兰州理工大学____年___季学期《线性代数》参考答案与评分标准

答案共 **1** 张第 **1** 张

院(系)______ 专业班级______ 学号______ 姓名______

装……订……线

一、 单项选择题

1. A　2. C　3. C　4. C　5. B

二、 填空题

1. 0　2. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$　3. 4　4. $10^n a$　5. -3

三、$\begin{vmatrix}a & b & c\\ b & c & a\\ c & a & b\end{vmatrix}=3abc-a^3-b^3-c^3$.------------10 分

四、$AX=2X+A \Rightarrow X=(A-2E)^{-1}A$----------------3 分

$X=(A-2E)^{-1}A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}0 & 3 & 3\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$---------------5 分

$=\begin{pmatrix}0 & 3 & 3\\ -1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$-------------------2 分

五、设存在一组数k_1,k_2,k_3,k_4,使得$k_1\beta_1+k_2\beta_2+k_3\beta_3+k_4\beta_4=0$,------2 分

则$(k_1+k_3+k_3+k_4)\alpha_1+(k_2+k_3+k_4)\alpha_2+(k_3+k_4)\alpha_3+k_4\alpha_4=0$,------3 分

因为向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关，

所以$\begin{cases}k_1+k_2+k_3+k_4=0\\ k_2+k_3+k_4=0\\ k_3+k_4=0\\ k_4=0\end{cases} \Rightarrow k_1=k_2=k_3=k_4=0$，------4 分

故向量组$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$线性无关.------1 分

六、$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 1\\ 3 & 0 & -3 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$---------3 分

$\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & -1 & 1\\ 3 & 0 & -3 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 0 & -3 & -3 & -1\\ 0 & -6 & -6 & -2\\ 0 & -1 & -1 & 0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & \\ 0 & -1 & -1 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$---------4 分

秩为 3，极大线性无关组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4(\alpha_1,\alpha_3,\alpha_4)$.---------3 分

七、$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$---------2 分

$\rightarrow\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -3 & -1 & 2 & 0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1\end{pmatrix}$

$\rightarrow\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 0 & -2 & -2\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 3\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$

---------5 分

$\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix}=c_1\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\\ -1\\ 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -1\\ 3\\ 0\end{pmatrix}$.---------------3 分

八、$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix}\lambda & 0 & -1\\ 0 & \lambda-1 & 0\\ -1 & 0 & \lambda\end{vmatrix}$------------3 分

$=(\lambda+1)(\lambda-1)^2$

特征值$\lambda_1=-1,\lambda_2=\lambda_3=1$,---------------2 分

对应的特征向量为$k_1\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix},k_2\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$，其中$k_1\neq 0$, k_2,k_3不同时为零.-----5 分