

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分	
----	--

一、单项选择题(每小题 2 分，共 14 分)

- () 1、下列说法中错误的是
- (A) 若数列 $\{x_n\}$ 有界，则数列 $\{x_n\}$ 必收敛；
- (B) 若数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a ，则它的任一子列也收敛于 a ；
- (C) 若数列 $\{x_n\}$ 收敛，则数列 $\{x_n\}$ 必有界；
- (D) 数列 $\{x_n\}$ 不能收敛于两个不同的数值.
- () 2、下列极限中正确的是
- (A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ ；
- (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ ；
- (C) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{x}} = e$ ；
- (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+\frac{2}{n})^n = e$.
- () 3、若 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = k_1$ ， $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = k_2$ ，其中 k_1, k_2 为确定的常数，则点 $x = a$ 不可能是 $f(x)$ 的
- (A) 可去间断点；
- (B) 连续点；
- (C) 跳跃间断点；
- (D) 无穷间断点.
- () 4、设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h} =$
- (A) $f'(x_0)$ ；
- (B) $-f'(x_0)$ ；
- (C) $2f'(x_0)$ ；
- (D) $-2f'(x_0)$.
- () 5、设 $f'(x) = (x-1)(2x+1)$ ， $x \in (-\infty, +\infty)$ ，则在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内， $f(x)$ 单调
- (A) 减少，曲线 $y = f(x)$ 为凸的；
- (B) 增加，曲线 $y = f(x)$ 为凸的；
- (C) 减少，曲线 $y = f(x)$ 为凹的；
- (D) 增加，曲线 $y = f(x)$ 为凹的.

() 6、设函数 $f(x)$ 可导，且 $F'(x) = f(x)$ ，则下列说法正确的是

- (A) $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x) + C$ ；
- (B) $\int dF(x) = F(x)$ ；
- (C) $\int f'(x)dx = f(x) + C$ ；
- (D) $d\left[\int f(x)dx\right] = f(x)$.

() 7、下列反常积分收敛的是

- (A) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ ；
- (B) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$ ；
- (C) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ ；
- (D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$.

得分	
----	--

二、填空题(每小题 3 分，共 18 分)

- 1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x^3) \tan x}{1 - \cos x^2} =$ _____；
- 2、设 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ，则 $dy =$ _____；
- 3、函数 $f(x) = \int_0^x (2t-1)dt$ 的极小值为_____；
- 4、曲线 $y = \cos 2x$ 在 $x = 0$ 处的曲率为_____；
- 5、设函数 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{-x^2} ，则 $\int xf'(x)dx =$ _____；
- 6、摆线 $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ 一拱 $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$ 的弧长为_____.

得分	
----	--

三、计算题(每小题 6 分，共 42 分)

- 1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \arctan t dt}{x^4}$.

2、讨论函数 $f(x)=\begin{cases} e^{2x} & x\geq 0 \\ 2x+1 & x<0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性和可导性.

5、求不定积分 $\int x\cos\frac{x}{2}dx$.

3、设 $\begin{cases} x=f'(t) \\ y=tf'(t)-f(t) \end{cases}$ ，其中 $f(t)$ 具有连续的二阶导函数，且 $f''(t)\neq 0$ ，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

6、设函数 $f(x)=\begin{cases} xe^{-x^2}dx & x\geq 0 \\ \frac{1}{1+\cos x} & -1<x<0 \end{cases}$ ，求 $\int_1^4 f(x-2)dx$.

4、求由方程 $x^3+y^3-\sin 3x+6y=0$ 所确定的隐函数 $y=y(x)$ 的导数 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$ 和 $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0}$.

7、求极限 $\lim_{n\rightarrow\infty}(\frac{1}{n}\cos\frac{1}{n}+\frac{2}{n}\cos\frac{2}{n}+\cdots+\frac{n-1}{n}\cos\frac{n-1}{n}+\frac{n}{n}\cos\frac{n}{n})\sin\frac{\pi}{n}$.

姓名
学号
订
装
院（系）

得分	
----	--

四、应用题(每小题 7 分，共 14 分)

- 1、设平面图形 A 是由曲线 $y = \sqrt{x}$ ， $x = 4$ 及 x 轴所围成的
- (1) 求平面图形 A 的面积；
 - (2) 求平面图形 A 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.

- 2、在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 内作一内接矩形，问其长，宽各为多少时，矩形面积最大？
- 此时最大面积等于多少？

得分	
----	--

五、证明题(每小题 6 分，共 12 分)

- 1、证明：当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时， $\sin x + \tan x > 2x$.

- 2、设奇函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上具有二阶导数，且 $f(1) = 1$ ，
- 证明：(1) 存在 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f'(\xi) = 1$ ；
- (2) 存在 $\eta \in (-1,1)$ ，使得 $f''(\eta) + f'(\eta) = 1$.

姓名 _____
学号 _____
订 _____
装 _____
专业班级 _____
院 (系) _____