兰州理工大学 2024 年 春 季学期《高等数学 B2》试题

姓名________ 学号________ 专业班级________ 院（系）________

装 订 线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分	

一、单项选择题（每小题 3 分，共 21 分）

【　】1、$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to\pi}}\dfrac{\sin(xy^2)}{x}=$

(*A*) π；　(*B*) 0；　(*C*) 1；　(*D*) π^2.

【　】2、函数 $f(z,y,z)=xy^2z$ 在点 $(1,-1,2)$ 处取得最大方向导数的方向为

(*A*) $\{2,-4,1\}$；　(*B*) $\{-2,4,-1\}$；　(*C*) $\{1,-1,2\}$；　(*D*) $\{-1,1,-2\}$

【　】3、设立体 $\Omega: x^2+y^2+z^2\le R^2$，则 $\iiint\limits_{\Omega} zdv=$

(*A*) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^R\rho^3\sin\varphi d\rho$；　(*B*) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^R\rho^3\sin\varphi\cos\varphi d\rho$；

(*C*) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int_0^R\rho^3\sin\varphi d\rho$；　(*D*) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int_0^R\rho^3\sin\varphi\cos\varphi d\rho$.

【　】4、设函数 $P(x,y)$, $Q(x,y)$ 在单连通区域 G 内具有连续的偏导数，且对任一全部含在 G 内的曲线 L，曲线积分 $\int_L P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ 与路径无关，则以下说法中错误的是

(A) 对 G 内的任一闭曲线 C，$\oint_C P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$；

(B) D 为全含在 G 内的任一闭曲线 C 所围成的区域，$\iint\limits_D\left(\dfrac{\partial Q}{\partial x}-\dfrac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy=0$；

(C) 表达式 $P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ 在 G 内是某个二元函数的全微分；

(D) $\dfrac{\partial Q}{\partial y}=\dfrac{\partial P}{\partial x}$ 在 G 内恒成立.

【　】5、设 $\Sigma: z=\sqrt{x^2+y^2}\ (0\le z\le 1)$，则 $\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)dS=$

(*A*) $\sqrt{2}\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r^2\cdot rdr$；　(*B*) $\sqrt{2}\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1 r^2\cdot rdr$；

(*C*) $\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1 r^2\cdot rdr$；　(*D*) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r^2\cdot rdr$.

【　】6、下列级数中收敛的是

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}$；　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$；

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n^2}{n^2+n}$；　(D) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\sin\dfrac{\pi}{n}$.

【　】7、平面 $\pi: x-y-z+1=0$ 与直线 $L:\begin{cases}x+y+3z=0\\ x-y-z=0\end{cases}$ 的位置关系是

(*A*) 直线 L 与平面 π 平行；　(*B*) 直线 L 与平面 π 垂直；

(*C*) 直线 L 在平面 π 内；　(*D*) 直线 L 与平面 π 只有一个交点.，但不垂直.

得分	

二、填空题（每小题 3 分，共 21 分）

1、设函数 $z=2xy+\dfrac{x}{y}$，则在点 $(1,1)$ 处，$dz=$______________；

2、设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+y^2+z^2-4z=0$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______________；

3、设平面薄片所占的闭区域为 $D: x^2+y^2\le 4$，它的面密度为 $\rho(x,y)=x^2+y^2$，则该薄片的质量为______________；

4、设 $L: x^2+y^2=1$，则 $\int_L\sqrt{x^2+y^2}ds=$______________；

5、函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开成 $(x-3)$ 的幂级数为______________；

6、设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，在区间 $[0,2\pi)$ 上，表达式是 $f(x)=-x+1$，则 $f(x)$ 的 *Fourier* 级数在 $\mathbf{x}=0$ 处收敛于______________；

7、把 xoy 面上的双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 绕 y 轴旋转一周所得到的旋转曲面方程为______________

姓名 学号 专业班级 院（系） 装 订 线

得分	

三、计算题（每小题 7 分，共 28 分）

1、设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$z=f(x+y,xy)$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2、计算 $\iint\limits_D xyd\sigma$，其中 D 是由曲线 $y^2=x$ 和直线 $y=x-2$ 所围成的闭区域.

3、计算 $\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dv$，其中积分区域 Ω 是由曲面 $z=x^2+y^2$ 及平面 $z=4$ 所围成的闭区域.

4、计算 $\iint\limits_\Sigma dydz-ydzdx+(z+1)dxdy$，其中 $\sum$ 是球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的下半部分的下侧.

姓名 ____ 学号 ____ 专业班级 ____ 院（系）____

装 订 线

得分	

四、计算题（每小题 7 分，共 14 分）

1、求过点 $(2,4,0)$ 且与直线 $\begin{cases} x+2z-1=0 \\ y-3z+1=0 \end{cases}$ 垂直的平面方程.

2、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 的和函数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ 的和.

得分	

五、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

1、(用拉格朗日乘数法求解) 求周长为 $2p$，且对角线最短的矩形的面积.

2、已知平面力场 $\vec{F}=(y+2xy, x^2+2x+y^2)$，求一质点沿路线 $L: y=\sqrt{4x-x^2}$ 从点 $A(4,0)$ 移动到点 $O(0,0)$ 时，场力所做的功.