1、公式$A=(\exists x)(P(x)\to Q(x))$的解释I为：个体域D={2, 5, 6}，P(x):x>3，Q(x):x=4，则A的真值为___1___。

2、设个体域为**整数集**，$(\forall x)(\exists y)(x+y=1)$的真值是___1___。

$(\forall x)(\exists y)(x+y=1)$

$= (\exists y)(0+y=1)\wedge(\exists y)(1+y=1)\wedge\ldots$

$= ((0+0=1)\vee(0+1=1)\vee\ldots)\wedge((1+0=1)\vee(1+1=1)\vee\ldots)\wedge\ldots$

$= 1\wedge 1\wedge 1\wedge\ldots = 1$

3、设个体域为**正整数集**，$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(x-y=z)$的真值是___0___。

4、命题"对任意给定的**正实数**，都存在比它大的实数"，令F(x)：x是实数，L(x, y)：x>y，则命题的谓词逻辑公式为$(\forall x)((F(x)\wedge L(x,0))\to(\exists y)(F(y)\wedge L(y,x)))$

5、求公式 $(\forall x)P(x,y)\leftrightarrow(\forall y)Q(y)$ 的前束范式。

解：$(\forall x)P(x,y)\leftrightarrow(\forall y)Q(y)$　　无双向蕴涵相关的谓词等价式

$= ((\forall x)P(x,y)\to(\forall y)Q(y))\wedge((\forall y)Q(y)\to(\forall x)P(x,y))$

$= (\neg(\forall x)P(x,y)\vee(\forall y)Q(y))\wedge(\neg(\forall y)Q(y)\vee(\forall x)P(x,y))$

$= ((\exists x)\neg P(x,y)\vee(\forall y)Q(y))\wedge((\exists y)\neg Q(y)\vee(\forall x)P(x,y))$

$= ((\exists x)\neg P(x,y)\vee(\forall u)Q(u))\wedge((\exists v)\neg Q(v)\vee(\forall w)P(w,y))$

$= (\exists x)(\forall u)(\neg P(x,y)\vee Q(u))\wedge(\exists v)(\forall w)(\neg Q(v)\vee P(w,y))$

$= (\exists x)(\forall u)(\exists v)(\forall w)((\neg P(x,y)\vee Q(u))\wedge(\neg Q(v)\vee P(w,y))$

6、将下列推理符号化，并用演绎法进行证明：

如果一个人长期吸烟或酗酒，那么他身体绝不会健康；如果一个人身体不健康，那么他就不能参加体育比赛。有人参加了体育比赛，所以有人不长期酗酒。

证明：个体域为全总个体域。

令M(x): x是人，C(x): x长期吸烟，K(x): x长期酗酒，J(x): x身体健康，P(x): x能参加体育比赛。则推理可以形式化为：

$(\forall x)((M(x)\wedge(C(x)\vee K(x)))\to\neg J(x)),\ (\forall x)((M(x)\wedge\neg J(x))\to\neg P(x))\Rightarrow$

$(\exists x)((M(x)\wedge P(x))\to(\exists x)((M(x)\wedge\neg K(x))$　　结论是一个蕴涵式，有CP规则。用CP规则后，要证结论是一个含有存在量词的公式，用存在量词的添加规则。

（1）	$(\exists x)((M(x)\wedge P(x))$	P（附加前提）
（2）	$M(c)\wedge P(c)$	ES,(1)
（3）	$(\forall x)((M(x)\wedge\neg J(x))\rightarrow\neg P(x))$	P
（4）	$(M(c)\wedge\neg J(c))\rightarrow\neg P(c)$	US,(3)
（5）	$P(c)$	T,I,(2)
（6）	$\neg(M(c)\wedge\neg J(c))$	T,I,(4),(5)
（7）	$\neg M(c)\vee J(c)$	T,E,(6)
（8）	$M(c)$	T,I,(2)
（9）	$J(c)$	T,I,(7),(8)
（10）	$(\forall x)((M(x)\wedge(C(x)\vee K(x)))\rightarrow\neg J(x))$	P
（11）	$(M(c)\wedge(C(c)\vee K(c)))\rightarrow\neg J(c)$	US,(10)
（12）	$\neg(M(c)\wedge(C(c)\vee K(c)))$	T,I,(9),(11)
（13）	$\neg M(c)\vee(\neg C(c)\wedge\neg K(c))$	T,E,(12)
（14）	$\neg C(c)\wedge\neg K(c)$	T,I,(8),(13)
（15）	$\neg K(c)$	T,I,(14)
（16）	$M(c)\wedge\neg K(c)$	T,I,(8),(15)
（17）	$(\exists x)((M(x)\wedge\neg K(x))$	EG,(16)

7、判断下列推理是否有效：

明天无论开卷考试，还是闭卷考试，总之，我一定都会去参加考试；

虽然是开卷考试，小王还是没有参加考试；

如果小王没有参加考试，那么如果我参加考试了，我就是第一名。

我是第一名！

证明：假设P：小王参加考试 Q：我参加考试 R：我是第一名 S：开卷考试

语句形式化为：$Q,\ S\wedge\neg P,\ (\neg P\wedge Q)\rightarrow R \Rightarrow R$　　$(\neg P\wedge Q)\rightarrow R = \neg P\rightarrow(Q\rightarrow R)$亦可

(1)	$(\neg P\wedge Q)\rightarrow R$	P
(2)	$\neg P\rightarrow(Q\rightarrow R)$	T (1) E
(3)	$S\wedge\neg P$	P
(4)	$\neg P$	T (3) I
(5)	$Q\rightarrow R$	T (2)(4) I
(6)	Q	P
(7)	R	T (5)(6) I

8、将下列推理符号化（个体域为我校全体学生），并用演绎法进行证明。

证明：

每个学生或者最喜欢去图书馆，或者最喜欢去食堂；每个学生当且仅当他（她）住在图书馆附近时最喜欢去图书馆；有的学生住在图书馆附近，但并非所有学生都住在图书馆附近；因此，有些学生最喜欢去食堂。

个体域为我校全体学生

令 $P(x)$：x 最喜欢去图书馆；$Q(x)$：x 最喜欢去食堂；

$R(x)$：x 住在图书馆附近

符号化如下：$(\forall x)(P(x)\oplus Q(x)), (\forall x)(P(x)\leftrightarrow R(x)), (\exists x)R(x)\wedge\neg(\forall x)R(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

证明：	(1) $(\exists x)R(x)\wedge\neg(\forall x)R(x)$	P
	(2) $\neg(\forall x)R(x)$	T,(1),I
	(3) $(\exists x)\neg R(x)$	T,(2),E
	(4) $\neg R(c)$	ES,(3)
	(5) $(\forall x)(P(x)\leftrightarrow R(x))$	P
	(6) $P(c)\leftrightarrow R(c)$	US,(5)
	(7) $(P(c)\to R(c))\wedge(R(c)\to P(c))$	T,(6),E
	(8) $P(c)\to R(c)$	T,(7),E
	(9) $\neg P(c)$	T,(4),(8),I
	(10) $(\forall x)(P(x)\oplus Q(x))$	P
	(11) $P(c)\oplus Q(c)$	US,(10)
	(12) $Q(c)$	T,(9)(11),I
	(13) $(\exists x)Q(x)$	EG,(12)