

## 第三周 作业

### 3.证明几何中心对称系数

坐标对应关系是：

$$\begin{aligned} \text{srcX} &= (\text{dstX}) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \\ \text{srcY} &= (\text{dstY}) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right) \end{aligned}$$

dstX是目标图像中每一个点的横坐标（在第几个像素上），比如目标图像的像素大小是700\*700，那么dstX取值是0~699

srcX是将目标图像缩放到原始图像大小后，在原始图像上的虚拟横坐标位置，不一定是整数，是虚拟值。

dstWidth和srcWidth分别是目标图像和原始图像的横向像素个数（宽度）。

假设默认情况下，已缩放的目标图像的左上角坐标(0,0)和原始图像的左上角坐标(0,0)的重合的。

原始图像的右下角坐标是(srcWidth - 1, srcHeight - 1)

已缩放的目标图像的右下角坐标是 $((\text{dstWidth} - 1) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right), (\text{dstHeight} - 1) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right))$

（目标图像的右下角坐标是通过坐标对应关系计算出来的将目标图像缩放到原始图像大小后，在原始图像上的虚拟目标图像的坐标。）

原始图像几何中心是 $(\frac{\text{srcWidth}-1}{2}, \frac{\text{srcHeight}-1}{2})$

已缩放的目标图像几何中心是 $(\frac{(\text{dstWidth}-1) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right)}{2}, \frac{(\text{dstHeight}-1) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right)}{2})$

假设已缩放的目标图像水平和垂直方向分别向右平移A和向下平移B以后，已缩放的目标图像和原始图像的几何中心重合了

$$\begin{cases} \frac{(\text{dstWidth} - 1) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right)}{2} + A = \frac{\text{srcWidth} - 1}{2} \\ \frac{(\text{dstHeight} - 1) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right)}{2} + B = \frac{\text{srcHeight} - 1}{2} \end{cases}$$

可得

$$\begin{cases} A = \frac{\text{srcWidth} - \text{dstWidth}}{2 * \text{dstWidth}} \\ B = \frac{\text{srcHeight} - \text{dstHeight}}{2 * \text{dstHeight}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\text{srcWidth} - 1}{2} - \frac{(\text{dstWidth} - 1) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right)}{2} \\ A &= \frac{\text{srcWidth} - 1 - (\text{dstWidth} - 1) * \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}}}{2} \\ A &= \frac{-1 - (-1) * \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}}}{2} \\ A &= \frac{\text{srcWidth} - \text{dstWidth}}{2 * \text{dstWidth}} \end{aligned}$$

此时因为已缩放的目标图像（坐标对应关系式中的srcX和srcY）向右平移了A，向下平移了B，此时的坐标对应关系变成了

$$\begin{cases} \text{srcX} - A = (\text{dstX}) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \\ \text{srcY} - B = (\text{dstY}) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right) \end{cases}$$

带入A和B可得

$$\begin{cases} \text{srcX} - \frac{\text{srcWidth} - \text{dstWidth}}{2 * \text{dstWidth}} = (\text{dstX}) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \\ \text{srcY} - \frac{\text{srcHeight} - \text{dstHeight}}{2 * \text{dstHeight}} = (\text{dstY}) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right) \end{cases}$$

化简后可得：

$$\begin{cases} \text{srcX} + 0.5 = (\text{dstX} + 0.5) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \\ \text{srcY} + 0.5 = (\text{dstY} + 0.5) * \left( \frac{\text{srcHeight}}{\text{dstHeight}} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{srcX} - \frac{\text{srcWidth} - \text{dstWidth}}{2 * \text{dstWidth}} &= (\text{dstX}) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \\ \text{srcX} + 0.5 &= (\text{dstX}) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) + \frac{\text{srcWidth}}{2 * \text{dstWidth}} \\ \text{srcX} + 0.5 &= (\text{dstX} + 0.5) * \left( \frac{\text{srcWidth}}{\text{dstWidth}} \right) \end{aligned}$$