

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分  一、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

【 1、 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(2xy)}{x} =$

- (A) 1 (B) 6 (C) 2 (D) 0

【 2、二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处偏导数  $f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)$  存在是函数在该点处连续的

- (A) 充分而非必要条件 (B) 必要而非充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分也非必要条件

【 3、设  $f(x, y)$  是连续函数，交换二次积分  $\int_0^4 dy \int_{\frac{y}{2}}^{2y} f(x, y) dx$  的积分次序为

- (A)  $\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$  (B)  $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^{\frac{x}{2}} f(x, y) dy$   
(C)  $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^{2x} f(x, y) dy$  (D)  $\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$

【 4、设  $\Sigma$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ，则  $\iint_{\Sigma} dS =$

- (A)  $20\pi$  (B)  $32\pi$  (C)  $4\pi$  (D)  $64\pi$

【 5、直线  $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$  与平面  $4x - 2y - 2z = 3$  的关系是

- (A) 平行，但直线不在平面上 (B) 直线在平面上  
(C) 垂直相交 (D) 相交但不垂直

【 6、下列级数收敛的是

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{2}{n^2})$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

得分  二、填空题（每小题 2 分，共 12 分）

1、函数  $z = e^{xy}$  在点  $(2, 1)$  处的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.

2、已知  $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^4 + 4z^4$ ，则  $\text{grad} f(1, 1, 1) =$  \_\_\_\_\_.

3、设  $\Omega$  是由  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$  所确定的闭区域，则  $\iiint_{\Omega} 3xyz dy dz =$  \_\_\_\_\_.

4、设平面曲线  $L$  为上半圆周  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ，则曲线积分  $\int_L (x^2 + y^2) ds =$  \_\_\_\_\_.

5、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} x^n$  的收敛半径为 \_\_\_\_\_.

6、设函数  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的函数，在闭区间  $[0, 2\pi]$  上表达式为  $f(x) = x^2$ ，则  $f(x)$  的傅立叶级数在  $x = \pi$  处收敛于 \_\_\_\_\_.

得分  三、计算题 (I) (本题 7 分)

设  $z = f\left(x, \frac{x}{y}\right)$ ，其中  $f$  具有二阶连续偏导数，求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

得分

四、计算题 (II) (每小题 7 分, 共 21 分)

1、求曲面  $e^z + x + xy = 3$  在点  $(2, 1, 0)$  的切平面及法线方程.

2、 $\iint_D x\sqrt{y}d\sigma$ , 其中  $D$  是由  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^2$  所围成的闭区域.

3、计算  $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv$ , 其中  $\Omega$  是由球面  $x^2 + y^2 + z^2 = z$  所围成.

得分

五、计算题 (III) (每小题 7 分, 共 14 分)

1、计算  $\int_L (y + 2xy)dx + (x^2 + 2x + y^2)dy$ , 其中  $L$  是  $x^2 + y^2 = 4x$  由  $A(4, 0)$  至  $O(0, 0)$  的上半圆周.

2、计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} (y^2 - z)dydz + (z^2 - x)dzdx + (x^2 - y)dxdy$ , 其中  $\Sigma$  是锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq h$ ) 的外侧.

姓名

学号

专业班级

院(系)

线

订

装

六、计算题 (IV) (每小题 7 分, 共 14 分)

1、将函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  展开成  $x-3$  的幂级数, 并求该幂级数的收敛域.

2、求过点  $(2,0,-3)$  且与直线  $\begin{cases} x-2y+4z-7=0 \\ 3x+5y+z-4=0 \end{cases}$  垂直的平面方程.

得分

七、应用题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1、要制造一个容积为  $a(a>0)$  的长方体水箱 (带盖), 问长、宽和高各取何值时所造水箱表面积最小即用料最省?

2、已知平面力场  $\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + (x + \sin^2 y)\vec{j}$ , 求质点沿路线  $L: y = \sqrt{2x - x^2}$  上由点  $(0,0)$  到  $(2,0)$  移动时, 力场所做的功.