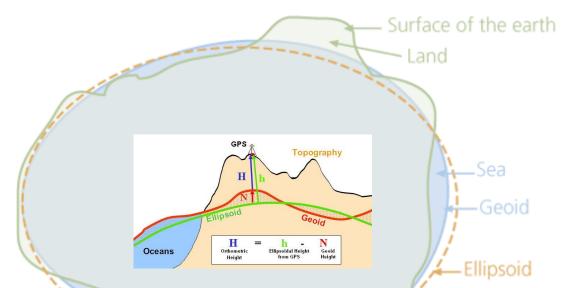
GLOBAL GEODESY

 ยืออเดซีพิภพ (Global Geodesy) บรรยายรูปทรงและขนาดของโลก การวางตัวของโลกในอวกาศ และสนามความโน้มถ่วงบนพื้นผิวโลก

เป้าหมายของวิชานี้

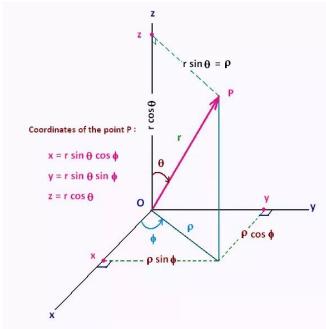
- เข้าใจความแตกต่างของ Ellipsoid, Geoid, Earth Surface
- ประเด็นพิกัดทางราบ : ทราบ Cartesian, Geodetic and Local Coordinate System (ENU) บน Datum ต่างๆ
- ประเด็นพิกัดทางดิ่ง: ทราบความสัมพันธ์ Height System
 เข้าใจความแตกต่างของค่าระดับจากการเดินระดับกับจีพีเอส
- รู้จักตัวย่อในวงการ ICRF ITRF EOP WGS EGM TGM UTM
- 💠 ใช้ Geographiclib เพื่อแก้ Geodesy problem ได้
- 🌣 เอาสมการที่เรียนในห้องมาเขียน python ได้

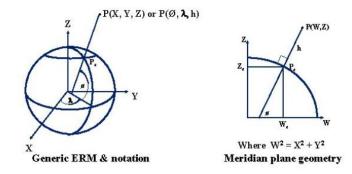


Model of the Earth

REFERENCE SYSTEM AND FRAME

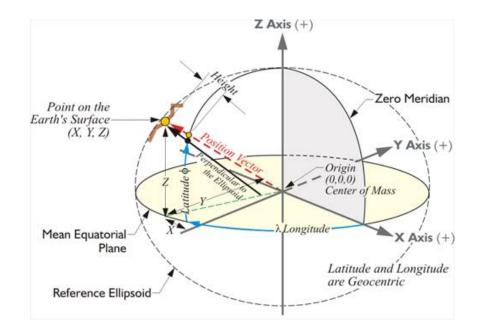
- การบอกตำแหน่งของวัตถุบนพื้นโลกเชิงสัมบูรณ์ (Absolute Position)
 ปัจจุบันให้ความสนใจในการบอกตำแหน่ง 4 มิติ มีเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย
- 📮 รูปแบบของระบบพิกัดอ้างอิง (Reference System) สามมิติ
 - Three Dimension Cartesian Coordinate System (X, Y, Z)
 ตัวอย่าง Earth Centered Earth Fixed (ECEF)
 - ullet Three Dimension Polar Coordinate System $(m{r},m{ heta},m{\phi})$ ตัวอย่าง Geodetic Coordinate (Latitude, Longitude, Ellipsoidal height)
- รูปแบบของกรอบพิกัดอ้างอิง (Reference Frame) สามมิติ เช่น แกน X, Y, Z มีทั้งแบบ ที่สถิต (กรอบนิ่ง) และแบบที่กรอบอ้างอิงมีการเคลื่อนที่ เรามักบอกพิกัดบนพื้นหลักฐาน (DATUM) เช่น WGS84 ซึ่งมีลักษณะของกรอบพิกัดแบบหนึ่ง ปัจจุบันมีการพัฒนากรอบ อ้างอิงของโลกซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเกิดเป็น ITRF

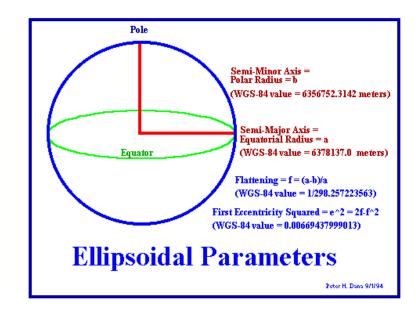




EARTH MODEL

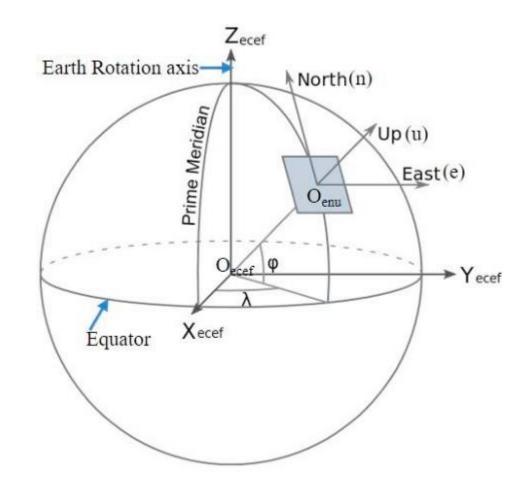
- การศึกษาทางยืออเดซีทราบว่าโลกของเรามีรูปทรงใกล้เคียงกับทรง
 รีขั้วยุบ (Oblate Ellipsoid/Spheroid) รัศมีของโลกที่ในแนว
 ระนาบศูนย์สูตรยาวกว่าในแนวระนาบเมริเดียนหลักเล็กน้อย
- การคำนวณบนพื้นโลกเพื่อความง่ายเริ่มจากการมองว่าโลกเป็นทรง กลมก่อน คณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นหลักของตรีโกณมิติทรงกลม
 (Spherical Trigonometry) จากนั้นสามารถมองเป็นทรงรี ซึ่ง สมการคำนวณมีความซับซ้อนมากขึ้น การคำนวณส่วนใหญ่มักใช้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณ (Geographiclib)
- การบันทึกพิกัดมักบันทึกลงบนพื้นหลักฐานอ้างอิงซึ่งมีการระบุ
 พารามิเตอร์ของทรงรี (Semimajor length, Flattening) เป็น
 ของตนเอง หากใช้ทรงกลมโลกแทนจะใช้รัศมีเท่ากับ 6371 km
 (สมัยก่อน Eratosthenes ได้ทำการคำนวณไว้ ใกล้เคียงค่านี้)





SPHERICAL EARTH MODEL

- โลกเรามีการจำลองเส้นเมริเดียน (Meridian Line) เป็น วงกลมใหญ่ของระนาบเมริเดียน (Meridian Plane) และ เส้นขนาน (Parallel Line) เป็นวงกลมใหญ่ (กรณีระนาบ ศูนย์สูตร Equatorial Plane) และวงกลมเล็ก (กรณีระนาบ เส้นขนานอื่นๆ) รัศมีวงกลมเล็กลดลงตามละติจูดที่เพิ่มขึ้น
- การระบุตำแหน่งของวัตถุบนพื้นโลกในกรณีพิกัดเชิงมุม
 - ละติจูด (Latitude) มุมระหว่าง Equatorial Plane กับ Observer's Normal Section Plane
 - ลองติจูด (Longitude) มุมระหว่าง Prime Meridian Plane กับ Observer's Meridian Plane



SPHERICAL TRIGONOMETRY REVIEW

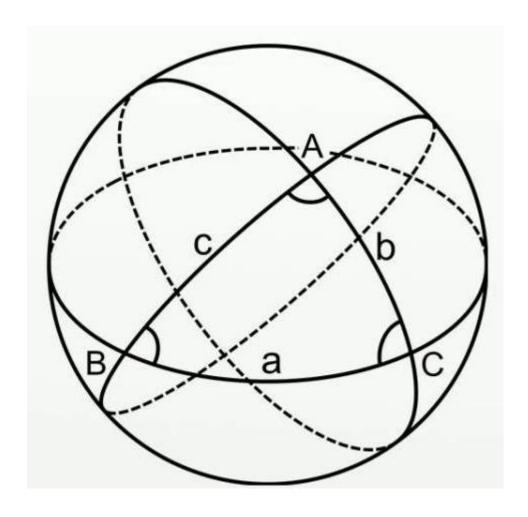
- ปัญหาทางยืออเดซีบนทรงกลมโลกสามารถแก้ได้ด้วยตรีโกณมิติทรง กลม พิจารณาทรงกลมหนึ่งหน่วย ความยาวส่วนโค้งยาวเท่ากับมุมที่ รองรับส่วนโค้งนั้นที่จุดศูนย์กลางโลกในหน่วยเรเดียน
- Law of Cosine for Spherical Trigonometry

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

 $\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B,$
 $\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C,$

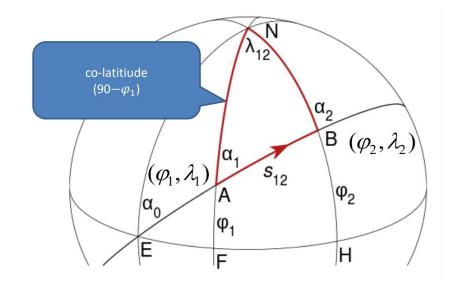
Law of Sine for Spherical Trigonometry

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$



GEODESY PROBLEM

- การเดินทางจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งบนทรงกลม
 - เส้นทางที่สั้นที่สุดบนพื้นโลก คือ เส้นวงกลมใหญ่ (Great Circle Line) อีกชื่อเรียก Orthodrome ใช้ตรีโกณมิติทรงกลมคำนวณได้
 - เส้นทางที่มีมุมทิศคงที่ เรียกว่า Rhumb Line อีกชื่อคือ Loxodrome ใช้ในการเดินเรือ ต้องใช้สมการเฉพาะทางคำนวณ



- Fundamental Geodesic Problem มีสองรูปแบบคือ
 - The direct geodesic problem : Initial Value Problem (IVP)
 - 🏲 กำหนด Initial Position, Initial forward Azimuth และ Orthodrome Distance
 - 🍃 ต้องการทราบ Destination Position และ destination's forward azimuth
 - The inverse geodesic problem : Boundary Value Problem (BVP)
 - 🕨 กำหนด Initial and Destination Position
 - 🍃 ต้องการทราบ Orthodrome Distance และ Initial Destination forward azimuth

THE GEOMETRY OF ELLIPSE REVIEW

- วงรี (Ellipse) เป็นเซตของจุดใดๆ ซึ่งมีผลรวมระยะทางจากจุดนั้นไปยังจุดตรึง (Focus) สองจุด มีค่าคงตัว สามารถเขียนวงรีได้ด้วย Pin - String Method
- องค์ประกอบของวงรี (Ellipse Component)

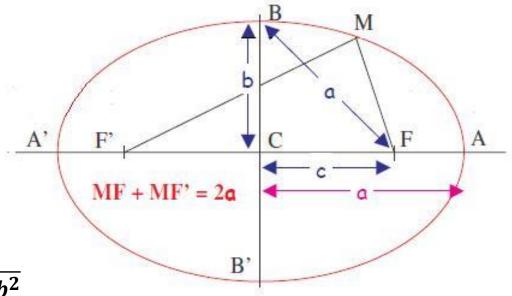
• Standard Equation
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

- Semi major axis
- Semi minor axis
- Focus distance
- Eccentricity
- Flattening

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$e=rac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$
 $e'=rac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$ $f=rac{a-b}{a}$ $e^2=2f-f^2$

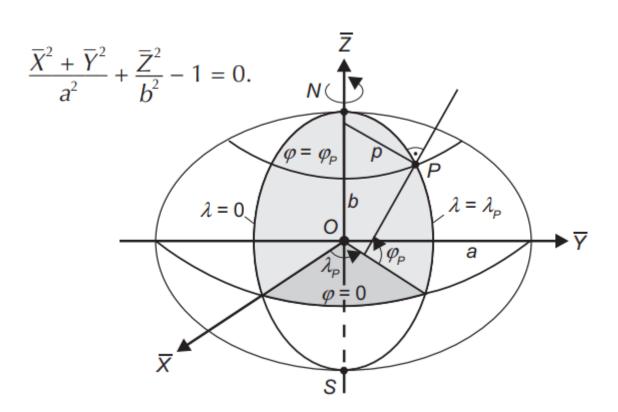
$$f = \frac{a-b}{a} \qquad e^2 = 2f - f$$



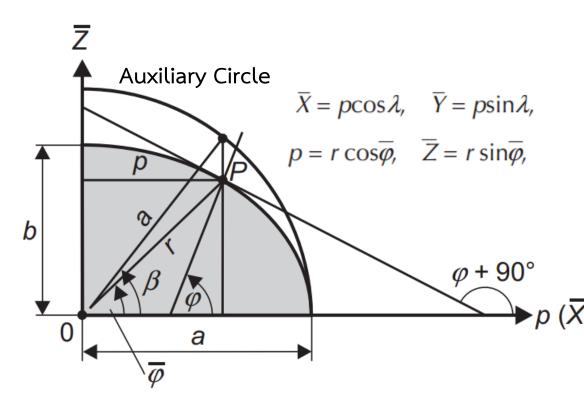
$$\frac{b}{a} = 1 - f = \sqrt{1 - e^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + e'^2}} = \frac{e}{e'}.$$

SPHEROIDAL /ELLIPSOIDAL EARTH MODEL

- พิจารณาทรงรีขั้วยุบ ระนาบศูนย์สูตรเป็นระนาบวงกลม ส่วน
 ระนาบเมริเดียนเป็นระนาบวงรี
- ประเด็นที่น่าสนใจ
 - นิยามของ Latitude เพราะกรณีทรงรี Normal Section Plane ไม่ได้เข้าไปตัดศูนย์กลางโลก
 - รัศมีความโค้ง (Radius Curvature) ซึ่งหากพิจารณาแนว Meridian กับ Prime Vertical จะยาวไม่เท่ากัน
 - การคำนวณ Orthodrome บนผิวทรงรีไม่สามารถใช้ Spherical Trigonometry คำนวณได้



SPHEROIDAL /ELLIPSOIDAL LATITUDE



พิจารณา Observer's Meridian Plane ดูภาพทางซ้าย

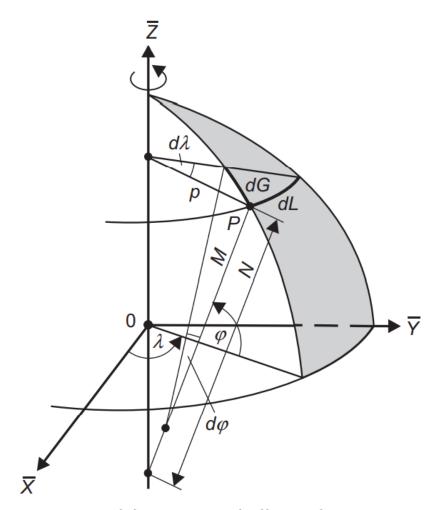
- Geodetic Latitude $oldsymbol{arphi}$
- ullet Geocentric Latitude $ar{oldsymbol{arphi}}$

$$\tan\overline{\varphi} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \tan\varphi = (1 - e^2) \tan\varphi,$$

• Reduced Latitude $oldsymbol{eta}$

$$\tan \beta = \frac{b}{a} \tan \varphi = \sqrt{1 - e^2} \tan \varphi.$$

SPHEROIDAL/ELLIPSOIDAL RADIUS OF CURVATURE



Curvature of the rotational ellipsoid.

The Radius Curvature of Meridian

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}.$$

The Radius Curvature of Prime Vertical

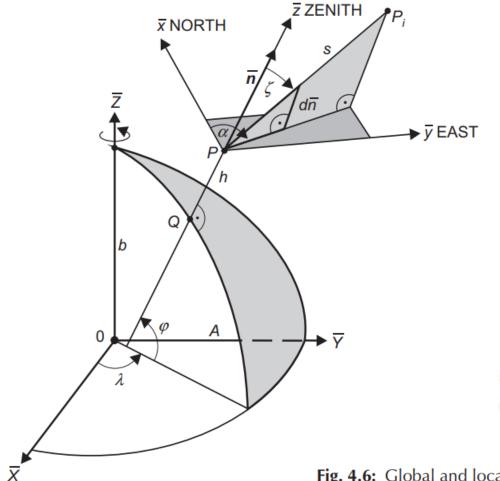
$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}}.$$

The Arc Lengths of coordinate arc

$$dG = M d\varphi$$
, $dL = N \cos \varphi d\lambda$.

$$M_{90} = N_{90} = \frac{a^2}{b}$$
.

LOCAL COORDINATE SYSTEM



- สำหรับการเคลื่อนตัวบนพื้นโลก ในระดับเล็กน้อย การบอกการ
 เลื่อนตัวของจุดบนระบบพิกัดท้องถิ่น ช่วยทำให้เข้าใจได้ง่าย
- การเลื่อนตัวในท้องถิ่น

$$\begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -sin\varphi cos\lambda & -sin\varphi sin\lambda & cos\varphi \\ -sin\lambda & cos\lambda & 0 \\ cos\varphi cos\lambda & cos\varphi sin\lambda & sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

orthogonal matrix

ตัวอย่างการนำไปใช้ระบุความเร็วการเคลื่อนตัวสถานี

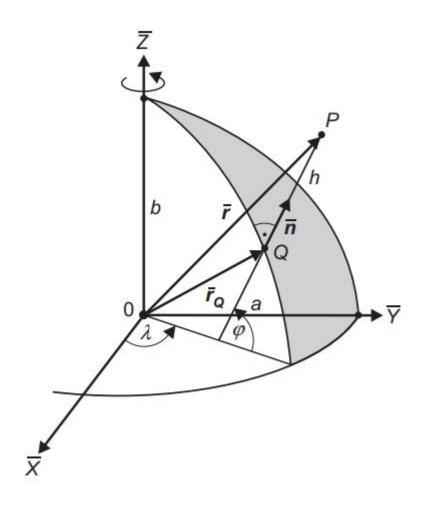
 Station
 ITRF-2000 Velocities (mm/yr)
 Standard Deviations (mm/yr)

 North
 East
 Up
 North
 East
 Up

 OTRI
 -5.194
 +31.395
 -0.101
 0.326
 0.553
 1.637

Fig. 4.6: Global and local ellipsoidal system.

THREE DIMENSION COORDINATE TRANSFORMATION



Geodetic Coordinate --> Cartesian Coordinate

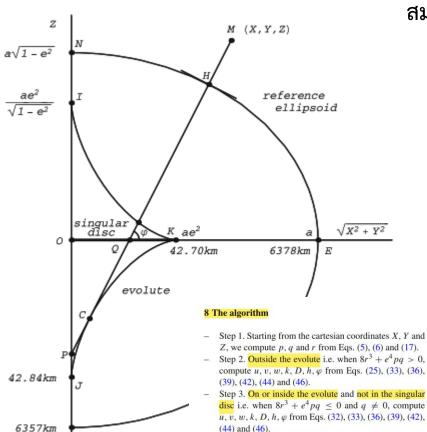
$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{vmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ ((1-e^2)N+h)\sin\varphi \end{vmatrix}.$$

- Cartesian Coordinate --> Geodetic Coordinate
 - Heiskanen and Moritz (Iteration Method)

$$h = \frac{\sqrt{\overline{X}^2 + \overline{Y}^2}}{\cos \varphi} - N, \ \varphi = \arctan \frac{\overline{Z}}{\sqrt{\overline{X}^2 + \overline{Y}^2}} \left(1 - e^2 \frac{N}{N+h}\right)^{-1}$$
$$\lambda = \arctan \frac{\overline{Y}}{\overline{X}}.$$

Vermeille (Analytical Method)

THREE DIMENSION COORDINATE TRANSFORMATION: VERMEILLE 2011



สมการคำนวณสำหรับ h = - 10 km ถึง 30,000 km

$$p = \frac{X^{2} + Y^{2}}{a^{2}}$$

$$q = \frac{1 - e^{2}}{a^{2}} Z^{2}$$

$$r = \frac{p + q - e^{4}}{6}$$

$$v = \sqrt{u^2 + e^4 q}$$

$$w = e^2 \frac{u + v - q}{2v}$$

$$k = \frac{u + v}{\sqrt{w^2 + u + v} + w}$$

Step 2 Outside the evolute $8r^3 + e^4pq > 0$

$$u = r + \frac{1}{2} \left(\sqrt{8r^3 + e^4 pq} + \sqrt{e^4 pq} \right)^{2/3}$$
$$+ \frac{1}{2} \left(\sqrt{8r^3 + e^4 pq} - \sqrt{e^4 pq} \right)^{2/3}$$

$$D = k \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{k + e^2}$$

$$h = \frac{k + e^2 - 1}{k} \sqrt{D^2 + Z^2}$$

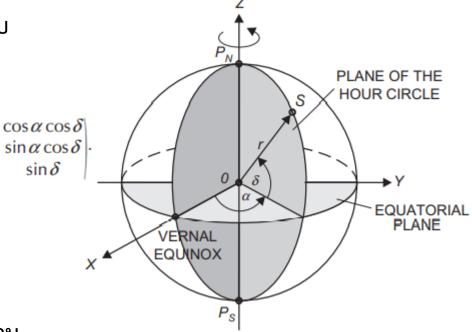
$$\varphi = 2 \arctan \frac{Z}{\sqrt{D^2 + Z^2} + D}$$

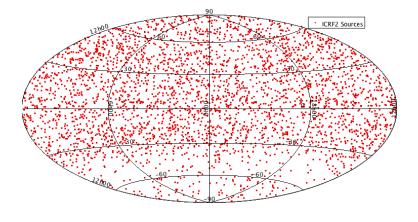
Step 4. In the singular disc, i.e. with q = 0 and $p \le e^4$, calculate h and φ by Eqs. (59) and (61). This step includes the Earth's center from Eqs. (59) and (61) with

p = 0, i.e. Eqs. (62) and (63).

INTERNATIONAL CELESTIAL REFERENCE SYSTEM/FRAME (ICRS/ICRF)

- กรอบอ้างอิงสำหรับวัตถุทางดาราศาสตร์นอกโลก จากการรังวัดพิกัดในระบบ พิกัด Declination และ Right Ascension เพื่อติดตามการวางตัวของโลก (Earth Orientation Parameter)
 - Precession and Nutation
 - Polar Motion
 - Length of Day (LOD)
- การพัฒนา ICRS/ICRF
 - ก่อนหน้า ICRS มีการทำ Fundamental Catalog ของดาวฤกษ์มาก่อน แล้ว จนถึงการใช้ดาวเทียม HIPPACOS บันทึกดาวฤกษ์ 120,000 ดวง
 - ICRS เลือกใช้วัตถุทางดาราศาสตร์ที่ปล่อยคลื่นวิทยุ ส่วนใหญ่มักเป็น ดาราจักรอันไกลโพ้น (Extragalactic radio source)
 - เทคโนโลยีที่ใช้ศึกษาคือ VLBI (Very long baseline interferometry)





ICRF/ICRS DEVELOPMENT

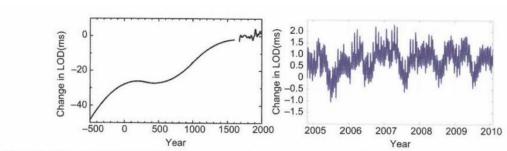
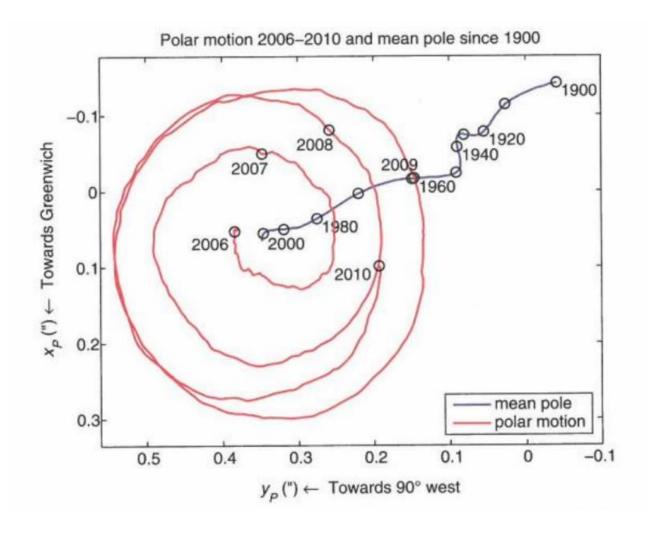


Fig. 2.9: Observed LOD variations over the past 2500 years (left, after Morrison and Stephenson, 2001) and 2005–2010 (right: with data from IERS, http://hpiers.obspm.fr/eop-pc).

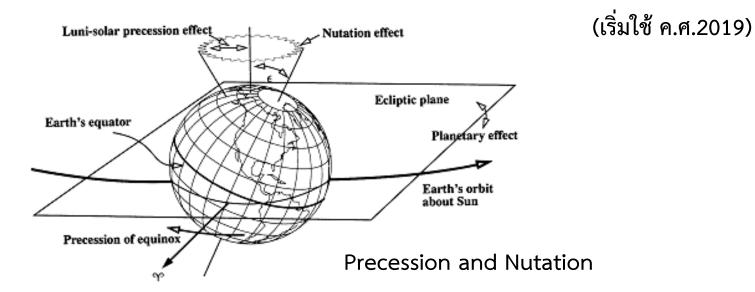
LOD (Length of Day) variations

- แนวโน้มพบว่าความยาวของหนึ่งวันจะเพิ่มขึ้น บ่งบอก การลดลงของความเร็วการหมุนรอบตัวเองของโลก
 - บางปีจะมีการเพิ่ม Leap second ขึ้น
- วิเคราะห์ได้จาก LOD = UT1 TAI
 - UT1 วัดจากการหมุนรอบตัวเองของโลกจริงๆ
 - TAI วัดจากนาฬิกาอะตอมมิค

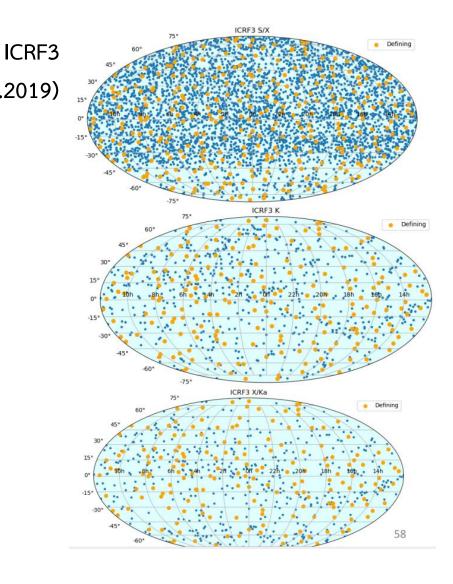
Polar Motion (การเคลื่อนตัวของขั้วโลก)



ICRF/ICRS DEVELOPMENT

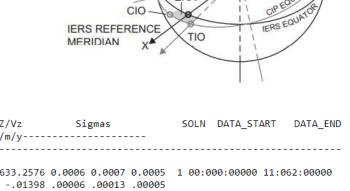


- ผลจากแรงโน้มถ่วงของดวงจันทร์ ดวงอาทิตย์ และวัตถุอื่นๆ ที่กระทำต่อโลก
- การหมุนควง (Precession) ใช้เวลาประมาณ 26,000 ปี
- การส่ายของแกนโลก (Nutation) ใช้เวลาประมาณ 18 ปี
- ผลกระทบทำให้พิกัดดวงดาวมีการเปลี่ยนแปลง --> North Celestial Pole ชี้ไปยังดาวดวงอื่นที่ไม่ใช่ Polaris, ตำแหน่งของ equinox ไม่ได้ชี้ไปที่ First point of Aries เหมือนในอดีต --> ทราบการวางตัวของโลก EOP ได้



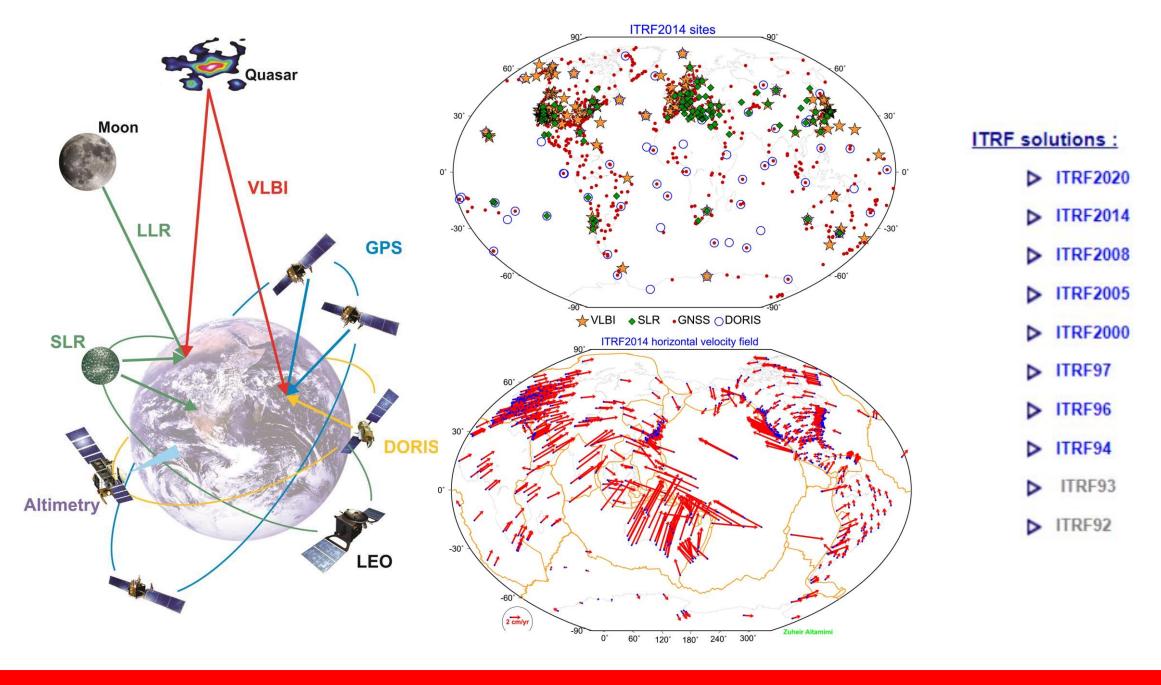
INTERNATIONAL TERRESTIAL REFERENCE SYSTEM/FRAME (ITRS/ITRF)

- พื้นโลกมีความเป็นพลวัต (Geodynamic) มีการเปลี่ยนแปลงการกระจายตัวของมวลสาร
 - วงจรพาความร้อนในเนื้อโลก ว่ากันว่าเป็นที่มาของการเคลื่อนตัวของแผ่นธรณี (Plate Tectonic) การเกิดแผ่นดินไหว ทำให้พิกัดบนพื้นโลกมีการเปลี่ยนแปลง
- กรอบอ้างอิงพิกัดสากลจึงมีความสำคัญ เกิดเป็น ITRF ซึ่งเป็นกรอบพิกัดที่มีการ
 เปลี่ยนแปลงตามเวลา เพื่อให้ได้ค่าพิกัดที่มีความถูกต้องสูง ใช้ในวงการวิทยาศาสตร์
 โดยเฉพาะธรณีฟิสิกส์ (Geophysics) ที่ศึกษาการเคลื่อนตัวของแผ่นธรณี
- ข้อมูลที่ใช้พัฒนามาจากเทคโนโลยีทางยืออเดซี 4 อย่างคือ VLBI, GNSS, SSR และ DORIS
- จุดกำเนิดอยู่ที่ศูนย์กลางมวลสารของโลก แกน Z ผ่านตำแหน่งขั้วโลกที่มีการกำหนดในแต่ ละห้วงเวลา (ITRFyy) กรอบหมุนพร้อมกับการหมุนรอบตัวเองของโลก ข้อมูลในแต่ละปี บันทึกใน ITRF Realization ซึ่งรายงานค่าพิกัด ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของ ปริมาณนั้นๆ สำหรับสถานีที่เกี่ยวข้อง



GEOCENTER

IERS REFERENCE PO



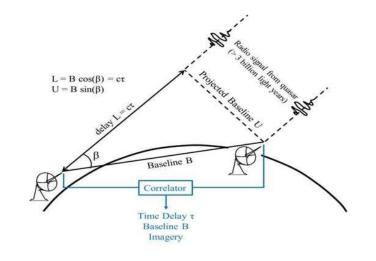
VERY LONG BASELINE INTERFERROMETRY (VLBI)

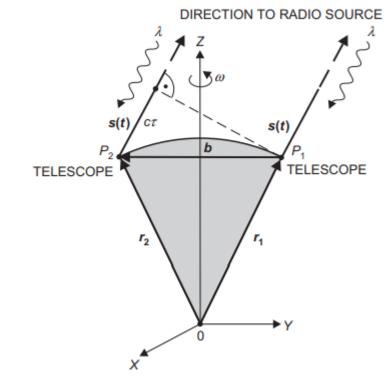
ควอซาร์ (Quasar : Quasi-Stellar Object) เป็นดาราจักรก่อกัมมันต์ (Active galactic nucleus) ซึ่งมีการปลดปล่อยคลื่นวิทยุออกมาที่ ระยะไกลมากจากโลก (ระดับพันล้านปีแสง)

กล้องโทรทรรศน์วิทยุสองตัวที่มีระยะห่างกันมาก รับคลื่นวิทยุที่มา จากควอซาร์ ทำการหาผลต่างเวลาที่คลื่นวิ่งเข้ามายังกล้องทั้งสอง (Time delay) ซึ่ง VLBI Observation Equation คือ

$$\tau(t) = -\frac{1}{c}\vec{b}_{ITRS} \cdot \hat{s}_{ICRS}(t) \qquad \vec{b}_{ITRS} = \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix} \qquad \hat{s}_{ICRS} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\delta \\ \sin\alpha\cos\delta \\ \sin\alpha\cos\delta \end{bmatrix}$$

เทคโนโลยีนี้นำมาใช้ในการพัฒนาทั้ง ICRF และ ITRF เพื่อหา Earth Orientation Parameter : Precession and Nutation หน่วยงานที่เกี่ยวข้อง International VLBI Service (IVS)





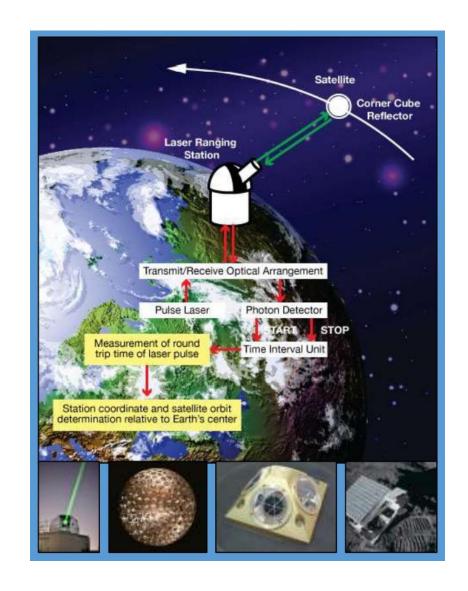
SATELLITE LASER RANGING (SLR)

นำหลักการการวัดระยะทางด้วยเลเซอร์ (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation : LASER) มาใช้ในการรังวัดพิกัดสถานีด้วยการยิงเลเซอร์ให้ไปสะท้อนผิวดาวเทียม (Satellite LR) หรือดวงจันทร์ (Lunar LR)

ทำการจับเวลาที่ยิงเลเซอร์จนสะท้อนวัตถุแล้ววิ่งกลับมายังตัวรับ SLR or LLR Observation Equation คือ

$$\frac{c}{2}\tau = \sqrt{(X_s - X_p)^2 + (Y_s - Y_p)^2 + (Z_s - Z_p)^2} + error...$$

เทคโนโลยีนี้นำมาใช้ในการพัฒนา ITRF หน่วยงานที่เกี่ยวข้อง International Laser Ranging Service (ILRS)



Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite (DORIS)

เทคโนโลยีการรังวัดของประเทศฝรั่งเศส นำหลักการเกี่ยวกับปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ ของคลื่นมาใช้รังวัดพิกัดของสถานี นำมาใช้ในการพัฒนา ITRF

พิจารณาดาวเทียมที่ตำแหน่ง i ปล่อยคลื่นที่ความถี่ f_s (ในทางปฏิบัติ บนภาคพื้นดิน มีการเทียบเป็นความถี่อ้างอิง f_s) มาถึงสถานี P ความถี่กลายเป็น f_s

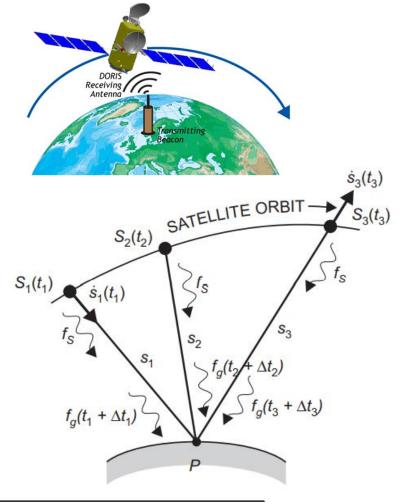
วิเคราะห์อย่างง่าย จาก Doppler Effect Equation

$$\frac{f_g - f_s}{f_s} = -\frac{v}{c} \rightarrow v = \frac{ds}{dt} = -c \left[\frac{f_g - f_s}{f_s} \right]$$

ในทางปฏิบัติ เราจะหา Doppler count จากดาวเทียมที่ตำแหน่ง i ถึง j DORIS Observation Equation

$$N_{ij} = \int_{t_i + \Delta t_i}^{t_j + \Delta t_j} (f_0 - f_g) dt = (f_0 - f_s) (t_j - t_i) + \frac{f_0}{c} (s_j - s_i)$$

หน่วยงานที่เกี่ยวข้อง International DORIS Service (IDS)



$$s = \sqrt{(X_s - X_p)^2 + (Y_s - Y_p)^2 + (Z_s - Z_p)^2}$$

GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM (GNSS)

ระบบการกำหนดตำแหน่งบนพื้นโลก จากการรับสัญญาณดาวเทียม เพื่อวัดระยะ จากดาวเทียมมายังเครื่องรับ ทำการคำนวณหาพิกัดของเครื่องรับสัญญาณ มีทั้งบริการของ GPS, GLONASS, GALIEO, BEIDOU, ...

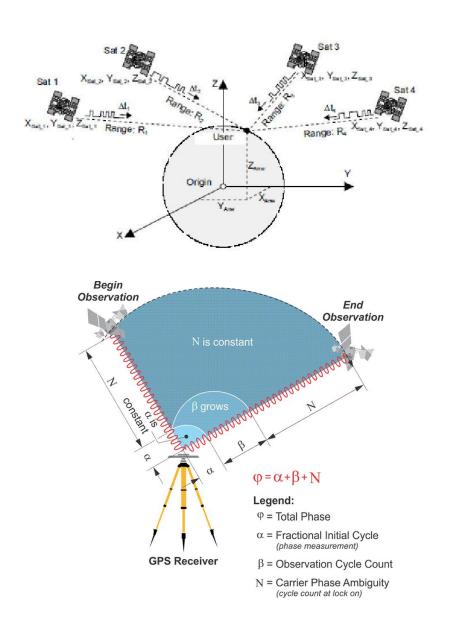
GNSS Observation Equation

Code Measurement $P = \rho + error$

Phase Measurement $\Phi = \rho - N\lambda + error$

โดยที่ Geometric Range คือ $\rho = \sqrt{\left(X_p - X_s\right)^2 + \left(Y_p - Y_s\right)^2 + \left(Z_p - Z_s\right)^2}$

เทคโนโลยีนี้นำมาใช้ในการพัฒนา ITRF หน่วยงานที่เกี่ยวข้อง International GNSS Service (IGS)



ITRF: VARIATION OF STATION COORDINATE

- พิกัดของสถานีมักมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา
 - Periodic Variation การเปลี่ยนแปลงต่อเนื่องจาก การเคลื่อนตัวของแผ่นธรณี
 - Episodic Variation การเปลี่ยนแปลงฉับพลัน อัน เนื่องมาจากเหตุแผ่นดินไหว หรือเหตุอื่น
- เวกเตอร์ตำแหน่งของสถานีที่เวลา t ในห้วงเวลา
 ITRFyy หนึ่ง เขียนเป็นสมการรูปทั่วไปได้

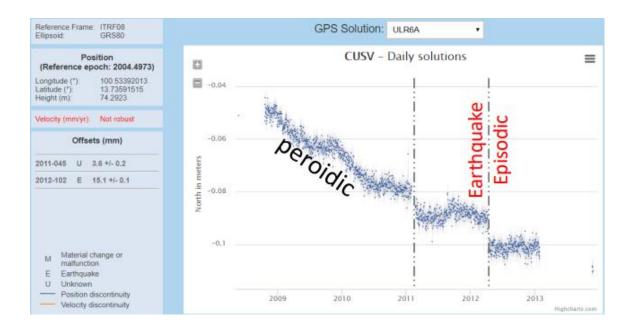
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \left(\frac{d}{dt}\vec{r}_0\right)(t - t_0) + \Delta \vec{r}(t)$$

ITRF89, ... , ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008,
 ITRF2014 และอีกนิดจะออก ITRF2020
 สมการแปลงพิกัดข้ามหัวงเวลาจาก ITRFyy --> ITRFzz

$$X_{\mathit{ITRFzz}}\left(t\right) = X_{\mathit{ITRFyy}}\left(t\right) + T\left(t\right) + D\left(t\right) \cdot X_{\mathit{ITRFyy}}\left(t\right) + R\left(t\right) \cdot X_{\mathit{ITRFyy}}\left(t\right)$$







INTERNATIONAL EARTH ORIENTATION AND REFERENCE SYSTEM (IERS)

