姓名______ 学号______ 专业班级______ 院（系）______ 装 订 线

一．单项选择题（每小题 3 分，共 15 分） 1. D 2. C 3. D 4. A 5. C

二．填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $c=3$. 2. $\hat{\lambda}_{矩}=\bar{x}$. 3. $k=10$. 4. $a=\frac{1}{2}$. 5. $F_{0.95}(12,9)=\frac{1}{2.8}=0.357$.

三．**（本题共 8 分）** 设 A 表示"射击时中靶"，B_1 表示"使用的枪校准过"，B_2 表示"使用的枪未校准"，且 $P(B_1)=\frac{5}{8}$，$P(B_2)=\frac{3}{8}$，$P(A|B_1)=0.8$，$P(A|B_2)=0.3$ （2 分）

（1）由全概率公式，有 $P(A)=\sum_{i=1}^{2}P(A|B_i)P(B_i)=\frac{49}{80}$ （3 分）

（2）由贝叶斯公式，有 $P(B_1|A)=\frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{40}{49}$ （3 分）

四．（本题共 8 分）（1）X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\\ 0.4, & -2\le x<0,\\ 0.7, & 0\le x<2,\\ 1, & x\ge 2.\end{cases}$ （4 分）

（2）$E(3X^2+5)=13.4$， $D(X)=2.76$. （4 分）

五．（本题共 9 分）

表格 1 分，里面的每个概率 1 分.

Y \ X	0	1	$p_{\cdot j}$
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$
1	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{10}{15}$
$p_{i\cdot}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{10}{15}$	1

六．（本题共 9 分） （1）由 $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\frac{c}{4}$，得 $c=4$. （3 分）

（2）$f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases}2e^{-2y}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$ （4 分）

（3）因为对任意 x,y，都有 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，所以 X 与 Y 相互独立.（2 分）

七．（本题共 9 分）（1）$E(X)=E(Y)=0$， $D(X)=D(Y)=\sigma^2$

$E(Z_1)=E(\alpha X+\beta Y)=0$，$E(Z_2)=E(\alpha X-\beta Y)=0$ （4 分）

$D(Z_1)=D(Z_2)=D(\alpha X\pm\beta Y)=(\alpha^2+\beta^2)\sigma^2$，

$Cov(Z_1,Z_2)=(\alpha^2-\beta^2)\sigma^2$， $\rho_{Z_1Z_2}=\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}$. （5 分）

八．（本题共 9 分）（1）似然函数：$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta c^{\theta}x_i^{-(\theta+1)}=(\theta c^{\theta})^n(\prod_{i=1}^{n}x_i)^{-(\theta+1)}$

（2）取对数 $\ln L(\theta)=n(\ln\theta+\theta\ln c)-(\theta+1)\ln(\prod_{i=1}^{n}x_i)$ （4 分）

（3）关于 θ 求导，令其等于零 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=n(\frac{1}{\theta}+\ln c)-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$，得 θ 的最大似然估计值为 $\hat{\theta}=\frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i-\ln c}$. （5 分）

九．（本题共 9 分）（1）已知 $n=16$，$\bar{x}=503.75$，$s=6.2022, t_{0.025}(15)=2.1315$.

（2）因 σ^2 未知，由 $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为

$$(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$$ （4 分）

（3）代入数据计算 $\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\approx 3.305$，得所求置信区间为 $(500.4, 507.1)$. （5 分）

十．（本题共 9 分）（1）提出假设 $H_0:\sigma^2=1.6^2, H_1:\sigma^2\ne 1.6^2$

（2）因 μ 未知，选取统计量 $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$，$H_0$ 的拒绝域为

$\chi^2>\chi^2_{0.025}(8)=17.535$ 或 $\chi^2<\chi^2_{0.975}(8)=2.180$ （4 分）

（3）代入数据计算，得 $\chi^2=\frac{8\times 1.19}{1.6^2}\approx 3.72$，没有落在拒绝域里，故接受 H_0，即采用新工艺后生产的仪表寿命方差没有发生显著的变化. （5 分）