



西南财经大学
SOUTHWESTERN UNIVERSITY OF FINANCE AND ECONOMICS

2020 届 本科毕业论文

论文题目: Wald、LR、LM 检验在预检验岭回归
中的优良性研究

学生姓名: 秦维露

所在学院: 经济数学学院

专 业: 金融数学创新实验班

学 号: 41619016

指导教师: 林谦

成 绩: _____

2020 年 4 月

西南财经大学

本科毕业论文原创性及知识产权声明

本人郑重声明：所呈交的毕业论文是本人在导师的指导下取得的成果，论文写作严格遵循学术规范。对本论文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。因本毕业论文引起的法律结果完全由本人承担。

本毕业论文成果归西南财经大学所有。

特此声明

毕业论文作者签名：秦维露

作者专业：金融数学创新实验班

作者学号：41619016

2020年3月31日

摘要

在进行回归研究时，某些变量参数之间有某些约束条件，可以用 Wald、LR、LM 检验约束条件是否存在。三大检验都是在大样本条件下基于极大似然思想进行构造统计量的方法，通常情况下三种检验的结果一致。但在实际运用中，常常出现检验结果有差异的情况，有的检验统计量判断约束条件是显著的，而有的统计量判断是不显著的，这使得检验的结果含义无法得到准确解读。针对这种现象，很多学者以检验统计量的大小比较： $\zeta_W \geq \zeta_{LR} \geq \zeta_{LM}$ 为基础，认定应该选取数值较小的统计量作为显著性检验的判定标准。针对此，本文采用三大检验在预检验岭回归估计中的表现性质作为标准，对三个检验的结果有差异的情况进行分析，从三大检验的构造本质去研究，利用风险函数说明三大检验的优良性。岭回归是适用于病态数据的有偏估计回归方法，估计量有偏差但有更小的均方误差。预检验岭回归估计使用了符合中心 F 分布的统计量去检验约束条件是否成立，使得估计值更为准确。

计量经济学

本文先简要介绍 Wald、LR、LM 检验的原理和特征，从适用条件和检验方法进行简要比较，发现 Wald 检验运用较简便且范围更广泛；然后根据已有理论和三大检验统计量计算得出回归参数的预检验岭回归估计量，接着计算该统计量的偏差和风险函数，然后分析检验统计量的风险大小分别与岭参数和违背参数的变化关系，发现 Wald 检验的偏差在所有范围都是最小的，而三种检验的风险在不同范围有所变化，没有一定的最优；接着假定一个高斯函数且固定相应参数，利用模拟画图来直观比较三个统计量的相对风险大小以及发现随着违背参数的变化统计量的变化趋势，由此得出结论，三大检验中 Wald 检验在大多情况下表现较好。最后利用国债发行额数据进行实证研究，发现三大检验在约束条件的成立判定上具有较好的效果。

关键词：LM 检验、LR 检验、Wald 检验、预检验、岭回归、优良性

Abstract

In the regression study, there are certain constraints between some variable parameters, and Wald, LR and LM can be used to test whether the constraints exist. The three tests are all methods of constructing statistics based on maximum likelihood thought under the condition of large sample, and the structure of the three tests is generally consistent. However, in practical application, there are often differences in test results, some test decision constraints are significant, and some are not, so the meaning of empirical test results can not be accurately interpreted. In view of this phenomenon, many scholars compare the size of test statistics: $\varsigma_W \geq \varsigma_{LR} \geq \varsigma_{LM}$ a smaller statistic should be selected as the criterion of significance test. In view of this, this paper adopts the performance properties of the three tests in the pre-test ridge regression estimation as the standard, analyzes the differences of the three tests results, analyzes and studies the structural nature of the three tests, and illustrates the benign comparison of the three tests. Ridge regression is a estimation regression method which is biased and suitable for ill-condition data. The pre-test ridge regression estimate USES statistics consistent with the distribution of center F to test whether the constraint conditions are valid.

In this paper, the principle and characteristics of W, LR and LM tests are briefly introduced, and a brief comparison is made from the applicable conditions and test methods. It is found that Wald test is easy and widely used. Then according to the existing theory calculated the three test statistics regression parameters of the initial inspection ridge regression estimator. Then calculated the three test statistic deviation and risk function. Then fixed size variables to analyze the risk of test statistics how to change because of the ridge and separate parameters relationship, and find deviation of Wald test in all range is the smallest,

the risks of three test vary in different range, no certain optimal; Then, assumed a Gaussian function and fixed the corresponding parameters, A simulation drawing was used to visually compare the relative risks of the three statistics and find the variation trend of the statistics with the change of violating parameters. Finally, it was concluded that Wald test performed better in most cases among the three tests. Finally, the empirical study using the data of the amount of national debt issuance shows that the three tests have a good effect on the determination of the existence of constraints.

Key words: LM test, LR test, Wald test, pre-test, ridge regression, superior benign

目录

第一章 绪论	1
1.1 选题背景及意义	1
1.2 文献综述	2
1.2.1 国内研究现状	2
1.2.2 国外研究现状	2
1.3 论文内容以及论文结构	3
1.3.1 论文研究内容	3
1.3.2 论文结构	3
第2章 三大检验的基本原理	4
2.1 基本内容	4
2.2 似然比检验 (LR)	4
2.3 Wald 检验	5
2.4 拉格朗日乘子检验 (LM)	5
第三章 求解预检验岭回归估计参数	6
3.1 模型假设	6
3.2 无约束最小二乘估计	6
3.3 无约束岭回归估计	7
3.4 风险函数	7
3.5 有约束最小二乘估计	8
3.6 有约束岭回归估计	8
3.7 预检验岭回归估计	8
第四章 提出 W、LR、LM 统计量	9
4.1 F 检验的定义及特征	9
4.2 三大检验统计量的定义及特征	9
4.3 预检验岭回归估计	10
4.3.1 定义	10
4.3.2 预检验岭回归分布的偏差	10
4.3.3 预检验岭回归分布的风险	11
第五章 估计量的优良性	11
5.1 关于 Δ 的函数	12
5.1.1 理论比较三大检验风险值	12
5.1.2 结论	13
5.2 关于 k 的函数	13
5.2.1 理论比较三大检验估计值风险	13

5.2.2 结论	15
第六章 模拟分析	15
6.1 理论准备	15
6.2 模拟分析	16
第七章 实证研究	19
7.1 变量定义及数据选取	19
7.2 模型构建及回归	20
7.3 约束条件检验	20
7.4 实证总结	21
第八章 总结	21
参考文献	22
致谢	24

第一章 绪论

1.1 选题背景及意义

在进行模型回归时，需要检验模型参数以及判定模型的各种约束条件。F、W、LR、LM 检验都可以用来检验回归参数的线性约束条件。当模型变为非线性模型或者约束条件变为非线性条件时，后三种检验方式发挥了巨大的作用，这三种方式统称为计量三大检验。三大检验都是在大样本条件下基于极大似然思想进行构造统计量的方法，他们的统计量都渐进服从 χ^2 分布，通过 χ^2 分布的临界值与统计量值比较，判断有约束模型和无约束模型是否有显著差异，从而对约束条件成立与否进行判定。

三大检验的渐进分布在大样本时分布稳定，但其他情况下渐进分布误差较大。三大检验的检验内容都是确定约束条件的显著性，通常情况下三种检验的结果一致，我们认为三大检验精确度相似。但在实际运用中，常常出现检验结果有差异的情况，有的检验统计量判定约束条件显著，而有的统计量判定为不显著，这使得实证检验的结果含义无法得到准确解读。针对这种现象，很多学者根据检验统计量的大小比较： $\varsigma_W \geq \varsigma_{LR} \geq \varsigma_{LM}$ ，认定应该选取较小的统计量作为显著性检验的判定标准，以上不等式在大样本且干扰项服从正态分布时成立。但是我们也有必要了解三大检验在其他普遍情况下的检验效果有何不同，哪个指标更优良，或者在何种情况下选择某个指标，这使得实证研究准确性增大，有利于我们发现各变量参数之间的关系。

在现今国外研究者将三大检验与空间计量模型相结合，与其他回归方法相结合，提出了三大检验的新的运用思路。但是国内研究三大检验的文献还比较少，针对三大检验的准确性的研究几乎没有，因此 Wald、LR、LM 的优良对比研究具有重大的意义。

1.2 文献综述

1.2.1 国内研究现状

尼曼·皮尔森(1928)提出似然比检验方法,把极大似然估计方法扩展到检验问题中。在实际情况中似然比检验统计量的精确分布通常很复杂,因此我们考虑似然比检验统计量的渐进分布去计算统计量犯第一类错误的概率。唐年胜(1998)构造 Dixon 型检验并计算出检验的精确分布,该检验主要研究参数未知时,均匀分布的样本的异常值的似然比检验。刘蓉等(2014)采用脑电信号的获取途径,研究了人脑决策模型的分类策略,提出了一种基于序贯似然比检验的运动模拟的方法,该方法详细研究了蕴含很多生理和疾病信息的脑电信号。

1.2.2 国外研究现状

Burridge(1980)和 Anselin(1988)针对空间计量模型的选取,构造出了基于 OLS 模型中的残差项的拉格朗日乘子检验。Anselin(1996)针对以上问题又提出了稳健性的拉格朗日乘子检验来进一步判断。Schmidt 和 Phillips(1992)提出可以在单变量 DF 型单位根检验相关的情况下使用拉格朗日乘子(LM)检验。Amsler 和 Lee(1995)证明了基于 LM 的单变量单位根检验的“不变性”,该不变性保证了 LM 检验的渐近分布不依赖于任何水平位移的大小或位置,因此不存在讨厌的参数。即使在 LM 单位根检验回归中包含有限数量的水平位移虚拟变量时也是如此。Im Lee 和 Tieslau (2005)进一步扩展了这项工作,推导出一个面板 LM 单位根测试,允许有限数量的水平位移。Lee and Yu (2010)展示了如何调整分数函数(在考虑的 QML 设置中),从而使最终的单向 LM 测试统计数据具有正确的渐近分布。Bera and Yoon (1993), Bera et al. (2017) and Doğan et al. (2018)还进一步调整了分数函数,使最终的 LM 统计数据在其他模型中存在局部参数误规格时也有效。国内外关于三大检验的研究都主要关注完善检验的精确性,在放宽检验的假设条件下,使得检验有更广泛的应用范围。国内很多学者也把三大检验方法和其他专业结合,在生物、金融、医学方面得到很好的运用。国外很多学者把三大检验运用在空间面板数据的选取和单位根检验和各种特殊序列的回归

检验中，取得诸多成就。

1.3 论文内容以及论文结构

1.3.1 论文研究内容

为了检验约束条件的成立，可以采用 Wald、LR、LM 检验方法。为了对比研究三大检验的优良性，已有文献通常直接考虑三大检验的临界值大小比较，通过拒绝域宽窄说明三大检验优良性。而本文把三大检验在预检验岭回归估计中的表现性质进行比较来研究其优良性。预检验岭回归估计是由 Saleh and Kibria (1993) 提出的，其中使用了符合中心 F 分布的 ζ_* 统计量去检验约束条件 $H\beta = h$ 是否成立，使得参数估计更加准确。本文利用偏差和风险函数，即一次误差和二次损失来作为标准体现三大检验的表现性质，通过比较三大检验下估计参数的误差来研究三大检验优良性。然后在原假设成立的条件下，我们假定一个高斯线性回归模型并取定估计参数，用模拟画图的方法直观比较三大检验的风险大小，同时观察回归参数误差随着违背参数的变化而变动的规律。得出结论，大多情况下基于 Wald 检验的估计量的风险值是最小的，估计量是最精确的。最后利用国债发行额数据进行实证研究，发现在三大检验下的估计结果相同，显示在有些情况下，三大检验具有相同的效力，且都比较高效。

1.3.2 论文结构

本文分为四个部分：第一部分，说明本文的研究意义和文献综述，第二部分，介绍 Wald、LR、LM 检验的原理和特征；第三部分，分析得出 β 预检验岭回归估计量；第四部分，分析得出三大检验下的预检验岭回归统计量，计算其偏差和风险函数；第五部分，用数学理论分析统计量的优良性；第六部分，利用设定数据和固定某些参数，画图模拟风险值；第七部分，利用经济数据进行实证研究，发现三大数据在实际运用中的较好效用；第八部分，分析得出最终结论，三大检验中 Wald 检验在大多情况下表现较好。

第 2 章 三大检验的基本原理

2.1 基本内容

F 检验只能检验线性模型、线性条件以及扰动项服从正态分布的模型，若是三个条件不能都满足，则 F 检验失去效力。于是引入 LR、Wald、LM 三大检验，利用它们来检验约束条件的显著性。这三个检验方法的统计量分布都是渐进分布，他们的统计量的小样本分布不确定，但大样本下都渐进服从自由度为约束条件个数的 χ^2 分布。三大检验基本思想都是基于极大似然法。

三大检验的具体操作：若采用似然比检验，需要对有约束的模型和无约束的模型进行回归；若采用 Wald 检验，只需要对无约束的模型进行回归；若采用 LM 检验，只需要对有约束的模型进行回归。这也是 Wald 检验优势之一，因为估计无约束模型通常更简单。三大检验的运用条件：LR 检验可以用来检验线性约束条件；Wald 和 LM 检验可以用来检验线性和非线性约束条件。当样本为小样本时，似然比检验统计量的渐进分布较准确，LM 检验次之，Wald 检验小样本分布不够准确，有时会得出错误的结论。

2.2 似然比检验 (LR)

检验原理：如果约束条件是显著的，那么考虑约束条件后，极大似然函数应该大致不变。换言之似然比检验的本质是比较有约束模型的最大似然函数与无约束模型的最大似然函数。似然比由以上两者的比例构造，根据似然比方法可以构造一个服从 χ^2 分布的统计量。

LR 检验基于极大似然估计方法的基本思想进行构造。如果约束条件 $H\beta = h$ 是显著的，则在有约束模型估计的最大对数似然值 $l^* = \ln L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2)$ 与无约束模型的最大对数似然值 $l = \ln L(\tilde{\beta}, \tilde{\sigma}^2)$ 应该基本相同，其中参数 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\sigma}^2$ 、 $\tilde{\beta}$ 和 $\tilde{\sigma}^2$ 分别是在有约束模型和无约束模型中参数的估计值。然后可以通过检验两者差异在统

计上是否显著来判定约束条件是否成立。

2.3 Wald 检验

检验原理：如果参数约束成立，那么在没有约束情况下估计出来的参数值应该基本上满足约束条件，因为 MLE 是相同的。基于无约束估计量可以构造一个渐进服从 χ^2 分布的 Wald 统计量。

Wald 检验构造方法是，如果约束条件 $H\beta = h$ 成立，则进行随机抽样时向量 $H\tilde{\beta} - h$ 应趋近于零向量，因为 $H\tilde{\beta} - h$ 是随机向量，而随机变量趋近于零导致其测度趋近于零。因此首先在 E^q 空间中计算其测度 $\|H\tilde{\beta} - h\|$ ，然后通过检验这一测度在统计上是否显著异于零来检验 $H\beta = h$ 是否成立。

Wald 检验的构造需要以下条件：

(1) 随机干扰项 μ 服从多元正态分布，约束条件组成线性方程组。否则 $\tilde{\beta}$ 和 $H\tilde{\beta} - h$ 不服从多元正态分布，则 $\|H\tilde{\beta} - h\|$ 不服从 χ^2 分布，从而 Wald 统计量不服从 χ^2 分布而检验失效。

(2) 样本为大样本，在小样本中检验误差较大。

2.4 拉格朗日乘子检验 (LM)

检验原理：在约束模型中，可以用拉格朗日方法构造统计量。如果约束条件成立，那么最大化拉格朗日函数得到的估计量应该与最大化无约束模型所得参数估计值差别不大。以此构造一个服从 χ^2 分布的 LM 统计量。

LM 检验的基本思想和 LR 检验一样，都是基于极大似然估计方法进行构造，但两者构造时的关注点不一样。在对数似然函数求极大值过程中，梯度向量 $s(\theta)$ 表示对数似然函数值向极大值收敛的方向，则在极大值处 $s'(\theta) = 0$ 。若约束条件 $H\beta = h$ 成立，则在约束模型中的对数似然函数最大值 $l(\hat{\theta})$ 应该与无约束条件下

的最大值 $l(\hat{\theta})$ 差别不大, $l(\hat{\theta})$ 的梯度向量 $s(\hat{\theta})$ 应趋近于零。由于 $s(\hat{\theta})$ 是一个随机向量, 可以首先在 E^q 空间中计算出其测度 $\|s(\hat{\theta})\|$, 然后通过检验这一测度在统计上是否显著异于零, 来检验约束条件 $H\beta = h$ 是否成立。

第三章 求解预检验岭回归估计参数

3.1 模型假设

假设如下线性回归模型:

$$Y \sim N(X\beta, \sigma^2 I) \quad (3.1)$$

即 Y 是 $n \times 1$ 的响应向量, 符合正态分布, 均值为固定的 $X\beta$, 方差为不确定的 $\sigma^2 I$, I 是 $n \times n$ 的单位矩阵, 其中 β 为 $p \times 1$ 的未知参数向量, X 为 $n \times p$ 的已知列满秩矩阵 ($n \geq p$)。

当约束条件 $H\beta = h$ 未知时, 我们进行假设检验: 设立原假设 $H_0: H\beta = h$, 其中 H 是 $q \times p$ 的已知行满秩矩阵 ($q < p$), h 是 $q \times 1$ 的已知常数向量。备择假设 $H_0: H\beta \neq h$ 。

3.2 无约束最小二乘估计

上述 β 的无约束最小二乘估计 (URLSE) 由下式给出:

$$\tilde{\beta} = C^{-1} X'Y \quad (3.2)$$

其中 C 是信息矩阵且 $C = X'X$ 。

相应的 σ^2 的最大似然估计量为:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{(Y - X\tilde{\beta})'(Y - X\tilde{\beta})}{n}$$

3.3 无约束岭回归估计

由 (3.2) 式发现 β 的无约束最小二乘估计量依赖于信息矩阵的特征, 如果 C 的列数据有近似线性关系时, 那么最小二乘估计会产生过于巨大的样本方差。此外估计值非常不稳定, 某些回归系数可能错误的显示不显著, 导致研究者不能得出有效的推理结果。Hoerl and Kennard (1970) 发现多重共线性在工程领域是常见的问题, 为了避免这个问题, 他们建议在估计 β 时用 $C(k) = XX' + kI_p$ ($k > 0$) 替代 C , 这就是岭回归 (RRE)。岭回归扩大了回归估计范围 C 矩阵不可逆也可以进行估计, 并且产生的样本方差也比最小二乘估计更小。于是提出了 β 的无约束岭回归估计 (URRE) 如下:

$$\tilde{\beta}(k) = (X'X + kI_p)^{-1} X'Y = R\tilde{\beta} \quad (3.3)$$

其中 R 是偏差参数且 $R = [I_p + kC^{-1}]^{-1}$, $k \geq 0$ 是岭参数, I_p 是 $p \times p$ 的单位矩阵。

3.4 风险函数

假定 β^* 是 β 的某一估计值, D 半正定的矩阵, 则平方损失为:

$$L(\beta^*, \beta) = (\beta^* - \beta)' D (\beta^* - \beta)$$

定义 β^* 的风险函数为:

$$Risk = E[L(\beta^*, \beta)] = E[(\beta^* - \beta)' D (\beta^* - \beta)] = tr(DM) = tr(M)$$

其中 $D = I_p$, M 是 β^* 的均方误差矩阵。

所以 β 的 URRE 的偏差和风险如下:

$$\begin{aligned} B(\tilde{\beta}(k)) &= E(\tilde{\beta}(k) - \beta) = -kC^{-1}(k)\beta \\ R(\tilde{\beta}(k)) &= \sigma^2 tr(RC^{-1}R') + k^2 \beta' C^{-2}(k) \beta \end{aligned} \quad (3.4)$$

观察发现岭回归估计值在固定 k 值时会导致偏差，是有偏估计。但是相较于无约束最小二乘估计，岭回归估计会产生更小的均方误差。

3.5 有约束最小二乘估计

有约束模型的 β 的最小二乘估计 (RLSE) 和 σ^2 的最大似然估计如下：

$$\hat{\beta} = \tilde{\beta} - C^{-1}H'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta})}{n}$$

3.6 有约束岭回归估计

在 RLSE 基础上，Sarkar (1992) 提出有约束岭回归估计量 (RRRE) 如下：

$$\hat{\beta}(k) = R\hat{\beta} \quad (3.5)$$

相应的 RRRE 的偏差和风险如下：

$$B(\hat{\beta}(k)) = -R\eta - kC^{-1}(k)\beta$$

$$R(\hat{\beta}(k)) = \sigma^2[tr(RC^{-1}R') - tr(RAR')] + \eta'R'R\eta + 2k\eta'R'C^{-1}(k)\beta + k^2\beta'C^{-2}(k)\beta \quad (3.6)$$

其中 $\eta = C^{-1}H'(HC^{-1}H')^{-1}(H\beta - h)$, $A = C^{-1}H'(HC^{-1}H')^{-1}HC^{-1}$ 。

3.7 预检验岭回归估计

当约束条件成立时，RRRE 比 URRE 更加精确；当约束条件不成立时，RRRE 变得有偏差，但 URRE 保持稳定。在预先的约束条件 $H\beta = h$ 不确定的情况下，无法确定有约束岭回归或是无约束岭回归的参数估计更为准确，因此利用三大检验对约束条件的预判定结果合理选取两者之一，能达到更好的估计效果，于是 Saleh and Kibria(1993)提出了 β 的预检验岭回归估计 (PTRRE) 如下：

$$\hat{\beta}^{PT}(k) = R\hat{\beta}^{PT}$$

$$\hat{\beta}^{PT} = \hat{\beta} + \{1 - I(\zeta_* \leq \zeta_*(\alpha))\}(\tilde{\beta} - \hat{\beta})$$

其中 $\hat{\beta}^{PT}$ 是预检验最小二乘估计, ς_* 是检验约束条件成立与否的统计检验量, $\varsigma_*(\alpha)$ 是 ς_* 统计量的分布的上 α 分位数, $I(A)$ 是事件 A 的示性函数。

第四章 提出 W、LR、LM 统计量

4.1 F 检验的定义及特征

根据 F 检验的定义可知:

$$F = \frac{(RRSS - URSS)/q}{URSS/(n-p)} = \frac{(H\tilde{\beta} - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)(n-p)}{nq\tilde{\sigma}^2}$$

其中 $URSS = (Y - X\tilde{\beta})'(Y - X\tilde{\beta})$, $RRSS = (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta})$

URSS 为无约束模型回归残差平方和, RRSS 为有约束模型回归残差平方和。当 H_0 成立时, F 统计检验量符合自由度为 $(q, n-p)$ 的中心 F 分布; 当 H_0 不成立时, F 统计检验量符合非中心参数为 $\frac{1}{2}\Delta$ 的非中心 F 分布, 其中 Δ 为违背参数,

$$\Delta = \frac{(H\beta - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\beta - h)}{\sigma^2} = \frac{\eta' C \eta}{\sigma^2}。$$

4.2 三大检验统计量的定义及特征

Wald、LR、LM 检验在计量经济学理论中很好的运用于检验约束条件 H_0 是否成立。三大检验统计量如下:

$$\varsigma_W = \frac{(H\tilde{\beta} - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)}{\tilde{\sigma}^2} = \frac{nqF}{n-p} \quad (4.1)$$

$$\varsigma_{LR} = n[\ln \hat{\sigma}^2 - \ln \tilde{\sigma}^2] = n \ln(1 + \frac{\varsigma_W}{n}) \quad (4.2)$$

$$\varsigma_{LM} = \frac{(H\tilde{\beta} - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)}{\hat{\sigma}^2} = \frac{\varsigma_W}{1 + \varsigma_W/n} \quad (4.3)$$

由上面三式可知， ς_W 和 ς_{LM} 差别仅仅在于对 σ^2 的估计。

Savin (1976) and Berndt and Savin (1977) 提出了如下不等式：

$$\varsigma_W \geq \varsigma_{LR} \geq \varsigma_{LM} \quad (4.4)$$

由 (4.1) ~ (4.3) 式发现， ς_{LR} 和 ς_{LM} 都是 ς_W 的函数，三个检验量都是 F 检验量的线性函数。每个检验量由不同的样本分布，因此也有不同的临界值。预检验岭回归估计量针对确定鉴定给定同样的显著性水平，但是由于以上不等式，导致 PTRRE 在给定特定临界值情况下，三大检验有不同的偏差和风险值。

4.3 预检验岭回归估计

4.3.1 定义

由于检验数据的精确样本分布是复杂的，因此特定区域的检验通常考察渐进分布。在 H_0 成立时，三大检验统计量近似为自由度为 q 的 χ^2 分布。于是提出三大检验下的 PTRRE 如下：

$$\hat{\beta}_*^{PT}(k) = \hat{\beta}(k)I(\varsigma_* \leq \chi_q^2(\alpha)) + \tilde{\beta}(k)(1 - I(\varsigma_* \leq \chi_q^2(\alpha))) \quad (4.5)$$

其中 (*) 代表 Wald、LR、LM 检验， $\chi_q^2(\alpha)$ 表示自由度为 q 的 χ^2 分布的上 α 分位数。

4.3.2. 预检验岭回归分布的偏差

然后计算三大检验下的估计量的偏差和风险函数。

结果如下：

$$B(\hat{\beta}_*^{PT}) = -R\eta G_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta) - kC^{-1}(k)\beta$$

$$\text{其中 } l_1^W = \left(\frac{n-p}{q+2}\right) \frac{\chi_\alpha^2(q)}{n}, l_1^{LR} = \left(\frac{n-p}{q+2}\right) \left(e^{\frac{\chi_\alpha^2(q)}{n}} - 1\right), l_1^{LM} = \left(\frac{n-p}{q+2}\right) \frac{\chi_\alpha^2(q)}{n - \chi_\alpha^2(q)} \quad (4.6) \quad (4.7)$$

(*) 代表 Wald、LR、LM 某一检验， $G_{q+2, n-p}(\cdot; \Delta)$ 为非中心参数为 $\frac{1}{2}\Delta$ 的自由度为 $(q+2, n-p)$ 非中心 F 检验的累积分布函数。当 α 为 1 时，拒绝原假设，上面

三个统计量的偏差与 URRE 一致；当 α 为 0 时，接受原假设，上面三个统计量的偏差与 RRRE 一致。当 Δ 趋近于无穷且原假设成立时，三大检验构造的预检验岭回归估计量的偏差一致，但是 RRRE 的偏差不稳定。

当原假设不成立时，因为 $l_1^{LM} \geq l_1^{LR} \geq l_1^W$ 对于所有 α , p 和 n ，所以

$$G_{q+2, n-p}(l_1^{LM}; \Delta) \geq G_{q+2, n-p}(l_1^{LR}; \Delta) \geq G_{q+2, n-p}(l_1^W; \Delta) \quad (4.8)$$

由此可以推断 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 的偏差最小， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的偏差第二小， $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 的偏差最大。

4.3.3 预检验岭回归分布的风险

定义如下：

$$\begin{aligned} R(\hat{\beta}_*^{PT}(k)) &= \sigma^2 \text{tr}(RC^{-1}R') - \sigma^2 \text{tr}(RAR') G_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta) \\ &+ \eta'R'R\eta \times [2G_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta) - G_{q+4, n-p}(l_2^*; \Delta)] \\ &+ 2kG_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta)\eta'R'C^{-1}(k)\beta + k^2\beta'C^{-2}(k)\beta \end{aligned} \quad (4.9)$$

其中 (*) 代表 Wald、LR、LM 中某一检验，

$$\begin{aligned} l_2^W &= \left(\frac{n-p}{q+4}\right) \frac{\chi_\alpha^2(q)}{n} \\ l_2^{LR} &= \left(\frac{n-p}{q+4}\right) \left(e^{\frac{\chi_\alpha^2(q)}{n}} - 1\right) \\ l_2^{LM} &= \left(\frac{n-p}{q+4}\right) \frac{\chi_\alpha^2(q)}{n - \chi_\alpha^2(q)} \end{aligned}$$

$G_{q+4, n-p}(\cdot; \Delta)$ 为非中心参数为 $\frac{1}{2}\Delta$ 的自由度为 $(q+4, n-p)$ 非中心 F 检验的累积分布函数。

第五章 估计量的优良性

接下来我们通过风险大小研究三个估计参数方式的优良性。从 (3.4) 可以发现，对于给定的数据和显著性水平 α ，风险大小取决于违背参数 Δ 和岭参数 k 。

因此，我们研究参数随着 Δ 和 k 变化而变化。

5.1 关于 Δ 的函数

5.1.1 理论比较三大检验风险值

Anderson (1984) 提出：

$$\begin{aligned} \gamma_p &\leq \frac{\eta'R'R\eta}{\eta'C\eta} \leq \gamma_1 \text{ 或者} \\ \sigma^2 \Delta \gamma_p &\leq \eta'R'R\eta \leq \sigma^2 \Delta \gamma_1 \end{aligned} \quad (5.1)$$

其中 γ_p 是矩阵 $(R'RC^{-1})$ 的最小特征根， γ_1 是矩阵 $(R'RC^{-1})$ 的最大特征根。

首先比较 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 和 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的风险大小：

$$\begin{aligned} R(\hat{\beta}_W^{PT}(k)) - R(\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)) &= \sigma^2 tr(RAR')\Psi - \eta'R'R\eta[2\Psi - \Psi^*] \\ &\quad - 2k\eta'R'C^{-1}(k)\beta\Psi \end{aligned} \quad (5.2)$$

其中 $\Psi = G_{q+2,n-p}(l_1^{LR}; \Delta) - G_{q+2,n-p}(l_1^W; \Delta)$, $\Psi^* = G_{q+4,n-p}(l_2^{LR}; \Delta) - G_{q+4,n-p}(l_2^W; \Delta)$,

由于 (4.8) 可知， Ψ 和 Ψ^* 对于所有 α 、 Δ 和 k 都为正数。

可以得出结论：

$$\text{当 } \Delta \leq \frac{tr(RAR') - 2k\sigma^{-2}\eta'R'C^{-1}(k)\beta}{\gamma_1(2 - \frac{\Psi^*}{\Psi})} = \Delta_1(k, \alpha) \text{ 时, } \hat{\beta}_{LR}^{PT}(k) \text{ 风险更小;}$$

$$\text{当 } \Delta > \frac{tr(RAR') - 2k\sigma^{-2}\eta'R'C^{-1}(k)\beta}{\gamma_p(2 - \frac{\Psi^*}{\Psi})} = \Delta_2(k, \alpha) \text{ 时, } \hat{\beta}_{LR}^{PT}(k) \text{ 风险更大。}$$

在原假设成立情况下，(5.2) 始终是正数， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 比 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 表现更好。

然后比较 $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 和 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的风险大小：

$$\begin{aligned} R(\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)) - R(\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)) &= \sigma^2 tr(RAR')\Psi_1 - \eta'R'R\eta[2\Psi_1 - \Psi_1^*] \\ &\quad - 2k\eta'R'C^{-1}(k)\beta\Psi_1 \end{aligned} \quad (5.3)$$

其中 $\Psi_1 = G_{q+2,n-p}(l_1^{LM}; \Delta) - G_{q+2,n-p}(l_1^{LR}; \Delta)$, $\Psi_1^* = G_{q+4,n-p}(l_2^{LM}; \Delta) - G_{q+4,n-p}(l_2^{LR}; \Delta)$,

由于 (4.8) 可知， Ψ_1 和 Ψ_1^* 对于所有 α 、 Δ 和 k 都为正数。

可以得出结论：

当 $\Delta \leq \frac{tr(RAR') - 2k\sigma^{-2}\eta'R'C^{-1}(k)\beta}{\gamma_1(2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1})} = \Delta_3(k, \alpha)$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险更小;

当 $\Delta > \frac{tr(RAR') - 2k\sigma^{-2}\eta'R'C^{-1}(k)\beta}{\gamma_p(2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1})} = \Delta_4(k, \alpha)$ 时, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险更小。

在原假设成立情况下, (5.3) 始终是正数, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 比 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 表现更好。

5.1.2 结论

当 $\Delta = 0$ 时,

$$R(\hat{\beta}_*^{PT}(k)) = \sigma^2 tr(RC^{-1}R') - \sigma^2 tr(RAR')G_{q+2, n-p}(l_1^*; 0) + k^2 \beta'C^{-2}(k)\beta$$

随着 Δ 增大, 风险逐渐增大。达到最大值后, 开始下降。最终渐近于 $\tilde{\beta}(k)$ 。

总的来说:

当 $\Delta \in (0, \Delta_{13}^*(k, \alpha))$, 其中 $\Delta_{13}^*(k, \alpha) = \min\{\Delta_1(k, \alpha), \Delta_3(k, \alpha)\}$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险最小, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险第二小, $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 风险最大;

当 $\Delta \in (\Delta_{24}^*(k, \alpha), \infty)$, 其中 $\Delta_{24}^*(k, \alpha) = \max\{\Delta_2(k, \alpha), \Delta_4(k, \alpha)\}$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险最大, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险第二大, $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 风险最小。

5.2 关于 k 的函数

5.2.1 理论比较三大检验估计值风险

接下来分析风险大小随着 k 的变化而变化的规律。首先我们假设一个正交矩阵 Q , 设 C 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$, 即

$$Q'CQ = \Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$$

由于 C 是对称的, 可得出:

$$RAR' = Q[\wedge + kI_p]^{-1} \wedge A^* \wedge [\wedge + kI_p]^{-1} Q' \quad (5.4)$$

其中 $Q'AQ = A^*$ 。

我们不妨假设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_p$ ，于是可以得出：

$$\begin{aligned} tr(RC^{-1}R') &= \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} \\ tr(RAR') &= \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i^2 a_{ii}^*}{(\lambda_i + k)^2} \end{aligned} \quad (5.5)$$

其中 $a_{ii}^* \geq 0$ ，是 A^* 矩阵第 i 个对角元素。

$$\beta'C^{-2}(k)\beta = \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^*}{(\lambda_i + k)^2}, \text{ 其中 } \alpha = Q'\beta \quad (5.6) \quad (5.7)$$

$$\eta'R'R\eta = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i^2 \eta_i^{*2}}{(\lambda_i + k)^2}, \eta'R'C^{-1}(k)\beta = \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i \lambda_i \eta_i^*}{(\lambda_i + k)^2}, \text{ 其中 } \eta^* = \eta'Q$$

由以上三式可以重新表示风险。

首先比较 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 和 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的风险大小：

$$R(\hat{\beta}_W^{PT}(k)) - R(\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)) = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} [\sigma^2 \Psi a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi - \Psi^*) \lambda_i \eta_i^{*2} - 2\Psi k \eta_i^* \alpha_i] \quad (5.8)$$

其中 $\Psi = G_{q+2, n-p}(l_1^{LR}; \Delta) - G_{q+2, n-p}(l_1^W; \Delta)$, $\Psi^* = G_{q+4, n-p}(l_2^{LR}; \Delta) - G_{q+4, n-p}(l_2^W; \Delta)$,

由于 (4.8) 可知， Ψ 和 Ψ^* 对于所有 α 、 Δ 和 k 都为正数。

可以得出结论：

$$\text{当 } 0 \leq k \leq \frac{\min[\sigma^2 \Psi a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi - \Psi^*) \lambda_i \eta_i^{*2}]}{\max[2\Psi k \eta_i^* \alpha_i]} = k_1(\alpha, \Delta) \text{ 时, } \hat{\beta}_{LR}^{PT}(k) \text{ 风险更小;}$$

$$\text{当 } k > \frac{\max[\sigma^2 \Psi a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi - \Psi^*) \lambda_i \eta_i^{*2}]}{\min[2\Psi k \eta_i^* \alpha_i]} = k_2(\alpha, \Delta) \text{ 时, } \hat{\beta}_{LR}^{PT}(k) \text{ 风险更大.}$$

在原假设成立情况下，(5.8) 始终是正数， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 比 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 表现更好。

然后比较 $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 和 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的风险大小：

$$R(\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)) - R(\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)) = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} [\sigma^2 \Psi_1 a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi_1 - \Psi_1^*) \lambda_i \eta_i^{*2} - 2\Psi_1 k \eta_i^* \alpha_i]$$

(5.9)

其中 $\Psi_1 = G_{q+2,n-p}(l_1^{LM}; \Delta) - G_{q+2,n-p}(l_1^{LR}; \Delta)$, $\Psi_1^* = G_{q+4,n-p}(l_2^{LM}; \Delta) - G_{q+4,n-p}(l_2^{LR}; \Delta)$,

由于 (4.8) 可知, Ψ_1 和 Ψ_1^* 对于所有 α 、 Δ 和 k 都为正数。

可以得出结论:

当 $0 \leq k \leq \frac{\min[\sigma^2 \Psi_1 a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi_1 - \Psi_1^*) \lambda_i \eta_i^{*2}]}{\max[2\Psi_1 k \eta_i^* \alpha_i]} = k_3(\alpha, \Delta)$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险更小;

当 $k \succ \frac{\max[\sigma^2 \Psi_1 a_{ii}^* \lambda_i - (2\Psi_1 - \Psi_1^*) \lambda_i \eta_i^{*2}]}{\min[2\Psi_1 k \eta_i^* \alpha_i]} = k_4(\alpha, \Delta)$ 时, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险更小。

在原假设成立情况下, (5.9) 始终是正数, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 比 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 表现更好。

5.2.2 结论

我们可以得出结论:

当 $k \in (0, k_{13}(\alpha, \Delta))$, 其中 $k_{13}(\alpha, \Delta) = \min\{k_1(\alpha, \Delta), k_3(\alpha, \Delta)\}$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险最小, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险第二小, $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 风险最大;

当 $k \in (k_{24}(\alpha, \Delta), \infty)$, 其中 $k_{24}(k, \alpha) = \max\{k_2(\alpha, \Delta), k_4(\alpha, \Delta)\}$ 时, $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 风险最大, $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 风险第二大, $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 风险最小。

第六章 模拟分析

6.1 理论准备

在这部分我们通过画图显示参数估计的优良性。由上文可知, 对于给定的显著性水平 α , 估计量的风险取决于数据和未知参数 Δ 和 k 。为了避免数据的影响, 我们设定正交回归模型, 即 $X'X = I$ 。进一步, 为了简化上文所提出的估计量的

风险的计算，我们设定 $H'H = I, \beta'\beta = 1, h = 0$ 。使用这些条件后，估计量的风险简化为：

$$R(\hat{\beta}_*^{PT}(k)) = \frac{1}{(1+k)^2} [\sigma^2(p - qG_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta)) + \Delta[2G_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta) - G_{q+4, n-p}(l_2^*; \Delta)] + 2k\Delta G_{q+2, n-p}(l_1^*; \Delta) + k^2] \quad (6.1)$$

因此，对于给定的 k ，当 $\Delta \in (0, \frac{q}{2 - \frac{\Psi^*}{\Psi} + 2k})$ 时， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_w^{PT}(k)$ ；当

$\Delta \in (\frac{q}{2 - \frac{\Psi^*}{\Psi} + 2k}, \infty)$ 时， $\hat{\beta}_w^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 。当 $\Delta \in (0, \frac{q}{2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1} + 2k})$ 时， $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$

优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ ；当 $\Delta \in (\frac{q}{2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1} + 2k}, \infty)$ 时， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 。

同样的，对于给定的 Δ ，当 $k \in (0, \frac{1}{2}(\frac{q}{\Delta} - (2 - \frac{\Psi^*}{\Psi})))$ 时， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_w^{PT}(k)$ ；

当 $k \in (\frac{1}{2}(\frac{q}{\Delta} - (2 - \frac{\Psi^*}{\Psi})), \infty)$ 时， $\hat{\beta}_w^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 。当 $k \in (0, \frac{1}{2}(\frac{q}{\Delta} - (2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1})))$

时， $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ ；当 $k \in (\frac{1}{2}(\frac{q}{\Delta} - (2 - \frac{\Psi_1^*}{\Psi_1})), \infty)$ 时， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 。

6.2 模拟分析

本文取 $p = 4, q = 3$ ，利用 Matlab 绘制三大检验的估计量的风险随未知参数 Δ 和 k 的变化图形，结果如下：

Risk

$$n = 10, \alpha = 0.05, k = 0.1$$

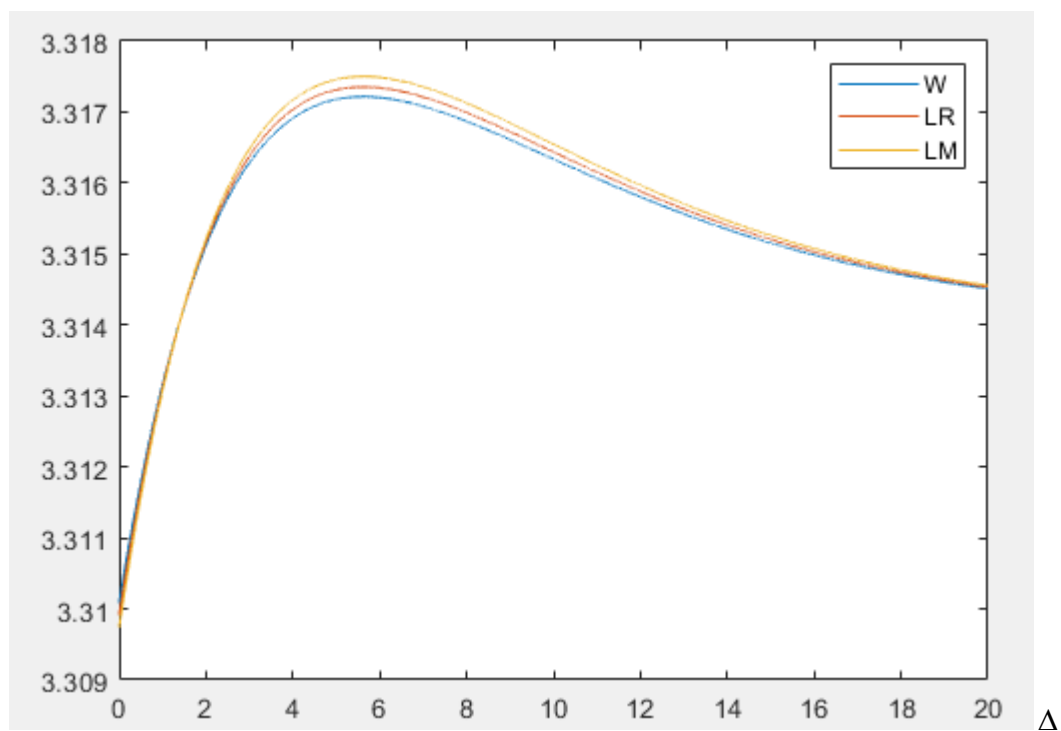


图 6-1 三大检验的风险值

Risk

$$n = 10, \alpha = 0.10, k = 0.10$$

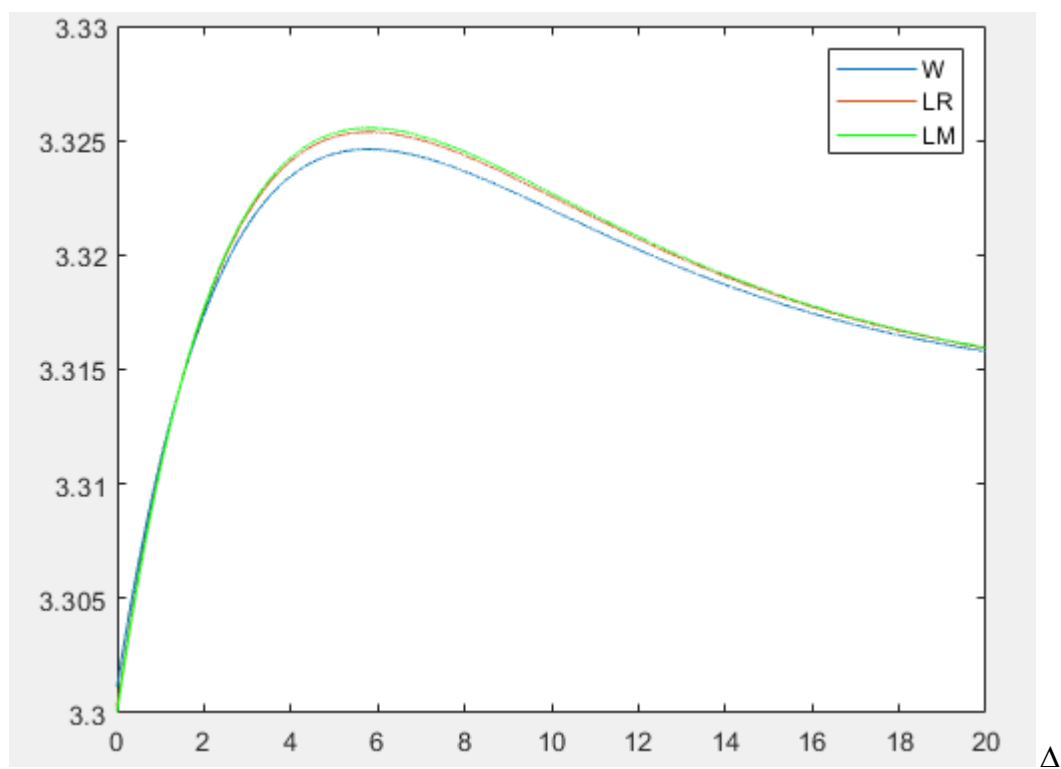


图 6-2 三大检验的风险值

Risk

$n = 20, \alpha = 0.05, k = 0.50$

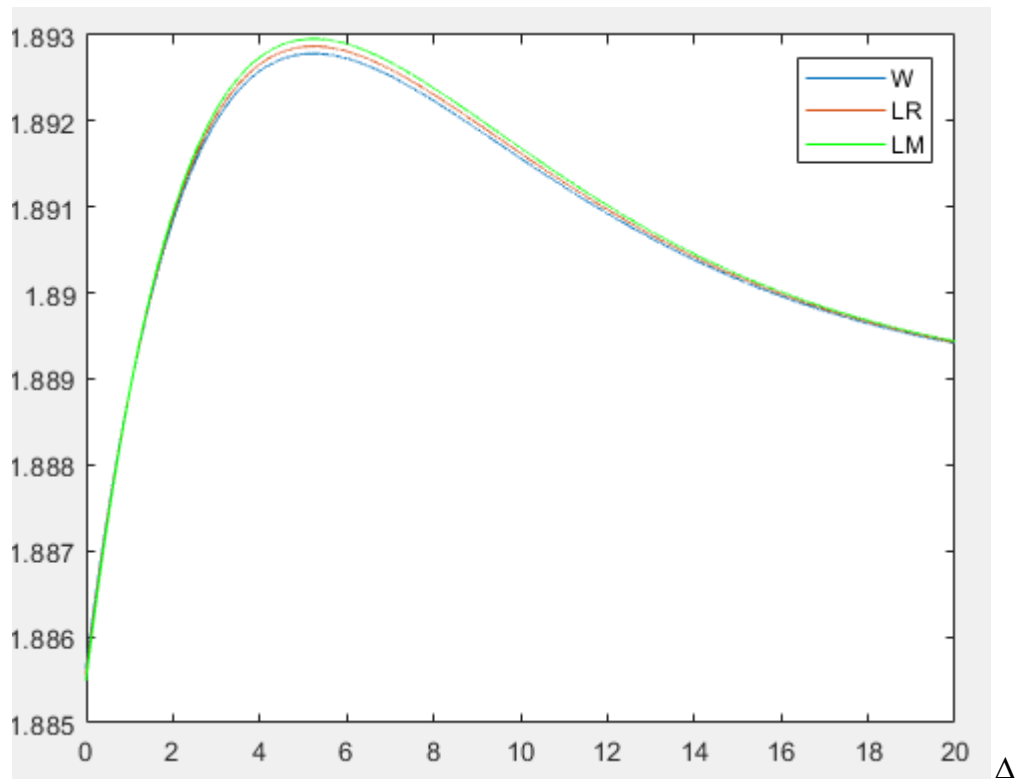


图 6-3 三大检验的风险值

Risk

$n = 20, \alpha = 0.10, k = 0.50$

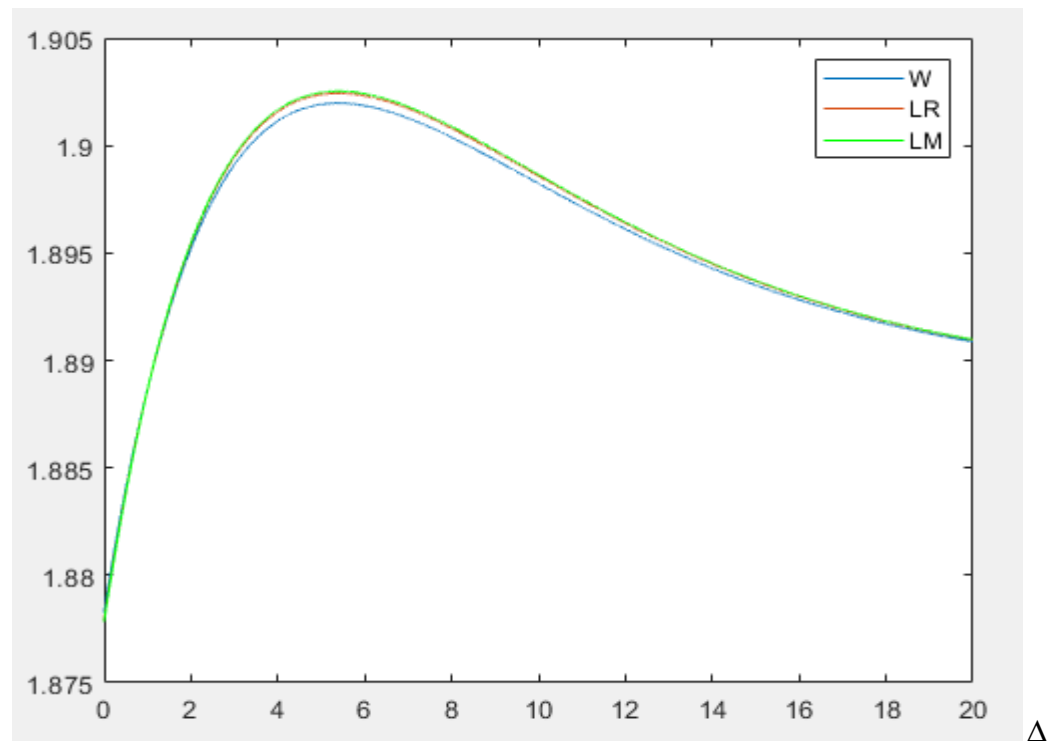


图 6-4 三大检验的风险值

从图 1、2 发现，在 $k = 0.1$ 不变时，对于不同的显著性水平，Wald, LR 和 LM 检验的预检岭回归参数估计的风险值随着 Δ 的增大而增大。到达最大值后开始下降，最后三者趋于一致。当 Δ 取值较小时，Wald 检验的风险值最大，LR 检验的风险值次之，LM 检验的风险值最小。当 Δ 取值较大时，三个估计的风险值大小排序颠倒。

从图 1、2、3、4 发现，在 Δ 值不变时，对于不同的显著性水平，Wald, LR 和 LM 检验的预检验岭回归参数估计的风险值随着 k 的增大而减小。当 k 取值较大时，LM 检验的风险值最大，LR 检验的风险值次之，Wald 检验的风险值最小。

第七章 实证研究

7.1 变量定义及数据选取

本文利用 1980-2000 年的时间序列数据作为研究对象，将中国国债发行额作为被解释变量，将国内生产总值、财政赤字额以及年还本付息额作为被解释变量建立回归模型。

表 7-1 定义变量

变量类型	变量符号	基本定义
被解释变量	DEBT	国债发行总额
解释变量	GDP	国内生产总值
	DEF	财政赤字额
	REPAY	年还本付息额

本文数据主要来源于《中国统计年鉴》2001 年。数据显示如下：

表 7-2 变量数据

年份	DEBT	GDP	DEF	REPAY
1980	43	45	68	28
1981	121	48	-37	62
1982	83	52	17	55
1983	79	59	42	42
1984	77	71	58	28

1985	89	89	-0.57	39
1986	138	102	82	50
1987	223	119	62	79
1988	270	149	133	76
1989	407	169	158	72
1990	375	185	146	190
1991	461	216	237	246
1992	669	266	258	438
1993	739	346	293	336
1994	1175	467	574	499
1995	1549	584	581	882
1996	1967	678	529	1355
1997	2476	744	582	1918
1998	3310	783	922	2352
1999	3715	820	1743	1910
2000	4180	894	2491	1579

7.2 模型构建及回归

建立回归模型如下：

$$DEBT_t = \beta_0 + \beta_1 GDP_t + \beta_2 DEF_t + \beta_3 REPA_t + u_t$$

其中 t 代表相应年份，u 为随机干扰项。

利用 Eviews 进行回归，结果如下：

$$DEBT_t = 5.02 + 0.34GDP_t + 0.99DEF_t + 0.87REPA_t$$

$$(0.22) \quad (2.13) \quad (26.67) \quad (17.27)$$

$$R^2 = 0.998, DW = 2.11, SSE_u = 48130$$

7.3 约束条件检验

假设约束条件为 $\beta_2 = \beta_3 = 0$ ，本文运用三大检验分别进行检验。

对约束模型进行回归，结果如下：

$$DEBT_t = -339.9 + 4.25GDP_{tt}$$

$$(-2.93) \quad (16.08)$$

$$R^2 = 0.931, DW = 0.303, SSE_u = 2351123$$

根据定义，三大检验统计量为：

$$\begin{aligned}\varsigma_W &= \frac{(H\tilde{\beta} - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)}{\tilde{\sigma}^2} \\ \varsigma_{LR} &= n[\ln \hat{\sigma}^2 - \ln \tilde{\sigma}^2] \\ \varsigma_{LM} &= \frac{(H\tilde{\beta} - h)'(HC^{-1}H')^{-1}(H\tilde{\beta} - h)}{\hat{\sigma}^2}\end{aligned}$$

将数据代入定义，计算出 $\varsigma_W = 1316, \varsigma_{LR} = 81.66, \varsigma_{LM} = 29$ ，然后取显著性水平为 0.05， $\chi^2(2) = 5.99$ 。由于 $\varsigma_W > \chi^2(2), \varsigma_{LR} > \chi^2(2), \varsigma_{LM} > \chi^2(2)$ ，所以拒绝原假设，即 $\beta_2 \neq 0, \beta_3 \neq 0$ 。

7.4 实证总结

由于本例中三大检验结果一致，所以本文的约束条件不成立，说明国债发行额与财政赤字、年还本付息额有显著关系。最优的回归模型为无约束模型，即 $DEBT_t = 5.02 + 0.34GDP_t + 0.99DEF_t + 0.87REPAY_t$ 。本例显示三大模型在某些情况下结果趋于一致，且都较为准确。

第八章 总结

本文详细阐述了三大检验下 β 的预检验岭回归参数的构造过程，然后建立了它们的偏差和风险函数。由数学理论分析发现三大检验估计量的偏差永远是 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 的偏差最小， $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 的偏差第二小， $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 的偏差最大。在假定约束条件成立情况下，重点讨论了 Wald、LR、LM 检验在预检验岭回归估计中的风险与违背参数 Δ 和岭参数 k 的变化关系，发现 Δ 和 k 较小时， $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ ； Δ 和 k 较大时， $\hat{\beta}_W^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LR}^{PT}(k)$ 优于 $\hat{\beta}_{LM}^{PT}(k)$ 。然后在给定违背参数

Δ 和岭参数 k 情况下模拟高斯函数数据,利用画图直观比较估计量的偏差和风险大小,最终发现一般的条件下三大检验是等价的,但是在不同参数范围,三大检验的相对优良性有所变化,且没有永远最好。在大多时候,Wald 检验在其中是最高效的。最后利用经济数据进行实证研究,发现三大检验结果相同,说明在有些时候三大检验趋于一致,且具有良好效率。本文把三大检验比较与预检验和岭回归结合起来,利用二次损失作为判定优良性标准,提供了对于三大检验进行选择的一个方法。本文寻找到违背参数和岭参数的范围,发现在不同范围内选择相应三大检验之一是最精确的。但是本文没有确定岭参数的选择标准,不同的 k 值可能会导致不同的估计误差。本文也没有深入研究岭参数对估计量的风险值影响,没有对岭回归进行更深入的研究。此外在本文的基础上还可以和更多的回归方法结合,进一步进行三大检验的优良性对比研究。

参考文献

- [1]张钊. 基于无偏估计方程的模型选择[D]. 山东: 山东经济学院, 2011.
- [2]邓慧敏. 基于贝叶斯 Markov 转换模型的股市收益与通胀动态关系研究[D]. 湖南: 湖南大学, 2014.
- [3]张凌翔, 张晓峒. 单位根检验中的 Wald 统计量研究[J]. 数量经济技术经济研究. 2009. 07:34-42.
- [4]张卫东. 线性模型中的 GMM 距离检验及其与 LR、LM 和 Wald 检验的关系. [J]. 数量经济技术经济研究. 2007. 09:56-70.
- [5]Sarkar. N. A new estimator combining the ridge regression and the restricted least squares methods of estimation[M]. Communications in Statistics - Theory and Methods. 1992. 21:1987 - 2000.
- [6] Wald. Tests of statistical hypotheses concerning several parameters when the number of observations is large[J]. Transactions of the American Mathematical Society. 1943. 54: 426-482.

[7] Judge, G.G. and Bock, M.E. The Statistical Implications of Pre-Test and Stein-Rule Estimators in Econometrics[M]. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1978:328-397.

[8]Saleh, A.K.Md.E. and Kibria, B.M.G. Performance of some new preliminary test ridge regression estimators and their properties[M]. Communications in Statistics - Theory and Method.1993.22:2747 - 2764.

致谢

时间飞逝，转眼间就到了本科生毕业的时刻了，随着离校日期的临近，这篇学位论文也即将完成。从开题到现在论文的顺利完成，都离不开林谦老师的教导。同时，也是余欣桐、钟宇等同学们的热心帮助和我家人的全力支持，我才能顺利完成本科生的学业。

首先，我要感谢我的导师林谦副教授。本篇论文是在我的老师林谦老师的亲切关怀和细心指导下完成的。从选择课题到完成论文，林老师都是耐心地指导，并给予不懈的支持。林老师对我给予了悉心指导，使我受益匪浅。我再次感谢林老师给予的关心和帮助。

借这个机会我也要感谢余欣桐、钟宇等同学们，我在论文写作时，欣桐热心的跟我讨论了研究内容和研究方法，也耐心帮助我修改论文格式。我再次感谢同学们给予我的帮助。

最后，我一定要感谢我的父母亲、外公外婆和我的妹妹。感谢他们在我学习生涯中给予的支持和包容，无私的关心我和爱我。感谢他们给我的论文写作提供了良好的环境，也对我的精神随时关怀着，给我生活带来了光彩。在此表示诚挚的谢意！

經世濟民

孜孜以求

