1.

图中 Z_1 为 R_1 与 C_1 并联，两端电压为 $\dot{U}_3$，Z_2 为 R_2 与 C_2 并联

由 $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{U}_3$，知

$$H(jw) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (分压)$$

代入 $Z_1 = R_1 // \frac{1}{jwC_1} = \frac{R_1}{1+jwR_1C_1}$，$Z_2 = R_2 // \frac{1}{jwC_2} = \frac{R_2}{1+jwR_2C_2}$ 得

$$H(jw) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_2(1+jwR_1C_1)}{R_1(1+jwR_2C_2)+R_2(1+jwR_1C_1)}$$

当 $R_1C_1 = R_2C_2$ 时，上下约分得

$$H(jw) = \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

此时网络函数与频率无关。

2. 由 $\Delta w = \frac{w_0}{Q}$，$w_0 = 10^3 \, rad/s$，$\Delta w = 100 \, rad/s$ 知 $Q = 10$

由题知 谐振时电阻 $R = 10^3 \Omega$，那么 $G = \frac{1}{R} = 10^{-3} S$

解 方程组

$$\begin{cases} Q = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}} = 10 \\ w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^3 \end{cases}$$

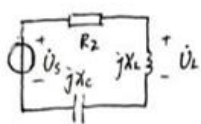得 $\begin{cases} L = 0.1 \, H \\ C = 10^{-5} F = 10 \, \mu F \end{cases}$

3. 此时电路处于谐振状态，电感电容并联部分相当于短路，相当于 R_1 与 R_2 并联

$$R_1 // R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{U_1}{I_s} = 50\Omega$$

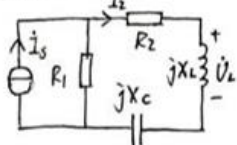代入 $R_1 = 100\Omega$ 得 $R_2 = 100\Omega$.

求 U_L 方法如下：

方法一： 根据置换定理，可将电流源与 R_1 并联部分置换为 $50V$ 电压源，如图：

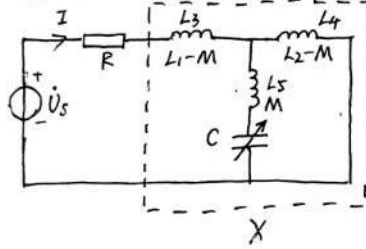等效后的 RLC 串联电路 的品质因数 $Q = \frac{|X_C|}{R_2} = 1$

那么 $U_L = U_C = Q U_S = 50V$

方法二：

R_1, R_2 并联分流 $\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_s = 0.5A$

$U_L = U_C = I_2 |X_C| = 50V$

4. 消去互感后的等效电路如下图，其中 $L_3 = L_1 - M$，$L_4 = L_2 - M$，$L_5 = M$.

求 I 的最小值：

当 L_4 与 L_5、C 发生并联谐振时，并联部分相当于开路

此时 I 为最小，$I_{min} = 0$

并联导纳 $Y = \dfrac{1}{jw(L_2 - M)} + \dfrac{1}{jwM + \dfrac{1}{jwC}} = 0$

解得 $C = \dfrac{1}{w^2 L_2} = 10^{-5} F$

求 I 的最大值：

当整个电路发生串联谐振时，虚线框内部分电抗 X=0，整个电路 阻抗模最小，I 最大

$I_{max} = \dfrac{U_S}{R} = 10 A$

$X = jw(L_1 - M) + \dfrac{jw(L_2 - M)\left(jwM + \dfrac{1}{jwC}\right)}{jw(L_2 - M) + jwM + \dfrac{1}{jwC}} = 0$，解得 $C = \dfrac{2}{w^2(L_2 + M)} = 12.5 \times 10^{-6} F$