

Tổng quan đề thi:

Bảng	Tên tệp chương trình	Tên tệp dữ liệu vào	Tên tệp kết quả
Bài 1. Câu lạc bộ Tin học	CLB.*	CLB.INP	CLB.OUT
Bài 2. Siêu thị 0 đồng	SIEUTHI.*	SIEUTHI.INP	SIEUTHI.OUT
Bài 3. Xe buýt phục vụ SeaGames	XEBUYT.*	XEBUYT.INP	XEBUYT.OUT

Ghi chú : Kí tự * là phần mở rộng của tệp chương trình tùy theo ngôn ngữ lập trình (ngôn ngữ Pascal là .pas, ngôn ngữ C++ là .cpp). Thời gian thực hiện chương trình không quá 01 giây.

Bài 1: (7,0 điểm) CÂU LẠC BỘ TIN HỌC

Một trường Trung học phổ thông thành lập câu lạc bộ Tin học gồm một Chủ nhiệm và n thành viên, trong đó thành viên thứ i có mã số là a_i ($i = 1, 2, \dots, n$), các mã số đôi một khác nhau. Mỗi tháng câu lạc bộ cho phép kết nạp thêm thành viên mới và cũng cho phép thành viên cũ ra khỏi câu lạc bộ nếu có nguyện vọng. Khi một thành viên ra khỏi câu lạc bộ, mã số của thành viên đó được thu hồi để cấp cho thành viên mới. Khi kết nạp thành viên mới, Chủ nhiệm câu lạc bộ cấp cho thành viên này một mã số là mã số nhỏ nhất chưa được cấp cho thành viên nào đang hoạt động trong câu lạc bộ.

Yêu cầu: Hãy tìm mã số nhỏ nhất chưa được cấp cho thành viên nào đang hoạt động trong câu lạc bộ.

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản CLB.INP gồm hai dòng:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n với a_i là mã số đã cấp cho thành viên thứ i ($1 \leq a_i \leq 10^6; i = 1 \dots n$).

Kết quả: Ghi vào tệp văn bản CLB.OUT gồm một dòng là mã số nhỏ nhất tìm được.

Ví dụ:

CLB.INP	CLB.OUT
7 7 1 3 8 4 5 6	2

Ràng buộc:

- Có 70% số test ứng với 70% số điểm có giá trị $n \leq 10^3$.
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm có giá trị $n \leq 10^5$.

Bài 2: (6,0 điểm) SIÊU THỊ 0 ĐỒNG

Siêu thị phục vụ các mặt hàng thực phẩm thiết yếu cho những người có hoàn cảnh kinh tế khó khăn, với khối lượng cho mỗi người không vượt quá m kg thì không phải trả tiền. Trong siêu thị có n mặt hàng (mỗi mặt hàng có số lượng không hạn chế), mặt hàng thứ i có khối lượng w_i kg và có giá trị v_i đồng. Ông Năm đi siêu thị dự định chọn một hoặc một số mặt hàng sao cho tổng khối lượng không vượt quá m kg để được hưởng chính sách miễn phí của siêu thị. Tuy nhiên, vì có nhiều cách lựa chọn khác nhau nên ông Năm đang phân vân không biết chọn như thế nào để tổng giá trị các mặt hàng được chọn là lớn nhất nhưng vẫn đảm bảo tổng khối lượng không vượt quá m kg.

Yêu cầu: Hãy lập trình giúp ông Năm tìm một phương án lựa chọn các mặt hàng để có tổng giá trị lớn nhất và tổng khối lượng không vượt quá m kg.

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản SIEUTHI.INP gồm :

- Dòng thứ nhất chứa hai số nguyên n, m ($1 \leq n \leq 1000, 1 < m \leq 10^5$).
- Tiếp theo là n dòng, dòng thứ i chứa hai số nguyên w_i và v_i là khối lượng và giá trị của mặt hàng thứ i ($1 \leq i \leq n, 1 \leq w_i, v_i \leq 10^5$).

Kết quả: Ghi vào tệp văn bản SIEUTHI.OUT gồm một dòng ghi một số nguyên là tổng giá trị các mặt hàng đã chọn.

Ví dụ:

SIEUTHI.INP	SIEUTHI.OUT
4 10	108
5 4	
1 9	
8 90	
2 16	

Giải thích: Ông Năm chọn mặt hàng thứ hai với số lượng là 2 và mặt hàng thứ ba với số lượng là 1. Tổng khối lượng = $2 \times 1 + 1 \times 8 = 10$, tổng giá trị = $2 \times 9 + 1 \times 90 = 108$.

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có giá trị $n = 2, m \leq 10^3$.
- Có 60% số test ứng với 60% số điểm có giá trị $1 < n, m \leq 10^3$.
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có giá trị $1 < n \leq 10^3, 10^3 < m \leq 10^5$.

Bài 3: (7,0 điểm) XE BUÝT PHỤC VỤ SEAGAMES

Để phục vụ cho SeaGames, nước chủ nhà đã chuẩn bị rất chu đáo về mọi mặt, đặc biệt là phương tiện giao thông cho các vận động viên và khán giả. Các hoạt động của SeaGames được tổ chức ở n địa điểm được đánh số từ 1 đến n . Nước chủ nhà đã xây dựng n tuyến xe buýt đi lại giữa một số địa điểm tổ chức SeaGames, giữa hai địa điểm có không quá một tuyến xe buýt kết nối trực tiếp giữa chúng, các tuyến xe buýt đều là tuyến đi hai chiều. Các trạm dừng xe buýt đều được đặt ở các địa điểm tổ chức SeaGames. Vì điều kiện không cho phép nên có thể có một số địa điểm không có tuyến xe buýt đi qua, vì thế giữa một số địa điểm không thể đi lại bằng xe buýt.

Yêu cầu: Cho trước hai địa điểm A và B, hãy kiểm tra xem từ địa điểm A có thể đi đến được địa điểm B bằng xe buýt hay không? Nếu đi được thì nên đi theo tuyến như thế nào để số lần dừng ở các trạm xe buýt trung gian là ít nhất (không tính trạm xuất phát và trạm kết thúc).

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản XEBUYT.INP gồm:

- Dòng thứ nhất ghi ba số nguyên n, A, B ($3 \leq n \leq 10^5; 1 \leq A, B \leq n, A \neq B$)
- Tiếp theo là n dòng, mỗi dòng ghi hai số nguyên x và y , cho biết có tuyến xe buýt nối trực tiếp từ địa điểm x đến địa điểm y ($1 \leq x, y \leq n, x \neq y$)

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản XEBUYT.OUT gồm một dòng ghi một số nguyên là số lần dừng lại ít nhất ở các trạm xe buýt trung gian, nếu không thể đi được thì ghi số -1.

Ví dụ:

XEBUYT.INP	XEBUYT.OUT	Giải thích
7 2 3	2	2->7->1->3
1 3		Hoặc
1 6		2->7->6->3
2 7		
3 6		
4 7		
6 7		
1 7		

Ràng buộc:

- Có 70% số test ứng với 70% số điểm của bài có $3 \leq n \leq 10^3$.
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $10^3 < n \leq 10^5$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1) Bài làm được chấm theo từng bộ test. Thời gian thực hiện chương trình cho mỗi bộ test không quá 01 giây. Giám khảo không được sửa bất kỳ nội dung nào trong bài làm thí sinh.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Bài 1: (7,0 điểm) CÂU LẠC BỘ TIN HỌC

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,7 điểm

TEST	CLB.INP	CLB.OUT	Điểm
1	15 8 5 12 1 4 10 7 2 13 9 15 3 19 16 17	6	0,7
2	30 3 25 2 13 9 7 30 18 15 22 11 21 1 27 5 20 28 4 16 23 17 14 10 8 24 19 26 6 29 12	31	0,7
3	100	31	0,7
4	250	104	0,7
5	500	128	0,7
6	800	402	0,7
7	1000	167	0,7
8	30000	5750	0,7
9	50000	15985	0,7
10	100000	34485	0,7

Bài 2: (6,0 điểm) SIÊU THỊ 0 ĐỒNG

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,6 điểm

TEST	SIEUTHI.INP	SIEUTHI.OUT	Điểm
1	2 70	59	0,6
2	2 100	136	0,6
3	20 100	450	0,6
4	50 500	5000	0,6
5	100 1000	36000	0,6
6	400 1000	66250	0,6
7	600 1000	142250	0,6
8	1000 1000	474267	0,6
9	900 90011	11948577	0,6
10	1000 100000	49900000	0,6

Bài 3: (7,0 điểm) XE BUÝT PHỤC VỤ SEAGAMES

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,7 điểm

TEST	XEBUYT.INP	XEBUYT.OUT	Điểm
1	9 2 9	1	0,7
2	50 1 20	3	0,7
3	100 20 50	10	0,7
4	200 140 25	0	0,7
5	500 1 150	11	0,7
6	800 1 700	690	0,7
7	1000 10 807	7	0,7
8	10000 100 1000	8	0,7
9	100000 100 1000	4	0,7
10	100000 1 99999	99899	0,7

HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN**Bài 1: (7,0 điểm) CÂU LẠC BỘ TIN HỌC**

- Thuật toán 1: Sắp xếp dãy số a theo thứ tự tăng dần, sau đó tìm vị trí i đầu tiên thỏa điều kiện $a_i \neq i$, khi đó giá trị i là số cần tìm. Lưu ý trường hợp khi không tìm thấy thì số cần tìm là $n+1$.
 - Subtask 1: Nếu sắp xếp bằng các phương pháp có độ phức tạp $O(n^2)$ như phương pháp chọn, phương pháp nổi bọt, ...
 - Subtask 2: Dùng phương pháp sắp xếp nha QuickSort có độ phức tạp $O(n \log n)$.
- Thuật toán 2: Áp dụng phương pháp đánh dấu, sử dụng mảng có n phần tử (hoặc mảng có 10^6 phần tử). Khi đọc giá trị a_i thì đánh dấu vị trí a_i trong mảng đánh dấu. Vị trí đầu tiên chưa đánh dấu là số cần tìm. Độ phức tạp $O(n)$.

Bài 2: (6,0 điểm) SIÊU THỊ 0 ĐỒNG

- Subtask 1: Gọi x là số lượng mặt hàng thứ nhất và y là số lượng mặt hàng thứ hai được chọn, khi đó ta có:

- Điều kiện: $x \cdot w_1 + y \cdot w_2 \leq m$, suy ra $0 \leq x \leq m/w_1$ và $0 \leq y \leq m/w_2$

- Tổng giá trị: $x \cdot v_1 + y \cdot v_2$

Cần tìm hai số x, y thỏa mãn điều kiện và có tổng giá trị lớn nhất. Dùng 2 vòng lặp tìm x, y .

Độ phức tạp $O(m)$.

- Subtask 2: Đây là bài toán cái túi với số lượng không giới hạn. Áp dụng thuật toán quy hoạch động:

Gọi $F[i][j]$ là giá trị tối ưu khi xét đến vật thứ i và khối lượng j , ta có :

$$F[i][j] = F[i-1][j] \text{ nếu } j < w[i];$$

$$F[i][j] = \max(F[i-1][j], F[i][j-k \cdot w[i]] + k \cdot v[i]) \quad (k=1..j/w[i])$$

Độ phức tạp $O(n \cdot m^2)$.

- Subtask 3: Cải tiến Subtask 2

Gọi $F[i]$ là giá trị tối ưu khi xét đến khối lượng i . Lần lượt xét các vật thứ j :

$$F[i] = \max(F[i-1], F[i]) \text{ nếu } i < w[j]$$

$$F[i] = \max(F[i], F[i-w[j]] + v[j]) \text{ nếu } i \geq w[j]$$

Độ phức tạp $O(n.m)$.

Bài 3: (7,0 điểm) XE BUÝT PHỤC VỤ SEAGAMES

Xây dựng đồ thị có n đỉnh. Áp dụng thuật toán BFS để tìm đường đi ngắn nhất từ A đến B.

- Subtask 1: Biểu diễn đồ thị bằng ma trận kề. Độ phức tạp $O(n^2)$.
- Subtask 2: Biểu diễn đồ thị bằng danh sách kề. Độ phức tạp $O(n)$.

--- HẾT ---

