第二章静态博弈与Nash均衡

主要内容：

一、占优行为

二、重复剔除劣战略行为；

三、Nash均衡。

引例："囚徒困境"(prisoners' dilemma)

无论对方如何选择，每个小偷都会选择"坦白"。因此，博弈的结果就是两个小偷都选择"坦白"。

		小偷 2 坦白	小偷 2 抵赖
小偷 1	坦白	-4, -4	0,-6
小偷 1	抵赖	-6,0	-1,-1

对于每个小偷，当对方坦白时，自己坦白得-4，抵赖得-6，所以，应该选择"坦白"；而当对方抵赖时，自己坦白得0，抵赖得-1，所以，还是应该选择"坦白"。

对经典经济学的冲击

- 古典经济学的创始人亚当·斯密曾经描述，市场机制这只“看不见的手”，会引导人们自利的行为促进社会的福利。博弈论的“囚徒困境”却揭示，非合作的自利行为可能导致两败俱伤的情景。

公共资源悲剧

- 哈丁（Garrit Hadin）1968年在《Science》杂志上发表了一篇文章，题为The Tragedy of the Commons。
- 哈丁举例：一群牧民面对向他们开放的草地，每一个牧民都想多养一头牛，因为多养一头牛增加的收益大于其购养成本，是合算的，尽管因平均草量下降，可能使整个牧区的牛的单位收益下降。每个牧民都可能多增加一头牛，草地将可能被过度放牧，从而不能满足牛的食量，致使所有牧民的牛均饿死。这就是公共资源的悲剧。

现实中的“囚徒困境”

- 我国的应试教育制度下，学生的负担、家长的焦虑；
- 军备竞赛
- 价格大战（家电、民航、奶业）


三鹿 乳业
cnsphoto


凯威
三聚氰胺
含量: 99.8%
净重: 25.0 公斤
毛重: 25.1 公斤
三聚氰胺

“囚徒困境”的正面效用

- 从消费者的角度，竞争带来降价，得到实惠。
- 从企业的角度，鼓励竞争，激励企业不断创新，开发新技术，提升产品质量，拓展市场，从而赢得市场。

一、占优行为

- 考察更一般的n人博弈情形。在n人博弈中，参与人i (i=1,2,...,n)的支付$u_i = u_i(s_{i,} s_{-i})$既与自己的选择s_i有关，也与其他参与人的选择s_{-i}有关。
- 在一般情况下，使参与人的支付$u_i = u_i(s_{i,} s_{-i})$最大化的最优战略s_i^*是与其他人的选择s_{-i}有关的。

1. 占优战略

- 但可能会出现这样的情况：参与人的最优战略 s_i^* 与其他参与人的选择 S_{-i} 无关。
- 也就是说，无论其他参与人选择什么战略，参与人的最优战略总是惟一的。这样的最优战略我们称为“占优战略”(dominant strategy)。

定义1：占优战略

在n人博弈中，如果对于所有的其他参与人的选择s_{-i}，s_i^*都是参与人i的最优选择，即$\forall s_i \in S_i (s_i \neq s_i^*),\ \forall s_{-i} \in \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} S_j$，有

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$

则称s_i^*为参与人的**占优战略**。

- 在一个博弈问题中，如果某个参与人具有占优战略，那么只要这个参与人是理性的，他肯定就会选择他的占优战略。
- 参与人的这种选择行为我们称为占优行为。
- 占优行为是理性参与人选择行为的最基本特征。

例1

		2			
		b_1	b_2	b_3	b_4
1	a_1	2, 1	-2, -6	1, 2	0, 1
	a_2	3, 0	-1, 2	3, 3	-1, -2

2. 占优战略均衡

- 如果所有的参与人都具有占优战略，那么只要参与人是理性的，肯定都会选择自己的占优战略。
- 博弈的结果就由参与人的占优战略共同决定。像这种由参与人的占优战略共同决定的博弈结果，称为占优战略均衡(dominant-strategy equilibrium)。

定义2：占优战略均衡

- 在n人博弈中，如果对所有参与人i (i=1, 2,...,n)，都存在占优战略 s_i^*，则占优战略组合 $s^*=(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*)$ 称为**占优战略均衡**。

- 在一个博弈问题中，如果所有参与人都有占优战略存在，那么占优战略均衡就是惟一的所有理性参与人可以预测到的博弈结果。

“新产品开发博弈”中的占优战略均衡

- 当市场需求大时，在完全信息静态的“新产品开发博弈”中，企业1和2都有占优战略“开发”，因此，博弈的结果为占优战略均衡(开发，开发)。

企业2

		开发	不开发
企业1	开发	300，300	800，0
	不开发	0，800	0，0

例2

- 占优战略均衡是？

		2 b_1	b_2	b_3	b_4
1	a_1	2，1	-2, -6	1, 2	-2,1
	a_2	3，0	-1，2	3, 3	-1,-2

二、重复剔除劣战略行为

- 在“囚徒困境”中，“坦白”是小偷的占优战略，也就是说，相对于战略“抵赖”，“坦白”在任何情况下都是小偷的最优选择。因此，小偷只会选择战略“坦白”。
- 反过来也可以这么理解：相对于战略“坦白”，小偷选择“抵赖”所得到的支付都要小于选择“坦白”所得到的。既然选择“抵赖”的所得总是小于选择“坦白”的所得，小偷当然就不会选择“抵赖”，这也就相当于小偷将战略“抵赖”从自己的选择中剔除掉了。

- 考察更一般的n人博弈情形：在n人博弈中，不存在占优战略，但是参与人i存在两个战略 s_i' 和 s_i''（$s_i', s_i'' \in S_i$），s_i''虽然不是占优战略，但与 s_i' 相比，自己在任何情况下选择 s_i'' 的所得都要大于选择 s_i' 的所得。
- 因此，理性的参与人绝对不会选择战略s_i' 。

定义3：劣战略

在n人博弈中，如果对于参与人i，存在战略$s_i', s_i'' \in S_i$，对$\forall s_{-i} \in \prod_{j=1, j\neq i}^{n} S_j$，有

$$u_i(s_i'', s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i})$$

则称战略s_i'为参与人i的劣战略，或者说战略s_i''相对于战略s_i'占优。

剔除劣战略行为

- 在博弈中，如果战略 s_i' 是参与人 i 的劣战略，那么参与人 i 肯定不会选择战略 s_i'。这也就相当于参与人将战略 s_i' 从自己的战略集 S_i 中剔除掉，直接从战略集 $S_i \setminus \{s_i'\}$ 中选择自己的战略。参与人的这种选择行为我们称之为**剔除劣战略行为**。
- 剔除劣战略行为也是理性参与人选择行为的基本特征之一。

- 考察战略式博弃

$$G=<\Gamma;S_1,\ldots,S_i,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_i,\ldots,u_n>$$

如果战略s_i'是参与人i的劣战略，那么参与人i将只会从战略集 $S_i\setminus\{s_i'\}$中选择自己的战略。

- 令 $S_i'=S_i\setminus\{s_i'\}$，构造一个新的战略式博弃

$$G'=<\Gamma;S_1,\ldots,S_i',\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_i,\ldots,u_n>$$

此时，对战略式博弃G的求解问题就可转换为对 G'的求解。

例子

B

A		*L*	*M*	*R*
	U	1，0	1，2	0，1
	D	0，3	0，1	2，0

B不仅理性，且知道A理性，且知道A知道B理性。

B理性

B

A		*L*	*M*
	U	1, 0	1, 2
	D	0, 3	0, 1

A理性且知道B理性

B

		L	*M*
A	*U*	1, 0	1, 2

B

		M
A	*U*	1，2

- 存在两个战略 s_i' 和 s_i''（$s_i', s_i'' \in S_i$），与 s_i' 相比，虽然选择 s_i'' 的所得并不一定总是大于选择 s_i' 的所得，但自己在任何情况下选择 s_i'' 的所得都不会比选择 s_i' 的所得小，而且在某些情况下选择 s_i'' 的所得严格大于选择 s_i' 的所得。
- 显然，在这种情况下，理性的参与人将战略 s_i' 从自己的选择中剔除掉也是有道理的。与定义2.3中所定义的劣战略相仿，称战略 s_i' 为参与人的**弱劣战略**。

定义4

在n人博弈中，如果对于参与人i，存在战略$s_i', s_i'' \in S_i$，对$\forall s_{-i} \in \prod_{j=1, j\neq i}^{n} S_j$，有

$$u(s_i'', s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i})$$

且$\exists s_{-i}' \in \prod_{j=1, j\neq i}^{n} S_j$，使得 $u(s_i'', s_{-i}') > u_i(s_i', s_{-i}')$

则称战略s_i'为参与人i的弱劣战略，或者说战略s_i''相对于战略s_i'弱占优。

若重复剔除过程一直可持续到只剩下**唯一**的战略组合，则该战略组合即为重复剔除的占优均衡，此时该博弈是重复剔除战略可解（dominance solvable）。

重复剔除劣战略的结果是?

		2
		b_2
1	a_1	3，3

重复剔除劣战略过程中的问题:

均衡结果是否与劣战略的剔除顺序有关?

一般而言，如果每次剔除的是严格劣战略，均衡结果与剔除顺序无关；

如果剔除的是弱战略？

考察下列博弈。

B

		C_1	C_2	C_3
	R_1	2, 12	1, 10	1, 12
A	R_2	0, 12	0, 10	0, 11
	R_3	0, 12	0, 10	0, 13

剔除顺序：

$$1.R_2,C_1,R_3,C_2\rightarrow(R_1,C_3)$$

$$2.R_2,C_2,R_3\rightarrow(R_1,C_1)\text{和（}R_1,C_3)$$

$$3.R_3,C_2,R_2\rightarrow(R_1,C_1)\text{和（}R_1,C_3\text{）}$$

$$4. R_3, C_3, R_2, C_2 \rightarrow (R_1, C_1)$$

$$5. C_2, R_2, C_1, R_3 \rightarrow (R_1, C_3)$$

$$6. C_2, R_3, C_3, R_2 \rightarrow (R_1, C_1)$$

- 在重复剔除劣战略的过程中，应注意：

　　重复剔除占优战略均衡要求“理性”为“共同知识”。

一般而言，参与人的战略空间越大，需要剔除的步骤就越多，对“理性”的要求就越严格。

路径依赖：就是人们陷入一种情况而发现从此难以脱身

- 1、换工作（我的工作：教师）
- 2、电脑操作系统
- 3、婚姻
- 4、腐败

改革的进程要注意路径依赖问题

- 1、不同的路径会出现不同的结果
- 2、不同的路径会付出不同的代价（中国足球）
- 3、改革是为了寻找路径（摸着石头过河）（但可以借鉴先进的工作理念，让路径付出较少的代价）

SO:

我国急需 治理型官员（人民日报）

“万元陷阱”

现将10000元拍卖给大家，各位互相竞价，以100元为加价单位，直到没有人再加价为止。出价最高者以其所出价格获得该10000元钱，同时，出价第二高者将其所出价格的数量支付给我。

请问：您的竞拍策略？

沉没成本效应与路径依赖

这个游戏是耶鲁大学经济学家苏必克(M. Shubik)发明的，想拍卖钱的人几乎屡试不爽地从这拍卖会里‘赚到钱’。它是一个具体而微的‘人生陷阱’，参与竞价的在这个‘陷阱’里越陷越深，不能自拔，最后都付出了痛苦的代价。

自古以来，人类为捕杀动物所设的‘陷阱’，有三个特征：

1. 有一个明显的诱饵。

2. 通往诱饵之路是单向的，可进不可出。

3. 越想挣脱，就越陷越深。

沉没成本效应与路径依赖

这个游戏是耶鲁大学经济学家苏必克(M. Shubik)发明的，想拍卖钱的人几乎屡试不爽地从这拍卖会里‘赚到钱’。它是一个具体而微的‘人生陷阱’，参与竞价的在这个‘陷阱’里越陷越深，不能自拔，最后都付出了痛苦的代价。

自古以来，人类为捕杀动物所设的‘陷阱’，有三个特征：

1. 有一个明显的诱饵。

2. 通往诱饵之路是单向的，可进不可出。

3. 越想挣脱，就越陷越深。

社会心理学家泰格(A. Teger)对参加拍卖游戏的人加以分析，发现掉入‘陷阱’的人通常有两个动机，一是经济（理性）的、一是非经济（感性）的。

经济动机包括渴望赢得钞票、想赢回他的损失、想避免更多的损失；

非经济动机包括渴望挽回面子、证明自己是最好的玩家及处罚对手等。

“万元陷阱”

心理学家鲁宾(J. E. Rubin)的建议是:

1. 确立你投入的极限及预先的约定：譬如投资多少钱或多少时间？

止盈容易止损难！

2. 极限一经确立，就要坚持到底。（止损）

3. 自己打定主意，不必看别人。

三、Nash均衡

- 在相当多的博弈中，无法使用重复剔除劣战略的方法找出均衡解，例如新产品开发博弈中，若市场需求为低需求时不存在占优均衡结果。

- 为了找出更一般博弈的均衡解，需要引入**Nash均衡**(Nash equilibrium)的概念。

1.Nash均衡：

- 一个战略组合 $s^*=(s_1^*,\dots,s_i^*,\dots,s_n^*)$ 要成为博弈的结果，就必须满足：对于所有的参与人，当其他参与人选择战略组合 s^* 中给定的战略时，选择 s^* 中相应的战略所得到的支付不小于选择其它战略所得到的。

- 也就是 $\forall i \in \Gamma,\ \forall s_i \in S_i$，$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$，或者 $\forall i \in \Gamma$，$s_i^* \in \arg\max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_{-i}^*)$。满足这样条件的战略组合，我们称之为**Nash均衡**(Nash equilibrium)。

定义5： Nash均衡

在战略式博弈 $G=<\Gamma;S_1,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_n>$ 中，战略组合 $s^*=(s_1^*,\ldots,s_i^*,\ldots,s_n^*)$ 是一个Nash均衡当且仅当 $\forall i\in\Gamma$，$\forall s_i\in S_i$，有

$$u_i(s_i^*,s_{-i}^*)\geq u_i(s_i,s_{-i}^*)$$

$$\Updownarrow$$

$$s_i^*\in\arg\max_{s_i\in S_i} u_i(s_i,s_{-i}^*)$$

- Nash均衡是1994年诺贝尔经济学奖获得者John Nash在20世纪50年代，作为 n 人战略式博弈的解而提出来的，也是目前得到比较一致认可的博弈解。
- 在传统的博弈论中，一般都将Nash均衡作为博弈的解。

- 一个战略组合如果不是Nash均衡的话，就不能成为博弈的解。

2. 求解离散型博弈的Nash均衡的方法：

划线法；

- “划线法”就是利用Nash均衡这样的性质：在两人博弈中，相互构成最优战略的战略组合就是Nash均衡。

划线法具体步骤如下：

(1) 考察参与人1的最优战略。

(2) 用上述方法找出参与人2的最优战略。

(3) 找出最优战略组合。

用划线法求解该博弈

			2	
		b_1	b_2	b_3
	a_1	3 , 2	1 , 3	2 , $\underline{5}$
1	a_2	2 , 4	$\underline{4}$, $\underline{5}$	$\underline{3}$, 4
	a_3	$\underline{4}$, 2	3 , 1	2 , $\underline{3}$

关于Nash均衡，应注意以下几个问题：

- Nash均衡有强弱之分。
- Nash均衡与占优战略均衡和重复剔除的占优均衡的关系。
- Nash均衡是参与人将如何博弈的“一致性”预测：

Nash均衡与占优战略均衡和重复剔除的占优均衡的关系。

- Nash均衡一定是重复剔除严格劣战略过程中，没有被剔除的战略组合。但没有被剔除的战略组合不一定是Nash均衡，除非它是唯一的。

3 无限策略分析和反应函数

3.1 古诺的寡头模型

3.2 反应函数

3.3 伯特兰德寡头模型

3.4 豪泰琳模型

3.1 古诺的寡头模型

企业Cournot模型

(无限策略博弈)

古诺（Cournot ,1838）比纳什（1950）定义早100年

假设条件:

1. 在一个寡头市场上两企业生产销售同质产品，市场总产量$Q = q_1+q_2$（两寡头企业就是指这两家企业垄断了某一行业的市场）
2. 市场出清价格 $P = 8 - Q$
3. 生产无固定成本，边际成本 $c=c_1=c_2=2$
4. 两企业同时独立地决定各自的生产产量(q_1, q_2)

问题：两家企业应如何决策?

古诺的寡头模型分析

企业1的利润(得益):

$$u_1(q_1, q_2) = P\times q_1 - c_1\times q_1 = (8-Q)\times q_1 - 2q_1$$
$$= 6q_1 - q_1 q_2 - q_1^2$$

企业2的得益:

$$u_2(q_1, q_2) = P\times q_2 - c_2\times q_2 = (8-Q)\times q_2 - 2q_2$$
$$= 6q_2 - q_1 q_2 - q_2^2$$

古诺的寡头模型分析（续）

设(q_1^*, q_2^*)是一纳什均衡，由联立求解：

$$\max_{q1} u_1 (q_1, q_2^*) = \max_{q1} (6 q_1 - q_1 q_2^* - q_1^2)$$

$$\max_{q2} u_2 (q_1^*, q_2) = \max_{q2} (6 q_2 - q_1^* q_2 - q_2^2)$$

有 $6 - q_2^* - 2q_1^* = 0$

$6 - q_1^* - 2q_2^* = 0$

其静态博弈模型有唯一纳什均衡:$(q_1^*, q_2^*) = (2,\ 2)$

使市场总产量 $Q^* = q_1^* + q_2^* = 4$,

市场出清价格 $P^* = 8 - Q^*$

得二企业总得益:$U^* = u_1^* + u_2^* = 4 + 4 = 8$

古诺的寡头模型分析（续）

企业总得益：

$$U = Q \times P(Q) - c \times Q = 6Q - Q^2$$

有 $6 - 2Q^* = 0$，

使最大产量 $Q^* = 3$，即 $(q_1^*, q_2^*) = (1.5,\ 1.5)$

使二企业最大总得益：

$$U^* = u_1^* + u_2^* = 4.5 + 4.5 = 9 > 8$$

结论：根据总体利益最大化确定的产量效率高于根据企业个体利益最大化确定的产量效率.

两寡头间的囚徒困境博弈

		厂商2 不突破	厂商2 突破
厂商1	不突破	4.5，4.5	3.75，5
厂商1	突破	5，3.75	4，4

以自身最大利益为目标：各生产2单位产量，各自得益为4
以两厂商总体利益最大：各生产1.5单位产量，各自得益为4.5

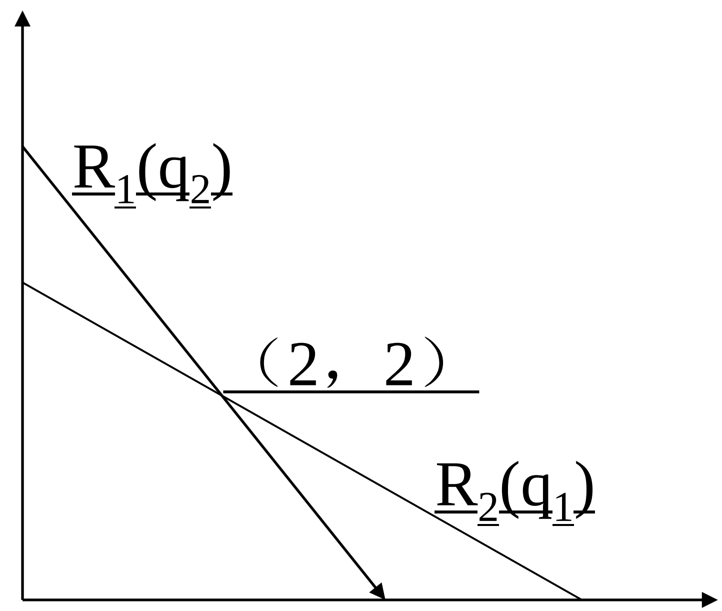
3.2 反应函数(划线法)

古诺模型的反应函数

$$\max_{q_1} u_1 = \max(6q_1 - q_1 q_2 - q_1^2)$$

$$q_1 = R_1(q_2) = \tfrac{1}{2}(6 - q_2)$$

$$q_2 = R_2(q_1) = \tfrac{1}{2}(6 - q_1)$$



扩展：连续时间下 古诺的寡头模型

1. 在一个寡头市场上两企业生产销售同质产品，市场总产量 $Q_t = q_t^1 + q_t^2$，时间 $t \in [0, +\infty)$（两寡头企业就是指这两家企业垄断了某一行业的市场）

2. 市场出清价格 $p_t = 8 - Q_t$

3. 生产无固定成本，边际成本 $c_t = c_t^1 = c_t^2 = 2$

4. 企业的价值 G_t 是产量的函数，假设

$$\frac{dG_t}{dt} = a - \delta$$

作业：连续时间下 古诺的寡头模型

1. 在一个寡头市场上两企业生产销售同质产品, 企业i的产量 q_t^i ,时间 $t\in[0,+\infty)$ 。

2. 市场价格受到多种随机因素的影响，如市场行情、政策等，假定价格满足以下动态方程:

$$\frac{dp_t^i}{dt}=s(A-q_t^i+uq_t^j-p_t^i)$$

其中s表示企业变化参数。

3. 生产无固定成本, 边际成本 $c_t=c_t^1=c_t^2=2$

企业i的利润为：$\pi^{i} = \int_{0}^{\infty} e^{-rt}[(p_t^i - c_t)q_t^i]dt$

$$s.t: \begin{cases} \dfrac{dp_t^i}{dt} = s[A - q_t^i + uq_t^j - p_t^i] \\ p_0^i = p_0 \end{cases}$$

问题：请查阅相关资料，求解纳什均衡：(q_t^{1*}, q_t^{2*})

3.3 伯特兰德(Bertrand)寡头模型

- 假设1:厂商1和厂商2生产产品是同类，具有一定的替代性。
- 假设2：需求函数是线性的，且需求函数为

$$q_1 = q_1(P_1, P_2) = a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2$$
$$q_2 = q_2(P_1, P_2) = a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1$$

- 假设3：生产无固定成本, 边际成本 c_1，c_2
- 假设4：厂商同时决策

Cont…

利润函数为：

$$u_1 = u_1(P_1, P_2) = P_1 q_1 - c_1 q_1 = (P_1 - c_1) q_1 = (P_1 - c_1)(a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2)$$

$$u_2 = u_2(P_1, P_2) = P_2 q_2 - c_2 q_2 = (P_2 - c_2) q_2 = (P_2 - c_2)(a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1)$$

一阶条件：

$$\frac{\partial u_1}{\partial p_1} = a_1 - 2b_1 P_1 + d_1 P_2 = 0$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial p_2} = a_2 - 2b_2 P_2 + d_2 P_1 = 0$$

Cont…

- 反应函数：

$$P_1^* = \frac{1}{2b_1}(a_1 + d_1 P_2^*)$$

$$P_2^* = \frac{1}{2b_2}(a_2 + d_2 P_1^*)$$

- 纳什均衡（p_1^*, p_2^*）

【作业：求具体表达式，并分析经济意义】

一些扩展

- 需求函数

$$q_i = q_i(P_i, P_j) = a - bP_i + dP_j$$

$$q_i = q_i(P_i, P_j) = a - bP_i + dP_j + e_i$$

$$q_i = q_i(P_i, P_j) = \alpha P_i^{-\beta} P_j^{\gamma}$$

$q_i = q_i(P_i, P_j)$满足 $\dfrac{\partial q_i}{\partial p_i} < 0, \dfrac{\partial q_i}{\partial p_j} > 0, \dfrac{\partial^2 q_i}{\partial {p_i}^2} < 0, \dfrac{\partial^2 q_i}{\partial {p_j}^2} < 0,$

3.4 豪泰林（Hotelling）价格竞争模型

在古诺模型中，产品是同质的，在这个假设下，如果企业的竞争战略是价格而不是产量，伯特兰德（Bertland,1883）(又译为：伯川德）证明：

即使只有两个企业，在均衡情况下，价格等于边际成本，企业利润为零。

这便是所谓的“伯特兰德悖论”，解开这个悖论的办法之一是引入产品的差异性。

如果不同企业生产的产品是有差异的，替代弹性就不会是无限的，此时消费者对不同企业的产品有着不同的偏好，价格不是他们感兴趣的唯一变量。

存在产品差异的情况下，均衡价格不会等于边际成本。

产品差异性有多种形式。现在考虑一种特殊的差异，即空间上的差异，这就是经典的豪泰林模型。

在豪泰林模型中产品在物质性能上相同的，但在空间位置上有所差异。

因为不同位置上的消费者要支付不同的运输成本，他们关心的是价格与运输成本之和，而不单是价格。

假设1:

有一个长度为1的线性城市，消费者均匀地分布在[0,1]区间里，分布密度为1。

假设2：有两个商店，分别位于城市的两端，商店1在 $x=0$，商店2在 $x=1$。

假设3：出售物质性能相同的产品，每个商店提供单位产品的成本为c。

假设4：消费者购买商品的旅行成本与离商店的距离成正比例，单位距离的成本为t。

这样，住在x的消费者如果在商店1采购，要花费tx的旅行成本；如果在商店2采购，要花费t(1-x)。

假设5：消费者具有单位需求，即或者消费1个单位或者消费0个单位。

假设6：两个商店同时选择自己的销售价格。

令p_i为商店i的价格，$D_i(p_1,p_2)$为需求函数，i =1,2。

如果住在x左边的将都在商店1购买，而住在x右边的将在商店2购买，需求分别为：

$D_1=x$，$D_2=1-x$，

这里x满足

$$p_1+tx=p_2+t(1-x)$$

解上式得需求函数分别为：

$$D_1(p_1, p_2)=x=(p_2-p_1+t)/2t$$

$$D_2(p_1, p_2)=1-x=(p_1-p_2+t)/2t$$

利润函数分别为：

$$\Pi_1(p_1, p_2)=(p_1-c)\,D_1(p_1, p_2)$$
$$=(p_1-c)(p_2-p_1+t)/2t$$

$$\Pi_2(p_1, p_2)=(p_2-c)\,D_2(p_1, p_2)$$
$$=(p_2-c)(p_1-p_2+t)/2t$$

商店 i 选择自己的价格 p_i 最大化利润 Π，给定 p_j，两个一阶条件分别是：

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = p_2 + c + t - 2p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = p_1 + c + t - 2p_2 = 0$$

二阶条件是满足的。解上述两个一阶条件，得最优解为（注意对称性）：

$$P_1^* = P_2^* = c + t$$

每个企业的均衡利润为：

$$\Pi_1 = \Pi_2 = t/2$$

结论：旅行成本越高，产品的差异越大，均衡价格从而均衡利润也就越高。

原因在于，随着旅行成本的上升，不同商店出售的产品之间的替代性下降，每个商店对附近的消费者的垄断能力加强，商店之间的竞争越来越弱，消费者对价格的敏感度下降，从而每个商店的最优价格接近于垄断价格。

另一方面，当旅行成本为零时，不同商店的产品之间具有

完全的替代性，没有任何一个商店可以把价格定的高于成本，我们得到伯特兰德均衡结果。

更为一般地，可以讨论商店位于任何位置的情况。

假定：商店1位于a≧0，商店2位于1-b(b ≧0)。

假定：1-a-b ≧0(即商店1位于商店2的左边)。

假定：如果旅行成本为二次式，即旅行成本为td^2,这里d是消费者到商店的距离，那么，需求函数分别为：

$D_1(p_1, p_2)=x$

$=a + (1-a-b)/2 + (p_2-p_1)/2t (1-a-b)$

$D_2(p_1, p_2) = 1 - x$

$= b + (1-a-b)/2 + (p_1 - p_2)/2t\,(1-a-b)$

纳什均衡为：

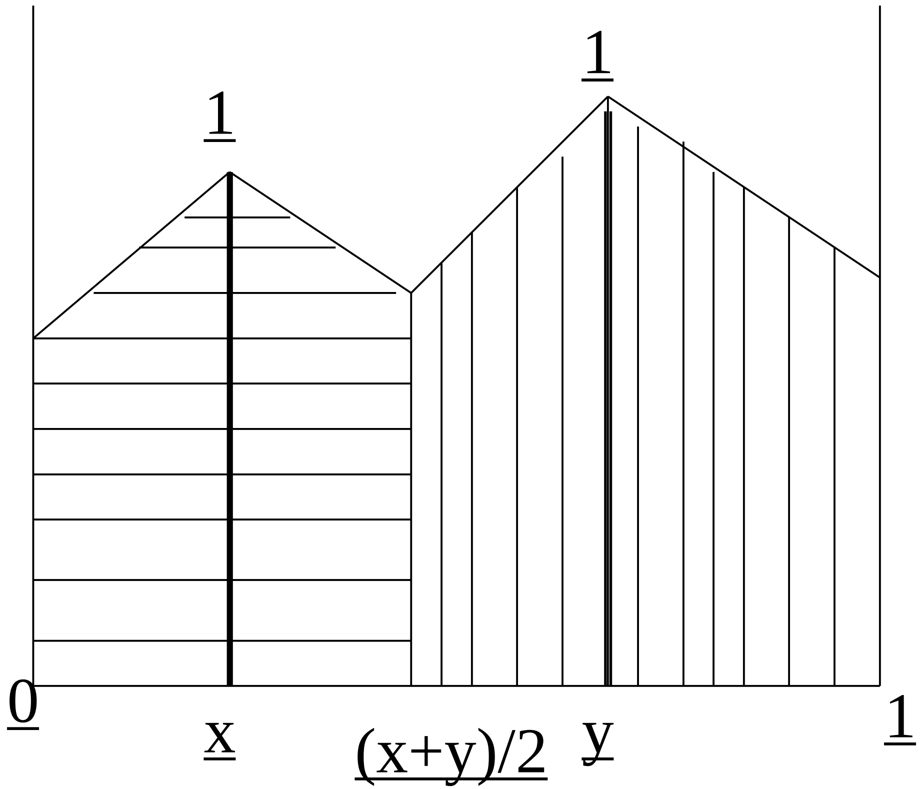
$P_1^*(a, b) = c + t\,(1-a-b)(1+(a-b)/3)$

$P_2^*(a, b) = c + t\,(1-a-b)(1+(b-a)/3)$

练 习

- 如果在一条1千米长的长街上均匀居住着许多居民，有两个人同时想在该长街上开便利店。
- 1.如果假设所有居民都是到最近的便利店购买商品，问这两个人会如何选择店面位置？
- 2.如果假设每户居民都是到最近的便利店购买商品，但购买数量与他们到便利店的距离有关，假设，Q=1-D,Q为购买量，D为居民与便利店的距离，此时问这两个人会如何选择店面位置？

问题2



Cont….

$$I_1(x,y)=\frac{[1+(1-x)]x}{2}+\frac{[1+(1-\frac{y}{2}+\frac{x}{2})](\frac{x+y}{2}-x)}{2}$$

$$=\frac{1}{8}(4x+4y-5x^2-y^2+2xy)$$

$$I_2(x,y)=\frac{[1+(1-y+\frac{x+y}{2})](y-\frac{x+y}{2})}{2}+\frac{(1+y)(1-y)}{2}$$

$$=\frac{1}{8}(4y-4x-5y^2-x^2+2xy+4)$$

Cont….

- 一阶条件为：

$$4 - 10x + 2y = 0$$
$$4 - 10y + 2x = 0$$

解得：$x=y=\frac{1}{2}$

- 说明:纳什均衡与居民购买量与距离无关时是相同的。两点的任务是争夺客户资源，而不是增加单个客户的购买量，消费者的利益是被忽略的。

作业：

- 如果在一条1千米长的长街上均匀居住着许多居民，所有居民都是到最近的便利店购买商品，有商人同时想在该长街上开便利店。
- 1.如果有两个商人会如何选择店面位置?
- 2.如果有三个商人会如何选择店面位置?
- 3.如果有四个商人会如何选择店面位置?
- 4.如果有2n(n>2)个商人会如何选择店面位置?
- 5.如果有(2n+1)(n>2)个商人会如何选择店面位置?

文献选读

2020 年第 11 期
（总第 485 期）
金融研究
No. 11, 2020
General No. 485

银行理财产品收益率市场化演进机制研究

——基于修正 Hotelling 模型的理论分析与实证检验

罗荣华　和泽慧　刘劲劲　翟立宏
（西南财经大学金融学院，四川成都　611130；九江银行资产管理部，江西南昌　330038）

摘　要：本文利用修正的 Hotelling 模型对我国银行理财产品收益率的市场化演进机制进行了理论分析，并使用 2005 至 2019 年的银行理财产品历史数据进行了实证检验，得到了一系列结论。第一，收益率落后的"输家"银行下期将以更大的相对幅度提高其收益率，呈现出"输家"追赶"赢家"的锦标赛竞争机制。第二，上述竞争机制受到"输家"银行排名、不同银行之间收益率差距和监管政策的影响。"输家"银行排名越靠后、不同银行之间的收益率差距越大，那么，下期"输家"银行提高其理财产品收益率的相对幅度就越大，不同银行之间的竞争行为就越强烈；与之相对的，监管政策越严，则不同银行之间的竞争强度越弱。本文的研究结论对进一步深入理解我国存款市场化利率的形成机制、加强对商业银行的监管和引导有一定的借鉴和启示意义。

关键词：银行理财产品；竞争机制；收益率市场化
JEL 分类号：G10，G11，G12　**文献标识码**：A　**文章编号**：1002－7246(2020)11－0133－18

一、引　言

银行理财产品作为商业银行的一项重要中间业务，自 2004 年诞生以来，市场规模迅速扩张。据统计[1]，截至 2019 年 6 月末，我国银行理财产品累计募集资金 55.60 万亿元，存续规模为 22.18 万亿元。银行理财产品如此庞大的规模对整个金融市场产生了广泛而深刻的影响，其行为特征受到密切关注。