

1、下列命题中真值为1的命题有（ A ）

A. $2+2=4$ 当且仅当3是奇数

B. $2+2=4$ 当且仅当3不是奇数

C. $2+2 \neq 4$ 当且仅当2是偶数

D. $2+2 \neq 4$ 当且仅当3是奇数

2、在下述公式中不是重言式的为（ C ）

A. $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$

蕴涵前件比后件小

B. $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$

C. $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$

D. $P \rightarrow (P \vee Q)$

3、下列语句哪个是命题？（ C ）

A. 今天天气真好啊！

B. $x+y>0$ 。

C. 武汉是中国的首都。

D. 这个语句是假的。

4、所有极小项的合取式为（ B ） 一组指派下仅有一个极小项是1

A. 可满足式

B. 矛盾式

C. 永真式

D. A, B, C都有可能

5、能判断真假的陈述句称为命题。下列语句中，(2)、(5)、(7)是命题。

(1) 请把书打开

(2) 地球外的星球上也有生命

(3) $x+1>3$

(4) 你喜欢离散数学吗

(5) 明天会下雨

(6) 我在说谎

(7) 如果 $2+3=5$ ，那么今晚我请你吃火锅

6、判断下列推理是否正确：

在模拟考试中，如果甲第三，那么如果乙第二，则丙第四。丁不是第一或甲第三。乙第二。从而知，如果丁第一，那么丙第四。

证明：令P：甲第三，Q：乙第二，R：丙第四，S：丁第一。

前提： $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $\neg S \vee P$, Q

$(P \wedge Q) \rightarrow R$ 也可以

结论： $S \rightarrow R$

推理形式： $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $\neg S \vee P$, Q $\Rightarrow S \rightarrow R$ （结论是蕴涵式，故可考虑用CP规则）（4分）

- (1) S P (附加) (6分)
- (2) $\neg S \vee P$ P
- (3) P T,I,(1),(2)
- (4) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ P
- (5) $Q \rightarrow R$ T,I,(3),(4)
- (6) Q P
- (7) R T,I,(5),(6)
- (8) $S \rightarrow R$ T,I,(1),(7),CP规则

7、求公式 $(P \wedge R) \leftrightarrow \neg(P \vee Q)$ 的主合取范式和主析取范式。

解：公式 $(P \wedge R) \leftrightarrow \neg(P \vee Q)$ 的真值表为：

P	Q	R	$P \wedge R$	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$(P \wedge R) \leftrightarrow \neg(P \vee Q)$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0

因此该公式的主析取范式为

$$(\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$$

该公式的主合取范式为

$$(P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R)$$

8、证明推理 $(R \rightarrow \neg Q) \wedge (R \vee S) \wedge (S \rightarrow \neg Q) \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow \neg P$ 有效。

证明：

- (1) $\neg(\neg P)$ P (附加)
- (2) P T,(1)
- (3) $P \rightarrow Q$ P

(4)	Q	T,I,(2),(3)
(5)	$R \rightarrow \neg Q$	P
(6)	$\neg R$	T,I,(4),(5)
(7)	$R \vee S$	P
(8)	S	T,I,(6),(7)
(9)	$S \rightarrow \neg Q$	P
(10)	$\neg Q$	T,I,(8),(9)
(11)	$Q \wedge \neg Q$	T,I,(4),(10),矛盾

9、在某自来水管理系统中，有3个水龙头 H_1 、 H_2 、 H_3 控制着1个出水口。已知：在且仅在下述4种情况下出水口有水：

- (1) H_3 的开关打开， H_1 与 H_2 的开关关闭；
- (2) H_1 的开关打开， H_2 与 H_3 的开关关闭；
- (3) H_2 、 H_3 的开关打开， H_1 的开关关闭；
- (4) H_1 、 H_2 的开关打开， H_3 的开关关闭；

设L为1表示出水口有水，P、Q、R分别表示水龙头 H_1 、 H_2 、 H_3 的开关打开。

1、求L的主析取范式？

2、在 $\{\neg, \wedge\}$ 上构造L？

3、在 $\{\neg, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ 上构造L？

解：

	H_1	H_2	H_3
打开	P	Q	R
关闭	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$

$$L = (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$$

$$= m_1 \vee m_4 \vee m_3 \vee m_6$$

$$= m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_6$$

$$L = (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$$

$$= \neg Q \wedge ((\neg P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R)) \vee Q \wedge ((\neg P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R))$$

$$= (\neg Q \vee Q) \wedge ((\neg P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R))$$

$$\begin{aligned}
&= (\neg P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R) \\
&= \neg(\neg(\neg P \wedge R) \wedge \neg(P \wedge \neg R))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L &= (\neg P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R) \\
&= \neg(\neg(\neg P \wedge R)) \vee (P \wedge \neg R) \\
&= \neg(\neg P \wedge R) \rightarrow (P \wedge \neg R) \\
&= (P \vee \neg R) \rightarrow \neg(\neg P \vee R) \\
&= (R \rightarrow P) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)
\end{aligned}$$

10、证明重言蕴涵有哪些方法？证明有效推理有哪些方法？在证明有效推理时，可以用证明重言蕴涵的方法，为何还要用演绎法？利用计算机对实际推理问题进行有效性证明时已经有直接证法、条件论证等方法了，为何还需要归结法？