Homework4

Name:李明伟 ID:3190106234

P4-1:

a)

容易见得，N匝线圈在磁场中总的磁通量满足：

$$\Phi(\theta)=NabB\cos(\theta)$$

有$\theta=\omega t=2\pi ft$

$$\Phi(t)=NabB\cos(2\pi ft)$$

因而由法拉第电磁感应定律得到：

$$\mathscr{E}=-\frac{\partial\Phi}{\partial t}=2\pi fNabB\sin(2\pi ft)=\mathscr{E}_0\sin(2\pi ft)$$

其中$\mathscr{E}_0=2\pi fNabB$

b)

$$Nab=\frac{\mathscr{E}_0}{2\pi fB}=\frac{150}{2\pi\cdot 60.0\cdot 0.500}m^2=0.80m^2$$

P4-2:

a)

由对称性容易知道，在线圈上面部分的磁通量正反相互抵消，只有线圈下方$2a-b$长度的距离磁通量不为0

$$\Phi(t)=\int_{b-a}^{a}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i(t)}{r}dr=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{a}{b-a}i(t)=\frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi}\ln 4\cdot(4.50t^2-10.0t)T\cdot m^2$$

因而

$$\mathscr{E}(t)=-\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t}=4\ln 2(9t-10)\times10^{-7}V$$

代入$t=3.0s$容易得到

$$\mathscr{E}(3.0)=4.7\times10^{-6}V$$

b)

根据右手螺旋定则不难判断$t=3.0s$时刻磁通量的方向垂直纸面向里且在增大，因而产生的感应电动势的方向应该为逆时针方向。

P4-3

a)

$$S=L(s_0+vt)$$

$$\Phi(t)=\int_a^{a+L}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\cdot L(s_0+vt)dr=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}(s_0+vt)$$

$$\mathscr{E}=-\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t}=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}v=$$

b)

$$i=\mathscr{E}/R=\frac{\mu_0 IL}{2\pi R}\ln\frac{a+L}{a}v=$$

方向沿顺时针方向

c)

$$P_{thermal}=i^2R=$$

d)

$$F=\int_a^{a+L}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\cdot i\cdot dr=\frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}$$

e)

$$P=Fv=\frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}v$$

P4-4

P4-5

a)

由安培环路定理知道：

$$\mathscr{E} = iR + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{\mathscr{E} - iR}{L}dt = di$$

$$\Rightarrow \frac{L}{\mathscr{E} - iR}di = dt \Rightarrow \frac{L/R}{\mathscr{E}/R - i}di = dt$$

因而有

$$t = \frac{L}{R}\ln\frac{\mathscr{E}/R}{\mathscr{E}/R - i}$$

$$\frac{\mathscr{E}/R}{\mathscr{E}/R - i} = e^{\frac{R}{L}t} \Rightarrow i = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

所以由电池传送的能量

$$E_{battery} = q\mathscr{E} = \mathscr{E}\int_0^t \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})dt =$$

b)

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2 =$$

c)

$$Q = \int_0^t i_{(t)}^2 r dt =$$

其实上面的能量也可以由能量守恒式得到