

兰州理工大学 2023 年 春 季学期 《高等数学 B2》试题

试题共 3 张第 1 张

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分

一、单项选择题(每小题 3 分, 共 18 分)

- ( ) 1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{xy+4}}{xy}$  的值为  
(A) 0; (B) 不存在; (C)  $\frac{1}{4}$ ; (D)  $-\frac{1}{4}$ .
- ( ) 2. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  则  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处  
(A) 连续、偏导数存在; (B) 连续、偏导数不存在;  
(C) 不连续、偏导数存在; (D) 不连续、偏导数不存在。
- ( ) 3. 平面  $2x + 3y + z - 1 = 0$  与直线  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{6}$  的交点坐标为  
(A)  $(0, 0, 0)$ ; (B)  $(1, -1, 0)$ ; (C)  $(-1, 1, 0)$ ; (D)  $(1, -2, 6)$ .
- ( ) 4. 函数  $f(x, y)$  连续, 交换二次积分次序  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy =$   
(A)  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ ; (B)  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ ;  
(C)  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ ; (D)  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ .
- ( ) 5. 设函数  $f(x, y, z)$  关于  $z$  是奇函数,  $\Omega$  关于  $xy$  面对称, 且  $\Omega_1$  为  $\Omega$  在  $xy$  面上方部分, 则  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV =$   
(A) 0; (B) 1; (C)  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV = 2 \iiint_{\Omega_1} f(x, y, z) dV$ ; (D) 无法确定。
- ( ) 6. 下列级数中绝对收敛的是  
(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3n}$ ;  
(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}$ .

得分

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1. 设向量  $\vec{a} = (2, 6, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 1, 1)$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_;
2. 函数  $z = x \ln y$ , 在点  $(1, e)$  处的全微分  $dz|_{(1, e)} =$  \_\_\_\_\_;
3. 函数  $u = x^2 yz$  在点  $P(1, 1, 1)$  沿向量  $\vec{l}(2, -1, 3)$  的方向导数  $\left. \frac{\partial u}{\partial l} \right|_P =$  \_\_\_\_\_;
4. 设  $L: x^2 + y^2 = R^2$ , 则  $\int_L (x^2 + y^2) ds =$  \_\_\_\_\_;
5. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 3^n}$  的收敛半径是 \_\_\_\_\_;
6. 设  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的函数, 在区间  $[-\pi, \pi)$  上的表达式是  $f(x) = -x$ , 则  $f(x)$  的 Fourier 级数在  $x = \pi$  处收敛于 \_\_\_\_\_。

得分

三、计算题 I (本小题 6 分, 共 6 分)

1. 设  $u = f(x, y, z) = e^{x^2 + y^2 + z^2}$ , 而  $z = x^2 \sin y$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x}$  及  $\frac{\partial u}{\partial y}$ 。

院(系) \_\_\_\_\_ 专业班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

装 订 线

兰州理工大学 2023 年 春 季学期 《高等数学 B2》试题

试题共 3 张第 2 张

得分

四、计算题 II (每小题 7 分, 共 28 分)

1、求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  在点  $(1, -2, 1)$  处的切线及法平面方程。

3、计算  $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$  . 其中  $\Omega$  是由球面  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a$  围成。

2、计算  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$  , 其中  $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 。

4、求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n}$  的收敛域及和函数。

姓名

学号

专业班级

线

订

装

## 兰州理工大学 2023 年 春 季学期 《高等数学 B2》试题

试题共 3 张第 3 张

得分

五、计算题(每小题 7 分, 共 14 分)

1、计算曲线积分  $\int_L (2xy - x^2)dx + (x^2 + y^2)dy$ , 其中  $L$  是由抛物线  $y = x^2$  和  $x = y^2$  所围成的正向边界曲线。

2、计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} xz^2 dydz + x^2 y dzdx + (3 + y^2 z) dx dy$ , 其中  $\Sigma$  是半球面  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  的上侧。

得分

六、综合题(每小题 8 分, 共 16 分)

1、求内接于半径为  $a$  的球且有最大体积的长方体。

2、验证表达式  $(2xy - y^4 + 3)dx + (x^2 - 4xy^3)dy$  是某个二元函数的全微分, 求其原函数, 并计算  $\int_{(1,0)}^{(2,1)} (2xy - y^4 + 3)dx + (x^2 - 4xy^3)dy$ 。