



西南财经大学
SOUTHWESTERN UNIVERSITY OF FINANCE AND ECONOMICS

2020 届 本科毕业论文（设计）

论文题目： 常用单位根检验方法在特殊漂
移项和时间项下的功效研究——基于蒙特卡罗
模拟方法

学生姓名： 施成祝

所在学院： 经济数学学院

专 业： 数学与应用数学（金融数学创新
实验班）

学 号： 41634051

指导教师： 林谦

成 绩： _____

2020 年 4 月

西南财经大学

本科毕业论文原创性及知识产权声明

本人郑重声明：所呈交的毕业论文是本人在导师的指导下取得的成果，论文写作严格遵循学术规范。对本论文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。因本毕业论文引起的法律结果完全由本人承担。

本毕业论文成果归西南财经大学所有。

特此声明

毕业论文作者签名：

作者专业：

作者学号：

2020 年 4 月 1 日

摘要

单位根检验是建立时间序列相关模型中重要的一步，而单位根检验方法种类繁多，不同的检验方法在不同的情形下具有较大的差异，而检验功效的差异甚至会带来检验结果的差别，从而影响结果的判断和模型的建立。

本文针对两种大的情形，即“漂移项与时间项的存在情况”和“时间项为非线性”展开讨论，并利用蒙特卡罗模拟对 ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法进行了数据生成、功效检验以及结果描述，从而建立了在“已知数据类型”和“未知数据类型”两种情况下选择最优单位根检验的方法和流程，具有实际意义和应用价值。

针对情形一“不存在时间项和漂移项”、“仅存在时间项”、“仅存在漂移项”和“存在时间项及漂移项”的四种情况，本文考虑了两方面的因素：一是固定其他变量，改变相关系数 ρ ，从而利用蒙特卡洛模拟得到相关系数 ρ 对于三种检验功效的影响；二是固定相关系数 ρ ，依次改变漂移项大小和时间项系数，从而从而利用蒙特卡洛模拟得到漂移项大小和时间项系数对于三种检验功效的影响。

针对情形二时间项为非线性的四种情况，即“时间项为平方项”、“时间项为开方项”、“时间项为对数项”和“时间项为指数项”。本文同样考虑了两方面的因素：一是固定漂移项和时间项系数 β ，改变相关系数 ρ ，从而利用蒙特卡洛模拟得到相关系数 ρ 对于三种检验功效的影响；二是固定相关系数 ρ ，依次改变时间项系数，从而从而利用蒙特卡洛模拟得到时间项系数对于三种检验功效的影响，而这个不同的时间项系数同时也表示了不同的方差比。

通过分析上述模拟的结果，本文对每一种情况进行了横向和纵向的描述解释，并且在情形一和情形二的结尾，对每一种情况下检验方法的选择进行描述和建议。并且在文章末尾进行总结，对已知数据情形和未知数据情形的情况进行区分，提出两种情况下行之有效的检验流程。

关键字：蒙特卡罗模拟 单位根检验 控制变量 检验功效

ABSTRACT

Unit root test is an important step in establishing time series correlation model, different test methods have great differences in different situations, bringing the difference of test results, which even affect the judgment of results and the establishment of models.

This paper discusses two large cases, namely , " the existence of drift term and time term "and" time term is nonlinear ", and uses Monte Carlo simulation to generate data, efficacy test and result description of ADF 、 PP and KPSS test methods, thus establishing the method and flow of selecting optimal unit root test in the case of "known data type" and "unknown data type ", bringing vital realistic meaning.

Two factors are considered in case one , no time term and drift term , drift term only and drift term only. One is to fix other variables and change the correlation coefficient ρ , thus using Monte Carlo simulation to obtain the correlation coefficient ρ for the three test effects; the other is to change the drift term size and time term coefficient in order to use Monte Carlo simulation to obtain the effect of drift term size and time term coefficient for the three test efficacy.

For cases where the time term of case two is nonlinear, that is, time term is square term, time term is square term, time term is logarithmic term and time term is exponential term. This paper also considers two factors, one is fixed drift term and time term coefficient β , change correlation coefficient ρ , so as to obtain correlation coefficient by Monte Carlo simulation; the other is fixed correlation coefficient ρ , change time term coefficient in turn, so that the influence of time term coefficient on three test efficacy is obtained by Monte Carlo simulation, and this different time term coefficient also represents different variance ratio .

By analyzing the results of the above simulation, this paper describes and explains each case horizontally and vertically, and at the end of case one and case two, describes and suggests the choice of test methods in each case.

Keywords: Monte Carlo Simulation, Unit Root Test, variables-controlled method

目录

摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
1.绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究目的和意义.....	1
1.3 文献综述.....	2
1.4 论文创新点.....	4
1.5 论文框架概览.....	4
2.单位根非平稳性.....	6
2.1 单位根检验.....	6
2.2 ADF 和 PP 检验方法.....	6
2.3 KPSS 检验.....	7
2.4 有效检验次数的确定.....	7
3.情形一的数据生成.....	8
3.1 不存在漂移项和时间项.....	8
3.2 仅存在漂移项.....	9
3.3 仅存在时间项.....	10
3.4 存在漂移项和时间项.....	10
4.情形一的模拟检验.....	11
4.1 两项均不存在.....	11
4.2 仅存在漂移项.....	14
4.3 仅存在时间项.....	19
4.4 两项同时存在.....	23
4.5 情形一模拟实验总结.....	24
5.情形二的数据生成.....	28
5.1 时间项为平方项.....	28

5.2 时间项为开方项.....	29
5.3 时间项为对数项.....	29
5.4 时间项为指数项.....	30
6.情形二的模拟检验.....	31
6.1 时间项为平方项.....	31
6.2 时间项为开方项.....	35
6.3 时间项为对数项.....	38
6.4 时间项为指数项.....	41
6.5 情形二模拟实验总结.....	45
7.实际应用及实证过程.....	48
7.1GDP 数据和 EDU 数据的平稳性检验.....	48
7.2 城镇登记失业率的平稳性检验.....	50
7.3 消费品零售总额增速的平稳性检验.....	51
7.4 上证指数的平稳性检验.....	53
7.5 实证部分总结及 ECM 模型.....	53
8.总结及展望.....	55
8.1 模拟的概括总结.....	55
8.2 实际意义与运用.....	56
8.3 优点、创新及不足.....	59
8.4 研究展望.....	60
参考文献.....	61
附录.....	67
致谢.....	80

1.绪论

1.1 研究背景

在时间序列数据的分析中，单位根检验占据着极其重要的地位。单位根的检验主要分为参数检验和非参数检验两个类别，参数检验包括 DF 检验、ADF 检验等方法，而非参数检验则包括 PP 检验，KPSS 检验等方法。尽管参数检验和非参数检验存在一些性质和适用性方面的区别，但是二者都是为了检验时间序列数据的平稳性，而确定时间序列的平稳性是进行建模之前的必要工作之一。

因此，探讨传统单位根检验的理论和方法，并且在其基础上不断拓展新的方法，已经成为计量研究的重要板块。

而随着互联网时代数据的不断发展，衍生出的数据具有更加丰富、更加复杂等特征，传统的单位根检验方法在此趋势下逐渐出现表现效果不佳等情况。因此，如果对于不同数据生成过程机制下的单位根检验功效和适用性进行界定，并且以此来为单位根检验的方法选择提供依据，则对于更加精确模型的建立存在较大的积极意义。

1.2 研究目的和意义

本文旨在通过分析不同单位根检验的数据生成过程，描述和分析不同单位根检验的原理和统计量的极限分布，得到检验功效的影响因素，从而在此基础上进行蒙特卡罗模拟，确定不同检验方法的有效模拟次数，并且在不同检验形式的情况下做出不同的模拟分析。

本文主要针对两种情形：对时间项和漂移项存在及影响的探究（情形一）和对时间项为非线性情况下的探究（情形二）。

对于情形一，本文主要分为仅存在漂移项、仅存在时间项、不存在漂移项和时间项以及存在漂移项和时间项这四种情况。

对于情形二，本文主要分为时间项为平方项、时间项为开方项、时间项为对

数项和时间项为指数项这四种情况。

针对这两种情形和其包含的具体的八种情况进行蒙特卡洛模拟，探究 ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法的检验功效，从而具体化这三种检验方法的适用情形，为不同情形下选择单位根检验提供实验数据支持。

在大量蒙特卡洛模拟实验的支持下，本文可以得出不同情形下最适用，即检验功效最高的单位根检验方法。并且针对实际情况的差异性，本文将实际会适用单位根检验的情形分为“已知数据类型”和“未知数据类型”两种情况，在已经数据类型下直接对最适用的单位根检验方法进行匹配；在未知数据类型的情况下建立完善的检验流程，最小化单位根检验误差，得到最优的单位根检验结果，从而得到更准确的判断结果，最终建立更加完善的时间序列模型。

1.3 文献综述

1.3.1 国外文献综述

单位根检验方法主要分为参数检验和非参数检验两大类。Dickey 和 Fuller(1979)提出了 ADF 单位根检验方法，其为参数检验方法，同时也是至今运用最广的单位根检验方法。其将一阶自回归的单位根数据生成过程，拓展为多阶自回归。

Said(1984)拓展了单位根检验适应的数据生成过程，其将单位根检验的数据生成过程 DGP 由 $AR(m)$ 拓展到 $AR(m,n)$ ，拓展了单位根检验的适用范围和适用广度。

Phillips 和 Perron(1988)提出了一种非参数单位根检验，即为 PP 单位根检验方法。此前的单位根检验的误差项为白噪声，但是对于误差项为非常数的情况效果不佳。PP 检验针对这种检验效果不佳的情况进行了非参数的修正，从而对异方差平稳性的检验拥有较好的检验效果。但 PP 检验的检验统计量的分布和 ADF 检验统计量的极限分布一致。

此后，检验方法向非参数检验不断拓展，Kwiatkowski(1992)提出了 KPSS 检验，这也是迄今为止应用最广的非参数单位根检验方法。KPSS 检验方法将检验中常见的错误分为“弃真”和“取伪”两种错误情况，而对于一般的情况，防止

较大的“取伪”概率往往更为重要，因此采用 Neyman-Pearson 准则，使取伪的概率尽量较小，同时保持发生“弃真”的概率较为合适。

作为 ADF 检验方法的补充，Elliott(1996)提出 DF-GLS 检验方法。该检验方法针对含有确定趋势的 AR 模型，并且针对的数据生成过程 DGP 与 ADF 检验方法一致。

McCoskey 和 Kao(1998)针对面板数据也提出了适用的单位根检验方法，即面板协整性检验方法。

针对非线性检验，Caner 和 Hasen(2001)为了分析 TAR 模型，利用 t 检验的统计量进行了详细的分析的描述；而 Kapetanios 和 Shin(2006)利用 wald 统计量分析了 SETAR 模型，以 SETAR 模型为例分析了非线性单位根检验方法。

1.3.2 国内文献综述

我国对于单位根检验方法的研究起步较晚，对于扰动项的序列相关问题，吕光明（2004）提出了验证方法并进行了理论和数据的验证，时间序列的当扰动项不满足正态分布时，可能会导致单位根检验的结果失败。

房林(2007)对五种单位根方法的异同进行了理论和实践上的归纳总结，为单位根的研究提供了良好的描述和支撑素材。

夏南新(2005)认为，DF 检验和 PP 检验在样本数量为 N 时结论趋于一致，N 代表了足够大的样本容量。

刘田(2008)利用蒙特卡罗模拟得出 A DF 检验和 PP 检验适用于线性趋势和无趋势平稳的情况，并且对于非线性的情况，往往存在误判为存在单位根的情况。此后，刘田对非线性的 ESTAR、非线性 LSTAR 和线性 DF 检验方法进行了蒙特卡罗模拟，针对数据生成过程 DGP 和实际数据性质不同的情况进行探究。对于 LSTAR 模型和二阶的 ESTAR 模型，各种检验方法功效相近；但是如果数据生成过程为线性 AR，则 LSTAR 检验方法完全失效。

这个括号里的内容是什么意思呢

张晓峒和刘雪燕(2009)构造了新的检验统计量 $t(LATER)$ 来判断序列是否为线性单位根过程，并且利用蒙特卡罗模拟得到了临界值表，其适用于此检验统计量 $t(LATER)$ 。左秀霞(2014)提出，对于具有高此趋势的趋势平稳过程，这些过程都存在二次趋势项。

这是什么意思

万欣(2012)提出, 如果数据生成过程 DGP 在整个样本期间会发生趋势的变化或者是水平的漂移, 则常用的 ADF、KPSS、PP 和 ERS 等检验方法需要改进, 同时检验的阈值也需要改变。

而对于统计量与 DGP 不一致的情况, 刘田(2013)探究了非线性检验方法和线性检验方法——ESTAR、LSTAR 和 DF 检验方法, 其成功利用蒙特卡罗模拟得出了这三种单位根检验方法的适用情形。

还可对前人的研究成果再述评一下

1.4 论文创新点

首先, 本文针对时间序列当中最常见的两种大类情形, 提出了 8 种更为细致的分类, 并且针对每种分类提出了数据生成过程 DGP, 利用蒙特卡罗模拟生成数据, 并且利用 MATLAB 和控制变量的方法对每一种分类进行了常用单位根检验方法检验功效的探究, 得到了检验的数据和图形结果。

此外, 本文完善了这两大类中的几乎所有可能出现的情形, 针对上述每项分类的结果, 对必要的地方进行图像绘制和数据列出, 从而进行详细的描述, 并且在情形一和情形二的最后 (5.5 和 6.5) 对不同的情形下检验方法的选择给出具体建议。

总的来说, 本文的创新点主要在于两个方面: 一是对“漂移项和时间项存在与否”和“时间项为非线性”的情况做了详细的假设和模拟, 进而得到每一种情况下不同检验方法的检验功效; 二是将不同情况下不同检验方法的检验功效进行总结, 从而得到适用于“已知数据类型”和“未知数据类型”情况下的检验流程, 并对该检验流程进行了实证检验, 从而证明了该检验流程“减小单位根误判”的有效性。

1.5 论文框架概览

本文首先对单位根检验的方法进行概述, 并且确定了蒙特卡罗模拟实验的有效检验次数, 为后文两种情形的模拟实验奠定基础。

将情形一“不同漂移项和时间项”分为四种情况: 仅存在漂移项、仅存在时间项、不存在漂移项和时间项以及存在漂移项和时间项。在这四种情形下, 利用

控制变量法，进而探究“变系数 ρ ”、“固定 α 变系数 ρ ”、“固定 ρ 变 α ”、“固定 β 变 ρ ”、“固定 ρ 变 β ”等若干类型。得到系数 α 、 ρ 和 β 变化对不同检验方法的检验功效影响。

将情形二“时间项为非线性”分为四种情况：时间项为平方项、时间项为开方项、时间项为对数项和时间项为指数项。在这四种情形下，利用控制变量法，进而探究“固定系数 ρ 改变标准差比”和“固定标准差比改变系数 ρ ”的若干类型。得到标准差和系数 ρ 的变化对不同检验方法的检验功效影响。

对于这两种情形和其包含的具体的八种情况进行蒙特卡洛模拟，探究 ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法的检验功效，并且将得到的结果进行统计和描述，从而得到不同检验方法的适用情形总结，在“已知数据类型”和“未知数据类型”下建立最优单位根检验流程。

本文研究框架如下图所示：

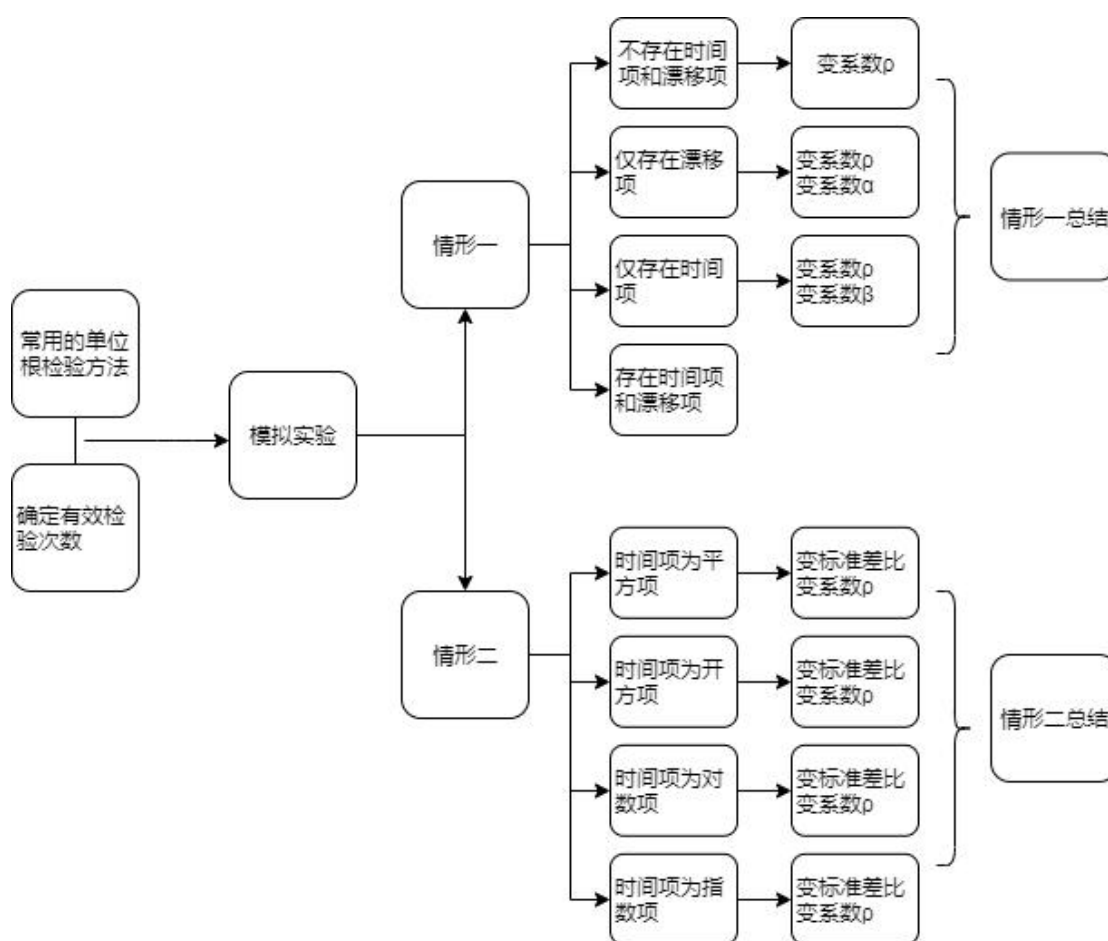


图 1-1 论文框架概览图

2.单位根非平稳性

2.1 单位根检验

单位根过程是一阶差分平稳的数据生成过程,即一个单位根过程 y_t 可以表示为:

$$y_t = y_{t-1} + p_t, \quad p_t \text{ 为平稳过程} \quad (2-1)$$

单位根检验则是判断某个确定的时间序列数据是否与单位根过程一致。

而对于经济数据而言,具有线性增长特征模型有两种:趋势平稳过程和单位根过程。

趋势平稳过程:

$$y_t = c + \delta t + p_t, \quad p_t \text{ 为平稳过程} \quad (2-2)$$

单位根过程,也称为差分平稳过程:

$$\Delta y_t = \delta + p_t, \quad \Delta y_t = y_t - y_{t-1} = (1-L)y_t, \quad p_t \text{ 为平稳过程} \quad (2-3)$$

对于单位根过程,最常用的三种检验方法分别为 DF 检验 (ADF 检验为其增强形式)、PP 检验和 KPSS 检验。

2.2 ADF 和 PP 检验方法

ADF 检验实质上为 DF 检验的增强形式,PP 检验为 Phillips-Perron 检验。这两类检验单位根过程的零假设如下:

$$z_t = z_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t \quad (2-4)$$

两种检验的替代模型为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t \quad \rho < 1 \quad (2-5)$$

DF 检验的原模型和替代模型与 PP 检验的原模型和替代模型类似,其差别为 ADF 检验使用了额外的参数扩展模型,以解决新的过程的序列相关性:

$$z_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \phi_1 \Delta z_{t-1} + \phi_2 \Delta z_{t-2} + \dots + \phi_p \Delta z_{t-p} + u_t \quad (2-6)$$

其中：

$$\Delta z_t = z_t - z_{t-1}$$

u_t 为新的过程

对于这两类检验，存在以下三种情况：

- (1) 假设在上述式子中 α 和 β 项均为 0，即不存在时间项和漂移项。
- (2) 假设 β 为 0，即不存在时间项。
- (3) 不对 α 和 β 项做出假设。

部分软件在进行单位根检验时会自适应不同的情形，本文采用 MATLAB 进行编程和检验，所以在进行不同情形的检验时设定不同的检验模型，此处不赘述。

2.3 KPSS 检验

KPSS 检验和 PP 检验不同，它推翻了原假设和替代假设，KPSS 检验采用以下模型：

$$\begin{aligned} z_t &= p_t + \beta t + u_t \\ p_t &= p_{t-1} + n_t \end{aligned} \quad (2-7)$$

其中， u_t 是平稳过程，而 n_t 服从均值为 0 方差为 σ^2 的是独立同分布。原假设为：

$$\sigma^2 = 0$$

因此随机游走项 ct 转变为恒定截距。

2.4 有效检验次数的确定

为了获得不同模拟次数下的检验功效，需要增加模拟次数以增强检验的精度。生成的 z 序列中 $z_1, z_2, z_3 \dots z_n$ 独立同分布。 θ 为 z_i 的均值， θ 未知，利用这 n 个数据的算术平均值 \bar{z} 对 θ 进行估计，则有：

$$E\bar{z} = \theta$$

$$E(\bar{z} - \theta) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (2-8)$$

因此，当 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 很小时，该估计的较为准确。

同理， σ^2 为 z_i 的方差，其未知，利用这 n 个数的样本方差对其进行估计，则有：

$$S_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \quad (2-9)$$

利用样本标准误差估计总体标准误差，则有：

$$\frac{S}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2-10)$$

因此，确定正整数 N ，当模拟次数 $> N$ 时，在 95% 的置信水平下，保证：

$$\frac{S}{\sqrt{n}} < 0.001 \quad (2-11)$$

由何云强[2015]可知，该有效模拟次数为 8896 次，即 $N=8896$ ，因此本文采用 $N=15000$ ，作为统一的模拟次数。该模拟次数远大于有效模拟次数，因此可以得到 95% 置信水平下、误差小于 0.001 的检验功效。

3.情形一的数据生成

情形一主要分为 4 种类型：不存在漂移项和时间项、仅存在漂移项、仅存在时间项和同时存在漂移项以及时间项。

3.1 不存在漂移项和时间项

当漂移项和时间项均不存在时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-1)$$

当 $\rho < 1$ 时, 生成的 z_t 序列为平稳模型, 不存在单位根, 因此检验功效(Power)为成功检验出“不存在单位根”的概率; 当 $\rho = 1$ 时, 生成的 z_t 序列为非平稳模型, 存在单位根, 因此检验功效(Power)为成功检验出“单位根”的概率。

在此情况下, 生成包含 500 个样本的时间序列 z_t , 为保证检验的精度, 将模拟次数 N 设定为 15000 次。又因需要验证每种检验方法下不同样本数量带来的差异, 所以将 500 个样本分为 97 组, 最小的样本数量为 20, 步长为 5, 最大的样本数量为 500。利用 ADF、PP 和 KPSS 这三种方法分别, 将系数 ρ 分为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0 五个类别, 分别检测这 97 组、不同样本数量下的检验功效, 从而进行分类探讨以及横纵对比。

3.2 仅存在漂移项

当漂移项和时间项均不存在时, 数据生成过程 (DGP) 为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-2)$$

当 $\rho < 1$ 时, 生成的 z_t 序列为平稳模型, 不存在单位根, 因此检验功效(Power)为成功检验出“不存在单位根”的概率; 当 $\rho = 1$ 时, 生成的 z_t 序列为非平稳模型, 存在单位根, 因此检验功效(Power)为成功检验出“单位根”的概率。

在仅存在漂移项时, 首先将 α 固定为 2, 生成包含 500 个样本的时间序列 z_t , 为保证检验的精度, 将模拟次数 N 设定为 15000 次。又因需要验证每种检验方法下不同样本数量带来的差异, 所以将 500 个样本分为 97 组, 最小的样本数量为 20, 步长为 5, 最大的样本数量为 500。利用 ADF、PP 和 KPSS 这三种方法分别, 将系数 ρ 分为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0 五个类别, 分别检测这 97 组、不同样本数量下的检验功效, 从而进行分类探讨以及横纵对比, 即探讨了固定漂移项时系数 ρ 的不同带来的检验功效的变化。DGP 为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + 2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-3)$$

除上述情况, 再将系数 ρ 固定为 0.6, 生成包含 500 个样本的时间序列 z_t , 为保证检验的精度, 将模拟次数 N 设定为 15000 次。又因需要验证每种检验方法下不同样本数量带来的差异, 所以将 500 个样本分为 97 组, 最小的样本数量

为 20，步长为 5，最大的样本数量为 500。利用 ADF、PP 和 KPSS 这三种方法分别，将漂移项分为 0、2、4 和 6 四个类别，分别检测这 97 组、不同样本数量下的检验功效，从而进行分类探讨以及横纵对比，即探讨了固定系数 ρ 时的不同漂移项带来的检验功效的变化。DGP 为：

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + \alpha + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-4)$$

3.3 仅存在时间项

当漂移项和时间项均不存在时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \beta t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-5)$$

当 $\rho < 1$ 时，生成的 z_t 序列为平稳模型，不存在单位根，因此检验功效(Power)为成功检验出“不存在单位根”的概率；当 $\rho = 1$ 时，生成的 z_t 序列为非平稳模型，存在单位根，因此检验功效(Power)为成功检验出“单位根”的概率。

在仅存在时间项时，首先将 β 固定为 2，生成的数据和检验步骤同 3.2，此处不赘述，即探讨了固定时间项系数时 ρ 的不同带来的检验功效的变化。DGP 为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + 2 \cdot t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-6)$$

除上述情况，再将系数 ρ 固定为 0.6，生成的数据和检验步骤同 3.2，此处不赘述，即探讨了固定系数 ρ 时的不同时间项系数带来的检验功效的变化。DGP 为：

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + \beta \cdot t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-7)$$

3.4 存在漂移项和时间项

当漂移项和时间项均存在时，数据生成过程（DGP）：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-8)$$

在仅存在时间项时，将 α 和 β 固定为 2，改变系数 ρ ，生成的数据和检验步骤同 3.2，此处不赘述，即探讨了固定漂移项和时间项系数时 ρ 的不同带来的检验功效的变化。DGP 为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + 2 + 2 \cdot t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (3-9)$$

4.情形一的模拟检验

数据生成过程（DGP）中的 Z_{t-1} 项的系数 ρ 均会影响生成的时间序列的稳定性。若 $\rho < 1$ ，则产生的时间序列为平稳时间序列，不存在单位根；若 $\rho = 1$ ，则产生的时间序列为不平稳时间序列，存在单位根。

下面，情形一将分为时间项和漂移项存在与否的四种情况，对常用的 **adf** 检验、**pp** 检验和 **KPSS** 检验进行模拟实验，观察总结这几种方法的检验功效，从而判定这三种常用单位根检验方法在不同情形下的适用程度。

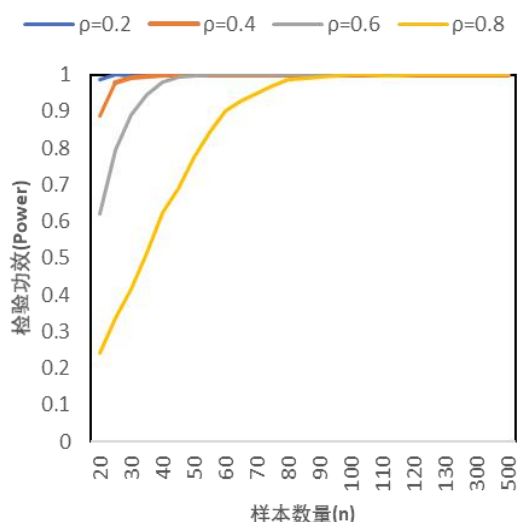
4.1 两项均不存在

当漂移项和时间项均不存在时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (4-1)$$

利用 MATLAB 编写程序，按照上述 DGP 产生时间序列数据，DGP 中的系数 ρ 分为 0.2 到 1 间距为 0.2 的五种情况，每一种情况下面数据 z 的样本量为 500，为保证模拟数据下的检验精度 $d=0.001$ ，产生 15000 列时间序列数据 z ，在后面的单位根检验方法功效探究中使用此处产生的数据。

(1) 对 ADF 方法进行测试



样本量	$\rho = 0.2$	样本量	$\rho = 0.4$
...
25	0.999	35	0.996
30	0.998	40	0.999
35	1	45	1
40	1	50	1
...
样本量	$\rho = 0.6$	样本量	$\rho = 0.8$
...
55	0.999	110	0.998
60	0.999	115	0.998
65	1	120	1
70	1	125	1
...

图 4-1 ADF 检验功效图表

当 $\rho < 1$ 时，对于 ADF 检验，由上图可知：对比系数 ρ ，在同样的样本数量下， ρ 越小则检验功效越早收敛到 1；由上表可以得到更加详细的信息：即当 $\rho = 0.2$ 时，检验功效于 30 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.4$ 时，检验功效于 40 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.6$ 时，检验功效于 60 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.8$ 时，检验功效于 115 的样本数量时收敛到 1。因此， ρ 越大，则面对较小样本数量的序列检验功效越差；反之， ρ 越小，则面对较小样本数量的序列检验功效越好。而当样本数量足够大时， ρ 带来的功效影响可以忽略，不同的 ρ 系数的检验功效均稳定收敛到 1。

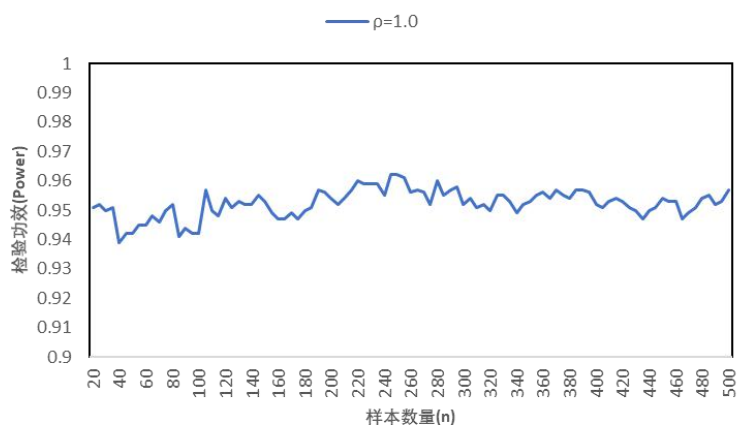
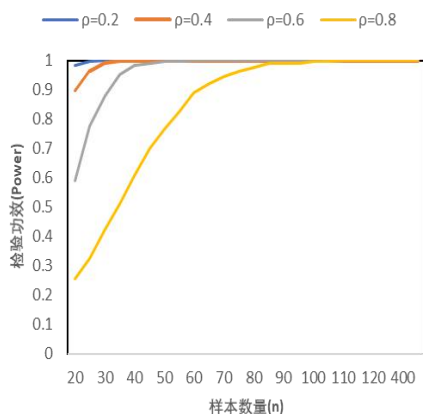


图 4-2 $\rho = 1$ 时 ADF 方法的检验功效

当 $\rho = 1$ 时，对于 ADF 检验，由上图可知：此时样本数量从最小值 20 到最大值 500,均有较为稳定的检验功效。即样本数量对检验功效的影响较小，其稳定于 0.94 到 0.96 之间。因此，当 $\rho = 1$ 时，不论是小样本还是大样本数据，均可以使用 ADF 检验，并且其检验效果稳定。

(2) 对 PP 方法进行测试



样本数量	$\rho=0.2$	样本数量	$\rho=0.4$
...
20	0.982	25	0.966
25	0.998	30	0.992
30	1	35	1
35	1	40	1
...
样本数量	$\rho=0.6$	样本数量	$\rho=0.8$
...
50	0.997	100	0.997
55	0.999	105	0.997
60	1	110	1
65	1	115	1
...

图 4-3 PP 检验功效图表

当 $\rho < 1$ 时，对于 PP 检验，由上图可知：对比系数 ρ ，在同样的样本数量下， ρ 越小则检验功效越早收敛到 1；由上表可以得到更加详细的信息：即当 $\rho = 0.2$ 时，检验功效于 20 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.4$ 时，检验功效于 30 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.6$ 时，检验功效于 55 的样本数量时收敛到 1；当 $\rho = 0.8$ 时，检验功效于 105 的样本数量时收敛到 1。因此， ρ 越大，则面对较小样本数量的序列检验功效越差；反之， ρ 越小，则面对较小样本数量的序列检验功效越好。而当样本数量足够大时， ρ 带来的功效影响可以忽略，不同的 ρ 系数的检验功效均稳定收敛到 1。

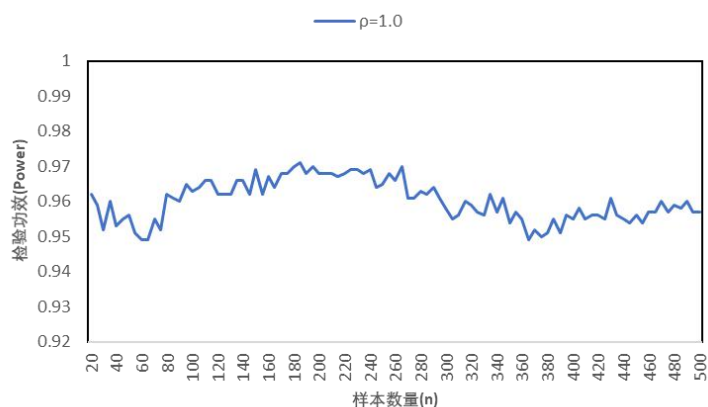


图 4-4 $\rho=1$ 时 PP 方法的检验功效

当 $\rho = 1$ 时，对于 PP 检验，由上图可知：此时样本数量从最小值 20 到最大

值 500,均有较为稳定的检验功效。即样本数量对检验功效的影响较小,虽然存在一定的波动,但是其检验功效稳定于 0.94 到 0.97 之间。因此,当 $\rho=1$ 时,不论是小样本还是大样本数据,均可以使用 PP 检验,并且其检验效果稳定。

(3) 对 KPSS 方法进行测试

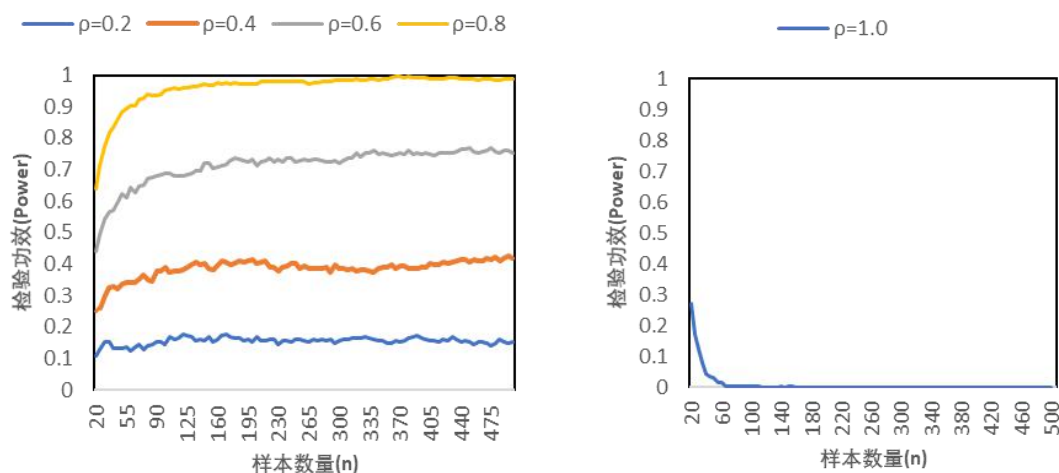


图 4-5 KPSS 方法检验功效

当 $\rho < 1$ 时,对于 KPSS 检验,由上方左图可知:对于不同的系数 ρ ,检验功效均保持在较为稳定的状态。在同样的样本数量下,随着 ρ 的增大,KPSS 方法的检验功效逐渐增大,并且检验功效在样本数量较小时开始逐渐变化,当样本数量 > 100 后,检验功效均趋于稳定。然而,不同的系数 ρ 之间检验功效的差别较大, $\rho=0.2$ 时,检验功效维持在 0.1 到 0.2 之间; $\rho=0.8$ 时,检验功效最终稳定在 0.95 到 1 之间,KPSS 检验的表现良好。

当 $\rho=1$ 时,对于 KPSS 检验,由上方右图可知:当样本数量较小时,KPSS 检验功效较低,随着样本数量增加,检验功效收敛到 0,检验能力极差。

4.2 仅存在漂移项

当仅存在漂移项不存在时间项时,数据生成过程为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 600] \quad (4-2)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

固定 ρ , 看 α 增大的影响

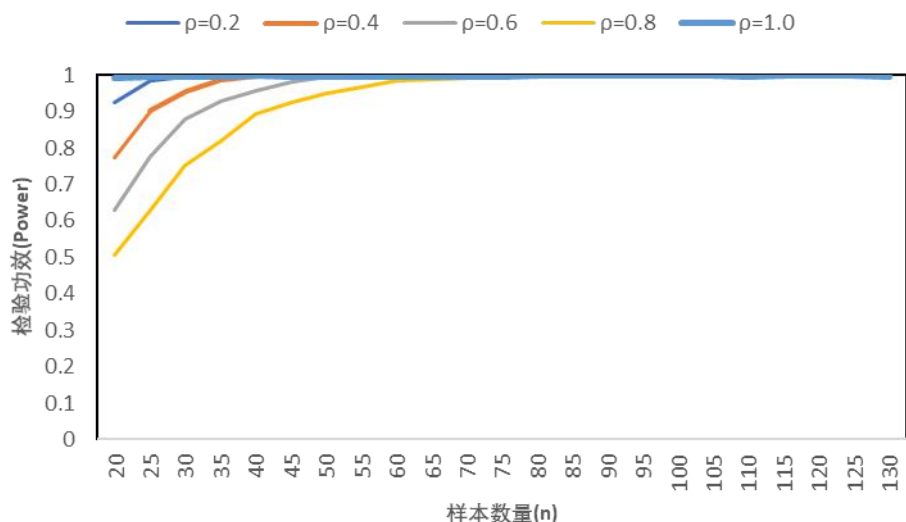
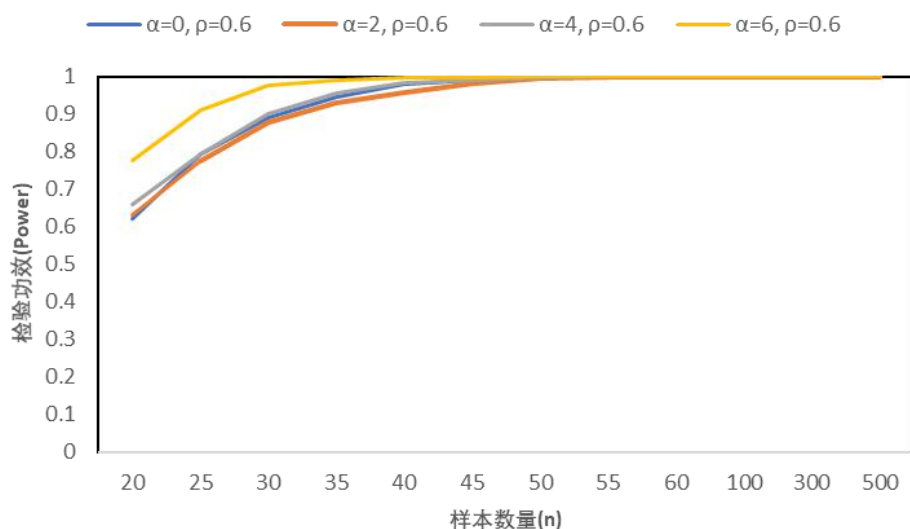


图 4-6 固定 α 情况下 ADF 的检验功效

由上图可知：固定 $\alpha=2$ ，当 $\rho < 1$ 时，对于 ADF 检验，在同样的样本数量下， ρ 越小则检验功效越早收敛到 1。对于较小样本数量的序列， ρ 越大检验功效越差，反之， ρ 越小则检验功效越大。而当样本数量足够大时， ρ 带来的功效影响可以忽略，不同的 ρ 系数的检验功效均稳定收敛到 1。

当 $\rho=1$ 时，对于 ADF 检验，此时样本数量从最小值 20 到最大值 500，均有非常稳定的检验功效。即样本数量对检验功效的影响较小，其稳定于 0.98 到 1 之间。因此，当 $\rho=1$ 时，不论是小样本还是大样本数据，均可以使用 ADF 检验，并且其检验效果稳定。



$\alpha = 0, \rho = 0.6$	$\alpha = 2, \rho = 0.6$	$\alpha = 4, \rho = 0.6$	$\alpha = 6, \rho = 0.6$	样本数量(n)
...	20~40
0.981	0.958	0.984	0.997	40
0.992	0.981	0.991	0.999	45
0.998	0.994	0.999	1	50
0.999	1	1	1	55
0.999	1	1	1	60
1	1	1	1	65
1	1	1	1	70
...	70~500

图 4-7 固定系数 ρ 情况下 ADF 的检验功效

由上图和表可知：当固定 ρ 为 0.6, 改变截距项大小, ADF 检验的检验功效会受到一定的影响。如表, 当 $\alpha = 0$ 时, 检验功效于 60 的样本数量时收敛到 1; 当 $\alpha = 6$ 时, 检验功效于 45 的样本数量时收敛到 1, 在其间随着 α 增大 ADF 检验的检验功效逐渐加快收敛。因此, α 越大, 则检验功效越快收敛到 1, 表现出稳定良好的检验性质。

(2) 对 PP 方法进行测试

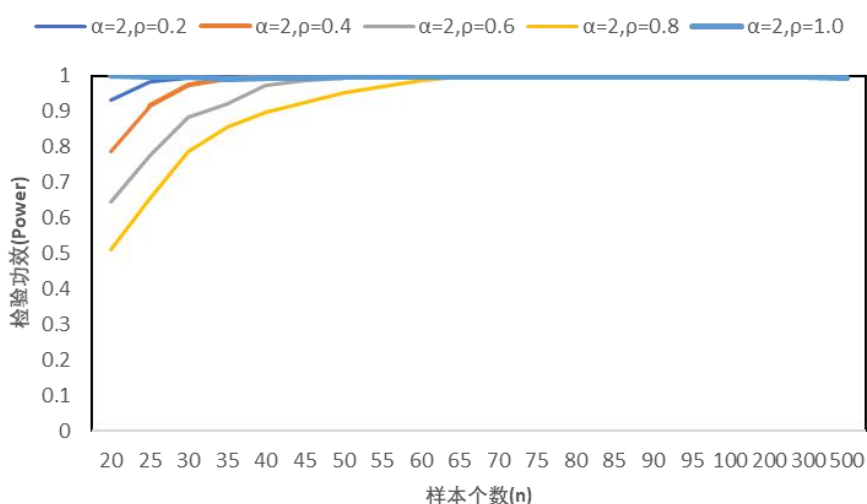
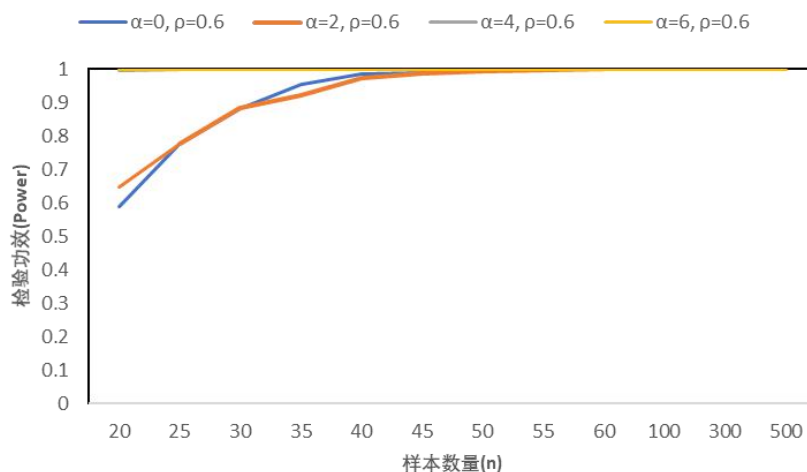


图 4-8 固定 α 情况下 PP 方法的检验功效

对于此处的 PP 检验, 其分析结果与 4.2 的 (1) 图表几乎一致, 因此不加赘述。由此可见, 在此情况下, PP 检验与 ADF 检验表现出几乎一样的性质。



样本数量(n)	$\alpha = 0$ $\rho = 0.6$	$\alpha = 2$ $\rho = 0.6$	样本数量(n)	$\alpha = 4$ $\rho = 0.6$	$\alpha = 6$ $\rho = 0.6$
20~50			
50	0.997	0.994	20	0.997	1
55	0.999	0.997	25	1	1
60	1	1	30	1	1
65	1	1	35	1	1
65~500	35~500

图 4-9 固定 ρ 情况下 PP 方法的检验功效图表

由上图和表可知：当固定 ρ 为 0.6, 改变截距项大小，ADF 检验的检验功效会受到一定的影响。如表，当 $\alpha = 0$ 时，检验功效于 60 的样本数量时收敛到 1；当 $\alpha = 6$ 时，检验功效于 20 的样本数量时即收敛到 1，在其间随着 α 增大 ADF 检验的检验功效逐渐加快收敛。因此， α 越大，则检验功效越快收敛到 1, 表现出稳定良好的检验性质。但是相较于 4.2 的 (1)，PP 检验受到截距项的影响更大，即同样的 α ，PP 检验的检验功效更快收敛到 1 并且保持稳定。

(3) 对 KPSS 方法进行测试

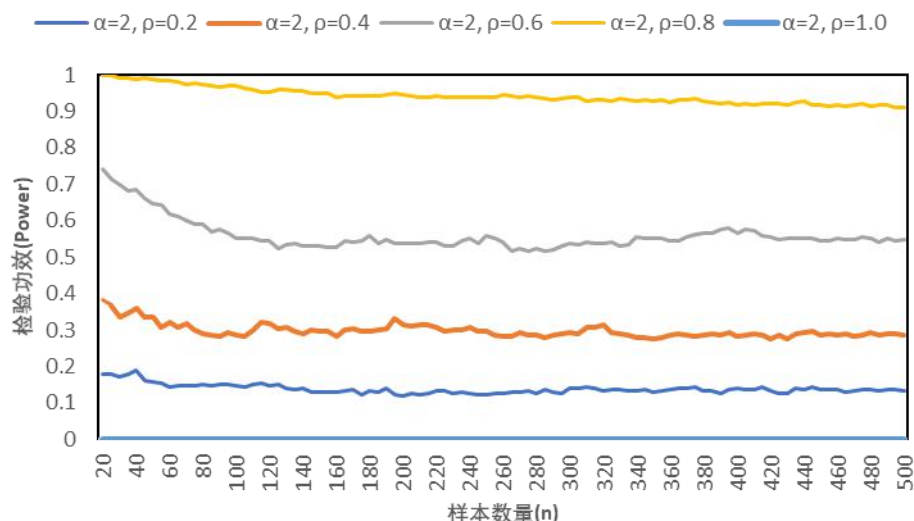


图 4-10 固定 α 情况下 KPSS 方法的检验功效

由上图可知：固定 $\alpha=2$ ，当 $\rho < 1$ 时，对于 KPSS 检验，对于不同的系数 ρ ，检验功效均保持在较为稳定的状态。在同样的样本数量下，随着 ρ 的增大，KPSS 方法的检验功效逐渐增大，并且检验功效在样本数量较小时开始逐渐变化，当样本数量 > 140 后，检验功效均趋于稳定。然而，不同的系数 ρ 之间检验功效的差别较大， $\rho=0.2$ 时，检验功效维持在 0.1 到 0.2 之间； $\rho=0.8$ 时，检验功效最终稳定在 0.9 到 1 之间，KPSS 检验的表现良好。当 $\rho=1$ 时，对于 KPSS 检验，检验功效在初始阶段即收敛到 0，检验能力极差。

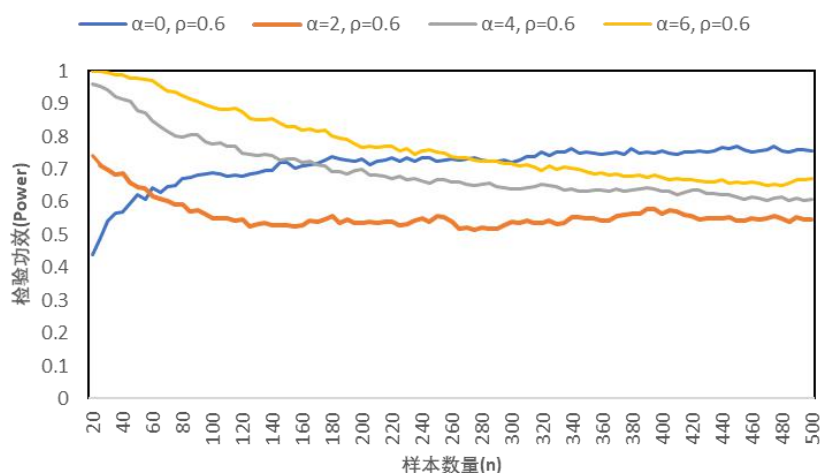


图 4-11 固定 ρ 情况下 KPSS 的检验功效

由上图和表可知：当固定 ρ 为 0.6，改变截距项大小，KPSS 检验的检验功效会受到一定的影响。如表，当 $\alpha=0$ 时，检验功效于 120 的样本数量时收敛到 0.7

到 0.8；当 $\alpha > 0$ 时，检验功效随着 α 增大有所改善。但是，随着样本数量的增大，KPSS 的检验功效逐渐减小，最终均稳定在 0.5 到 0.7 之间。

4.3 仅存在时间项

当仅存在时间项不存在漂移项时，数据生成过程为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \beta t + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1,500] \quad (4-3)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

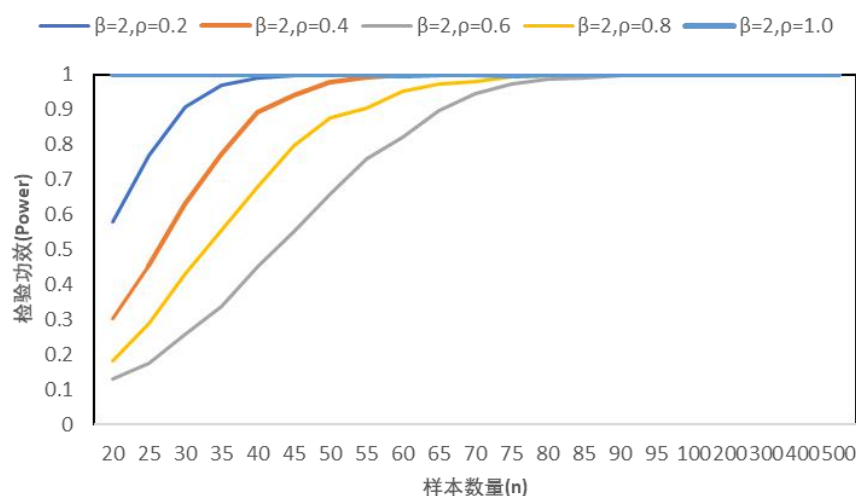
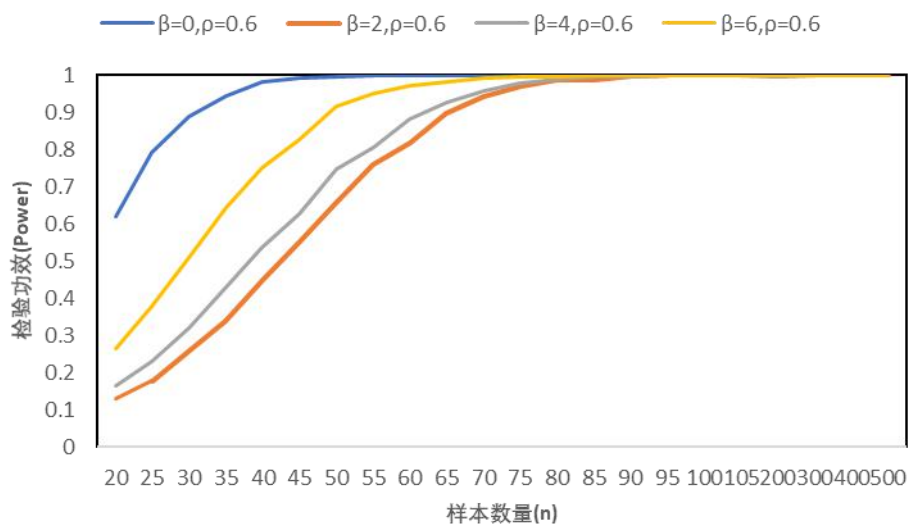


图 4-12 固定 β 情况下 ADF 方法检验功效

由上图可知：固定 $\beta=2$ ，当 $\rho < 1$ 时，对于 ADF 检验，在同样的样本数量下， ρ 越小则检验功效越早收敛到 1。对于较小样本数量的序列， ρ 越大检验功效越差，反之， ρ 越小则检验功效越大。而当样本数量足够大时， ρ 带来的功效影响可以忽略，不同的 ρ 系数的检验功效均稳定收敛到 1。

当 $\rho=1$ 时，对于 ADF 检验，此时样本数量从最小值 20 到最大值 500，均有非常稳定的检验功效。即样本数量对检验功效的影响较小，其稳定于 0.98 到 1 之间。因此，当 $\rho=1$ 时，不论是小样本还是大样本数据，均可以使用 ADF 检验，并且其检验效果稳定。



样本数量(n)	$\beta=0, \rho=0.6$	样本数量(n)	$\beta=2, \rho=0.6$	$\beta=4, \rho=0.6$	$\beta=6, \rho=0.6$
20~50	...	20~85
55	0.999	85	0.989	0.995	0.999
60	0.999	90	0.997	0.997	1
65	1	95	1	1	0.999
70	1	100	1	1	1
70~500	...	100~500

图 4-13 固定 ρ 情况下 ADF 方法检验功效图表

由上图和表可知：当固定 ρ 为 0.6, 改变 β 大小, ADF 检验的检验功效会受到一定的影响, 但是影响程度较小。如表, 当 $\alpha=0$ 时, 检验功效于 60 的样本数量时收敛到 1; 当 $\alpha>0$ 时, $\alpha=2、4、6$ 三种情况下, 检验功效均于 90 的样本数量附近收敛到 1。因此, β 的存在会对 ADF 方法检验功效造成一定的影响, 但是存在 β 时, 其变化对检验功效的影响程度较小。

(2) 对 PP 方法进行测试

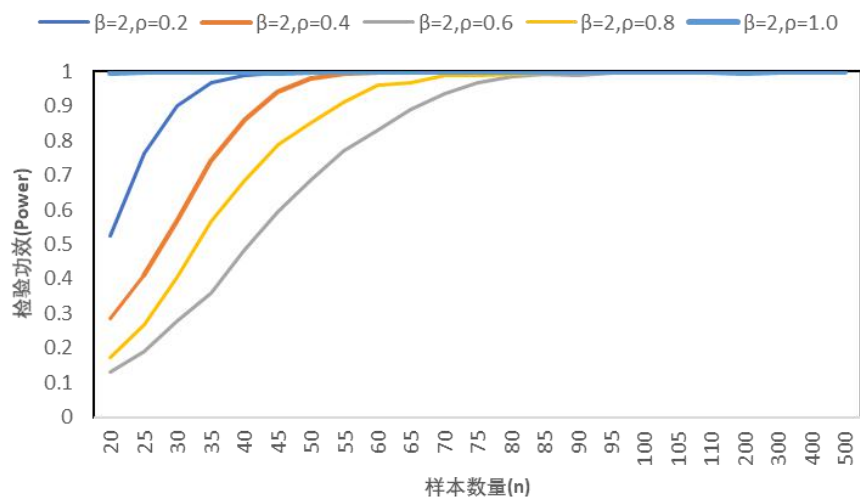


图 4-14 固定 β 情况下 PP 方法检验功效

由上图可知：固定 $\beta=2$ ，改变 ρ ，PP 检验的性质和 4.3（1）中 ADF 检验的性质几乎一致，因此这里不加赘述。

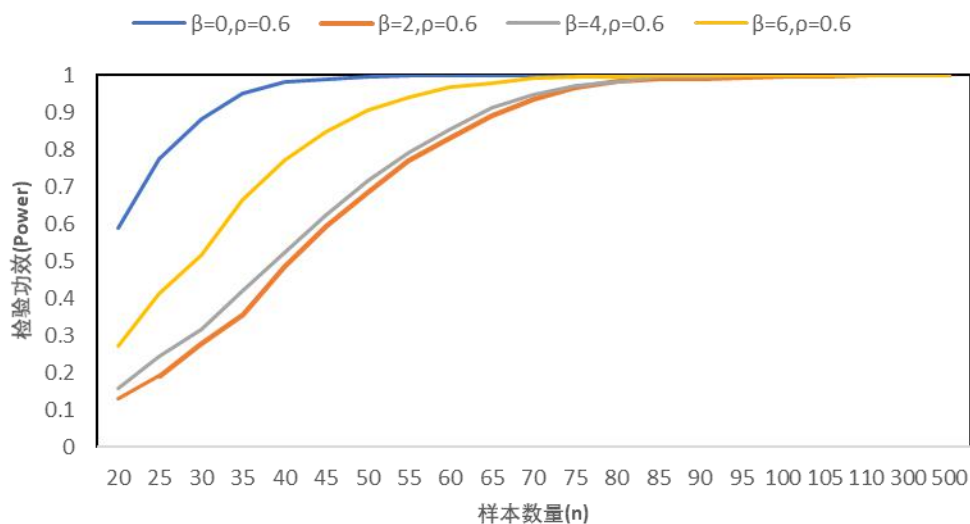


图 4-15 固定 ρ 情况下 PP 方法检验功效

由上图可知：固定 $\rho=0.6$ ，改变 β ，PP 检验的性质和 4.3（1）中 ADF 检验的性质几乎一致，因此这里不加赘述。

（3）对 KPSS 方法进行测试

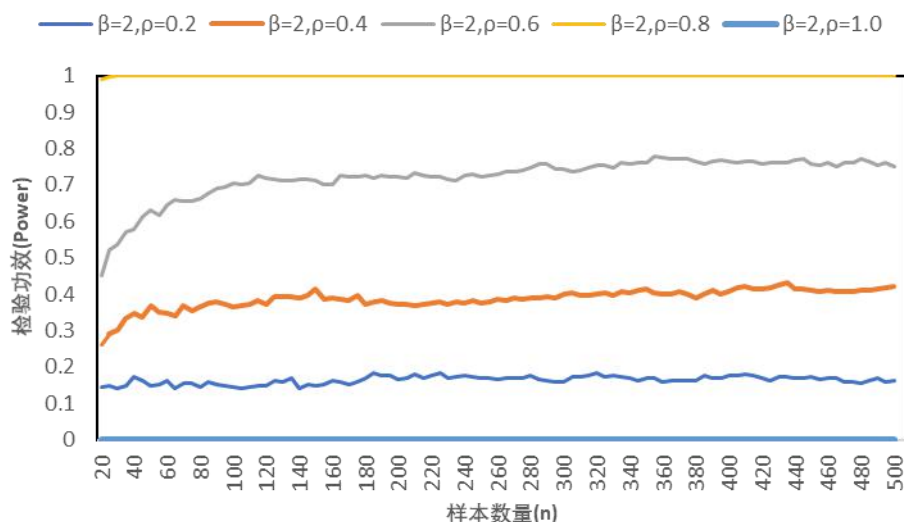


图 4-16 固定 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定系数 β 时，当 $\rho < 1$ ，则检验功效随着 ρ 的增加而逐渐加强，并且在不同的样本数量下，均保持稳定水平；当 $\rho = 1$ 时，不同的样本数量下检验功效均为 0。因此，当 ρ 较小时，KPSS 检验功效较弱；当 ρ 较大时，KPSS 检验功效较强；当 $\rho = 1$ 时，KPSS 检验失效。

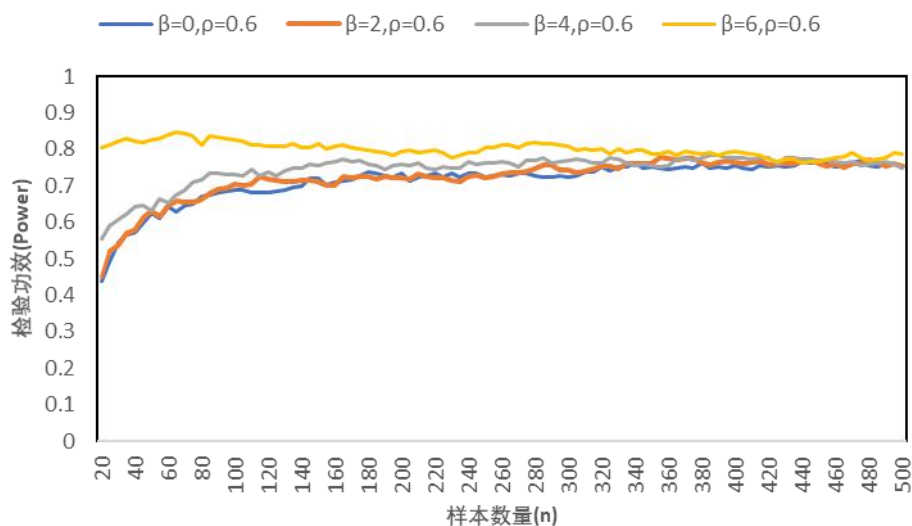


图 4-17 固定 ρ 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定系数 ρ ， β 的变化对检验功效存在一定的影响，但是该影响随着样本数量的增加而减弱。即当样本数量较小时，检验功效随 β 增大而增大；当样本数量较大时，最终检验功效均收敛到 0.7 上下且较为稳定。

4.4 两项同时存在

当时间项和漂移项同时存在，数据生成过程为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t \quad u_t \sim N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (4-4)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

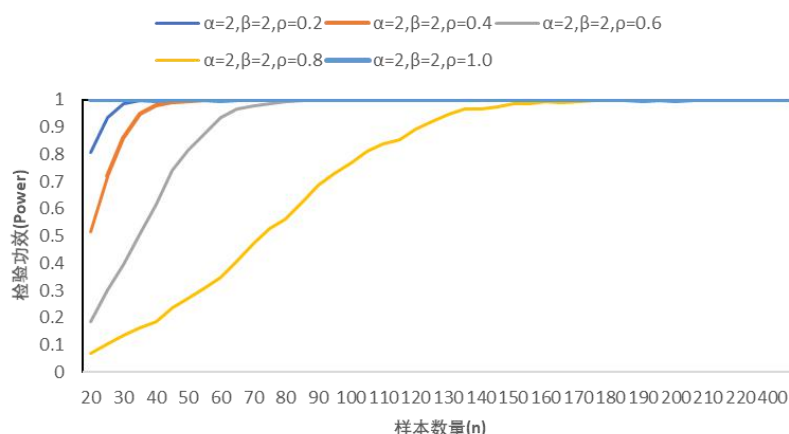


图 4-18 固定 α 和 β 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，当 $\rho < 1$ 时，同样的样本数量下，随着系数 ρ 的增大，ADF 检验的检验功效逐渐减小，并且系数越大，则该检验功效越慢收敛到 1。因此，随着系数 β 增大，ADF 方法的检验能力逐渐减弱。

当 $\rho = 1$ 时，ADF 检验的检验功效稳定于 1，并且该检验功效不受样本数量的影响，稳定且高效。

(2) 对 PP 方法进行测试

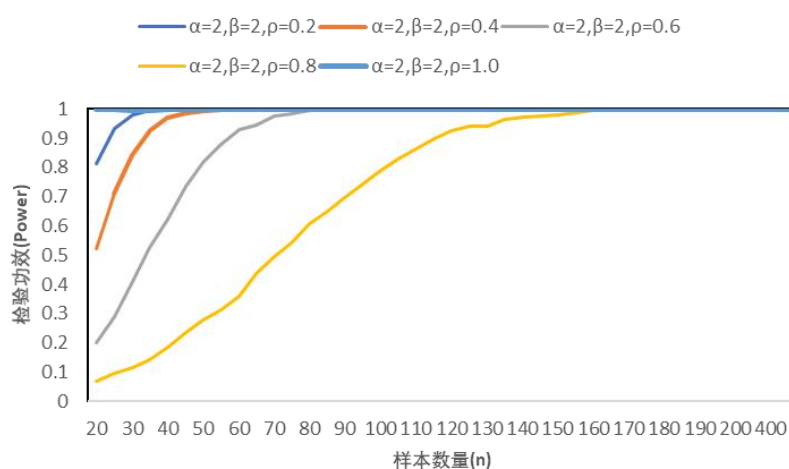


图 4-19 固定 α 和 β 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 β 的情况下，PP 检验的性质和表现与 4.4 的（1）一致，此处不加赘述。

（3）对 KPSS 方法进行测试

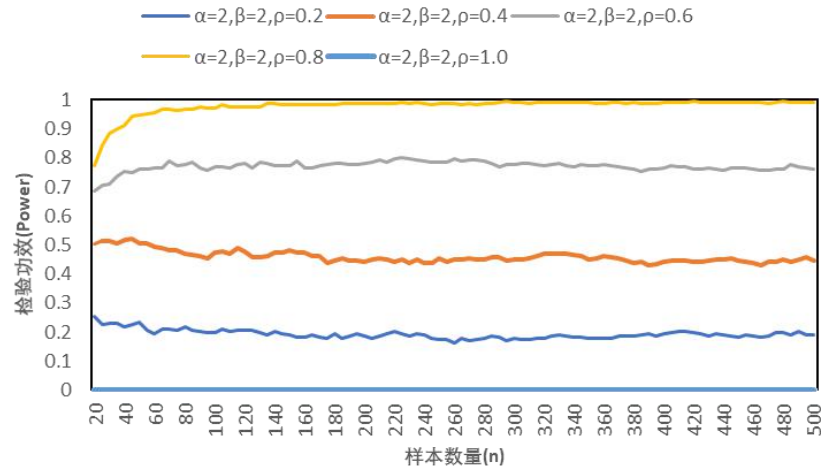


图 4-20 固定 α 和 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图所示，固定 α 和 β ，当 $\rho < 1$ ，随着系数 ρ 的增大，KPSS 的检验功效逐渐增强，且均表现稳定。当 $\rho = 1$ ，KPSS 检验失效。

4.5 情形一模拟实验总结

4.5.1 不存在漂移项和时间项

表 4-1 不存在漂移项和时间项的结果总结

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	n<90	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.94-0.96，检验效果良好稳定
	90<n<500	$\rho < 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.94-0.96，检验效果良好稳定
PP	n<90	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.95-0.97，检验效果良好稳定
	90<n<500	$\rho < 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.95-0.97，检验效果良好稳定
KPSS	n<60	$\rho < 1$	检验功效随样本数量的增加而增大；同样的样本数量下系数 ρ 越大检验功效越大
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量的增加而减小
	60<n<500	$\rho < 1$	相同的样本数量，系数 ρ 越大，检验功效越大，检验效果越良好；当 ρ 接近于 1，检验功效也稳定于

			0.95-1
		$\rho=1$	检验功效收敛且稳定于 0

该情况下选择检验方法的总结：

表 4-2 不存在漂移项和时间项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<90	$0<\rho\leq 0.6$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.6<\rho<1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho=1$	PP 检验最优，检验效果良好且稳定
90<n<500	$0<\rho\leq 1$	ADF 检验和 PP 检验皆具有稳定和极好的检验效果

4.5.2 仅存在漂移项 α

表 4-3 存在漂移项的检验结果总结

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	n<70	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 漂移项 α 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	70<n<500	$\rho<1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定； 漂移项 α 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
PP	n<70	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 漂移项 α 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	70<n<500	$\rho<1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定； 漂移项 α 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
KPSS	n<100	$\rho<1$	检验功效随样本数量的增加而减小； 漂移项 α 越大，检验效果越良好； 同样的样本数量下系数 ρ 越大检验功效越大
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效
	100<n<500	$\rho<1$	相同的样本数量，系数 ρ 越大，检验功效越大，检验效果越良好； 漂移项 α 越大，检验效果越良好； 当 ρ 接近于 1，检验功效也稳定于 0.9-1
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效

该情况下选择检验方法的总结：

表 4-4 存在漂移项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<100	$0 < \rho \leq 0.6$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.6 < \rho < 1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho = 1$	PP 检验最优，检验效果良好且稳定
100<n<500	$0 < \rho \leq 1$	ADF 检验和 PP 检验皆具有稳定和极好的检验效果

4.5.3 仅存在时间项 βt

表 4-5 存在时间项的检验结果总结

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	n<90	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	90<n<500	$\rho < 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定；
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
PP	n<90	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	90<n<500	$\rho < 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
KPSS	n<100	$\rho < 1$	检验功效随样本数量的增加而增加； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好； 同样的样本数量下系数 ρ 越大检验功效越大
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效
	100<n<500	$\rho < 1$	相同的样本数量，系数 ρ 越大，检验功效越大，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好； 当 ρ 接近于 1，检验功效也稳定于 1
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效

该情况下选择检验方法的总结：

表 4-6 存在时间项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<100	$0 < \rho \leq 0.4$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.4 < \rho < 1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho = 1$	PP 检验最优，检验效果良好且稳定

100<n<500	0< ρ <=1	ADF 检验和 PP 检验皆具有稳定和极好的检验效果
-----------	---------------	----------------------------

4.5.4 存在漂移项和时间项

表 4-7 存在漂移项和时间项的检验结果总结

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	n<170	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好；
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	170<n<500	$\rho<1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定；
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
PP	n<170	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好；
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
	170<n<500	$\rho<1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定；
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0.98-1，检验效果良好稳定
KPSS	n<60	$\rho<1$	检验功效随样本数量的增加而增加； 同样的样本数量下系数 ρ 越大检验功效越大
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效
	60<n<500	$\rho<1$	相同的样本数量，系数 ρ 越大，检验功效越大，检验效果越良好； 当 ρ 接近于 1，检验功效也稳定于 1
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效

该情况下选择检验方法的总结：

表 4-8 存在时间项和漂移项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<100	0< ρ <=0.4	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	0.4< ρ <1	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho=1$	PP 检验最优，检验效果良好且稳定
100<n<500	0< ρ <=1	ADF 检验和 PP 检验皆具有稳定和极好的检验效果

5.情形二的数据生成

情形二主要包括四种时间趋势为非线性趋势的情况：时间项为平方项、时间项为开放项、时间项为对数项和时间项为指数项。而在这四种情况下，根据 ADF 检验和 PP 检验的算法容易得到：当趋势项和干扰项的标准方差比改变时，会影响检验功效。因此，在下列模拟实验当中，本文采用控制变量，探究了固定 α 和 ρ 以及固定 β 下的检验功效。

5.1 时间项为平方项

当漂移项和时间项存在，而时间项为平方项时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1,500] \quad (5-1)$$

5.1.1 固定 α 、 ρ

当时间项为平方项时，第一种情况为固定 α 和 ρ ，改变 β 的取值，分别为 0.0001、0.0002、0.0003、0.0004 和 0.0005，从而探究 β 项变化对检验功效的影响。

表 5-1 时间项系数对应的标准差比

时间项系数 β	标准方差比
$\beta=0.0001$	18.717
$\beta=0.0002$	37.360
$\beta=0.0003$	55.652
$\beta=0.0004$	74.391
$\beta=0.0005$	92.800

其 DGP 为：

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + 2 + \beta t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1,500] \quad (5-2)$$

5.1.2 固定 α 、 β

当时间项为平方项时，第二种情况为固定 α 和 β ，改变 ρ 的取值，分别为 0.2、

0.4、0.6、0.8 和 1.0，其 DGP 为：

$$z_t = \rho \cdot z_{t-1} + 2 + 0.0001 \cdot t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-3)$$

5.2 时间项为开方项

当漂移项和时间项存在，而时间项为平方项时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta \sqrt{t} + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-4)$$

5.2.1 固定 α 、 ρ

当时间项为平方项时，第一种情况为固定 α 和 ρ ，改变 β 的取值，分别为 1、2、3、4 和 5，从而探究 β 项变化对检验功效的影响。

表 5-2 时间项系数对应的标准差比

时间项系数 β	标准方差比
$\beta=1$	13.403
$\beta=2$	26.762
$\beta=3$	40.004
$\beta=4$	53.268
$\beta=5$	66.416

其 DGP 为：

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + 2 + \beta t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-5)$$

5.2.2 固定 α 、 β

当时间项为平方项时，第二种情况为固定 α 和 β ，改变 ρ 的取值，分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0，其 DGP 为：

$$z_t = \rho \cdot z_{t-1} + 2 + 1 \cdot t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-6)$$

5.3 时间项为对数项

当漂移项和时间项存在，而时间项为对数项时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta \ln(t) + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-7)$$

5.3.1 固定 α 、 ρ

当时间项为平方项时，第一种情况为固定 α 和 ρ ，改变 β 的取值，分别为 6、12、18、24 和 30，从而探究 β 项变化对检验功效的影响。

表 5-3 时间项系数对应的标准差比

时间项系数 β	标准方差比
$\beta=6$	15.5014
$\beta=12$	30.5733
$\beta=18$	45.7228
$\beta=24$	61.0310
$\beta=30$	76.0912

其 DGP 为：

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + 2 + \beta \ln(t) + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-8)$$

5.3.2 固定 α 、 β

当时间项为平方项时，第二种情况为固定 α 和 β ，改变 ρ 的取值，分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0，其 DGP 为：

$$z_t = \rho \cdot z_{t-1} + 2 + 6 \cdot \ln(t) + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-9)$$

5.4 时间项为指数项

当漂移项和时间项存在，而时间项为指数项时，数据生成过程（DGP）为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta \cdot b^t + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-10)$$

5.4.1 固定 α 、 ρ 和 b

当时间项为平方项时，第一种情况为固定 α 和 ρ ，又因为指数增长速度极快的特殊性，固定 b 为 1.01，改变 β 的取值，分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0，从而探究 β 项变化对检验功效的影响。

表 5-4 时间项系数对应的标准差比

时间项系数 β	标准方差比
$\beta=0.2$	17.6382

$\beta=0.4$	35.4917
$\beta=0.6$	53.0577
$\beta=0.8$	70.8609
$\beta=1.0$	88.4015

其 DGP 为:

$$z_t = 0.6 \cdot z_{t-1} + 2 + \beta \cdot 1.01^t + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-11)$$

5.4.2 固定 α 、 β

当时间项为平方项时，第二种情况为固定 α 和 β ，改变 ρ 的取值，分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0，其 DGP 为:

$$z_t = \rho \cdot z_{t-1} + 2 + 0.2 \cdot 1.01^t + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (5-12)$$

6.情形二的模拟检验

数据生成过程（DGP）中的 Z_{t-1} 项的系数 ρ 均会影响生成的时间序列的稳定性。若 $\rho < 1$ ，则产生的时间序列为平稳时间序列，不存在单位根；若 $\rho = 1$ ，则产生的时间序列为不平稳时间序列，存在单位根。

下面，情形二将分为时间项为平方项、时间项为开方项、时间项为对数项、时间项为指数项四种情况，对常用的 adf 检验、 pp 检验和 $KPSS$ 检验进行模拟实验，观察总结这几种方法的检验功效，从而判定这三种常用单位根检验方法在时间项为非线性情况下的适用程度。

6.1 时间项为平方项

由于所有的幂次方项带有相似的性质，所以本文选择最常见的幂次方，即二次方，此处选用的 DGP 模型为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t^2 + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (6-1)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

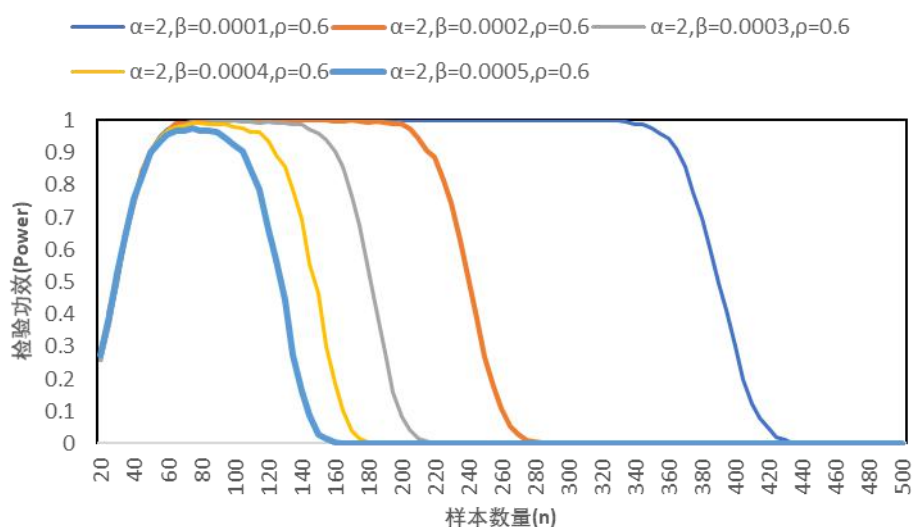


图 6-1 固定 α 和 ρ 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时， β 的改变会对检验功效造成影响。此时，随着 β 的增大，ADF 的检验功效在更小的样本数量下由 1 收敛到 0。因此，在较小样本数量时，均可得到较好的检验结果，但是当样本数量增大时，ADF 检验逐渐失效，且 β 越大失效速度越快。

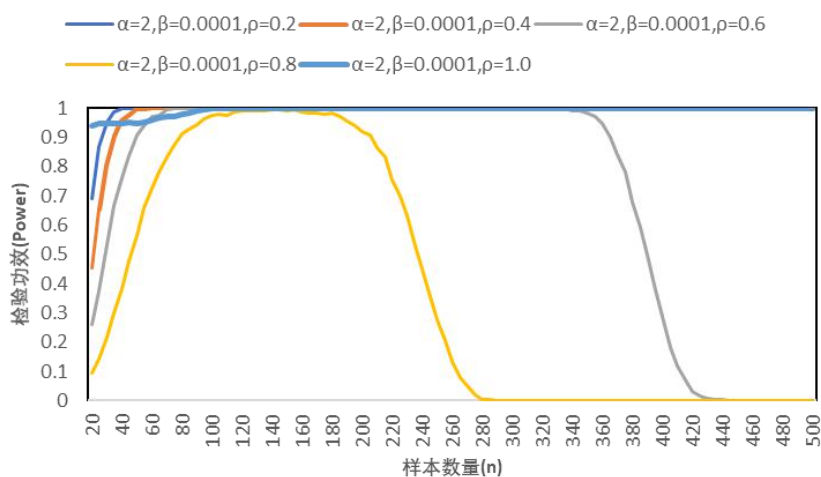


图 6-2 固定 α 和 β 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 β 时，当 $\rho < 1$ ，同样的样本数量下，系数 ρ 越小，则 ADF 检验的检验功效越大，检验效果越好。但是当样本数量较大时，ADF 检验逐渐失效，最终检验功效稳定在 0，即完全失效。

当 $\rho = 1$ 时，检验功效稳定在 0.9 到 1 之间，并且随着样本数量的增加，其检

验功效始终稳定在 1，即 ADF 检验表现稳定且高效。

(2) 对 PP 方法进行测试

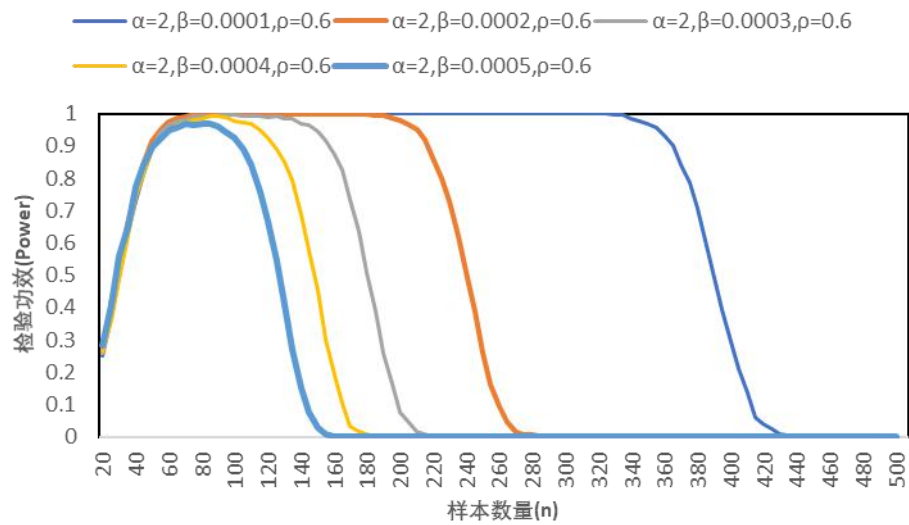


图 6-3 固定 α 和 ρ 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时， β 的改变会对检验功效造成影响。此时，随着 β 的增大，PP 的检验功效在更小的样本数量下由 1 收敛到 0。因此，在较小样本数量时，均可得到较好的检验结果，但是当样本数量增大时，PP 检验逐渐失效，且 β 越大失效速度越快。

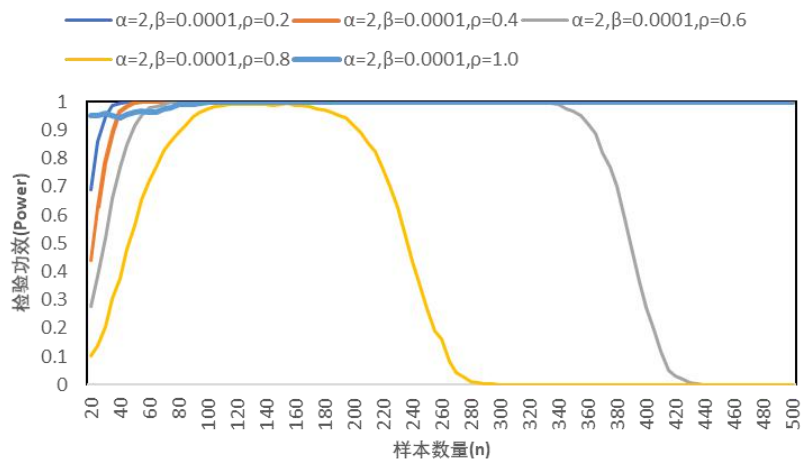


图 6-4 固定 α 和 β 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 β 时，当 $\rho<1$ ，同样的样本数量下，系数 ρ 越小，则 PP 检验的检验功效越大，检验效果越好。但是当样本数量较大时，PP 检验逐渐失效，最终检验功效稳定在 0，即完全失效。

当 $\rho=1$ 时，检验功效稳定在 0.9 到 1 之间，并且随着样本数量的增加，其检验功效始终稳定在 1，即 PP 检验表现稳定且高效。

(3) 对 KPSS 方法进行测试

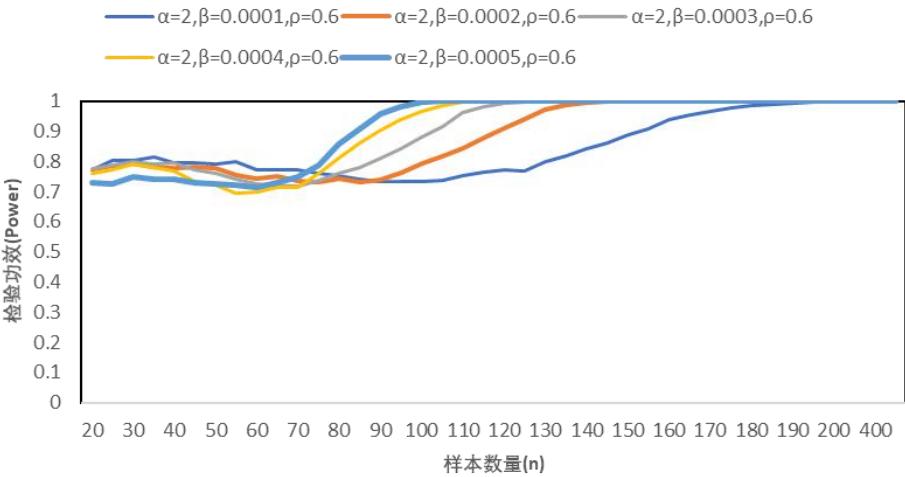


图 6-5 固定 α 和 ρ 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时， β 的改变会对检验功效造成影响。此时，随着 β 的增大，ADF 的检验功效在更小的样本数量下由 0.75 收敛到 1。因此，在较小样本数量时，KPSS 方法有一定的检验能力，当样本数量增大时，KPSS 检验效力增强且表现稳定， β 越大增强速度越快。

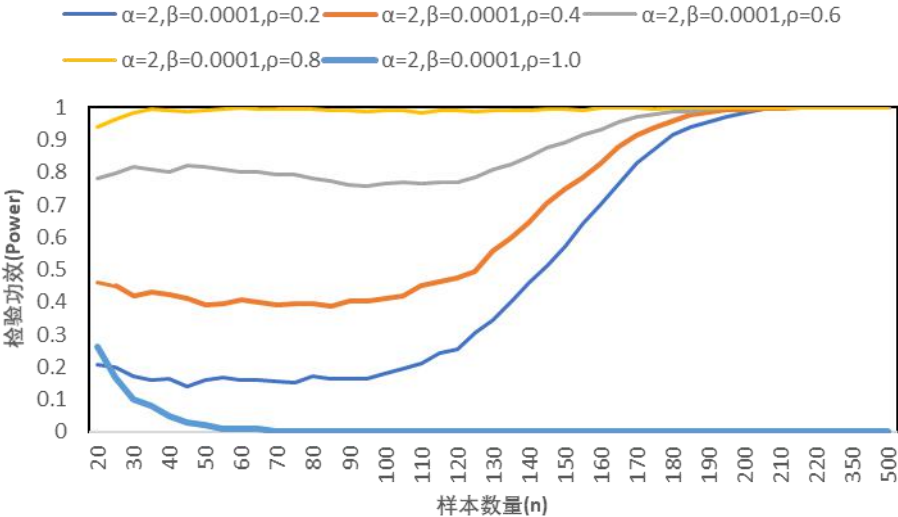


图 6-6 固定 α 和 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 β 时，当 $\rho < 1$ ，样本数量较小时， ρ 的系数越大，则检验功

效越大，检验效果越良好；而样本数量较大时，不论系数 ρ 的大小，KPSS 检验的检验功效均稳定收敛于 1，且均在样本数量为 210 处收敛并稳定于 1。

当 $\rho=1$ 时，检验功效始终保持在较低的水平，随着样本数量增加，其检验功效最终稳定于 0，即 KPSS 检验失效。

6.2 时间项为开方项

由于所有的幂次方项带有相似的性质，所以本文选择最常见的幂次方，即 0.5 次方，此处选用的 DGP 模型为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta t^{1/2} + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1,500] \quad (6-2)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

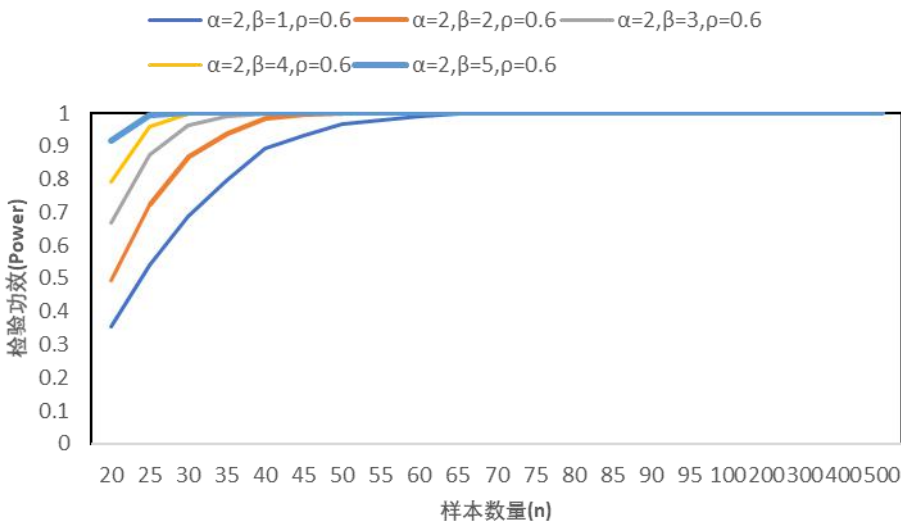


图 6-7 固定 α 和 ρ 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，在同样的样本数量下，ADF 的检验功效随着 β 的增大而越快收敛到 1，并且在样本数量较大之后持续稳定在 1。因此，对于较小的样本数量，系数 β 越大，则检验效果越好；对于较大的样本数量，ADF 检验方法稳定且高效，几乎不会受到 β 的影响。

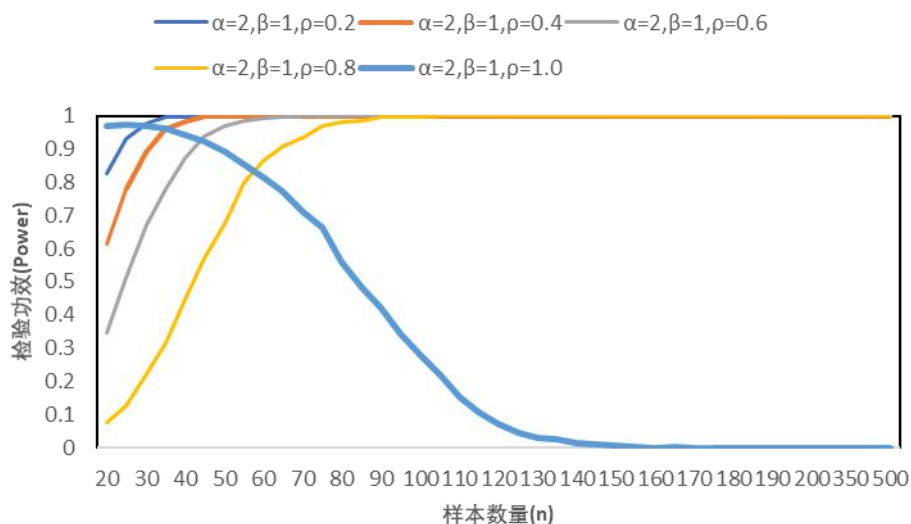


图 6-8 固定 α 和 β 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，当 $\rho < 1$ 时，同样的样本数量下检验功效随着 ρ 的增大而减小；当样本数量较大时，ADF 检验收敛于 1 且保持稳定。

当 $\rho = 1$ 时，检验功效随着样本数量的增加而逐渐减小，最终稳定于 0，即 ADF 检验失效。

(2) 对 PP 方法进行测试

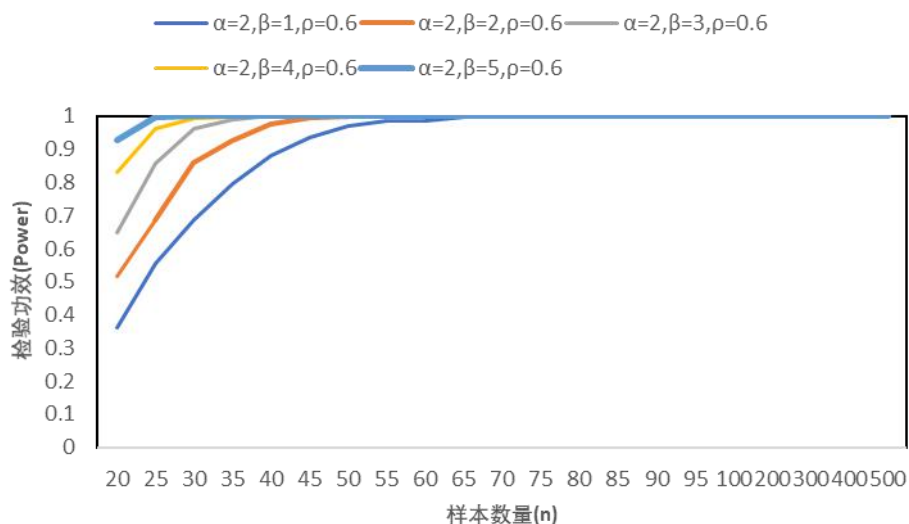


图 6-9 固定 α 和 ρ 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，在同样的样本数量下，PP 的检验功效随着 β 的增大而越快收敛到 1，并且在样本数量较大之后持续稳定在 1。因此，对于较小的样本数

量，系数 β 越大，则检验效果越好；对于较大的样本数量，PP 检验方法稳定且高效，几乎不会受到 β 的影响。

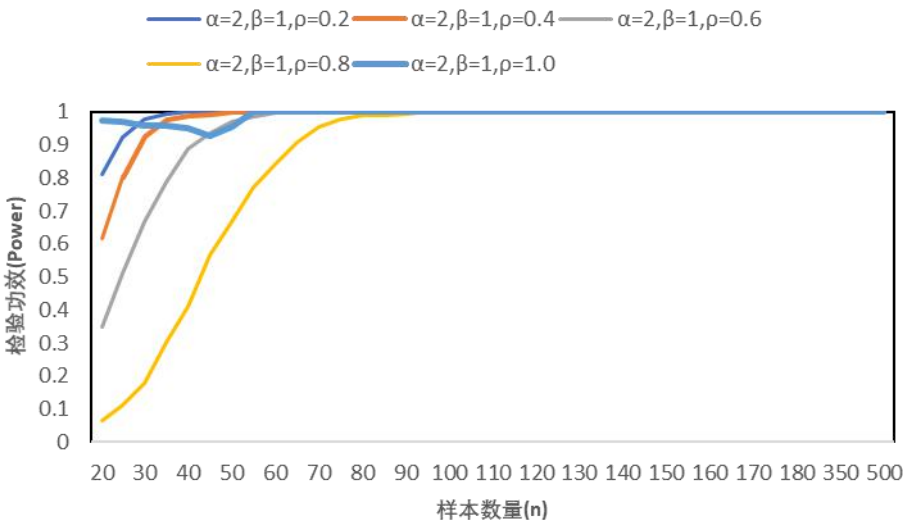


图 6-10 固定 α 和 β 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，当 $\rho<1$ 时，同样的样本数量下检验功效随着 ρ 的增大而减小；当样本数量较大时，PP 检验收敛于 1 且保持稳定。

当 $\rho=1$ 时，检验功效随着样本数量的增加而收敛于 1，最终稳定于 1，即 PP 检验表现出高效且稳定的性质。

（3）对 KPSS 方法进行测试

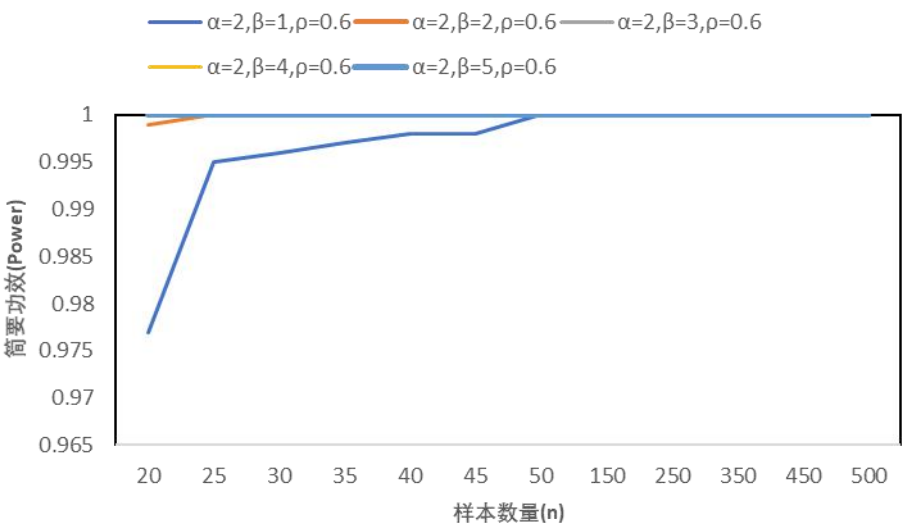


图 6-11 固定 α 和 ρ 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，在同样的样本数量下，KPSS 的检验功效随着 β 的增

大而越快收敛到 1，并且在样本数量较大之后持续稳定在 1。因此，对于较小的样本数量，系数 β 越大，则检验效果越好；对于较大的样本数量，KPSS 检验方法稳定且高效，几乎不会受到 β 的影响。

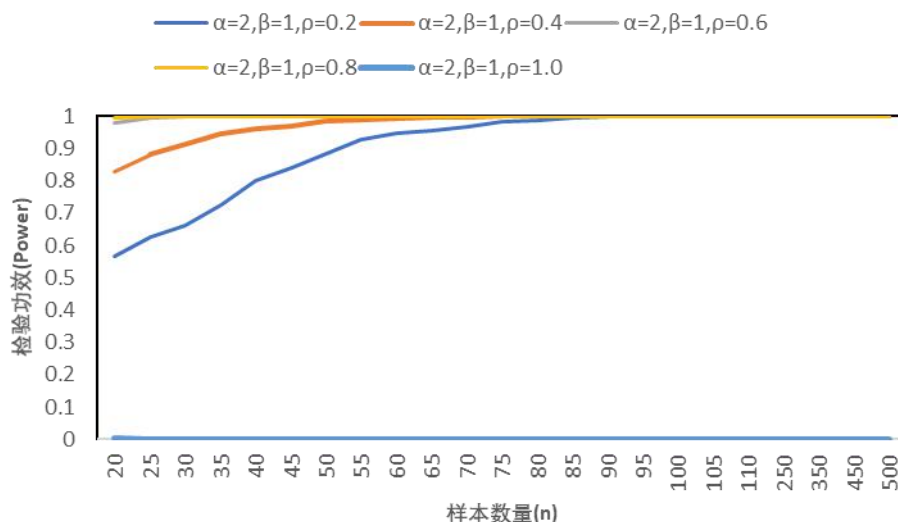


图 6-12 固定 α 和 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，同样的样本数量下，KPSS 检验的检验功效随着系数 ρ 的增加而增大；当样本数量较大时，KPSS 检验的检验功效最终收敛且稳定于 1，表现出良好高效的检验性质。

当 $\rho=1$ 时，KPSS 检验功效稳定于 0，此时 KPSS 检验失效。

6.3 时间项为对数项

由于所有的幂次方项带有相似的性质，所以本文选择最常见的幂次方，即 0.5 次方，此处选用的 DGP 模型为：

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta \ln(t) + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (6-3)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

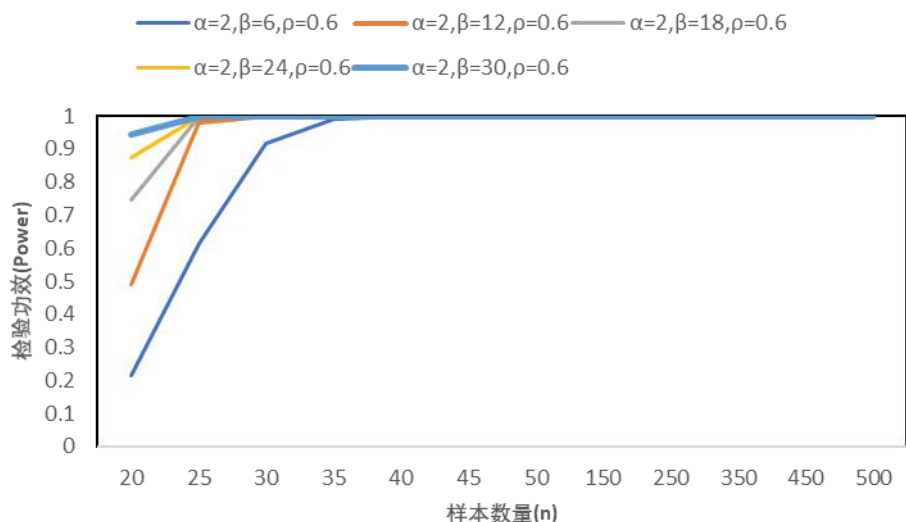


图 6-13 固定 α 和 ρ 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，随着系数 β 的增大，ADF 的检验功效以更快的速度收敛到 1，随后检验功效稳定在 1。因此，当样本数量较小时， β 越大则 ADF 检验的表现越优秀；当样本数量较大时， β 的改变对 ADF 的检验功效影响较小，ADF 的检验功效稳定于 1。

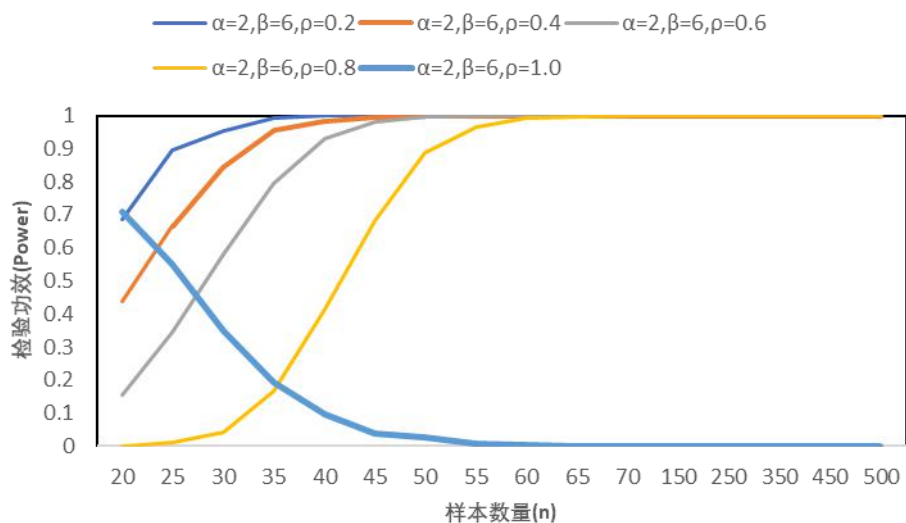


图 6-14 固定 α 和 β 情况下 ADF 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ， $\rho < 1$ 时，当样本数量较小时，系数 ρ 越大，则相同样本数量下 ADF 检验的检验功效越小；当样本数量较大时，ADF 检验的检验功效收敛且稳定于 1。

当 $\rho = 1$ ，ADF 检验的检验功效随着样本数量的增加而逐渐减小，最终稳定于 0，即完全失效。

(2) 对 PP 方法进行测试

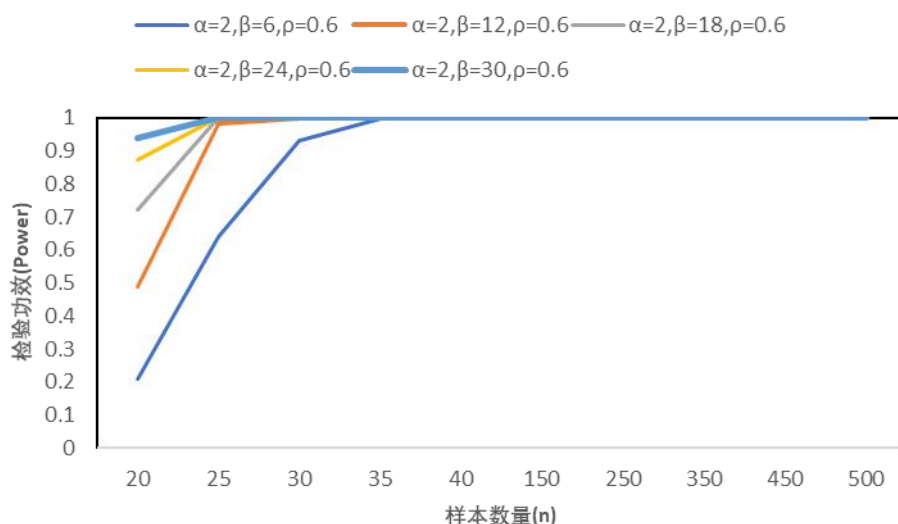


图 6-15 固定 α 和 ρ 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，随着系数 β 的增大，PP 的检验功效以更快的速度收敛到 1，随后检验功效稳定在 1。因此，当样本数量较小时， β 越大则 PP 检验的表现越优秀；当样本数量较大时， β 的改变对 PP 的检验功效影响较小，PP 的检验功效稳定于 1。

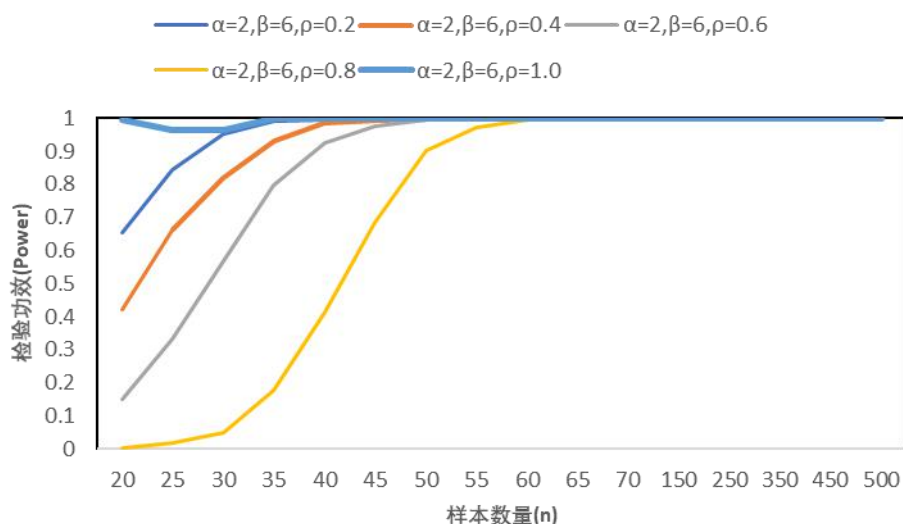


图 6-16 固定 α 和 β 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ， $\rho < 1$ 时，当样本数量较小时，系数 ρ 越大，则相同样本数量下 PP 检验的检验功效越小；当样本数量较大时，PP 检验的检验功效收敛且稳定于 1。

当 $\rho=1$ ，PP 检验的检验功效随着样本数量的增加而逐渐收敛于 1，最终稳定

于 1，即表现出稳定高效的检验效果。

(3) 对 KPSS 方法进行测试

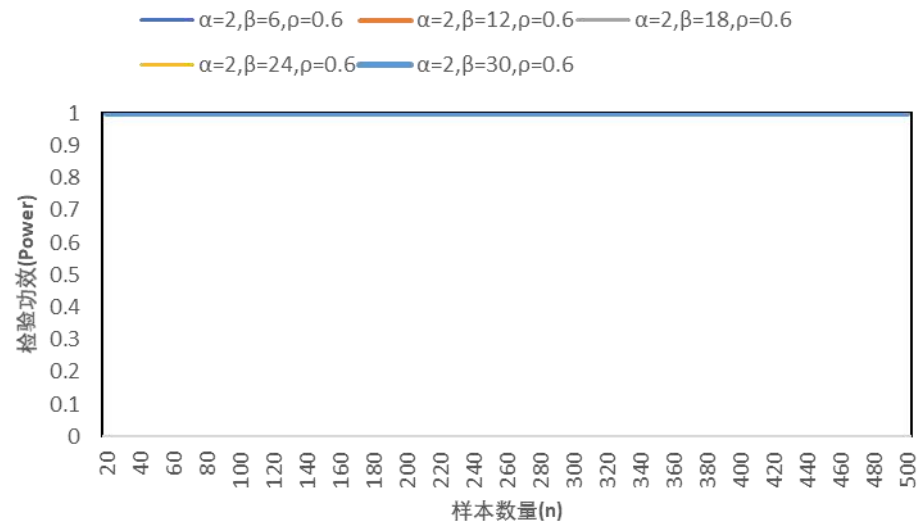


图 6-17 固定 α 和 ρ 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ 时，随着系数 β 的增大，对于小样本数量和大样本数量，KPSS 的检验功效均稳定收敛于 1。因此 KPSS 检验对于此种情况适用且高效。

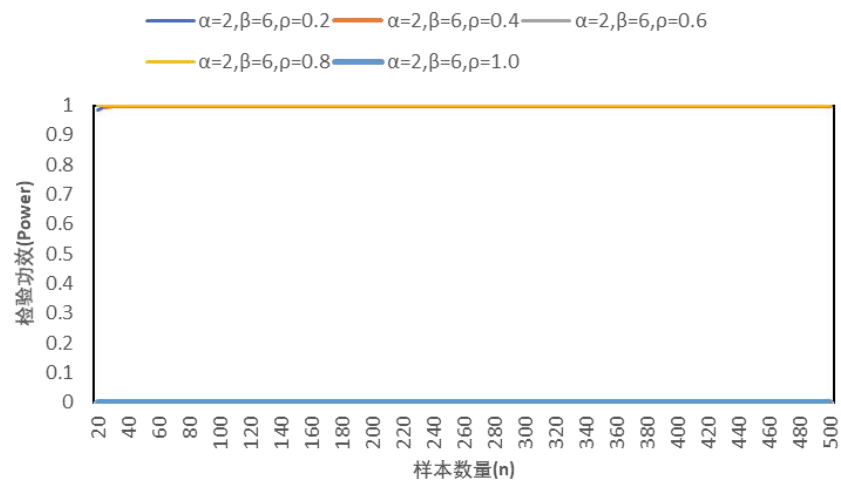


图 6-18 固定 α 和 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，当 $\rho < 1$ 时，KPSS 检验的检验功效均稳定于 1，该检验稳定且高效；当 $\rho = 1$ 时，KPSS 检验的检验功效稳定于 0，即完全失效。

6.4 时间项为指数项

由于指数项迅速增长的性质，所以本文选择较小的指数底 1.01，此处选用的

DGP 模型为:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \alpha + \beta \cdot 1.01^t + u_t \quad u_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \quad t \in Z, t \in [1, 500] \quad (6-4)$$

(1) 对 ADF 方法进行测试

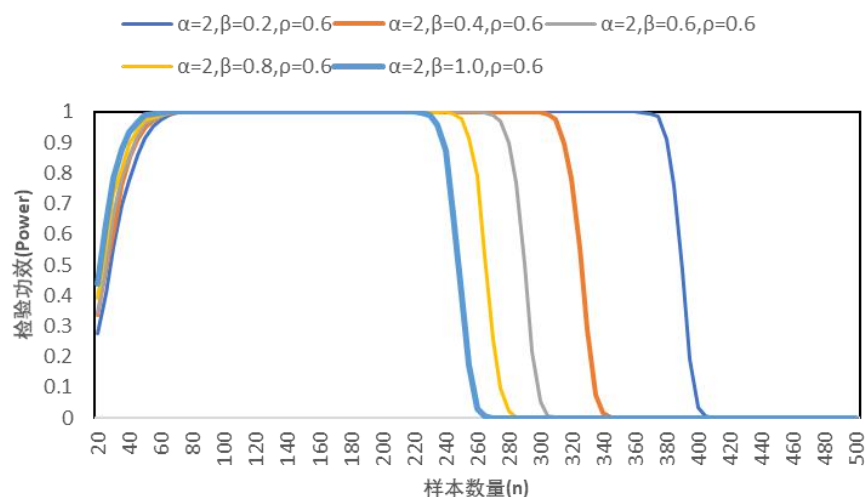


图 6-19 固定 α 和 ρ 情况下 ADF 方法检验功效

如图, 在样本数量为 20 到 80 时, 固定 α 和 ρ , β 的改变对检验功效的影响极小; 在样本数量为 80 到 400 时, 固定 α 和 ρ , β 越小则 ADF 检验功效维持在 1 的效力越久, 即 ADF 检验的效果越好; 当样本数量较大时, 固定 α 和 ρ , β 越大则检验功效越快回归到 0, 即为无效的检验。

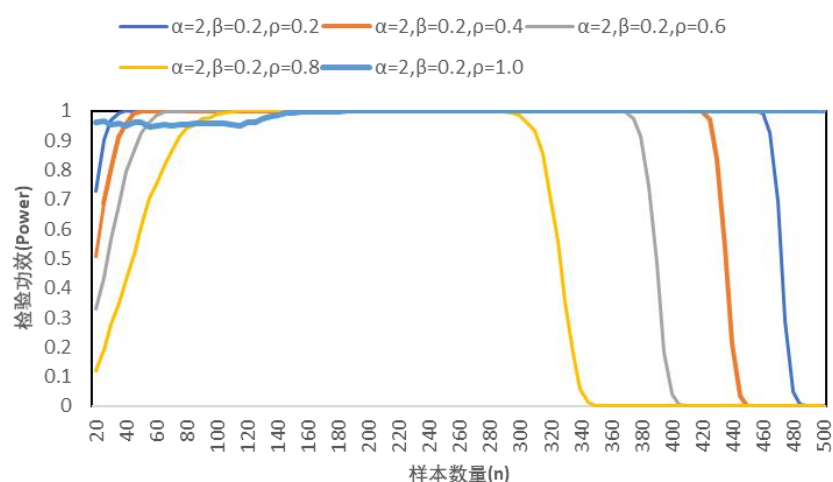


图 6-20 固定 α 和 β 情况下 ADF 方法检验功效

如图, 固定 α 和 β , 当 $\rho < 1$, 同样的样本数量下, 系数 ρ 越大则 ADF 方法

的检验功效越小，即检验能力越弱；当样本数量较大时，不同系数 ρ 的 ADF 检验均稳定于 0，即完全失效。

当 $\rho=1$ ，ADF 检验的检验功效稳定于 0.95 到 1 之间，且随着样本数量的增大而稳定于 1，该检验表现良好且高效。

(2) 对 PP 方法进行测试

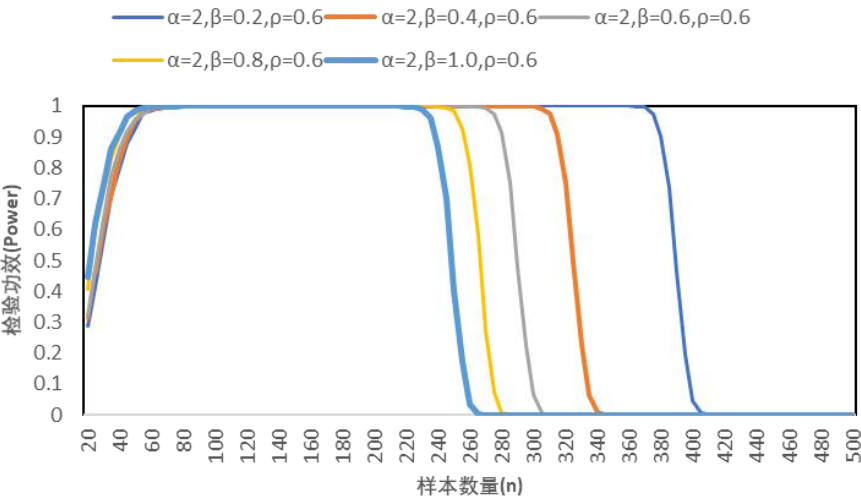


图 6-21 固定 α 和 ρ 情况下 PP 方法检验功效

如图，在样本数量为 20 到 80 时，固定 α 和 ρ ， β 的改变对检验功效的影响极小；在样本数量为 80 到 400 时，固定 α 和 ρ ， β 越小则 PP 检验功效维持在 1 的效力越久，即 PP 检验的效果越好；当样本数量较大时，固定 α 和 ρ ， β 越大则检验功效越快回归到 0，即为无效的检验。

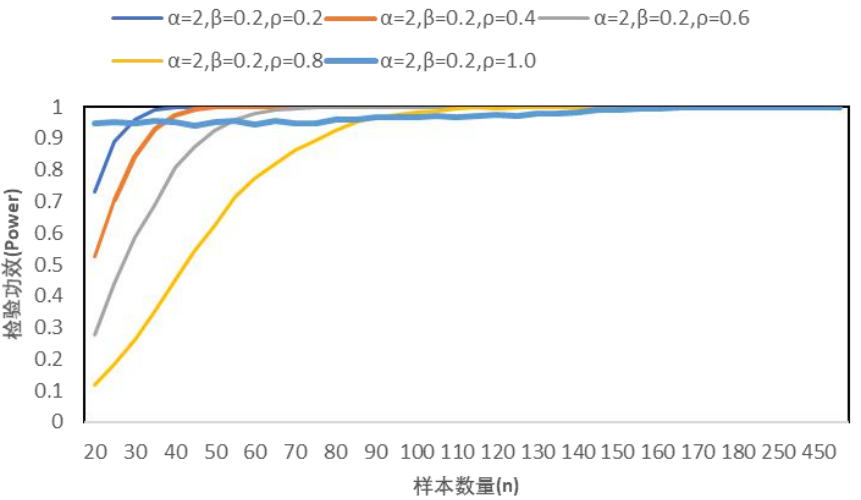


图 6-22 固定 α 和 β 情况下 PP 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ，当 $\rho < 1$ ，同样的样本数量下，系数 ρ 越大则 ADF 方法的检验功效越小，即检验能力越弱；当样本数量较大时，不同系数 ρ 的 ADF 检验均稳定于 0，即完全失效。

当 $\rho = 1$ ，ADF 检验的检验功效稳定于 0.95 到 1 之间，且随着样本数量的增大而稳定于 1，该检验表现良好且高效。

(3) 对 KPSS 方法进行测试

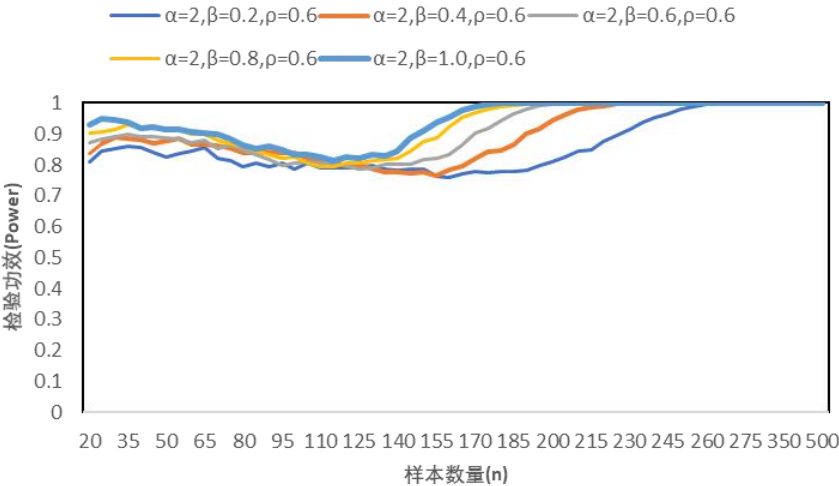


图 6-23 固定 α 和 ρ 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 ρ ，KPSS 检验的检验功效均为先减小再增大，最终收敛并且稳定在 1。在相同的样本数量下， β 越大则检验功效越大，即 β 越大，KPSS 检验的效果越好。

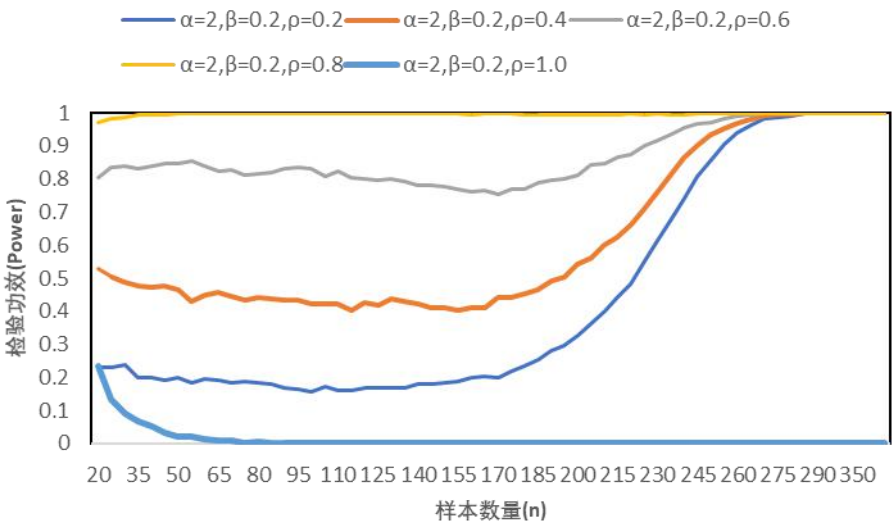


图 6-24 固定 α 和 β 情况下 KPSS 方法检验功效

如图，固定 α 和 β ， $\rho < 1$ ，当样本数量小于 270，KPSS 检验的检验功效均随着样本数量的增大而增大，并且在同样的样本数量下，系数 ρ 越大，则该检验的检验功效越大；当样本数量大于 270，则 KPSS 检验的检验功效均收敛且稳定于 1，检验效果良好。

当 $\rho = 1$ ，KPSS 检验的检验功效随样本数量增加而逐渐减小，最终收敛且稳定于 0，该检验完全失效。

6.5 情形二模拟实验总结

6.5.1 时间项为平方项

表 6-1 时间项为平方项的检验结果分析

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	$n < 140$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量增加而增大，维持在 0.95-1 之间，检验效果良好稳定
	$140 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效随样本数量增大而逐渐减小，最终回归到 0，时间项系数 β 越小，则检验失效得越慢（有效的样本范围区间越大）
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定
PP	$n < 140$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量增加而增大，维持在 0.95-1 之间，检验效果良好稳定
	$140 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效随样本数量增大而逐渐减小，最终回归到 0，时间项系数 β 越小，则检验失效得越慢（有效的样本范围区间越大）
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 1，检验效果良好稳定
KPSS	$n < 210$	$\rho < 1$	系数 ρ 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量的增加而减小并稳定于 0，即 ADF 检验此时失效
	$210 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效均稳定于 1，该检验效果良好且高效
		$\rho = 1$	检验功效收敛且稳定于 0

该情况下选择检验方法的总结：

表 6-2 时间项为平方项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
$n < 220$	$0 < \rho \leq 0.4$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.4 < \rho < 1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果

	$\rho=1$	ADF 检验和 PP 检验最优，检验效果良好且稳定
220<n<500	$0<\rho<1$	KPSS 检验具有稳定的检验效果，且检验功效随样本数量增加而收敛于 1。检验效果稳定且优秀。
	$\rho=1$	ADF 检验和 PP 检验均具有良好且稳定的检验效果

6.5.2 时间项为开方项

表 6-3 时间项为开方项的检验结果分析

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	n<140	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效随样本数量增加而减小，最终接近于 0
	140<n<500	$\rho<1$	检验功效收敛且稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，检验失效
PP	n<140	$\rho<1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效随样本数量增加而收敛，最终接近于 1
	140<n<500	$\rho<1$	检验功效收敛且稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho=1$	检验功效稳定于 1，检验高效且稳定
KPSS	n<90	$\rho<1$	系数 ρ 越大，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效随样本数量的增加而减小并稳定于 0，即 KPSS 检验此时失效
	90<n<500	$\rho<1$	检验功效均稳定于 1，该检验效果良好且高效
		$\rho=1$	检验功效收敛且稳定于 0

该情况下选择检验方法的总结：

表 6-4 时间项为开方项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<140	$0<\rho\leq 0.4$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.4<\rho<1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho=1$	ADF 检验和 PP 检验较优，但检验功效随样本数量增大而减小
140<n<500	$0<\rho<1$	KPSS 检验具有稳定的检验效果，且检验功效随样本数量增加而收敛于 1。检验效果稳定且优秀。
	$\rho=1$	PP 检验方法最为理想，检验稳定高效

6.5.3 时间项为对数项

表 6-5 时间项为对数项的检验结果分析

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	$n < 60$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量增加而减小，最终接近于 0
	$60 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效收敛且稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 0，检验失效
PP	$n < 60$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量增加而减小，最终接近于 0
	$60 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效收敛且稳定于 1，检验效果良好稳定
		$\rho = 1$	检验功效稳定于 1，检验稳定且高效
KPSS	$0 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效均稳定于 1，该检验效果良好且高效
		$\rho = 1$	检验功效收敛且稳定于 0

该情况下选择检验方法的总结：

表 6-6 时间项为对数项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
$n < 60$	$0 < \rho \leq 0.4$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且 检验功效随样本数量增加而增大
	$0.4 < \rho < 1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho = 1$	ADF 检验和 PP 检验较优，但检验功效随样 本数量增大而减小
$60 < n < 500$	$0 < \rho < 1$	KPSS 检验具有极好的检验效果。检验效果稳 定且优秀。
	$\rho = 1$	PP 检验方法最为理想，检验稳定高效

6.5.4 时间项为指数项

表 6-7 时间项为指数项的检验结果分析

	样本数量	ρ	检验效果
ADF	$n < 300$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好； 时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho = 1$	检验功效随样本数量增加而增加，逐渐收敛于 1
	$300 < n < 500$	$\rho < 1$	检验功效随样本数量增大而减小，最终收敛趋于 0
		$\rho = 1$	检验功效稳定收敛于 1
PP	$n < 300$	$\rho < 1$	系数 ρ 越小，检验效果越良好；

	300<n<500		时间项系数 β 越大，检验效果越良好
		$\rho=1$	检验功效随样本数量增加而增加，逐渐收敛于 1
		$\rho<1$	检验功效随样本数量增大而减小，最终收敛趋于 0
		$\rho=1$	检验功效稳定收敛于 1
KPSS	n<300	$\rho<1$	检验功效随样本数量增加而逐渐增大
		$\rho=1$	检验功效收敛随样本数量增大而逐渐减小到 0
	300<n<500	$\rho<1$	检验功效稳定收敛于 1
		$\rho=1$	检验功效稳定于 0，KPSS 检验失效

该情况下选择检验方法的总结：

表 6-8 时间项为指数项的检验方法选择

样本数量(n)	ρ	检验方法的选择与总结
n<300	$0<\rho\leq 0.4$	ADF 或 PP 检验皆具有良好的检验效果，且检验功效随样本数量增加而增大
	$0.4<\rho<1$	KPSS 具有良好稳定的检验效果
	$\rho=1$	ADF 检验和 PP 检验较优，但检验功效随样本数量增大而减小
300<n<500	$0<\rho<1$	三种检验均具有良好的检验效果
	$\rho=1$	ADF 检验方法检验效果最为优秀

7.实际应用及实证过程

本文总结出“已知数据类型的检验方法选择”和“未知数据类型的检验方法选择”，为方便文章总结及阅读，将此部分放置于“8.2 实际意义及应用”，此处直接引用 8.2 的结论，不再赘述其描述及过程总结。

接下来，本文将对多个具有不同性质的数据进行平稳性检验，并且应用 8.2 的流程和结论，从而得出更加可靠的平稳性检验结果。

7.1 GDP 数据和 EDU 数据的平稳性检验

选取 1992-2017 年的 GDP 增长率数据(GDP)和全国教育经费投入增长率(EDU)的年度数据。

这两个数据的特点为：样本量较小且具有较为明显的时间趋势和截距项，但是时间趋势在不同的阶段存在变化。GDP 增长率数据(GDP)和全国教育经费投入增长率(EDU)的图表如下：

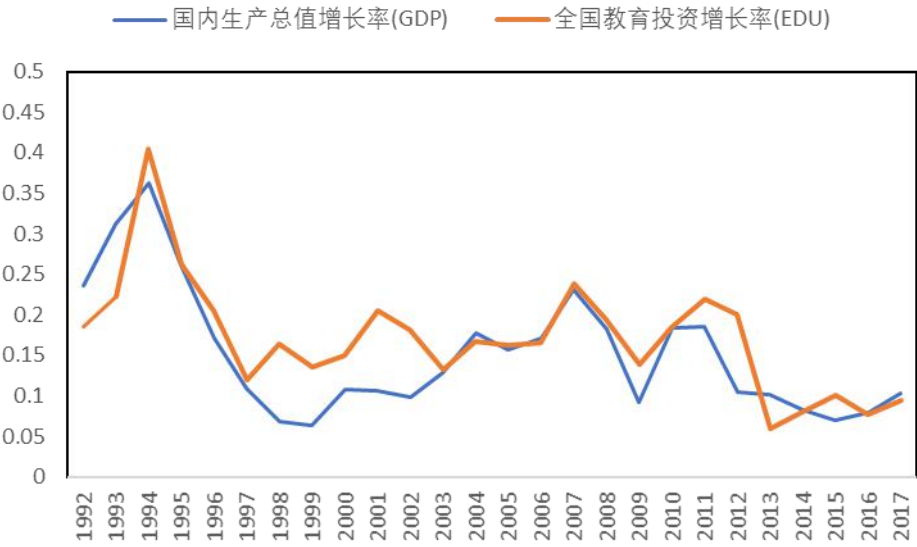


图 7-1 GDP 和 EDU 的数据图表

(1)PP 检验和 ADF 检验

因为 GDP 和 EDU 均为未知数据类型，所以首先对 GDP 和 EDU 同时进行 ADF 检验以及 PP 检验，所得检验结果如下：

表 7-1 GDP 和 EDU 的检验结果

GDP	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-4.1765	0.0172	平稳
	PP-test	-2.0830	0.5298	非平稳
EDU	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-3.4163	0.0718	非平稳
	PP-test	-3.4711	0.0647	非平稳

由上图可知，GDP 需要再次进行 KPSS 检验，而 EDU 序列则可以认为其为非平稳序列。

表 7-2 GDP 的 KPSS 检验结果

GDP	检验方法	test statistic	平稳性判断
	KPSS-test	0.09219	非平稳

由此判断 GDP 序列为非平稳序列，EDU 序列也为非平稳序列。因此对 GDP 和 EDU 进行一阶差分，继续进行平稳性检验。

(2)一阶差分的平稳性检验

对 GDP 和 EDU 进行一阶差分，再次进行 ADF 和 PP 检验的平稳性检验，

所得结果如下：

表 7-3 GDP 的 EDU 一阶差分的检验结果

D(GDP)	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-2.0311	0.0428	平稳
	PP-test	-4.2525	0.0002	平稳
D(EDU)	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-5.9356	0.0000	平稳
	PP-test	-6.9630	0.0000	平稳

由该结果可以得知，GDP 和 EDU 在未进行差分之前都是非平稳的序列，但是在进行一阶差分之后即为平稳的序列，所以 GDP 和 EDU 均为 I(1)的数据列，且经过了 PP 检验、ADF 检验和 KPSS 检验的三重验证，结果更加稳定和可靠。

7.2 城镇登记失业率的平稳性检验

选取 2002 年年初至 2019 年年末的城镇登记失业率数据，记为 CITI。因为该数据为季度数据，所以每年存在 4 个城镇登记失业率的数值，该数据列的样本量为 72。

此数据的特点为：该数据量相较于 7.1 当中的 GDP 和 EDU 更大，并且符合统计中大于 30 的大样本概念，但是和本文中 300 的数据量分界线仍有差距，该数据列存在截距但是不存在明显的时间趋势。城镇登记失业率（CITI）的图表如下：

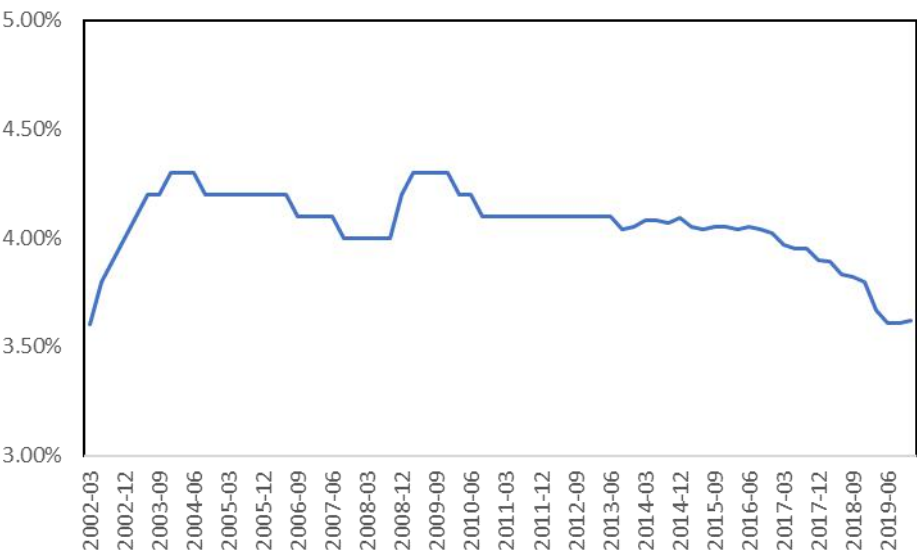


图 7-2 城镇登记失业率(CITI)

(1)PP 检验和 ADF 检验

因为城镇登记失业率(CITI)为未知数据类型，所以首先对 CITI 进行 ADF 检验以及 PP 检验，所得检验结果如下：

表 7-4 CITI 的检验结果

CITI	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-1.6074	0.4736	非平稳
	PP-test	-2.3962	0.1464	非平稳

由上图可知，CITI 为非平稳序列，即单位根序列。

(2) 差分后 PP 检验和 ADF 检验

表 7-5 D(CITI)的检验结果

D(CITI)	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-6.2998	0.0000	平稳
	PP-test	-6.2998	0.0000	平稳

由该结果可以得知，CITI 在未进行差分之前都是非平稳的序列，但是在进行一阶差分之后即为平稳的序列，所以 CITI 为 I(1)的数据列，且经过了 PP 检验和 ADF 检验的双重验证，结果更加稳定和可靠。

7.3 消费品零售总额增速的平稳性检验

选取 2001 年 2 月至 2019 年 12 月的社会消费品零售总额环比增速(月度)的数据，记为 COST。因为该数据为月度环比增长数据，所以该数据列的样本量为 91。

此数据的特点为：该数据量相较于 7.2 当中的 CITI 更大，符合统计中大于 30 的大样本概念，但是和本文中 300 的数据量分界线仍有差距，该数据列存在截距和明显的随时间增长而下降时间趋势。社会消费品零售总额环比增速(COST)的图表如下：

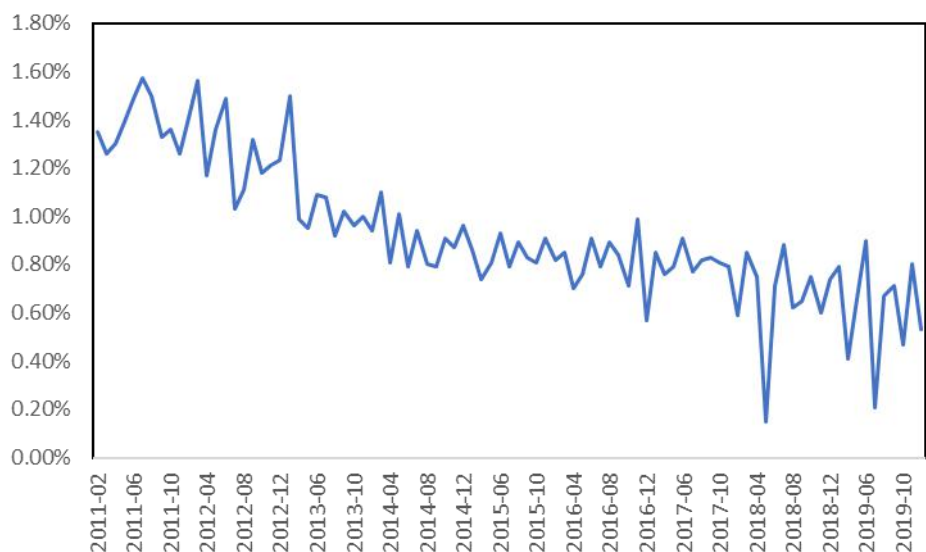


图 7-3 社会消费品零售总额环比增速 (COST)

(1)PP 检验和 ADF 检验

因为社会消费品零售总额环比增速(COST)为未知数据类型，所以首先对 COST 进行 ADF 检验以及 PP 检验，所得检验结果如下：

表 7-6 COST 的检验结果

COST	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-3.01278	0.1347	非平稳
	PP-test	-9.2840	0.0000	平稳

由上图可知，因为 ADF 检验和 PP 检验结果出现差异，所以 COST 需要再次进行 KPSS 检验

(2) COST 的 KPSS 检验

表 7-7 COST 的 KPSS 检验结果

COST	检验方法	P-value	平稳性判断
	KPSS-test	0.2469	非平稳

由该结果可以得知，COST 经过 PP 检验和 ADF 检验后，检验结果出现矛盾，从而利用 KPSS 检验最终决定 COST 的稳定性，得出 COST 为非平稳序列的结果。

(3) 差分后 COST 的平稳性检验

表 7-8 D(COST)的检验结果

D(COST)	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-16.0503	0.0000	平稳
	PP-test	-17.8433	0.0000	平稳

由该结果可以得知，COST 在未进行差分之前都是非平稳的序列，但是在进行一阶差分之后即为平稳的序列，所以 COST 为 I(1)的数据列，且经过了 PP 检

验、ADF 检验和 KPSS 检验的三重验证，结果更加稳定和可靠。

7.4 上证指数的平稳性检验

选取 2008 年 1 月至 2019 年 12 月的上证指数周收益率的数据，记为 SHR。该数据为上证指数周收益率，该数据列的样本量为 614。

此数据的特点为：该数据量相较于 7.3 当中的 COST 更大，符合统计中大于 30 的大样本概念，并且大于文中 300 的数据量分界线，该数据列存在截距，无明显时间趋势。上证指数周收益率（SHR）的图表如下：

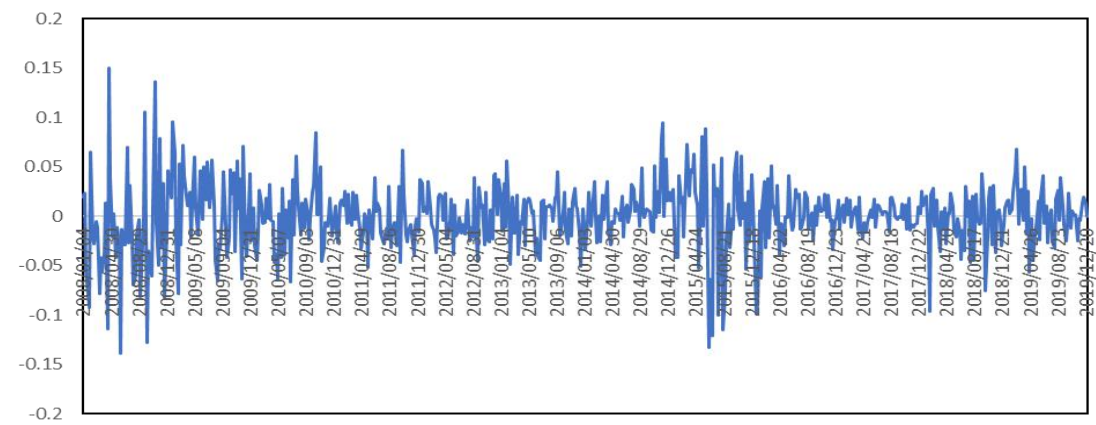


图 7-4 上证指数周收益率 (SHR)

下面将进行 ADF 检验和 PP 检验。因为上证指数周收益率(SHR)为未知数据类型，所以首先对 SHR 进行 ADF 检验以及 PP 检验，所得检验结果如下：

表 7-9 SHR 的检验结果

SHR	检验方法	t-stat	P-value	平稳性判断
	ADF-test	-23.4372	0.0000	平稳
	PP-test	-23.4350	0.0000	平稳

由上图可知，因为 ADF 检验和 PP 检验结果并未出现差异，因此该序列为平稳序列，即上正指数周收益率围绕 0 上下波动且波动幅度较小，总体为平稳序列，不存在单位根。

7.5 实证部分总结及 ECM 模型

7.5.1 平稳性检验实证总结

由上述平稳性检验过程可知，本文共选取了 GDP 增长率数据(GDP)、全国教育经费投入增长率(EDU)、城镇登记失业率数据(CITI)、社会消费品零售总额环比增速(COST)和上证指数周收益率(SHR)等五个数据列，这五个数据包含了小样本量(<30)、中等样本量(30~100)和大样本量(>300)等三种类型，并且涵盖存在时间趋势和不存在时间趋势两种类型。

经过该实证检验可知：

表 7-10 五个序列的检验结果

GDP 增长率数据(GDP)	PP 和 ADF 结果不一致
全国教育经费投入增长率(EDU)	PP 和 ADF 结果一致
城镇登记失业率数据(CITI)	PP 和 ADF 结果一致
社会消费品零售总额环比增速(COST)	PP 和 ADF 结果不一致
上证指数周收益率(SHR)	PP 和 ADF 结果一致

由此可见，选取的宏观经济数据中存在 1/3 的数据在 PP 检验和 ADF 检验下有不同的检验结果，而若随机选取检验方法，则可能误判序列的单位根性质，由此可见本文的检验方法和结论有利于得到更加真实可靠的结果。

7.5.2 协整检验和 ECM 模型

为完善本文的实证过程，选取 GDP 增长率数据(GDP) 和全国教育经费投入增长率(EDU)进行建模，建立误差修正模型(ECM)。因为本文的重点在于单位根检验，所以省略 VAR 模型建立，仅建立 ECM 模型以补足实证过程。

(1) 协整检验

由于 GDP 和 EDU 都是 I(1)数据列，所以利用 E-G 两步法检验 GDP 和 EDU 之间是否存在协整关系。对其残差进行单位根检验的结果如下表所示

表 7-11 GDP 和 EDU 的协整关系检验

Null Hypothesis:E1 has a unit root				
Exogenous:None				
Lag Length:0 (Automatic-based on SIC, maxlag=5)				
			t-Statistic	Prob.*
ADF test statistics			-2.2698	0.0251
Test critical value	1%level		-2.6607	
	5%level		-1.9550	
	10%level		-1.6091	

由此可见，对 GDP 和 EDU 回归后的残差序列进行单位根检验，显示该残差序列不存在单位根，所以该残差序列存在协整关系。又因为 GDP 和 EDU 均为 I(1)的数据列，所以二者存在一阶的协整关系。

(2) 误差修正模型

首先需要判断误差修正模型的滞后阶数，所以根据信息准则，得到以下的结果：

表 7-12 误差修正模型的滞后阶数判断

AIC	VARIABLE
-3.307	D(gdp(-1)) D(edu(-1)) D(gdp(-2)) D(edu(-2)) resid01(-1) c
-2.861	D(gdp(-1)) D(edu(-1)) resid01(-1) c
-2.859	D(gdp(-1)) D(edu(-1)) resid01(-1) c
-3.420	D(gdp(-1)) D(gdp(-2)) resid01(-1) c

所以，根据信息准则，建立的 ECM 模型为：

$$\begin{aligned}
 D(EDU) &= C(1) \times D(GDP(-1)) + C(2) \times D(GDP(-2)) + C(3) \times RESID01(-1) + C(4) \\
 D(EDU) &= 0.3513 \times D(GDP(-1)) - 0.0611 \times D(GDP(-2)) + 0.1086 \times RESID01(-1) - 0.025
 \end{aligned}$$

8.总结及展望

8.1 模拟的概括总结

本文针对两种大的情形，即“漂移项与时间项的存在情况”和“时间项为非线性”展开讨论，并利用蒙特卡罗模拟对 ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法进行了数据生成、功效检验以及结果描述。

针对情形一的四种情况，本文考虑了两方面的因素：一是固定其他因素，改变相关系数 ρ ，从而利用蒙特卡洛模拟得到相关系数 ρ 对于三种检验功效的影响；二是固定相关系数 ρ ，依次改变漂移项大小和时间项系数，从而从而利用蒙特卡洛模拟得到漂移项大小和时间项系数对于三种检验功效的影响。

针对情形二的四种情况，本文同样考虑了两方面的因素：一是固定漂移项和时间项系数 β ，改变相关系数 ρ ，从而利用蒙特卡洛模拟得到相关系数 ρ 对于三种检验功效的影响；二是固定相关系数 ρ ，依次改变时间项系数，从而利用蒙特卡洛模拟得到时间项系数（也代表不同的方差比）对于三种检验功效的影响。

而由于模拟得到的数据结果较多，因此将其展示为图表且加以横向和纵向的对比说明，并在 4.5 和 6.5 对情形一和情形二的结果进行了详细的描述、总结和概括，同时为不同情况下选择检验方法提供了建议。

综合来看，对于情形一：ADF 检验和 PP 检验在大多数情况下拥有极为相似的性质，但是 PP 检验方法在相关系数 $\rho = 1$ 时的检验效果往往比 ADF 检验的效果更佳。当相关系数 ρ 较小且样本数量较小时，ADF 检验和 PP 检验的效果相似，且均优于 KPSS 检验；当相关系数 ρ 较大且样本数量较小时，KPSS 检验往往具有最好的检验效果；当样本数量较大时或相关系数 ρ 为 1 时，PP 检验往往是最稳定良好的检验方法。而对于相关系数 ρ 和样本数量具体的大小分类，则参考 4.5.1 到 4.5.4 的内容。

综合来看，对于情形二：ADF 检验和 PP 检验在大多数情况下拥有极为相似的性质，但是 PP 检验方法在相关系数 $\rho = 1$ 时的检验效果往往比 ADF 检验的效果更佳。当相关系数 ρ 较小且样本数量较小时，ADF 检验和 PP 检验的效果相似，且均优于 KPSS 检验；当相关系数 ρ 较大且样本数量较小时，KPSS 检验往往具有最好的检验效果；当样本数量较大时或相关系数 ρ 为 1 时，ADF 检验往往是最稳定良好的检验方法。但在此类情形下，针对于“时间项为开方项”和“时间项为对数项”两种情况，当样本数量较大且相关系数 $\rho = 1$ 时，仅有 PP 检验存在良好稳定的检验效果。而对于相关系数 ρ 和样本数量具体的大小分类，则参考 6.5.1 到 6.5.4 的内容。

8.2 实际意义与运用

8.2.1 已知数据类型的检验方法选择

如果已知数据类型，则按照本文模拟实验所得的结果进行单位根检验的选择，不同数据类型和样本数量下具体情况的选择见 4.5 及 6.5，此处进行概括性的总

结。

对于不存在漂移项和截距项的数据：无论是平稳序列还是非平稳序列，PP 检验的效果最为优秀稳定，其次为 ADF 检验，最后为 KPSS 检验。PP 检验和 ADF 检验适用于大多数情况，但是当样本数量较小 ($n < 90$) 且相关系数 ρ 接近 1 时，KPSS 检验的效果最好。

对于仅存在漂移项的情况：当数据为平稳序列，则 ADF 和 PP 均具有较好的检验效果；当数据为非平稳序列，样本量较大 ($n > 100$) 时 ADF 和 PP 检验均表现良好，样本量较小时 ($n < 100$) PP 检验效果最为优秀。此外，如果样本数量较小 ($n < 100$) 并且相关系数 ρ 接近于 1 ($\rho > 0.6$)，则 KPSS 检验具有最好的效果。

对于仅存在时间项的情况：当数据为平稳序列，则 ADF 和 PP 均具有较好的检验效果；当数据为非平稳序列，样本量较大 ($n > 100$) 时 ADF 和 PP 检验均表现良好，样本量较小 ($n < 100$) 时 PP 检验效果最为优秀。此外，如果样本数量较小 ($n < 100$) 并且相关系数 ρ 较大 ($\rho > 0.4$)，则 KPSS 检验具有最好的效果。

对于存在时间项和漂移项的情况：当数据为平稳序列，则 ADF 和 PP 均具有较好的检验效果；当数据为非平稳序列，样本量较大 ($n > 100$) 时 ADF 和 PP 检验均表现良好，样本量较小 ($n < 100$) 时 PP 检验效果最为优秀。此外，如果样本数量较小 ($n < 100$) 并且相关系数 ρ 较大 ($\rho > 0.4$)，则 KPSS 检验具有最好的效果。

对于时间项为平方项的情况：若数据为平稳序列，KPSS 检验的具有最为优秀和稳定的检验效果。若数据为非平稳序列，则 ADF 检验和 PP 检验均具有良好稳定的检验效果。但是，当样本数量较小 ($n < 220$) 且相关系数 ρ 较小 ($\rho \leq 0.4$) 时，ADF 检验和 PP 检验能比 KPSS 检验得到更好的效果。

对于时间项为开方项的情况：若数据为平稳序列，KPSS 检验的具有最为优秀和稳定的检验效果。若数据为非平稳序列，则 PP 检验具有最为良好稳定的检验效果，ADF 检验效果其次，KPSS 检验效果最差。但是，当样本数量较小 ($n < 140$) 且相关系数 ρ 较小 ($\rho \leq 0.4$) 时，ADF 检验和 PP 检验能比 KPSS 检验得到更好的效果。

对于时间项为对数项的情况：若数据为平稳序列，KPSS 检验的具有最为优秀和稳定的检验效果。若数据为非平稳序列，则 PP 检验具有最为良好稳定的检验效果，ADF 检验效果其次，KPSS 检验效果最差。但是，当样本数量较小 ($n < 60$)

且相关系数 ρ 较小 ($\rho \leq 0.4$) 时, ADF 检验和 PP 检验能比 KPSS 检验得到更好的效果。

对于时间项为指数项的情况: 若数据为平稳序列, KPSS 检验的具有最为优秀和稳定的检验效果。若数据为非平稳序列, 则 ADF 检验具有最为良好稳定的检验效果, PP 检验效果其次, KPSS 检验效果最差。但是, 当样本数量较小 ($n < 300$) 且相关系数 ρ 较小 ($\rho \leq 0.4$) 时, ADF 检验和 PP 检验能比 KPSS 检验得到更好的效果。当样本数量足够大 ($n > 300$) 且数据为平稳序列时, ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法均可得到较为准确稳定的结果。

8.2.2 未知数据类型的检验方法选择

未知数据类型往往比已知数据类型的情况更为常见, 因此本文按照 ADF、PP 和 KPSS 检验三种方法在不同样本数量和相关系数 ρ 情况下的不同性质, 对未知数据类型的单位根检验总结出如下步骤:

步骤一: 假设数据存在非平稳的时间序列, 即假设该序列存在时间趋势项, 且该时间趋势项非平稳。而在此情况下, ADF 检验和 PP 检验均存在良好的检验效果, 因此首先对序列进行 ADF 检验和 PP 检验, 若此时两种检验均得到该序列存在单位根, 则判断其为非平稳序列。

步骤二: 若步骤一中的两项检验结果不一致, 则进行进一步的检验。结合各种检验的性质, 若样本数量小于 300, 则 ADF、PP 和 KPSS 三种检验方法均具有不同的适用情形, 因此对该序列进行 KPSS 检验, 如果检验结果为该序列不存在单位根, 则确定该序列为平稳序列。若检验结果为存在单位根, 出于谨慎和概率上的考量, 认为该数据存在单位根。

步骤三: 当样本数量大于 300, 三种检验方法在某些情形下具有同样高效和稳定的检验能力, 但是多数情况下仍然存在检验效果的差别, 其中 PP 检验的检验效果最为优秀。因此, 此时对该数据进行 PP 检验, 若 PP 检验判断该序列存在单位根, 则该序列为非平稳序列; 若 PP 检验判断该序列不存在单位根, 则该序列为平稳序列。

其检验流程图如下:

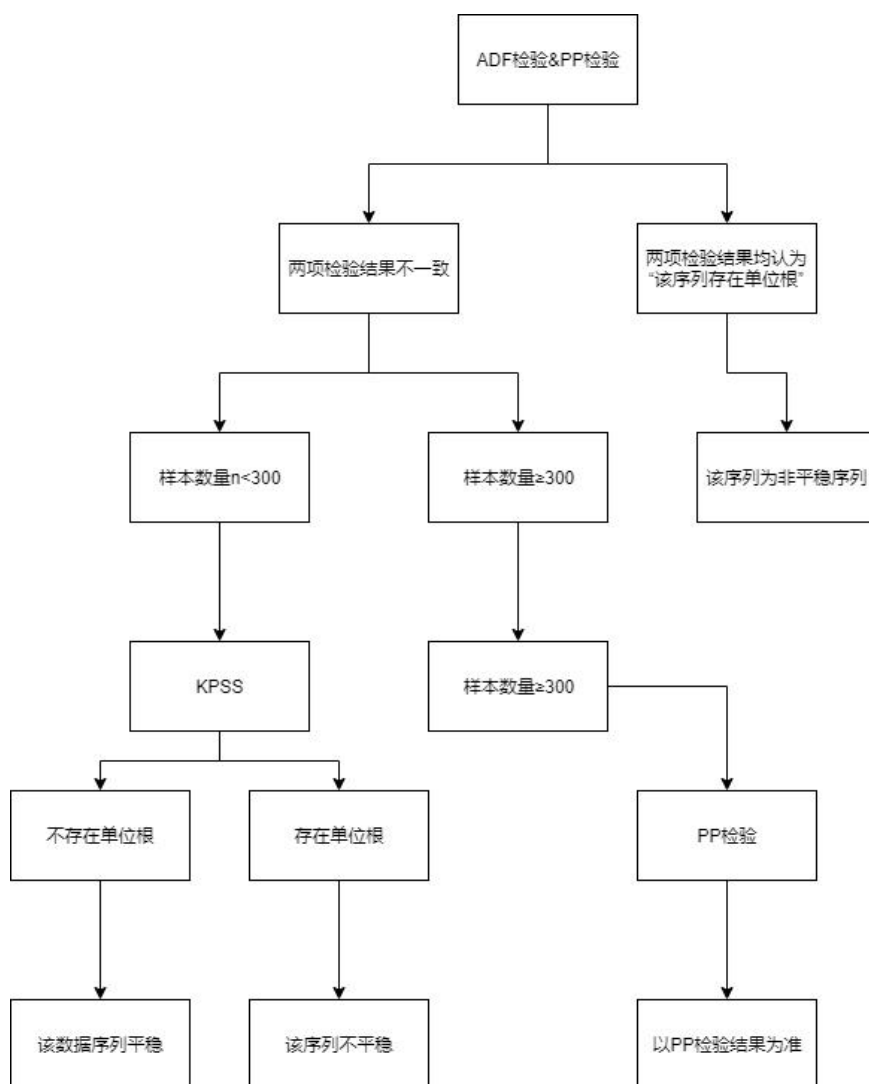


图 7-1 未知数据情况的检验流程

8.3 优点、创新及不足

首先，本文针对时间序列当中最常见的两种大类情形，提出了 8 种更为细致的分类，并且针对每种分类提出了数据生成过程 DGP，利用蒙特卡罗模拟生成数据，并且利用 MATLAB 和控制变量的方法对每一种分类进行了常用单位根检验方法检验功效的探究，得到了检验的数据和图形结果。

此外，本文完善了这两大类中的几乎所有可能出现的情形，情形一的四个分类当中又划分为 3 个检验，每个检验下包括控制变量下 1 到 2 种变量的改变；情形二的四个分类当中同样划分为 3 个检验，每个检验下包括控制变量下 2 种变量的改变。

最后，本文针对上述每项分类的结果，对必要的地方进行图像绘制和数据列出，从而进行详细的描述，并且在情形一和情形二的最后（4.5 和 6.5）对不同的情形下检验方法的选择给出具体建议。

总的来说，本文的创新点主要在于两个方面：一是对“漂移项和时间项存在与否”和“时间项为非线性”的情况做了详细的假设和模拟，进而得到每一种情况下不同检验方法的检验功效；二是将不同情况下不同检验方法的检验功效进行总结，从而得到适用于“已知数据类型”和“未知数据类型”情况下的检验流程，并对该检验流程进行了实证检验，从而证明了该检验流程“减小单位根误判”的有效性。

但是本文仍然存在一些遗憾和不足：对于不同样本数量和相关系数 ρ 的情况，模拟得到了每种情况下最合适的检验方法，但是本文没有对这些检验方法进行理论的解释和一般化的推广，这是本文最为主要的遗憾。

8.4 研究展望

ADF 检验、PP 检验和 KPSS 检验方法均为单位根检验当中最常用的检验方法，但是在时间序列尤其是经济数据的时间序列上，由于缺乏对数据本身和检验方法的了解，常常忽略单位根检验方法的选择问题。

而本文利用蒙特卡罗模拟对三种检验方法的使用场景进行了细致的探究和分类，因此，在未来可以将其使用场景推广到更多的单位根检验方法甚至是其他的计量检验方法当中，建立检验方法的适用场景库，从而对不同数据进行检验时利用该场景库实现更加优化的检验方法选择。

参考文献

- [1]陈海燕. 面板数据模型的检验方法研究[D].天津大学,2010.
- [2]陈双金. 时间序列单位根检验方法比较[D].电子科技大学,2013.
- [3]邓伟,唐齐鸣.单位根相关过程:理论的发展与比较[J].经济学动态,2014(02):132-141.
- [4]房林,邹卫星.多种单位根检验法的比较研究[J].数量经济技术经济研究,2007(01):151-160.
- [5]郭刚正. 中度偏离单位根过程前沿理论的扩展与应用[D].华中科技大学,2019.
- [6]何云强. 单位根检验的影响因素及检验功效的探讨[D].兰州财经大学,2015.
- [7]侯建朝,杨美臣.中国省际煤炭价格是否存在趋同性?——基于非线性单位根检验的实证分析[J].价格月刊,2017(01):29-34.
- [8]胡俊娟,陈振龙,章迪平.局部平稳性未知条件下基于 ESTAR 模型的单位根检验[J].商业经济与管理,2015(09):89-96.
- [9]胡俊娟,王伟.带 GARCH 误差项非线性 ESTAR 模型的单位根检验[J].浙江科技学院学报,2018,30(01):8-15.
- [10]胡俊娟. 基于 STAR 模型单位根检验的研究[D].浙江工商大学,2017.
- [11]胡伟. 基于蒙特卡罗模拟实验的协整模型应用若干问题研究[D].北京邮电大学,2015.
- [12]金洳伊. 通货膨胀指数型衍生证券定价的蒙特卡罗模拟方法研究[D].浙江财经学院,2012.
- [13]李锐,宋烁.基于滚动窗口单位根检测的我国 A 股市场定价泡沫问题的研究[J].中山大学学报(社会科学版),2020,60(02):196-207.
- [14]刘田. 非线性趋势单位根检验研究[D].西南财经大学,2009.
- [15]刘田.ADF 与 PP 单位根检验法对非线性趋势平稳序列的伪检验[J].数量经济技术经济研究,2008(06):137-145.

- [16]刘雪燕. 门限模型及其在我国宏观经济研究中的应用[D].南开大学,2009.
- [17]刘志杰,谭小玉.中国 CPI 八大类子成分通胀持续性研究——基于傅里叶变换的 SURKSS 面板单位根检验[J].经济经纬,2016,33(05):126-131.
- [18]栾惠德.带有结构突变的单位根检验——文献综述[J].数量经济技术经济研究,2007(03):152-161.
- [19]吕光明.对数据平稳性检验方法的比较研究[J].财经问题研究,2004(06):77-80.
- [20]吕延方,陈磊.面板单位根检验方法及稳定性的探讨[J].数学的实践与认识,2010,40(21):49-61.
- [21]聂巧平.单位根检验统计量 $M\sim(GLS)$ 的有限样本性质与应用[J].数量经济技术经济研究,2007(04):103-114.
- [22]牛蒙南.基于非线性均值回复模型对四国购买力平价的实证检验[D].北京外国语大学,2017.
- [23]庞莹莹. ESTAR 模型的单位根检验及其实证分析[D].浙江工商大学,2018.
- [24]秦瑞兵,王文华.单位根原假设下的持久性变点检验[J/OL].山西大学学报(自然科学版):1-8[2020-04-08].<https://doi.org/10.13451/j.sxu.ns.2019106>.
- [25]司登奎,李小林,张仓耀.分位数单位根检验的拓展及其应用研究[J].统计研究,2017,34(05):102-117.
- [26]陶浪平.基于蒙特卡罗模拟的回购市场利率研究[J].武汉商学院学报,2019,33(05):53-56.
- [27]汪卢俊. LSTAR-GARCH 模型的单位根检验[J].统计研究, 2014, 31(07):85-91.
- [28]王琨.经济增长随机收敛性的非线性实证检验——以东亚经济共同体为例[J].嘉兴学院学报,2017,29(03):31-36.
- [29]王维国,杜重华,薛景.基于逻辑函数平滑转移模型和截面相关的非线性面板单位根检验[J].数量经济技术经济研究,2019,36(01):133-151.
- [30]万欣,王志瑞.多种单位根检验原理[J].西安文理学院学报(自然科学版),2012,15(01):56-58.
- [31]夏南新.单位根的 DF、ADF 检验与 PP 检验比较研究[J].数量经济技术经

济研究,2005(09):130-136.

[32]杨骞,刘华军.中国地区二氧化碳排放的随机收敛研究——基于两类碳排放指标的再检验[J].经济评论,2013(04):73-80.

[33]杨洋. 单位根和协整前沿理论的扩展与应用[D].华中科技大学,2017.

[34]杨子晖,柯烁佳,赵永亮.第二代面板单位根检验方法有限样本性质的比较研究[J].数量经济技术经济研究,2015,32(12):124-141.

[35]于寄语,向镜洁.LSTAR框架下一类针对单位根原假设的F检验[J].统计与信息论坛,2018,33(01):29-35.

[36]于丽妮.基于 matlab 的蒙特卡罗定积分的实现[J].辽宁大学学报(自然科学版),2012,39(02):157-159.

[37]张华节,黎实.面板数据单位根似然比检验研究[J].统计研究,2015,32(04):85-90.

[38]朱红增,童恒庆.基于蒙特卡罗分布式算法的单位根检验[J].统计与决策,2007(21):22-24.

[39]左秀霞. 单位根检验的理论及应用研究[D].华中科技大学,2012.

[40]左秀霞.带高次趋势项的 ADF 单位根检验[J].数量经济技术经济研究,2019,36(01):152-169.

[41]Caner, M., Hansen, B.E. Threshold autoregression with a unit root. *Econometrica*,2001,69(6): 1555-1596.

[42]Choi, C. Y., Moh, Y. K.. How useful are tests for unit-root in distinguishing unit-root processes from stationary but non-linear processes? *Econometrics Journal*,2007, 10(03): 82-112.

[43]Dauda Gbolagade Adebisi,Olusola Joel Oyeleke. Fiscal Deficit Episode in Nigeria: What Is the Percentage of Error Correction between Public Revenue and Expenditure?[J]. *Modern Economy*,2020,11(02).

[44]David A, Dickey, W.A. Fuller. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica*, 1981, 49:1057—1072

[45]Dickey, D.A and W.A.Fuller. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root.*Journal of the American Statistical*

Association, 1979, 74: 427-431

[46]Dickey, Hasza, Fuller .Testing for the unit roots in seasonal time serious. Journal of the American Statistical association, 1984, 79: 335—367

[47]Elliott, Graham, Thomas J Rothenberg, James H. Stock .Efficient Tests for an autoregressive unit root. Econometrica , 1996, 64

[48]Helleberg, Engle R.E, Grnager C.W.J, Yoo B.S. Seasonal integration and cointegration. Journal of Econometric, 1990, 44: 215—23 8

[49]I. Ibarra,J. J. Rodríguez Maroto,M. Alonso. Determination of the Mean Mobility and Estimation of the Mobility Distribution of Aerosols with a Concentric-Cylindrical Electrostatic Precipitator[J]. Aerosol Science and Engineering,2020,4(24).

[50]Kapetanios, G. , Shin, Y. ,Snell, A.. Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework. Journal of Econometrics, 2003, 112(2): 359-379.

[51]Kwiatkowski D, Phillips P.C.B, Schmidt P, Shin Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternatives of a unit root: how sure are we that economic time series have a unit roots?. Journal of Econometrics, 1992, 54: 169- 178

[52]Levin A, Liw C.F. Unit root tests in panel data, asymptotic and finite — sample propertie[J].UCSan Diego, Working Paper, 1992, 92-23

[53]Lieberman Offer,Phillips Peter C.B.. Hybrid stochastic local unit roots[J]. Journal of Econometrics,2020,215(1).

[54]Ng S, Perron P. Lag length selection and the const ruction of unit root tests with good size and power[J]. Econometrics, 2001, 69: 15 1 9— 1554

[55]OlaOluwa S. Yaya,Fumitaka Furuoka,Kiew Ling Pui,Ray Ikechukwu Jacob,Chinyere M. Ezeoke. Investigating Asian regional income convergence using Fourier Unit Root test with Break[J]. International Economics,2020,161.

[56]Pantula S.G, Farias G.G, Fuller W.A. A comparison of unit root test criteria[J].Journal of Business economics Statistics, 1994, 112: 449—459

[57]Perron P. The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis[I]. Econometrica, 57: 1361-1401

- [58]Perron P.Trends and random walks in macroeconomic time series.Journal of Economic Dynamics and Control, 1988, 12: 297-332
- [59]Perron, P., Zhu, X. K. Structural breaks with deterministic and stochastic trends.Journal of Econometrics, 2005,129(1-2): 65-119.
- [60]Perron, P.. Testing for a unit root in a time series with a changing mean. Journal of Business & Economic Statistics, 1990, 8(2): 153-162.
- [61]Perron, P.. The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis, Econometrica, 1989, 57(6): 1361-1401.
- [62]Phillips P.C.B. Perron P. Testing for a unit root in time series regression. Biometrika, 1988 Volume 75: 335—346
- [63]Phillips P.C.B. Time series regression with a Unit Root. Econometrica, 1987, 55: 277-30
- [64]Phillips, P.C. B., Sun, Y.,Jin, S.. Improved HAR inference using power kernels without truncation. Cowles Foundation Discussion Paper NO. 1513, 2005: 1-52.
- [65]Said S.E,Dickey D.A. Testing for unit roots in autoregressive — moving average models of unknown order. Biometrika, 1984,71 : 599—607.
- [66]Sargan J.D, Bhargava A. Testing residuals from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk[J].Econometrica, 1983,151:153 — 174.
- [67]Schmidt, Phillips P.C.B. Testing for a unit root in the presence of deterministic trends. Oxford Bulletin of Econometrics and Statistics, 1992, 154: 257 —288.
- [68]Schwert, G.W. Tests for unit roots: a monte carlo investigation [I]. Journal of Business and Economic Statistics, 1989, 7: 147—160
- [69]Suzanne McCoskey,Chihwa Kao. A residual-based test of the null of cointegration in panel data[J]. Econometric Reviews,1998,17(1).
- [70]Tanaka K. An asymptotic expansion associated with the maximum likelihood estimators in ARMA models[J].Journal of the Royal Statistical Society Series B,

1984, 146: 58—67

[71]Taylor, A.M.R. Regression based unit root tests with recursive mean adjustment for seasonal and non seasonal time series[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2002, 120: 269—281

[72]Veli Yilanci,Ugur Korkut Pata. Convergence of per capita ecological footprint among the ASEAN-5 countries: Evidence from a non-linear panel unit root test[J]. Ecological Indicators,2020,113.

[73]Zivot E, Andrews K. Further evidence on the great crash, the oil — price shock and the unit — root hypothesis.Journal of Business and Economic Statistics, 1992, 10: 251—270

[74]Zou Nan,Politis Dimitris N.. Bootstrap seasonal unit root test under periodic variation[J]. Econometrics and Statistics,2020(prepublish).

附录

情形一：

(1) 无截距项无时间项

```
tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+randn(1);
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)= adftest(z(i,1:20+k*5));
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10];
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\no\adf_one.xls')
Toc
```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

(2) 仅含截距项

```
tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+2+randn(1); %相对于 one,这里就是需要改动的地方，加 2
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','ARD','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\alpha\adf_two.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出文件名
```

```

clear all
clc
for alpha=4:2:6;%这里把之前的 k 该为现在的 alpha，表示截距项
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500;%这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+alpha+randn(1); %相对于上方的代码，此处变为 alpha
        end;
    end;
    eval(['z_alpha_',num2str(alpha),'=z']);
end

for alpha=4:2:6;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_alpha_',num2str(alpha)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',1);%这时候 hh 实际上代表的也是 alpha
的数据了，但是此处没有修改
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(alpha),'=hh']);
end;

for alpha=4:2:6;
    eval(['power_',num2str(alpha),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(alpha)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;
        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
    end;
    eval(['power_',num2str(alpha),'=bb']);
end;
POWER_ALPHA=[power_4;power_6]
writematrix(POWER_ALPHA,'D:\dataoutput\alpha\adf_two_ALPHA.xlsx')%相对于 one,改动程序
路径以及输出文件名
Toc

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

(3) 仅含时间项

```

tic
clear
clc

```

```

for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+j+randn(1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，这里就是需要改动
            的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

```

```

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97); %因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

```

```

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
for i=1:97;

    bb(1,i)=sum(hh(:,i));
    eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\beta\adf_three.xlsx') %相对于 one,改动程序路径以及输出
文件名

```

```

clear
clc
for beta=2:4;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+beta*j+randn(1); %相对于上方的代码，此处变为 alpha

```

```

        end;
        end;
        eval(['z_alpha_',num2str(alpha),'=z']);
end %此处需要去掉

for beta=2:4;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_beta_',num2str(beta)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0)
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(beta),'=hh']);
end;

for beta=2:4;
    eval(['power_',num2str(beta),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(beta)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(beta),'=bb']);
    end;
end;
POWER_Alpha=[power_4;power_6]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\beta\adf_three_beta.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及
输出文件名
toc

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

(4) 截距项和时间项均存在

```

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+j+2+randn(1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项),这里就是需要改
动的地方，加上时间项 j

```

```

        end;
        end;
        eval(['z_',num2str(k),'=z']);
    end

    for n=2:2:10;
        hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
        z=eval(['z_',num2str(n)]);
        for k=0:96;
            for i=1:15000;
                hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
            end;
        end;
        eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
    end;

    for n=2:2:10;
        eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
        hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
        bb=zeros(1,97);
        for i=1:97;

            bb(1,i)=sum(hh(:,i));
            eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
        end;
    end;

    POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
    writematrix(POWER,'D:\dataoutput\alpha.beta\adf_four.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及
    输出文件名
    toc

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可
情形二：

(1) 平方项

```

tic
clear
clc
for k=2:2:10
    z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+0.00005*k*j^2+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，
            这里就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
end;

```

```

        eval(['z_',num2str(k),'=z']);
    end

    for n=2:2:10;
        hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
        z=eval(['z_',num2str(n)]);
        for k=0:96;
            for i=1:15000;
                hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
            end;
        end;
        eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
    end;

    for n=2:2:10;
        eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
        hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
        bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\square\adf_sq.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出
文件名

tic
clear
clc
for k=2:2:10
    z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+0.0001*j^2+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，
            这里就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
    hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生

```

```

z=eval(['z_',num2str(n)]);
for k=0:96;
    for i=1:15000;
        hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
    end;
end;
eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
for i=1:97;

    bb(1,i)=sum(hh(:,i));
    eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput2\square\adf_sq.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出
文件名

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

(2) 开方项

```

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+0.5*k*j^0.5+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项),这
里就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;

```



```

        hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
    end;
end;
eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\radical\adf_rd.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出文件名

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+j^0.5+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，这里就需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

```

```

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
for i=1:97;

    bb(1,i)=sum(hh(:,i));
    eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput2\radical\adf_rd.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出
文件名

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

（3）对数项

```

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+3*k*log(j)+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，这里
            就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;

```

```

    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
for i=1:97;

    bb(1,i)=sum(hh(:,i));
    eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\log\adf_log.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出文件名

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+3*log(j)+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，这里
            就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
for i=1:97;

```

```

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput2\log\adf_log.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出文件名

```

上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数即可

(4) 指数项

```

tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.6*z(i,j-1)+0.1*k*1.01^j+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项),这里就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;

```

```

end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput\index\adf_index.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输出
文件名
tic
clear
clc
for k=2:2:10;
z=zeros(15000,500);
    for i=1:15000;
        for j=2:500; %这里 500 表示的是样本的数量，也就是 z 的个数
            z(i,j)=0.1*k*z(i,j-1)+0.2*1.01^j+2+normrnd(0,1); %相对于 adf_two(仅仅有截距项)，这
里就是需要改动的地方，加上时间项 j
        end;
    end;
    eval(['z_',num2str(k),'=z']);
end

for n=2:2:10;
hh=zeros(15000,97);%因为 20:5:500 有 97 个数据产生
z=eval(['z_',num2str(n)]);
    for k=0:96;
        for i=1:15000;
            hh(i,k+1)=adftest(z(i,1:20+k*5),'model','TS','lags',0);
        end;
    end;
    eval(['hh_',num2str(n),'=hh']);
end;

for n=2:2:10;
    eval(['power_',num2str(n),'=zeros(1,97)']);
    hh=eval(['hh_',num2str(n)]);
    bb=zeros(1,97);
    for i=1:97;

        bb(1,i)=sum(hh(:,i));
        eval(['power_',num2str(n),'=bb']);
    end;
end;
POWER=[power_2;power_4;power_6;power_8;power_10]
writematrix(POWER,'D:\dataoutput2\index\adf_index.xlsx')%相对于 one,改动程序路径以及输
出文件名
上为 ADF 检验的 MATLAB 程序，对于 PP 检验和 KPSS 检验，只需要改变检验函数

```

致谢

我在西南财经大学度过非常重要且有意义的四年时光,这期间我系统的学习了数学和金融学的知识,在这个过程中我也逐渐成长,学到了很多做人、做事和做学问的道理。

感谢我的学院——西南财经大学经济数学学院,在这里我感受到了老师的认真负责、同学的关爱和友善。尤其感谢我的论文指导老师——林谦老师,从开题报告到论文写作中的修改、论文结构的改善、文献的查找以及最终的成稿,林谦师认真负责进行指导,为我提出了很多方向性的重要建议。无论是做学问还是做人,樊老师都是我的榜样和学习的对象。

另外,要感谢我所有的同学和室友,无论是从前还是以后,我相信我们都会是互相永远的朋友和伙伴。最后衷心感谢各位在百忙之中为我们进行审阅和答辩评审的专家、教授,希望你们的工作顺利、生活愉快。

施成祝

2020 年 4 月于西南财经大学

