

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分	
----	--

一、 单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

- 【   】 1、 设  $f'(x_0)$  存在, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h} =$
- (A)  $f'(x_0)$             (B)  $2f'(x_0)$             (C)  $-f'(x_0)$             (D)  $-2f'(x_0)$
- 【   】 2、 设  $f(x) = 1 - \cos x$ ,  $g(x) = x^2$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时
- (A)  $f(x)$  是比  $g(x)$  高阶的无穷小            (B)  $f(x)$  是比  $g(x)$  低阶的无穷小
- (C)  $f(x)$  与  $g(x)$  是同阶但非等价的无穷小    (D)  $f(x)$  与  $g(x)$  是等价无穷小
- 【   】 3、 对于  $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$ , 下列说法正确的是
- (A)  $p > 1$  时收敛,  $p \leq 1$  时发散            (B)  $p \geq 1$  时收敛,  $p < 1$  时发散
- (C)  $p \leq 1$  时收敛,  $p > 1$  时发散            (D)  $p < 1$  时收敛,  $p \geq 1$  时发散
- 【   】 4、 设  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则下列结论正确的是
- (A)  $\frac{d}{dx} [\int f(x) dx] = F(x)$             (B)  $\int dF(x) = f(x) + C$
- (C)  $\int f'(x) dx = F(x) + C$             (D)  $\frac{d}{dx} [\int f(x) dx] = f(x)$
- 【   】 5、 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x = 0$  处
- (A) 连续且可导            (B) 连续但不可导
- (C) 不连续            (D) 左右导数都存在但不相等

得分	
----	--

二、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}} =$  \_\_\_\_\_.
2. 设  $y = x^2 e^{2x}$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.
3. 方程  $y'' + y = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_.
4.  $\int \frac{dx}{3x + 2} =$  \_\_\_\_\_.
5.  $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

得分	
----	--

三、 计算题 I（每小题 6 分, 共 12 分）

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2}$ .
2. 设  $f(x) = \begin{cases} e^x + b, & x \leq 0 \\ \sin ax, & x > 0 \end{cases}$  试确定  $a, b$  之值, 使  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续而且可导.

得分	
----	--

四、计算题（II）（每小题 6 分，共 18 分）

1. 求由方程  $\sin y + xe^y = 0$  所确定的隐函数  $y$  的一阶导数  $\frac{dy}{dx}$ .

2. 设  $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$ , 求  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ .

3. 求不定积分  $\int e^x \cos x dx$ .

得分	
----	--

五、计算题（III）（每小题 6 分，共 12 分）

1. 求定积分  $\int_0^1 \frac{dx}{1 + e^x}$ .

2. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$  的通解.

姓名 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_

专业班级 \_\_\_\_\_

院（系） \_\_\_\_\_

线

订

装

得分	
----	--

六、 应用题(每小题 7 分, 共 14 分)

1. 设曲线  $y = x^2$  和  $x = y^2$  所围成的平面图形为 D, 求
- (1) 平面图形 D 的面积;
  - (2) 平面图形 D 绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积.

2. 设一圆锥形蓄水池, 深 15 米, 口径 20 米, 盛满了水. 求要把池内的水全部吸出需作多少功?

得分	
----	--

七、 证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1. 证明: 设  $a > b > 0$ , 证明不等式:  $\frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}$  .
2. 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续,  $f(x)$  在  $(0,1)$  内可导, 且  $f(1)=0$ . 证明: 在  $(0,1)$  内至少存在一点  $\xi$  使得  $\xi f'(\xi) + f(\xi) = 0$  .