

Dạng: Chứng minh vuông góc

- Bài 18.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là hình tam giác vuông tại A và có $SA \perp (ABC)$. Chứng minh rằng $AC \perp SB$.
- Bài 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và SA vuông góc với đáy. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD .
- (1) Chứng minh rằng $CD \perp (SAD), BD \perp (SAC)$.
 - (2) Chứng minh $SC \perp HK$.
 - (3) Chứng minh rằng $HK \perp AI$.
- Bài 20.** Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$.
- (1) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.
 - (2) Gọi AH và AK là đường cao của $\triangle SAB, \triangle SAC$. Chứng minh $SC \perp (AHK)$.
 - (3) HK cắt tia CB tại I . Chứng minh: $\triangle AIC$ vuông.
- Bài 21.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A, SB \perp (ABC)$.
- (1) Chứng minh rằng $\triangle SAC$ vuông.
 - (2) Gọi BH và BK lần lượt là đường cao của $\triangle SAB, \triangle SBC$. Chứng minh rằng $\triangle BHK$ vuông.
- Bài 22.** Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông tại B . Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $AM \perp SB$ tại M , trên SC lấy N sao cho $MN \parallel BC$. Chứng minh rằng:
- (1) $AM \perp (SBC)$
 - (2) $SB \perp AN$
- Bài 23.** Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và BCD là hai tam giác cân có chung đáy. Gọi I là trung điểm của cạnh BC .
- (1) Chứng minh: $BC \perp (ADI)$.
 - (2) Gọi AH là đường cao trong $\triangle ADI$. Chứng minh $AH \perp (BCD)$.
- Bài 24.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, SA \perp (ABC)$. Lấy D đối xứng với B qua trung điểm O của AC . Chứng minh $CD \perp (SAC)$.
- Bài 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 2AB, SA \perp (ABCD)$.
- (1) Gọi AH, AK lần lượt là các đường cao của $\triangle SAB, \triangle SAD$. Chứng minh $SC \perp HK$.
 - (2) Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BC . Kẻ $AI \perp SM$ tại I . Chứng minh $SN \perp HI$.
- Bài 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau.

(1) Chứng minh: $SO \perp (ABCD)$.

(2) Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh: $BC \perp (SOM)$.

(3) Gọi H là hình chiếu của O trên SM . Chứng minh: $OH \perp (SBC)$.

(4) Chứng minh: $SC \perp BD$.

(5) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB, SD . Chứng minh: $SC \perp IK$.

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, CD .

(1) Chứng minh $SA = SB = SC = SD$

(2) Chứng minh $MN \perp SP$

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Cho $AB = 2a; AD = DC = a$ và $SA \perp (ABCD)$.

(1) Chứng minh: SCD và SBC là các tam giác vuông.

(2) Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và SB . Chứng minh $DCMN$ là hình chữ nhật.

Bài 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $SM \perp (ABCD)$ với M là trung điểm của AD .

(1) Chứng minh: các tam giác SAB và SCD vuông

(2) Gọi N là trung điểm của CD . Chứng minh $AN \perp (SMB)$.

Bài 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA = a$. Hình chiếu của S trên $(ABCD)$ là H nằm trên cạnh AC và $AH = \frac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC . Chứng minh M là trung điểm của SA .

Bài 31. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều, $SB = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD, CD .

(1) Chứng minh $SH \perp (ABCD)$

(2) Chứng minh $BD \perp SK$

Bài 32. Cho tứ diện $OABC$, có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (ABC) . Chứng minh:

(1) $OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$.

(2) $BC \perp (OAH)$

(3) H là trực tâm tam giác ABC .

(4) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

Bài 33. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều, tam giác SDC vuông cân đỉnh S . Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD

(1) Tính các cạnh của tam giác SIJ , chứng minh $SI \perp (SCD), SJ \perp (SAB)$.

(2) Gọi H là hình chiếu của S trên IJ . Chứng minh $SH \perp AC$.

(3) Gọi M là điểm thuộc đường thẳng DC , sao cho $BM \perp SA$. Tính AM ?

Bài 34. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$, mặt bên SBC vuông tại B , SCD vuông tại D có $SD = a\sqrt{5}$.

(1) Chứng minh $SA \perp (ABCD)$ và tính SA .

(2) Đường thẳng qua A vuông góc với AC , cắt CB, CD tại I, J . Gọi H là hình chiếu của A trên SC , K và L là giao điểm của SB, SD với (HIJ) . Chứng minh $AK \perp (SBC)$ và $AL \perp (SCD)$.

(3) Tính diện tích tứ giác $AKHL$.

Bài 35. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có AA' vuông góc với đáy, tam giác ABC đều cạnh a và $CC' = a$.

(1) Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh $AI \perp BC'$.

(2) Gọi M là trung điểm của BB' . Chứng minh $AM \perp BC'$.

(3) Lấy điểm N thuộc $A'B'$ sao cho $NB' = \frac{a}{4}$ và gọi J là trung điểm của $B'C'$. Chứng minh $AM \perp (MNJ)$.