5.3, 5.4, 5.5, 5.7, 5.8, 5.10, 5.13-5.16, 5.18-5.22, 5.24, 5.26-5.30

### 二、练习

#### Problem 1

SP  $\{X(t), t \geq 0\}$ , 其中  $X(t) = Acost$ ,  $A$  为 r.v., 其 PMF 为  $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

问题:

- (1) 求一维 CDF:  $F(x, \pi/4), F(x, \pi/2)$ ;
- (2) 求二维 CDF:  $F(x_1, x_2; 0, \pi/3)$

#### Problem 2

(教材第五章习题37)一台机器运行的时间是速率为  $\mu$  的指数随机变量, 此后它出现故障。修理队检查机器的时刻以速率  $\lambda$  的泊松过程到达。如果发现机器故障, 就立刻替换。求机器的两次替换之间的平均时间。

#### Problem 3

(教材第五章习题39)某种理论假设细胞分裂的错误按速率每年2.5个的泊松过程发生, 而人体在发生了196个这种错误后死亡。假设该理论成立, 求

- (a) 人的平均寿命
- (b) 人的寿命的方差
- 此外, 近似地求
- (c) 人在67.2岁前死亡的概率
- (d) 人活到90岁的概率
- (e) 人活到100岁的概率

(提示: (c)-(e)参考例题5.28)

**Problem 4**

(教材第五章习题42) 令  $\{N_t, t \geq 0\}$  是速率为  $\lambda$  的泊松过程。以  $S_n$  记第  $n$  个事件发生的时间。求

- (a)  $E[S_4]$
- (b)  $E[S_4 \mid N(1) = 2]$
- (c)  $E[N(4) - N(2) \mid N(1) = 3]$

**Problem 5**

(教材第五章习题44) 汽车按速率为  $\lambda$  的泊松过程经过街的某个位置A. 一个需要在这个位置过街的妇女等着, 若从此刻 ( $t_0$ ) 开始, 在接下来的  $T$  个单位时间内没有车到达, 则她在  $t_0$  时刻过街; 若在  $T$  内有车到达, 则继续等待, 并且过程从车经过位置A时重新开始。

- (a) 求她的等待时间是0的概率。
- (b) 求平均等待时间。
- (提示: 利用首辆车到达的时间分解平均等待时间。)

**Problem 6**

(教材第五章习题45) 令  $\{N(t), t \geq 0\}$  是速率为  $\lambda$  的泊松过程, 它独立于非负随机变量  $T$ ,  $E[T] = u, \text{var}[T] = \sigma^2$ 。求

- (a)  $\text{Cov}(T, N(T))$
- (b)  $\text{Var}(N(T))$

**Problem 7**

(教材第五章习题50) 火车相继到达车站的间隔时间 (单位: 小时) 服从  $(0,1)$  上的均匀地分布. 乘客按速率为每小时7人的泊松过程到达车站候车, 且独立于火车到达。假设一辆火车刚离站. 以  $X$  记乘坐下一辆火车上的乘客数. 求

- (a)  $E[X]$ ;
- (b)  $\text{Var}(X)$ ;
- (c)  $P(X = 0)$ .