Supplementary Assignment #4

Numerical Analysis

201621505 채진기

**Explain the following sentence.**

**“Ln,0, Ln,1, …, Ln,n forms a basis of vector space Vn of polynomials of degree at most n.”**

Vn을 C0부터 Cn 까지의 n+1 개의 원소를 가지는 벡터의 집합이라고 했을 때,

가장 간단한 basis를 생각해보면, 한 점에서의 함숫값을 제외한 나머지를 0으로 갖는 경우를

생각 할 수 있습니다. 함숫값만큼 weight를 주는 형식으로 생각하면 다음과 같이 표현됩니다.

f(x0)[1,0,0,…,0], f(x1)[0,1,0,0,…,0], f(x2)[0,0,1,0,0,…,0], … , f(xn)[0,0,…,0,1]

이러한 선형 결합으로 Vn의 basis를 형성할 수 있습니다.

**Exercise 1**

Q1,1(x)= [ (x-x0)Q1,0 – (x-x1)Q0,0 ] / (x1-x0) ,and Q1,1(2.1) = 0.7408

Q2,1(x)= [ (x-x1)Q2,0 – (x-x2)Q1,0 ] / (x2-x1) ,and Q2,1(2.1) = 0.7441

Q2,2(x)= [ (x-x0)Q2,1 – (x-x2)Q1,1 ] / (x2-x0) ,and Q2,2(2.1) = 0.7419

X0, X1, X2 세점으로부터 Neville method를 적용한 f(2.1)의 근사값은 0.7419 입니다.

**Exercise 2**

정의에 의해, 차수가 n으로 제한된 다항함수는 주어진 n+1개의 점으로부터

유일한 근사 결과를 갖게 되기 때문에 반복적으로 Divided differences 연산을 하면 순서에

관계없이 같은 계수를 얻을 수 있습니다.

**Do exercise 1 again using Divided-differences method.**

F[x0,x1] = (0.7885 – 0.6931) / 0.2 = 0.477

F[x1,x2] = (0.8329 – 0.7885) / 0.1 = 0.444

F[x0,x1,x2] = (0.444 - 0.477) / 0.3 = -0.11

P2(x) = a0 + a1(x-x0) + a2(x-x0)(x-x1)

P2(2.1) = 0.6931 + 0.477(2.1-2)+(-0.11)(2.1-2)(2.1-2.2) = 0.7419