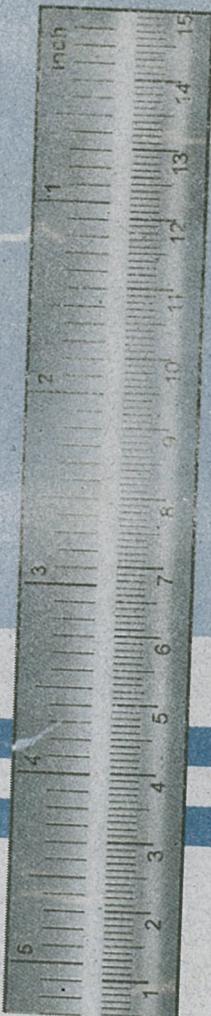


# गणित

कक्षा ७



# गणित

कक्षा ७

लेखक

शालिकराम भुसाल  
महेश्वर न्यौपाने  
डिल्लीराज भुसाल

प्रकाशक

नेपाल सरकार  
शिक्षा मन्त्रालय  
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र  
सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार  
शिक्षा मन्त्रालय  
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र  
सानोठिमी, भक्तपुर

ISBN: 978-9937-601-19-1

© प्रकाशकमा

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०७१

मुद्रक: जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड  
सानोठिमी, भक्तपुर।

मूल्य: रु.

पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको लिखित स्वीकृतिबिना व्यापारिक प्रयोजनका लागि यसको  
पुरै वा आंशिक भाग हुबहु प्रकाशन गर्न, परिवर्तन गरेर प्रकाशन गर्न, कुनै विद्युतीय  
साधन वा अन्य प्रविधिबाट अभिलेखबद्ध गर्न र प्रतिलिपि निकालन पाइने छैन।

तपाईंको पुस्तकमा छपाइप्रविधिसम्बन्धी कुनै त्रुटि फेला परेमा उक्त पुस्तक जनक  
शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड वा नजिकको साभा प्रकाशनबाट साट्न सक्नुहुनेछ।

• जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड

## हाम्रो भनाइ

शिक्षालाई उद्देश्यमूलक, व्यावहारिक, समसामयिक र रोजगारमूलक बनाउन विभिन्न समयमा पाठ्यक्रम, पाठ्य पुस्तक विकास तथा परिमार्जन गर्ने कार्यलाई निरन्तरता दिइदै आएको छ । विद्यार्थीमा राष्ट्र, राष्ट्रिय एकता र लोकतान्त्रिक संस्कारको भावना पैदा गराई नैतिकता, अनुशासन र स्वावलम्बन जस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुण तथा आधारभूत भाषिक तथा गणितीय सिपका साथै विज्ञान, पेसा, व्यवसाय, सूचना तथा सञ्चार प्रविधि, वातावरण र स्वास्थ्य सम्बन्धी आधारभूत ज्ञान र जीवनोपयोगी सिपको विकास गराउनु जरुरी छ । त्यसै गरी उनीहरूमा कला र सौन्दर्यप्रति अभिरुचि जगाउनु, मानवीय मूल्य मान्यता, आदर्श र वैशिष्ट्यहरूको संरक्षण, संवर्धन गराउनु, सिर्जनशील सिपको विकास गराउनु र विभिन्न जातजाति, लिङ्ग, अपाइङ्गता, भाषा, धर्म, संस्कृति र क्षेत्रप्रति सम्भाव जगाई समावेशी समाजको निर्माणमा सहयोग पुऱ्याउनु र मानव अधिकार तथा सामाजिक मूल्य मान्यताप्रति सचेत भई जिम्मेवारीपूर्ण आचरण विकास गराउनु पनि आजको आवश्यकता बनेको छ । यही आवश्यकता पूर्तिका लागि शिक्षा सम्बन्धी विभिन्न आयोगका सुझाव, शिक्षांक, विद्यार्थी तथा अभिभावकलगायत शिक्षासँग सम्बद्ध विभिन्न व्यक्ति सम्मिलित गोष्ठी र अन्तर्रकियाका निष्कर्षबाट विकास गरिएको आधारभूत शिक्षा पाठ्यक्रम (कक्षा ६-८), २०६९ अनुसार देशका विभिन्न विद्यालयमा परीक्षण गरी प्राप्त पृष्ठपोषणका आधारमा देशभर पठन पाठन गर्ने उद्देश्यले यो पाठ्य पुस्तक तयार पारिएको हो ।

पाठ्य पुस्तकलाई यस स्वरूपमा ल्याउने कार्यमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्रका कार्यकारी निर्देशक दिवाकर ढुङ्गेल तथा डा. मीनवहादुर श्रेष्ठ, डा. लेखनाथ शर्मा, डा. बालकृष्ण रञ्जित, डण्डपाणि शर्मा, हेमराज पोखरेल, वैकुण्ठ खनाल, वरुण वैद्य, विजय वानिया, गोमा श्रेष्ठ, जीवराज आचार्य, रमेशप्रसाद अवस्थी, राजेन्द्र देवकोटा र मैना अधिकारीको विशेष योगदान रहेको छ । यसको भाषा सम्पादन हरिप्रसाद निरौला, कला सम्पादन श्रीहरि श्रेष्ठ तथा लेआउट डिजाइन जयराम कुइँकेलबाट भएको हो । यस पाठ्य पुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

पाठ्य पुस्तकलाई शिक्षण सिकाइको महत्त्वपूर्ण साधनका रूपमा लिइन्छ । यसवाट विद्यार्थीलाई पाठ्यक्रमद्वारा लक्षित सक्षमता हासिल गर्ने मददत पुग्ने अपेक्षा गरिएको छ । यस पाठ्य पुस्तकलाई सकेसम्म क्रियाकलापमुखी र स्वचिकर बनाउने प्रयत्न गरिएको छ । पाठ्य पुस्तकलाई अझै परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, युद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत महत्त्वपूर्ण भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

नेपाल सरकार  
शिक्षा मन्त्रालय  
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

## विषय सूची

क्र.सं.	शीर्षक	पृष्ठ संख्या
१.	रेखा र कोण	१
२.	त्रिभुज, चतुर्भुज र बहुभुज	१५
३.	समरूपता र अनुरूपता	३३
४.	वृत्त	३७
५.	ठोस आकृति	४०
६.	निर्देशांक	४६
७.	परिमिति र क्षेत्रफल	५३
८.	स्थानान्तरण	६५
९.	सममिति र टेसलेसन	७५
१०.	दिशास्थिति र स्केल इडड	८४
११.	समूह	८९
१२.	पूर्ण सद्व्याप्ति	१०५
१३.	पूर्णांक	१२१
१४.	आनुपातिक सद्व्याप्ति	१३३
१५.	अनानुपातिक सद्व्याप्ति	१३८
१६.	भिन्न र दशमलव	१३९
१७.	अनुपात, समानुपात र प्रतिशत	१४४
१८.	नाफा र नोक्सान	१५२
१९.	ऐकिक नियम	१५६
२०.	साधारण व्याज	१६०
२१.	तथ्यांक शास्त्र	१६४
२२.	वीजीय अग्रिव्यञ्जक	१७८
२३.	घातांक	१९७
२४.	समीकरण, असमानता र लेखाचित्र	२०३
	उत्तर माला	२२१

## 1.1. कम्पासका प्रयोगद्वारा कोणहरूको रचना (Construction of Angles using Compass)

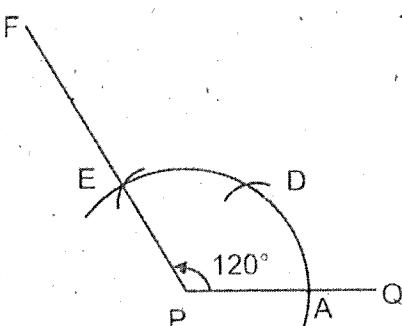
हामीले  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  र  $45^\circ$  का कोणहरूको रचना गर्न अघिल्लो कक्षामा सिक्सकेका छौं। यहाँ थप केही कोणहरूको रचना गर्न सिक्ने छौं।

1.  $120^\circ$  को कोणको रचना

कोण रचना गर्ने तरिका

1. एउटा रेखाखण्ड  $PQ$  खिच ।
2. विन्दु  $P$  मा कम्पासको मद्दतले कुनै चाप खिच ।
3. विन्दु  $P$  मा  $60^\circ$  को कोण हुने गरी विन्दु  $A$  बाट चिह्न  $D$  लगाऊ ।
4. विन्दु  $D$  बाट फेरि उही  $60^\circ$  को एउटा चाप लिई काट र चिह्न  $E$  लगाऊ ।
5. अब विन्दु  $P$  र  $E$  जोडी  $F$  सम्म लम्ब्याऊ ।

अतः  $\angle FPQ = 120^\circ$  आवश्यक कोण तयार भयो ।

2.  $135^\circ$  को कोणको रचना

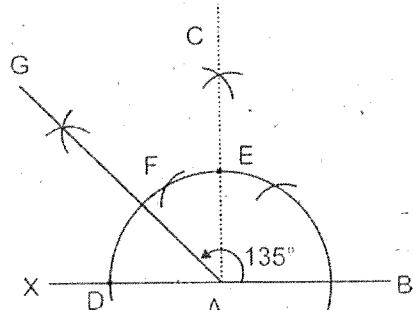
कुन कुन कोण जोडेमा  $135^\circ$  हुन्छ, होला ?

यहाँ  $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$  हुन्छ ।

कोण रचना गर्ने तरिका

1. एउटा रेखाखण्ड  $AB$  खिच र  $X$  सम्म लम्ब्याऊ ।
2. विन्दु  $A$  मा  $90^\circ$  को कोण रचना गर ।  $AB$  मा  $90^\circ$  हुने रेखालाई  $AC$  नामकरण गर । अब  $\angle CAB = 90^\circ$  भयो ।
3. अब विन्दु  $D$  र  $E$  बाट  $\angle XAC = 90^\circ$  लाई समांदिभाजन गर्ने  $\angle XAC$  को अर्धक  $AG$  खिच ।
4. यहाँ  $\angle GAB = \angle CAB + \angle GAC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$  छ ।

अतः आवश्यक  $\angle GAB = 135^\circ$  कोण तयार भयो ।



### 3. $75^\circ$ को कोणको रचना

$75^\circ$  को कोणको रचना गर्ने तरिका बारेमा छलफल गरौ।

$$60^\circ + 15^\circ = 75^\circ \text{ हुन्छ।}$$

कोण रचना गर्ने तरिका

1. एउटा रेखाखण्ड  $MN$  खिच।
2. विन्दु  $M$  मा  $\angle QMN = 90^\circ$  को कोण बनाउ।  $T$  बाट  $M$  मा  $60^\circ$  कोण बन्ने गरी विन्दु  $O$  काट।
3. अब  $\angle QMO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$  हुन्छ। त्यसैले  $\angle QMO$  को अर्धक खिचेमा  $\angle OMN$  को आसन्न कोण  $15^\circ$  को बन्ने छ।
4.  $\angle RMO$  को अर्धक  $MS$  खिच।

अतः आवश्यक  $\angle SMN = 75^\circ$  को कोण तयार भयो।

### 4. $105^\circ$ को कोणको रचना

$105^\circ = 90^\circ + 15^\circ$  हुन्छ। त्यसैले  $90^\circ$  को कोणमा थप  $15^\circ$  को कोण रचना गरेमा  $105^\circ$  को कोण बन्ने।

कोण रचना गर्ने तरिका

1. विन्दु  $M$  मा  $\angle QMN = 90^\circ$  र  $\angle TMN = 120^\circ$  को कोण रचना गर।

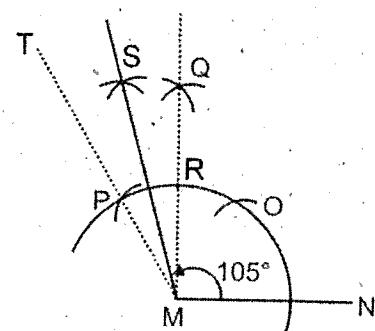
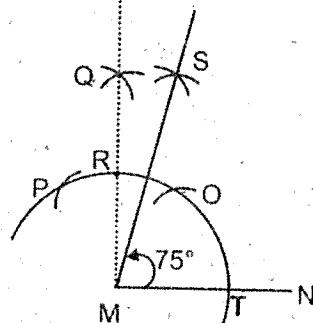
$$\angle QMT = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ \text{ हुन्छ।}$$

2. अब विन्दु  $P$  र  $R$  बाट  $\angle TMQ = 30^\circ$  लाई समद्विभाजन गर्न अर्धक  $MS$  खिच।

3. अब  $\angle QMT$  को अर्धक  $MS$  खिच।

जहाँ  $\angle SMQ = \angle PMS = 15^\circ$  हुन्छ।

यसरी  $\angle SMN = \angle QMN + \angle QMS = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$  चाहिएको कोण तयार भयो।

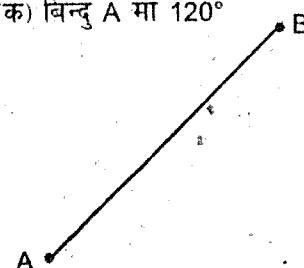


### अभ्यास १.१

१. रुलर र कम्पासको सहायताले निम्नानुसारका नाप भएका कोणहरू खिच्चे :  
 (क)  $60^\circ$  (ख)  $30^\circ$  (ग)  $90^\circ$  (घ)  $45^\circ$  (ङ)  $120^\circ$   
 (च)  $135^\circ$  (छ)  $75^\circ$  (ज)  $105^\circ$

२. निम्नानुसारका कोणहरू खिच्चे :

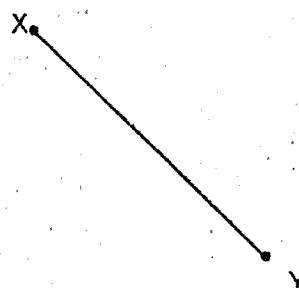
(क) विन्दु A मा  $120^\circ$



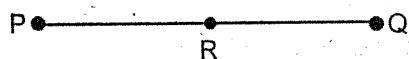
(ख) विन्दु N मा  $135^\circ$



(ग) विन्दु Y मा  $75^\circ$



(घ) विन्दु R मा  $45^\circ$



३. कम्पासको सहायताले  $75^\circ$  को कोण खिची त्यसलाई आधा गर । त्यो आधा कोण कति डिग्रीको बन्यो, नापेर हेर ।
४. कम्पासको सहायताले एउटा  $30^\circ$  को कोण खिची त्यसलाई आधा गर । नापेर हेर कति डिग्रीको कोण बन्यो ?
५. एउटा रेखाखण्ड MN को विन्दु M मा  $120^\circ$  र विन्दु N मा  $30^\circ$  को कोण बनाउँ । कोणहरू बनाउने रेखाखण्ड काटिएको विन्दुलाई O नाम देउ ।  $\angle MON$  नाप र कति डिग्रीको कोण भयो, लेख ।
६. कैनै एउटा रेखाखण्ड PQ खिची क्रमशः विन्दुहरू P र Q मा  $75^\circ$  र  $30^\circ$  का कोणहरू बनाउँ । कोणहरू बनाउने रेखाखण्ड काटिएको विन्दुलाई R नाम देउ ।  $\angle PRQ$  नाप र कति डिग्रीको भयो लेख ।

## 1.2 कम्पासको प्रयोगबाट बरावर कोणको रचना (Construction of Equal Angle Using Compass)

### उदाहरण 1

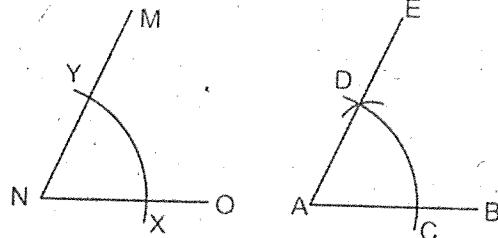
कुनै एउटा कोण बरावरको अर्को कोणको रचना गर।

मानौ एउटा कोण  $\angle MNO$  दिइएको छ।

रचना गर्नुपर्ने :  $\angle MNO$  बरावर नापको अर्को कोण रचना गर्नु छ।

रचना गर्ने तरिका

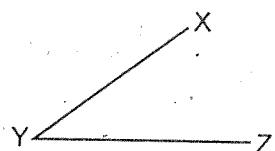
1. रेखाखण्ड AB खिच।
2. बिन्दु N बाट NO र MN मा क्रमशः X र Y मा काट्ने गरी कुनै नापको चाप XY खिच।
3. चरण 2 कै चाप लिएर बिन्दु A बाट AB लाई C मा काट्ने गरी एउटा अलि लामो चाप खिच।
4. कम्पासको सियो बिन्दु X मा अड्याएर कम्पासको पेन्सिलले Y मा छुने गरी नापेर चाप XY को लम्बाई बरावरको चाप लेऊ।
5. चरण 4 कै चापको लम्बाई बरावरको चापले बिन्दु C मा कम्पासको सियो राखी पहिलो चापलाई बिन्दु D मा काट्ने गरी अर्को चाप खिच।
6. बिन्दु AD भई जाने रेखा AE खिच।
7.  $\angle MNO$  र  $\angle EAB$  नापेर हेर। बरावर भए भएनन्, तुलना गरेर हेर। यसरी चाहिएको  $\angle MNO$  बरावरको  $\angle EAB$  तयार भयो। माथिका चित्रमा  $\angle MNO = \angle EAB$  कति हुन्दै नापेर हेर।



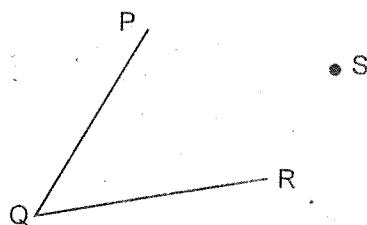
### अभ्यास 1.2

1. तलका कोणहरू र बिन्दुहरूलाई कापीमा ट्रेसिङ गर। दिइएका बिन्दुहरूमा बरावर कोणहरूको रचना गरी देखाऊ :

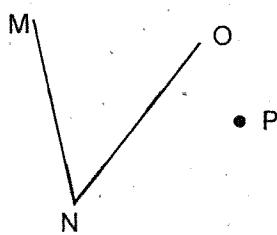
(क)



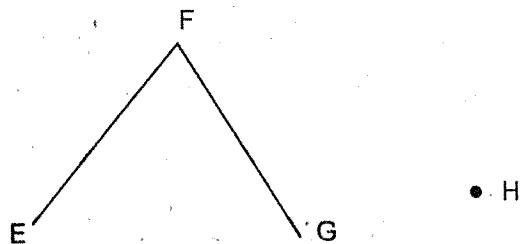
(ख)



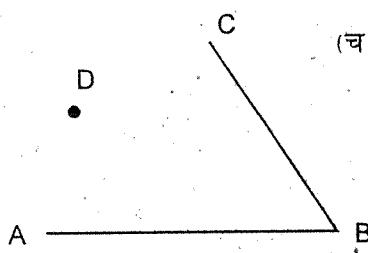
(ग)



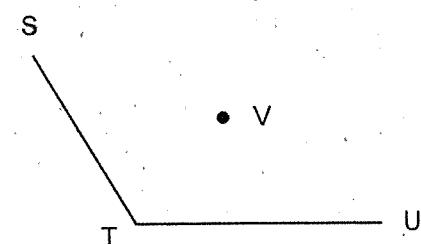
(घ)



(ङ)



(च)



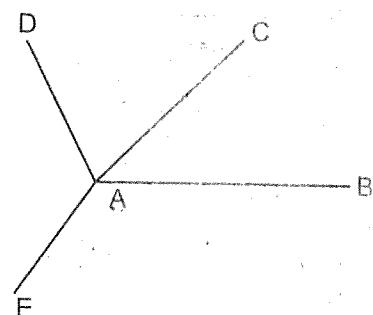
2. कुनै 2 ओटा फरक फरक नापका कोणहरू रचना गरी तिनीहरूको नाप वरावरको कोण कम्पासको प्रयोग गरी रचना गर।
3. कुनै निश्चित नाप वरावरको कोण  $\angle ABC$  खिच । अब  $\angle ABC = \angle XYZ$  बनाएर देखाउ । दुवै कोण नापेर हेर । के  $\angle ABC = \angle XYZ$  भयो ? आफ्नो र साथीको रचना तुलना तुलना गरी हेर ।
4. माथि प्रश्न नं. 1 मा दिइए जस्तै गरी 5 ओटा प्रश्नहरू आफैले बनाएर रचना गर ।
5. एउटा  $60^\circ$  को कोण खिच र त्यो कोणसँग वरावर हुने कोणको रचना गर ।

### 1.3 कोणका जोडाहरूको परिचय (Introduction to Pair of Angles)

#### 1. आसन्न कोणहरू (Adjacent Angles)

दिइएको चित्रमा,

- शीर्षविन्दु A मा कति ओटा रेखाखण्डहरू छन् ?  
ती कुन कुन हुन् ।
- शीर्षविन्दु A मा कति ओटा कोण बनेका छन् ?  
ती कुन कुन हुन् ? नाम लेख ।
- $\angle DAC$  र  $\angle CAB$  मा के के कुराहरू साभा छन् ?



सँगैको चित्रमा शीर्षविन्दु A बाट जाने रेखाखण्डहरू AB, AC, AD र AE छन् । दुई ओटा कोणहरू  $\angle DAC$  र  $\angle CAB$  मा शीर्षविन्दु

A र भुजा AC दुवैमा साभा छन् । त्यसैले  $\angle DAC$  र  $\angle CAB$  आसन्न कोणहरू हुन् ।

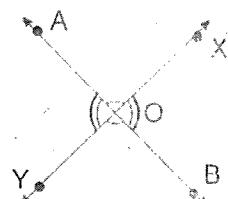
- अन्य 2 जोडी आसन्न कोणहरूको नाम लेख ।
- कापीमा माथिको चित्र सारेर थप 2 ओटा रेखाखण्डहरू शीर्षविन्दु A बाट तान । नयाँ बनेका अन्य 4 जोडी आसन्न कोणको नाम लेख ।
- अब के तिमीले आसन्न कोणको परिभाषा दिन सक्छौ ? आफै लेखन कोमिस गर । आफ्नो लेखाइलाई साथीसँग छलफल गरी निष्कर्षलाई तलको परिभाषासँग तुलना गरी हेर ।

शीर्षविन्दु र एउटा भुजा साभा भएका कोणहरूको जोडीलाई आसन्न कोणहरू भनिन्छ ।

#### 2. शीर्षाभिमुख कोणहरू (Vertically Opposite Angles)

दिइएको चित्रमा :

- रेखाहरू AB र XY कुन विन्दुमा कटिएका छन् ?
- जम्मा कति ओटा कोणहरू बनेका छन् ?
- $\angle AOX$  को विपरीत दिशातिरको कोण कुन हो ?  
त्यसै  $\angle XOB$  को विपरीत दिशाको कोण कुन हो ?
- $\angle AOX$  को विपरीत दिशाको कोण कुन हो ?
- $\angle AOX$  र  $\angle YOB$  शीर्षाभिमुख कोणहरू हुन् ?



यसरी रेखाहरू AB र XY बिन्दु O मा काट्दा बनेका अनासन्न कोणका जोडीहरू  $\angle AOX$  र  $\angle YOB$  शीर्षाभिमुख कोणहरू हुन् । त्यसै  $\angle AOX$  र  $\angle XOB$  पनि शीर्षाभिमुख कोणहरू हुन् । शीर्षाभिमुख कोणलाई विपरीत शीर्षकोण पनि भनिन्छ ।

- के तिमीले अब शीर्षभिमुख कोणको परिभाषा बताउन सक्छौ ? आफै लेख्ने कोसिस गर । आफ्नो लेखाइलाई तलको परिभाषासँग तुलना गरेर हेर ।

दुई ओटा सिधा रेखाहरू आपसमा काटिंदा बनेका (विपरीतिरका) अनासन्न कोणहरूलाई शीर्षभिमुख कोणहरू भनिन्छ ।

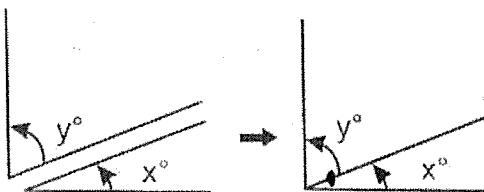
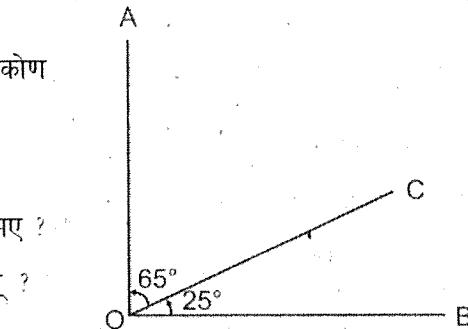
### 3. समपूरक कोणहरू (Complementary Angles)

- चित्रमा देखाए जस्तै बिन्दु 0 मा एउटा  $90^\circ$  को कोण बनाउ ।
- $\angle AOB$  को भाजक OC खिच ।
- $\angle AOC$  र  $\angle COB$  नाप । कति कति डिग्रीका भए ?
- चित्रमा  $\angle AOC = 65^\circ$  र  $\angle COB = 25^\circ$  छन् ?

यहाँ  $\angle AOC + \angle COB = 65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$  छ ।  $\angle AOC$  र  $\angle COB$  को योगफल (जोड) वरावर  $90^\circ$  वा एक समकोण छ ।

यस्ता कोणहरू  $\angle AOC$  र  $\angle COB$  समपूरक कोणहरू हुन् ।

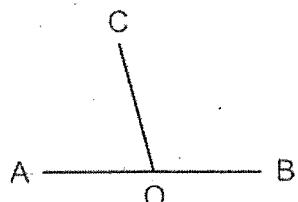
- यदि  $x^\circ$  र  $y^\circ$  समपूरक कोण हुन् भने  $x^\circ + y^\circ = 90^\circ$  हुन्छ ।
- अब के तिमी समपूरक कोणहरूको परिभाषा लेख्न सक्छौ ?



यदि दुई ओटा कोणहरूको योगफल (जोडफल) एक समकोण वा  $90^\circ$  भने त्यस्ता कोणहरूलाई एक अर्काका समपूरक कोण भनिन्छ ।

### 4. परिपूरक कोणहरू (Supplementary Angles)

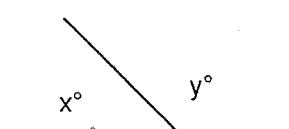
- चित्रमा दिइए जस्तै एउटा सिधाकोण  $\angle AOB$  रचना गर ।
- $\angle AOB = 180^\circ$  लाई रेखाखण्ड OC ले दुई भाग लगाउ ।
- $\angle COB$  र  $\angle AOC$  नापेर हेर । कति कति डिग्रीका भए, लेख । के  $\angle COB + \angle COA = 180^\circ$  हुन्छ ?



चित्रमा  $\angle COB = 105^\circ$  र  $\angle COA = 75^\circ$  छ ।  $\angle COB + \angle COA = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$  हुन्छ ।

यहाँ  $\angle COB$  र  $\angle COA$  को योगफल (जोड) वरावर  $180^\circ$  छ । त्यसैले  $\angle COB$  र  $\angle COA$  परिपूरक कोणहरू हुन् ।

- चित्रमा  $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$  (सरल कोण) छ । त्यसैले  $x^\circ$  र  $y^\circ$  परिपूरक छन् ।



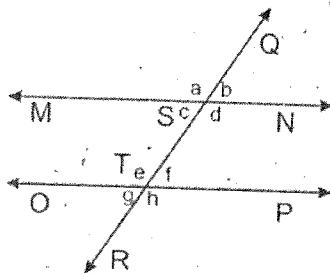
- के माथिको छलफलका आधारमा परिपूरक कोणको परिभाषा लेख्न सक्छौ ? लेख्ने कोसिस गर ।  
यदि दुई ओटा कोणहरूको योगफल दुई समकोण वा  $180^\circ$  हुन्छ भने ती दुई कोणहरूलाई परिपूरक कोण भनिन्छ ।

## 5. छेदकले रेखाहरूसँग बनाउने कोणहरू (Angles made by a Transversal with the Lines)

### (क) छेदक (Transversal)

दिइएको चित्रमा,

- रेखाहरू  $MN$  र  $OP$  लाई कुन रेखाले काटेको छ ?  
चित्रमा  $MN$  र  $OP$  दुई ओटा रेखाहरूलाई एउटा रेखा  $QR$  ले क्रमसः  $S$  र  $T$  मा काटेका छन् । यहाँ रेखा  $QR$  छेदक हो ।



दुई वा दुईभन्दा बढी रेखाहरूलाई काटेर जाने रेखालाई छेदक भनिन्छ ।

### (ख) बाहिरी र भित्री कोणहरू (Exterior and Interior Angles)

- माथिको चित्रमा जम्मा कति ओटा कोणहरू बनेका छन् ? प्रत्येकको नाम लेख ।
- चित्रमा बाहिरी कोणहरू कुन कुन होलान् ?
- चित्रमा भित्री कोणहरू कुन कुन होलान् ?
- रेखाहरू  $MN$  र  $OP$  भन्दा बाहिर परेका कोणहरू बाहिरी कोणहरू हुन् । एउटा बाहिरी कोण  $\angle MSQ$  अथवा  $a$  हो ।
- त्यस्तै अन्य 3 ओटा बाहिरी कोणहरू कुन कुन होलान् ?  
चित्रमा रेखाहरू  $MN$  र  $OP$  को बिचमा (भित्र) परेका कोणहरू भित्री कोणहरू हुन् । चित्रमा एउटा भित्री कोण  $\angle MSR$  अथवा  $c$  हो ।
- चित्रमा अब थप कति ओटा भित्री कोणहरू छन् ? तिनीहरूको कुन कुन कोण होलान् ?  
भित्रमा कोणहरू  $a, b, g$  र  $h$  बाहिरी कोणहरू हुन् । त्यस्तै कोणहरू  $c, d, e$  र  $f$  भित्री कोणहरू हुन् ।

### (ग) एकान्तर कोणहरू (Alternate Angles)

- माथिको चित्रमा  $\angle MST$  र  $\angle STP$  अर्थात्  $c$  र  $f$  कस्ता कोणहरू होलान् ?  
कोणहरू  $c$  र  $f$  छेदकको दुवैतिर परेका भित्री अनासन्न कोणहरू हुन् । यहाँ कोणहरू  $c$  र  $f$  लाई एकान्तर कोण भनिन्छ ।
- त्यस्तै अर्को जोडी एकान्तर कोणहरू लेख ।
- के अब एकान्तर कोणको परिभाषा बताउन सक्छौ ? लेख्ने प्रयास गर ।

दुई ओटा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा छेदकको दुवैतिर परेका भित्री अनासन्न कोणहरूलाई एकान्तर कोण भनिन्दू।

#### (घ) सङ्गत कोणहरू (Corresponding angles)

- माथिको चित्रमा  $\angle QSN$  र  $\angle STP$  अर्थात् b र f कस्ता कोणहरू होलान् ?  
b र f छेदक QR को एकैतिर बनेका एउटा वाहिरी र एउटा भित्री कोणहरू हुन्। यस्ता कोणहरूलाई सङ्गत कोण भनिन्दू।
- त्यसै अर्को जोडी सङ्गत कोणहरू लेख ।
- जम्मा कति जोडी सङ्गत कोणहरू बनेका छन् ? नाम लेख ।
- के अब सङ्गत कोणको परिभाषा लेखन सक्छौ ? लेख्ने कोसिस गर ।

दुई ओटा रेखाहरूलाई कुनै छेदकले काट्दा त्यो छेदकको एकैतिर परेका एउटा वाहिरी र एउटा भित्री अनासन्न कोणहरूको जोडीलाई सङ्गत कोणहरू भनिन्दू।

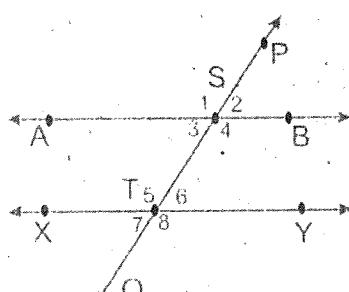
#### (ड) क्रमागत भित्री कोणहरू (Co-interior angles)

- माथिको चित्रमा कोणहरू d र f अर्थात्  $\angle NST$  र  $\angle PTS$  कस्ता कोणहरू होलान् ?  
कोणहरू d र f छेदकको एकैतिर परेका दुवै भित्री कोणहरू हुन्। यस्ता कोणहरूलाई क्रमागत भित्री कोणहरू भनिन्दू।
- चित्रमा अर्को जोडी क्रमागत भित्री कोणहरू पत्ता लगाएर लेख ।
- के अब क्रमागत भित्री कोणहरूको परिभाषा बताउन सक्छौ ? प्रयास गर ।

दुई ओटा रेखाहरूलाई कुनै छेदकले काट्दा छेदकको एकैतिर बनेका भित्री कोणहरूको जोडीलाई क्रमागत भित्री कोणहरू भनिन्दू।

### अभ्यास 1.3

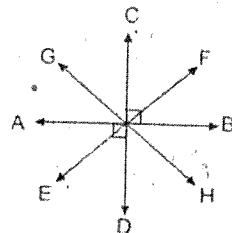
1. रेखाहरू AB र XY लाई छेदक PQ ले काट्दा बनेका कोणहरूलाई चित्रमा देखाइएको छ :
  - (क) 4/4 ओटा भित्री र वाहिरी कोणहरूको नाम लेख ?
  - (ख) 2 जोडा एकान्तर कोणहरूको नाम लेख ।
  - (ग) 2 जोडा क्रमागत भित्री कोणहरूको नाम लेख ।
  - (घ) 4 जोडा सङ्गत कोणहरूको नाम लेख ।
  - (ङ) 2 जोडा अपर्याप्तिमुख कोणहरूको नाम लेख ।
  - (च) 2 जोडा आसन्न कोणहरूको नाम लेख ।
  - (छ) 2 जोडा परिपूरक कोणहरूको नाम लेख ।



2. माथि चित्रमा दिए जस्तै गरी दुई ओटा रेखालाई एउटा छेदकले काटी नामकरण गर र तल दिइएका कोणहरूको नाम लेख :

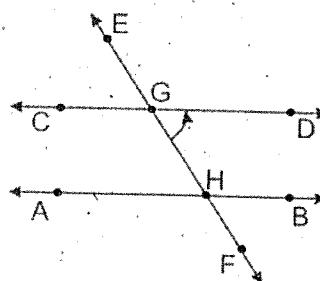
- (क) शीर्षभिमुख कोणहरू
- (ख) परिपूरक कोणहरू
- (ग) आसन्न कोणहरू
- (घ) बाहिरी कोणहरू
- (ङ) एकान्तर कोणहरू
- (च) सङ्गत कोणहरू
- (छ) क्रमागत भित्री कोणहरू
- (ज) समपूरक कोणहरू

3. दिइएको चित्रबाट 4 जोडा समपूरक कोणहरू पता लगाई तिनीहरूको नाम लेख ।



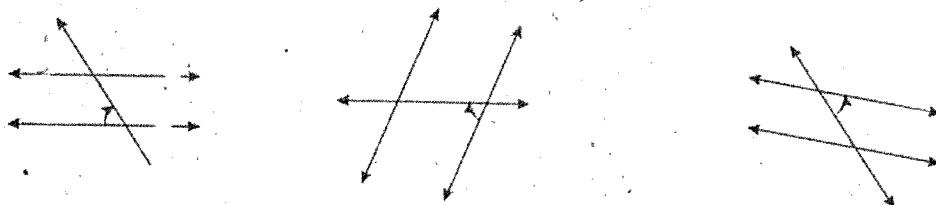
4. दिइएको चित्रमा सङ्केत गरिएको कोण DGF सँग निम्न वस्तुजिम हुने कोणहरूको नाम लेख :

- (क) आसन्न कोण 2 ओटा
- (ख) शीर्षभिमुख कोण 1 ओटा
- (ग) परिपूरक कोण 2 ओटा
- (घ) एकान्तर कोण 1 ओटा
- (ङ) सङ्गत कोण 1 ओटा
- (च) क्रमागत भित्री कोण 1 ओटा



5. तलका प्रत्येक चित्र कापीमा सार । नामाङ्कन गर । अब सङ्केत गरिएका कोणहरूमा निम्नानुसार हुने कोणका जोडाहरूको नाम लेख :

- (क) एकान्तर कोणहरू
- (ख) सङ्गत कोणहरू
- (ग) क्रमागत भित्री कोणहरू



6. एकान्तर कोणको चित्रसहित परिभाषा लेख ।

7. दुई ओटा रेखालाई एउटा छेदकले काट्दा वन्ने सम्भावित कोणहरूको उदाहरणसहित परिभाषा लेख ।

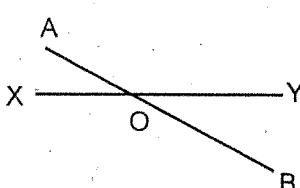
## 1.4 कोणहरूको परीक्षण (Verification of Angles)

तल दिइएका विभिन्न कोणहरूको परीक्षणका क्रियाकलाप अध्ययन र छलफल गर। आफूले पनि सोअनुसार लेख्ने र गर्ने प्रयास गर।

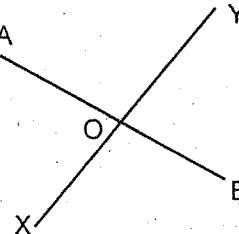
**परीक्षण 1** तथ्य : दुई ओटा रेखाखण्डहरू आपसमा काटदा बनेका शीर्षभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन्।

तलका प्रत्येक चित्रहरूमा दुई ओटा रेखाखण्डहरू AB र XY आपसमा O बिन्दुमा काटिएका छन्।

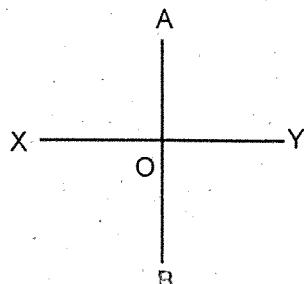
अब प्रोट्याक्टरको सहायताले शीर्षभिमुख कोणहरूका जोडा  $\angle AOX$  र  $\angle BOY$  तथा  $\angle AOY$  र  $\angle XOB$  नापेर तलको तालिकामा भर।



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

चित्र नं.	शीर्षभिमुख कोण र कोणको नाप				परिणाम
	$\angle AOX$	$\angle BOY$	$\angle AOY$	$\angle XOB$	
1.					
2.					
3.					

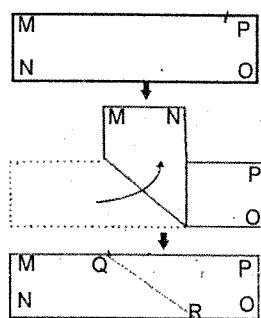
- माथिका तिन ओटै चित्रहरूमा कोणहरू  $\angle AOX$  र  $\angle BOY$  बिच कस्तो सम्बन्ध पायौ ?
- त्यसै  $\angle AOY$  र  $\angle XOB$  बिच कस्तो सम्बन्ध पायौ ?
- अब माथिको परीक्षणबाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ ? लेख। प्राप्त निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरी हेर।

**निष्कर्ष :** दुई ओटा रेखाखण्डहरू आपसमा काटदा बनेका शीर्षभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन्।

**परीक्षण 2** तथ्य : सरल रेखाको कुनै बिन्दुमा एकैतिर रहेका कोणहरूको योगफल  $180^\circ$  हुन्छ।

**प्रयोग 1:** कागज पट्याउँर गरिने परीक्षण (Verification by Paper Folding)

- एउटा आयतकार कागजको टुक्रा लेऊ। चित्रमा दिए जस्तै गरी MNOP नामकरण गर।
- चित्रमा दिए जस्तै गरी लम्बाइतिरको भाग समाएर पट्याउ। पट्याइएको ठाउँलाई गाढा बनाऊ।
- पट्याउँदा भएको ठाउँलाई स्केलले रेखा खिच। रेखाले किनारमा छोएको बिन्दुलाई क्रमशः Q र R नामकरण गर।

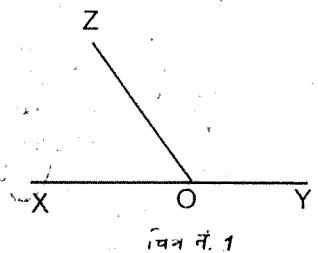


4. अब चित्रअनुसार  $\angle MQR + \angle RQP = \angle MQP$  = एक सिधा कोण  $180^\circ$  (सिद्गो टुक्रे तथ्यअनुसार)
- अब माथिको परीक्षणबाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख र साथीसँग छलफल गर ।  
निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरी हेर ।

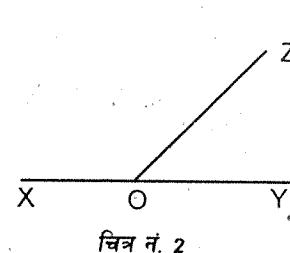
**निष्कर्ष :** सरल रेखाको कुनै विन्दुमा एकैतिर बनेका कोणहरूको योगफल दुई समकोण हुन्छ ।

#### प्रयोग 2: कोण नापेर गरिने परीक्षण (Verification by Measuring Angles)

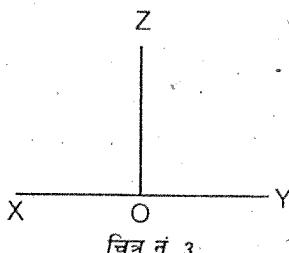
1. चित्रमा एउटा सिधारेखा XY को कुनै विन्दु O बाट जाने गरी अर्को रेखा OZ खिचिएको छ । यस्ता 3 ओटा फरक फरक चित्र खिचिएका छन् ।



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

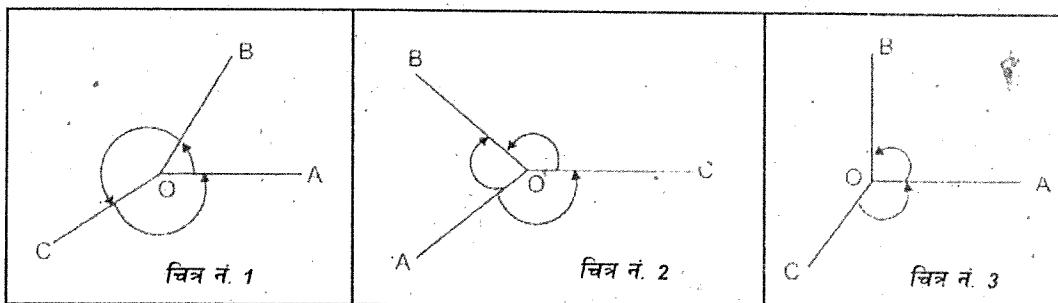
2. प्रत्येक चित्रहरूमा  $\angle XOZ$  र  $\angle ZOY$  नापेर तलको तालिकामा भर ।

चित्र नं.	कोणहरू र तिनको नाप			परिणाम
	$\angle XOZ$	$\angle ZOY$	$\angle XOZ + \angle ZOY$	
1				
2				
3				

- माथिका प्रत्येक चित्रहरूमा  $\angle XOZ + \angle ZOY$  कति भयों, लेख ।
- $\angle XOZ$  र  $\angle ZOY$  को सम्बन्ध कस्तो पायौ ?
- माथिको प्रयोगका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ । निष्कर्ष लेखेर कक्षामा छलफल गर । प्राप्त निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरी हेर ।

**निष्कर्ष :** सरल रेखाको कुनै विन्दुमा एकैतिर रहेका सबै कोणहरूको योगफल दुई समकोण वा  $180^\circ$  हुन्छ ।

**परीक्षण 3** तथ्य : कुनै विन्दुको वरिपरि एक परिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल  $360^\circ$  हुन्छ ।



- चित्रमा विन्दु O को वरिपरि बनेका कोणहरू  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$  र  $\angle COA$  छन् ।
- तलको तालिकामा प्रत्येक चित्रका  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$  र  $\angle COA$  नाप र तालिका पुरा गर ।

चित्र	कोणहरू र कोणका नाप			
	$\angle AOB$	$\angle BOC$	$\angle COA$	$\angle AOB + \angle BOC + \angle COA$
1				
2				
3				

- के माथि सबै चित्रमा  $\angle AOB + \angle BOC + \angle COA = 360^\circ$  छ ?
- माथिका क्रियाकलाहरूबाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ ? लेख । निष्कर्षलाई कक्षामा छलफल गर । निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरी हेर :

निष्कर्ष : कुनै विन्दुका वरिपरि एक उरिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल  $360^\circ$  हुन्छ ।

#### उदाहरण 1

चित्रमा x, y र a को मान पत्ता लगाऊ ।

समाधान :

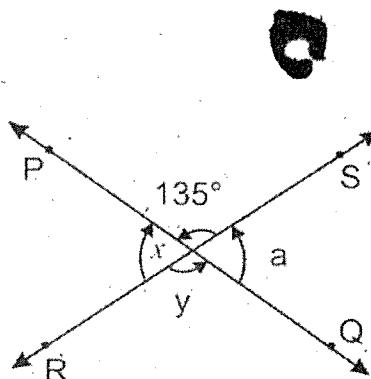
$$\text{यहाँ, } x + 135^\circ = 180^\circ \text{ (सरल कोण} = 180^\circ \text{ हुने भएकाले)}$$

$$\text{अथवा } x = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\text{त्यस्तै } a = x = 45^\circ \text{ (शीर्षभिमुख कोणहरू बरावर हुने भएकाले)}$$

$$\text{अनि, } y = \angle POS = 135^\circ \text{ (शीर्षभिमुख कोणहरू भएकाले)}$$

$$\text{अतः } x = 45^\circ, y = 135^\circ \text{ र } a = 45^\circ \text{ हुन्छ ।}$$



#### उदाहरण 2

चित्रमा x को मान पत्ता लगाई 4 ओटै कोणको नाप पनि लेख ।

समाधान :

$$\text{यहाँ, } 2x + 4x + 3x + x = \angle XOV \text{ (सिङ्गो टुक्रे तथ्यअनुसार)}$$

$$\text{अथवा } 10x = 180^\circ \quad (\angle XOV = 180^\circ, \text{ सरल कोण भएकाले})$$

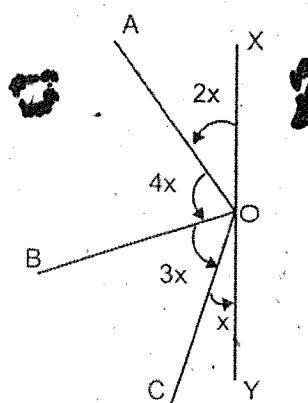
$$\text{अथवा, } x = \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$$

$$\text{अब, } \angle AOX = 2x = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$$

$$\angle AOB = 4x = 4 \times 18^\circ = 72^\circ$$

$$\angle BOC = 3x = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$$

$$\text{र } \angle COY = x = 18^\circ \text{ हुन्छ ।}$$



### उदाहरण 3

दिइएको चित्रका आधारमा  $a$  को मान पत्ता लगाऊ :

समाधान :

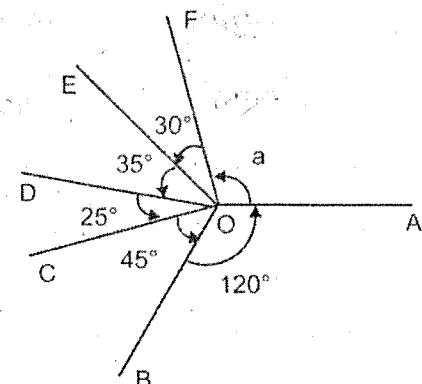
$$\text{यहाँ, } a + 30^\circ + 35^\circ + 25^\circ + 45^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

(कनकि बिन्दु  $O$  मा बनेका एक पुरा परिक्रमणका कोणहरूको योगफल  $360^\circ$  हुन्छ ।)

$$\text{अथवा, } a + 255^\circ = 360^\circ$$

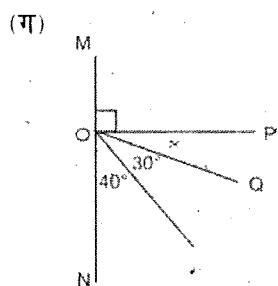
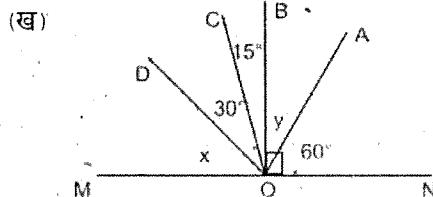
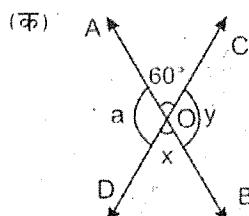
$$\text{अथवा, } a = 360^\circ - 255^\circ = 105^\circ$$

तसर्व  $a$  को मान  $105^\circ$  हुन्छ ।



### अभ्यास 1.4

1. तलका चित्रहरूमा  $x, y, z$  र  $a$  को मान पत्ता लगाऊ :



2. निम्न लिखित तथ्यहरू प्रयोग भएका एक एक ओटा समस्या बनाई समाधान गर :

- (क) शीर्षभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
- (ख) सरल रेखाको कुनै बिन्दुमा एकैतिर रहेका कोणहरूको योग  $180^\circ$  हुन्छ ।
- (ग) कुनै बिन्दुको वौरपरि एक परिक्रमणमा बनेका कोणहरूको योगफल  $360^\circ$  हुन्छ ।

## 2.1 त्रिभुजको रचना (Construction of a Triangle)

1. दुई ओटा भुजाको नाप र तिनीहरूबिचको कोण दिएर त्रिभुजको रचना

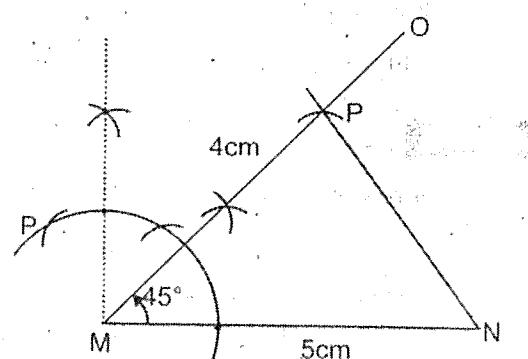
## उदाहरण 1

एउटा त्रिभुज PMN रचना गर । जसमा  $MN = 5\text{cm}$ ,  $MP = 4\text{cm}$  र  $\angle PMN = 45^\circ$  छ ।

समाधान :

रचना गर्ने तरिका :

1. सर्वप्रथम  $MN=5\text{cm}$  को एउटा रेखाखण्ड खिच ।
2. बिन्दु M मा  $\angle OMN = 45^\circ$  को कोण खिच ।
3. कम्पासको सहयोगले  $MP = 4\text{cm}$  हुने गरी काट ।
4. अब P र N जोड । अब आवश्यक त्रिभुज PMN तयार भयो ।



2. कुनै एउटा भुजाको नाप र त्यसमा बनेका दुई ओटा कोण दिएर त्रिभुजको रचना

## उदाहरण 2

एउटा त्रिभुज XYZ को रचना गर । जहाँ  $\angle X = 45^\circ$ ,  $\angle Y = 30^\circ$ , र  $XY = 6\text{cm}$  छ ।

समाधान :

रचना गर्ने तरिका :

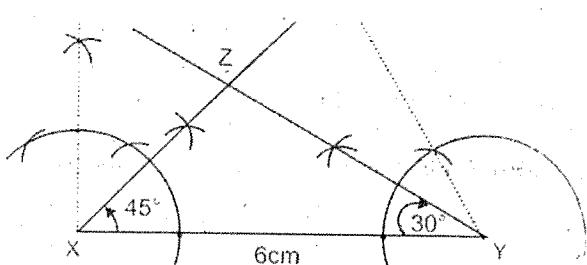
1.  $XY = 6\text{cm}$  भएको एउटा रेखाखण्ड खिच ।

2. बिन्दु X मा  $\angle X = 45^\circ$  को कोण खिच ।

3. बिन्दु Y मा  $\angle Y = 30^\circ$  को कोण खिच ।

यसरी  $\angle X$  र  $\angle Y$  कोण खिच्दा कोण बनाउने रेखाहरूले बिन्दु Z मा काट्छ ।

अब, आवश्यक त्रिभुज XYZ तयार भयो ।



3. तिन ओटा भुजाको नाप दिएर त्रिभुजको रचना

**उदाहरण 3**

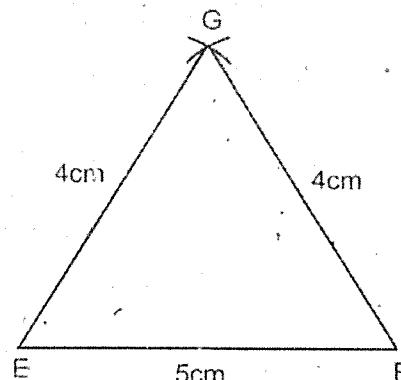
एउटा त्रिभुज EFG को रचना गर जसमा  $EF = 5\text{cm}$ ,  $FG = 4\text{cm}$  र  $EG = 4\text{cm}$  छ ।

सम्याधान :

रचना गर्ने तरिका :

1.  $EF = 5\text{cm}$  को रेखाखाण्ड खिच ।
2. विन्दु E वाट  $4\text{cm}$  र विन्दु F वाट  $4\text{cm}$  को चाप लिएर दुवै चाप काटेर बन्ने विन्दु G पत्ता लगाऊ ।
3. E र G तथा F र G जोड ।

अब, आवश्यक त्रिभुज EFG तयार भयो ।



**अभ्यास 2.1**

1. तलका प्रत्येक अवस्थामा  $\triangle ABC$  को रचना गर :

- (क)  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$  र  $\angle B = 135^\circ$
- (ख)  $BC = AC = 5.5\text{cm}$  र  $\angle C = 45^\circ$
- (ग)  $AB = 3.5\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$  र  $\angle A = 45^\circ$

2. तलका प्रत्येक अवस्थामा  $\triangle XYZ$  को रचना गर :

- (क)  $YZ = 5\text{cm}$ ,  $\angle Y = 60^\circ$  र  $\angle Z = 30^\circ$
- (ख)  $XZ = 4.5\text{cm}$ ,  $\angle X = 105^\circ$  र  $\angle Z = 45^\circ$
- (ग)  $XY = 5.3\text{cm}$ ,  $\angle X = 60^\circ$  र  $\angle Y = 90^\circ$

3. तलका प्रत्येक अवस्थामा  $\triangle QRS$  को रचना गर :

- (क)  $QR = 4\text{cm}$ ,  $RS = 5\text{cm}$ , र  $QS = 6\text{cm}$
- (ख)  $QS = 5.5\text{cm}$ ,  $QR = 5.5\text{cm}$ , र  $RS = 5.5\text{cm}$
- (ग)  $RS = 4.5\text{cm}$ ,  $QR = 7\text{cm}$  र  $QS = 6.5\text{cm}$

4. तलका प्रत्येक अवस्थामा  $\triangle EFG$  को रचना गर :

- (क)  $EF = FG = 4.5\text{cm}$  र  $\angle EFG = 90^\circ$
- (ख)  $EF = 5\text{cm}$ ,  $FG = 6\text{cm}$  र  $EG = 6.3\text{cm}$

5. निम्नानुसारका अवस्थामा एक एक ओटा त्रिभुजहरू रचना गर्ने समस्या बनाऊ खोज र रचना गर :

1. दुई ओटा भुजाको नाप र ती भुजाले बनाउने कोणको नाप दिएमा
2. कुनै एउटा भुजाको नाप र त्यसमा बनेका दुई ओटा कोणको नाप दिएमा
3. तिन ओटै भुजाको नाप दिएमा

## 2.2 आयत, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज र समवाहु चतुर्भुजका गुणहरूको खोजी

### 1. समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको खोजी

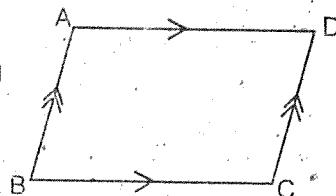
तलका किम्बाकलापहरू अथवा गरी छलफल गर :

(क) चित्रमा देखाइएको चतुर्भुज ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।

कसरी :

(ख) समानान्तर चतुर्भुज भनेको के हो ? परिभाषा लेख ।

(ग) समानान्तर चतुर्भुजका के के गुणहरू हुन सबलान् ? मार्थीसंग छलफल गर ।



सम्मुख भुजाहरू समानान्तर भएको चतुर्भुजलाई समानान्तर चतुर्भुज (Parallelogram) भनिन्छ ।

अब माथिको समानान्तर चतुर्भुजको परिभाषा र क्रियाकलापका आधारमा समानान्तर चतुर्भुजका निम्नानुसारका गुणहरूको खोजी गर्ने प्रयास गर । (चित्र बनाएर तथा क्रागज पट्याएर)

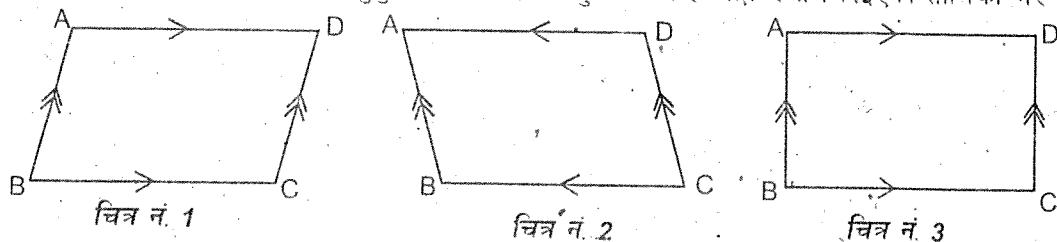
समानान्तर चतुर्भुजका गुण अथवा विशेषताहरू

- सबै समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू वरावर हुन्छन् ।
- सबै समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू वरावर हुन्छन् ।
- सबै समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन् ।

माथिका समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको परीक्षणलाई तल क्रमशः प्रस्तुत गरिएको छ ।

**परीक्षण 1.** समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू वरावर हुन्छन् ।

तलका प्रत्येक समानान्तर चतुर्भुज ABCD का सम्मुख कोणहरू नाप र तल दिइएको तालिका भर :



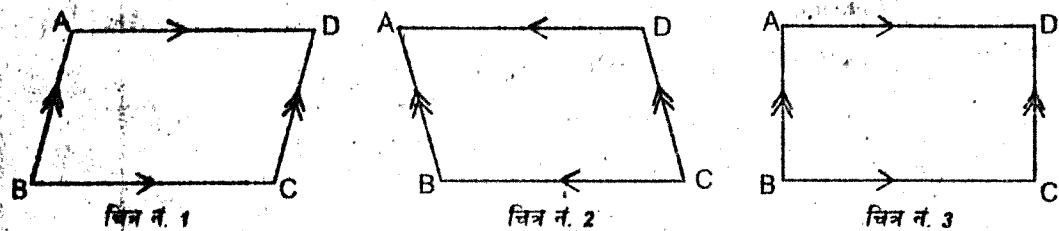
चित्र नं.	सम्मुख कोणहरूको नाप		सम्मुख कोणहरूको नाप		परिणाम
	$\angle ABC$	$\angle ADC$	$\angle BAD$	$\angle CDA$	
1.					
2.					
3.					

माथिको तालिकादाट के निष्कर्ष निकाल्न भवित्वमै नेब । आफ्नो निष्कर्षलाई मार्थीभर्ग छलफल गर ।

**निष्कर्ष :** समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू वरावर हुन्छन् ।

## परीक्षण 2. समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू वरावर हुन्छन्।

तलका प्रत्येक समानान्तर चतुर्भुज ABCD का सम्मुख भुजाहरू नाप र तालिका भर :



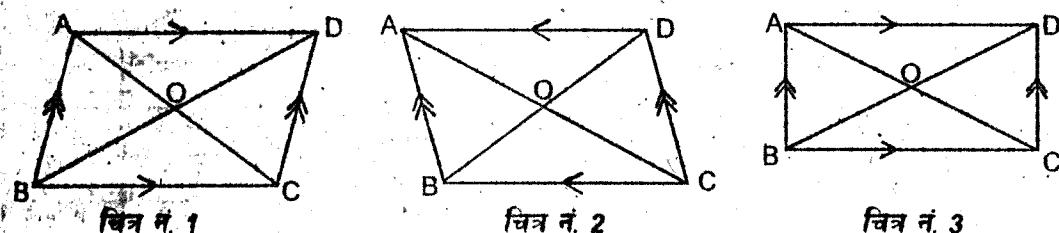
चित्र नं.	सम्मुख भुजाहरूको नाप		सम्मुख भुजाहरूको नाप		परिणाम
	AB	DC	AD	BC	
1.					
2.					
3.					

- माथिको तालिकावाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख। आफ्नो निष्कर्षलाई साथीसँग छलफल गर ।

निष्कर्ष : समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू वरावर हुन्छन्।

## परीक्षण 3. समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन्।

तलका प्रत्येक समानान्तर चतुर्भुजहरू ABCD का विकर्णहरूका भागहरू नाप र तालिकामा भर :



चित्र नं.	विकर्ण BD का भागहरू र नाप		विकर्ण AC का भागहरू र नाप		परिणाम
	BO	OD	AO	OC	
1.					
2.					
3.					

- माथिको तालिकाको आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? आफ्नो निष्कर्षलाई साथीसँग छलफल गर ।

निष्कर्ष : समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन्।

नोट : शिक्षकसँग सल्लाह गरी कागज पट्टाउने विधिवाट समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको खोजी गर्ने अभ्यास गर ।

## 2. आयतका गुणहरूको खोजी

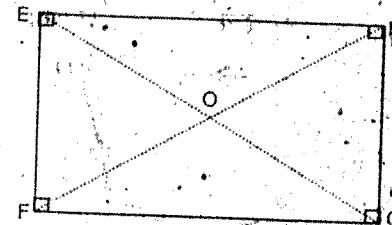
तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

चित्रमा EFGH एउटा आयत हो । कसरी ? छलफल गर ।

(क) आयत भनेको के हो ? परिभाषा लेख ।

(ख) कुनै एउटा आयत बनाई त्यसको नामकरण गर ।

(ग) आयतका के के गुणहरू हुन सक्लान् ? साथीसँग छलफल गर ।



यदि समानान्तर चतुर्भुजको एउटा कोण  $90^\circ$  को द्व भने त्यस समानान्तर चतुर्भुजलाई आयत (Rectangle) भनिन्दै ।

आयतमा समानान्तर चतुर्भुजका सबै गुणहरू हुन्दैन् । साथै विकर्णहरू आपसमा बराबर हुन्दैन् ।

अब माथिको आयतको परिभाषा र क्रियाकलापका आधारमा आयतका निम्नानुसारका गुणहरूको खोजी गर्ने प्रयास गर । (चित्र बनाएर तथा कागज पट्ट्याएर)

आयतका गुण वा विशेषताहरू

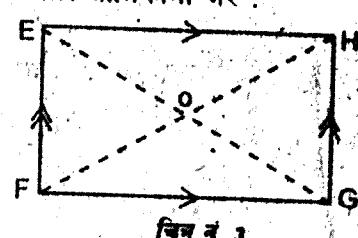
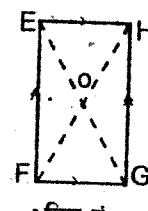
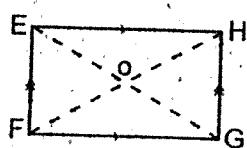
1. सबै आयतका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्दैन् ।
2. सबै आयतका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्दैन् ।
3. सबै आयतका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्दैन् ।
4. आयतका विकर्णहरू आपसमा बराबर हुन्दैन् ।
5. आयतको प्रत्येक कोण  $90^\circ$  हुन्दै ।

माथिका आयतका 1, 2 र 3 नम्बरका विशेषताहरूलाई समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको परीक्षणका आधारमा खोजी/परीक्षण गरेर शिक्षकलाई देखाउ ।

माथिका आयतका गुणहरूमध्ये 3 र 4 का गुणहरूको परीक्षणलाई तल क्रमशः प्रस्तुत गरिएको द्व ।

4. आयतका विकर्णहरू आपसमा बराबर हुन्दैन् ।

तलका चित्रहरूमा आयतका दुवै विकर्णहरू EG र FH नापेर तलको तालिकामा भर ।



चित्र नं.	विकर्णहरूको नाप		परिणाम
	EG	FH	
1.			
2.			
3.			

→ माथिको तालिकावाट के निष्कर्ष निकालन सबैदै लेख । आफूनो निष्कर्षलाई साथीसँग छलफल गर ।

**निष्कर्ष :** आयतका विकर्णहरू आपसमा बराबर हुन्छन् ।

**नोट :** शिक्षकको सहायतामा कागज पट्ट्याउने विधिवाट आयतका गुणहरूको खोजी गर्ने अभ्यास ।

### 3. वर्ग (Square) का गुणहरूको खोजी

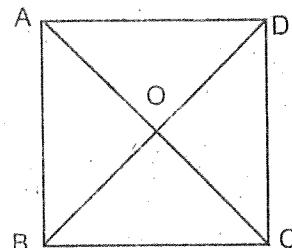
तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) दिएको चित्रमा ABCD एउटा वर्ग हो, कसरी ?

(ख) वर्ग भनेको के हो ? परिभाषा लेख ।

(ग) कुनै एउटा वर्ग बनाई त्यसको नामकरण गर ।

(घ) वर्गका के के गुणहरू हुन सबलान् ? साथीसँग छलफल गर ।



आसन्न भुजाहरू बराबर भएको आयतलाई वर्ग (Square) भनिन्छ ।

वर्गमा समानान्तर चतुर्भुज र आयतका सबै गुणहरू हुन्छन् ।

अब माथिको वर्गको परिभाषा र आयतका गुणहरूको खोजी गर्ने क्रियाकलापका आधारमा वर्गका निम्नानुसारका गुणहरूको खोजी गर्ने प्रयास गर । (चित्र बनाएर तथा कागज पट्ट्याएर)

वर्गका सम्भाव्य गुण तथा विशेषताहरू

1. वर्गका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

2. वर्गको दुवै विकर्णहरू आपसमा बराबर हुन्छन् ।

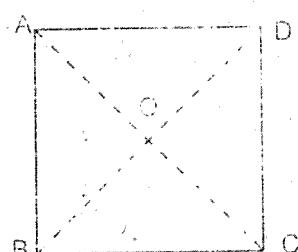
3. वर्गका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने, गरी समद्विभाजन हुन्छन् ।

4. वर्गका प्रत्येक विकर्णले उर्पिकोणलाई आधा गर्दछ ।

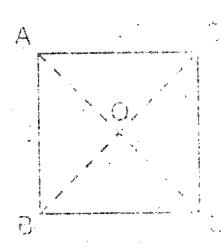
माथिका वर्गको १ र २ नम्बरका गुण तथा विशेषताहरूलाई समानान्तर चतुर्भुज र आयतका गुणहरूका आधारमा खोजी उर्पिकोण गर्ने शिक्षकलाई देखाउ ।

3. सबै वर्गका दिक्षणहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजन हुन्छन् ।

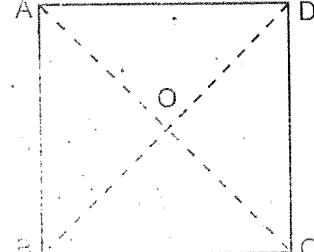
दिएका प्रत्येक त्रिभुज ABCD का निम्न भागहरू नापेर तलको तालिकामा भर । (प्रत्येक चित्रका लागि तालिकामा दिइए जस्तै क्लिपटा छुटै तिन तिन ओटा तालिका बनाऊ ।)



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

चित्र	विकर्ण AC र BD का भागहरूको नाम				विकर्णले बनाएका कोणहरूको नाम				परिणाम
	AO	OC	BO	OD	$\angle AOB$	$\angle AOD$	$\angle DOC$	$\angle COB$	
1.									
2.									
3.									

माथिका तालिकावाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख र कक्षामा छुलफल गर ।

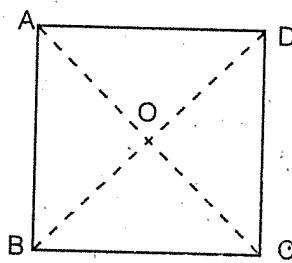
माथिको पत्येक वर्ग ABCD मा विकर्णहरूले बनाएका कोणहरू  $\angle AOB = \angle AOD = \angle DOC = \angle COB = 90^\circ$  = एक समकोण छन् । त्यसैगरी विकर्ण AC का भाग AO = OC तथा विकर्ण BD का भाग BO = OD छन् ।

अब, माथिको तालिको र छुलफलका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख र कक्षामा छुलफल गर ।

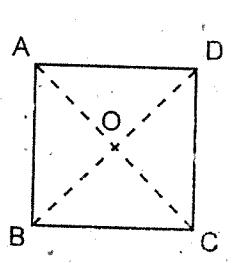
निष्कर्ष : वर्गका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजन हुन्छन् ।

4. वर्गका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आदा गर्न्छ ।

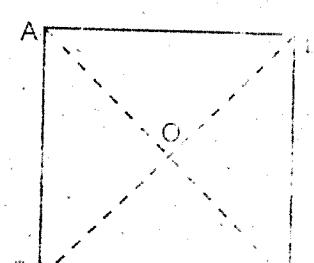
तल दिइएका प्रत्येक वर्ग ABCD का कोणहरू नापी तलको तालिका भर । प्रत्येक चित्रका नाम छुट्टा छुट्टै तालिकामा दिइए जस्तै तिन तिन ओटा तालिका बनाउ ।



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

चित्र नं. 1 का लागि :

शीर्षकोणको नाम	शीर्षकोणका समाप्तक लोणहरूको नाम
$\angle BAD = \dots$	$\angle BAO = \dots$
$\angle ADC = \dots$	$\angle ADO = \dots$
$\angle DCB = \dots$	$\angle DCO = \dots$
$\angle ABC = \dots$	$\angle ABO = \dots$
	$\angle COB = \dots$

माथिको तालिकामा आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख । आफुसो निम्नलिखित विकर्णहरूको नाम लिए ।

माथिको वर्ग ABCD मा शीर्षकोणहरू  $\angle BAD$  लाई विकर्ण AC ले आदा गरेको छ ।

$\angle ADC$  लाई विकर्ण BD ले आदा गरेको छ । शीर्षकोण  $\angle DCB$  लाई विकर्ण AC ले आदा गरेको छ ।

छ र शीर्षकोण  $\angle ABC$  लाई विकर्णले BD आदा गरेको छ ।

अब, तिम्हो निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरेर हेर ।

**निष्कर्ष :** वर्गका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दछन् ।

**नोट :** शिक्षकसँग सल्लाह गरी कागज पट्ट्याउने विधिवाट वर्गका गुणहरूको खोजी गर्ने अभ्यास गर ।

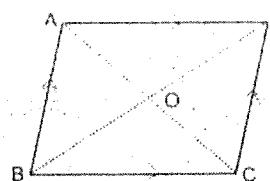
#### 2.4 समवाहु चतुर्भुज (Rhombus) का गुणहरूको खोजी

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) समवाहु चतुर्भुज भनेको के हो ?

(ख) कुनै एउटा समवाहु चतुर्भुज बनाई त्यसको नामकरण गर ।

(ग) समवाहु चतुर्भुजका गुणहरू के के हुन सक्लान् ? साथीसँग छलफल गर ।



आसन्न भुजाहरू वरावर भएको समानान्तर चतुर्भुजलाई समवाहु चतुर्भुज (Rhombus) भनिन्छ ।

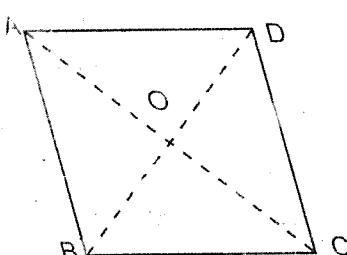
समवाहु चतुर्भुजमा समानान्तर चतुर्भुजका सबै गुणहरू हुन्छन् ।

अब माथिको समवाहु चतुर्भुजको परिभाषा र माथि समानान्तर चतुर्भुज, आयत र वर्गका गुणहरूको खोजी गर्ने क्रियाकलापका आधारमा समवाहु चतुर्भुजका निम्नानुसारका गुणहरूको खोजी गर्ने प्रयास गर । (चित्र बनाएर तथा कागज पट्ट्याएर)

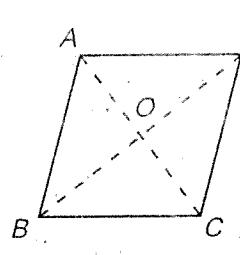
समवाहु चतुर्भुजका गुण तथा विशेषताहरू

- समवाहु चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू वरावर हुन्छन् ।
  - समवाहु चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू वरावर हुन्छन् ।
  - समवाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजन हुन्छन् ।
  - समवाहु चतुर्भुजका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दै ।
- माथिका समवाहु चतुर्भुजका 1 र 2 नम्बरका गुण तथा विशेषताहरूलाई समानान्तर चतुर्भुज गुणहरूको परीक्षणका आधारमा खोजी/परीक्षण गरेर शिक्षकलाई देखाउ ।
- समवाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजन हुन्छन् ।

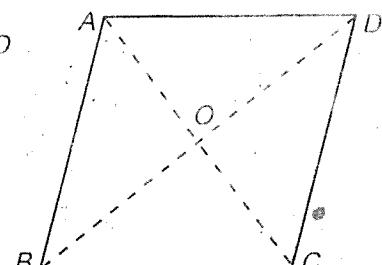
तल दिइएका प्रत्येक समवाहु चतुर्भुज ABCD का निम्न भागहरू नापेर तलको तालिका गर ।



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

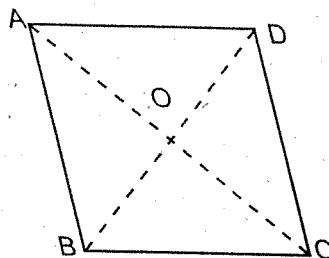
चित्र	विकर्ण AC र BD का भागहरूको नाप				विकर्णले बनाएका कोणहरूको नाप				परिणाम
	AO	OC	BO	OD	$\angle AOB$	$\angle AOD$	$\angle DOC$	$\angle COB$	
1.									
2.									
3.									

माथिका तालिकावाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख र कक्षामा छलफल गर ।

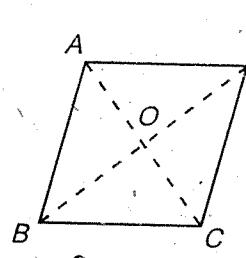
निष्कर्ष : समवाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजन हुन्दैन् ।

4. समवाहु चतुर्भुजका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दैन् ।

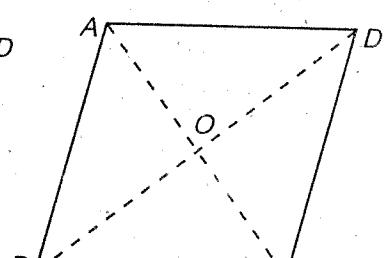
तल दिइएका प्रत्येक समवाहु चतुर्भुज ABCD का निम्नानुसारका कोणहरू नापी तलको तालिका भर : (प्रत्येक चित्रका लागि छुट्टाछुट्टै तालिकामा दिइए जस्तै तिन तिन ओटा तालिका बनाऊ ।)



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

चित्र नं. 1 का लागि :

शीर्षकोणको नाप	शीर्षकोणका सहायक कोणहरूको नाप	परिणाम
$\angle BAD = \dots$	$\angle BAO = \dots$	$\angle OAD = \dots$
$\angle ADC = \dots$	$\angle ADO = \dots$	$\angle ODC = \dots$
$\angle DCB = \dots$	$\angle DCO = \dots$	$\angle OCB = \dots$
$\angle ABC = \dots$	$\angle ABO = \dots$	$\angle OBC = \dots$

माथिको तालिकाका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख । आफ्नो निष्कर्षलाई कक्षामा छलफल गर ।

माथिको समवाहु चतुर्भुज ABCD मा शीर्षकोणहरू  $\angle BAD$  लाई विकर्ण AC ले आधा गरेको छ ।

शीर्षकोण  $\angle ADC$  लाई विकर्ण BD ले आधा गरेको छ । शीर्षकोण  $\angle DCB$  लाई विकर्ण AC ले आधा गरेको छ र शीर्षकोण  $\angle ABC$  लाई विकर्ण BD ले आधा गरेको छ ।

अब, तिमो निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरेर हेर ।

निष्कर्ष : समवाहु चतुर्भुजका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दैन् ।

नोट : शिक्षकको सहयोगमा कागज पट्टाउने विधिवाट समवाहु चतुर्भुजका गुणहरूको खोजी गर्ने अभ्यास गर ।

## अभ्यास 2.2

- तलका भनाइ सत्य छन् वा छैनन्, छुट्याऊँ :
  - समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन्।
  - आयतका सबै गुणहरू समानान्तर चतुर्भुजमा पनि हुन्छन्।
  - वर्गका सबै गुणहरू आयतमा पनि हुन्छन्।
  - समबाहु चतुर्भुजका सबै गुणहरू आयतका गुणसँग मिल्छन्।
- समानान्तर चतुर्भुजका कुन कुन गुणहरू आयतसँग मिल्छन्? उदाहरणसहित चित्र बनाएर देखाऊँ।
- समबाहु चतुर्भुज र वर्गका गुणहरूमा के फरक छ? चित्र र उदाहरणसहित पुष्टि गर।
- तलको तालिकामा प्रत्येक चतुर्भुजका गुणहरूको सूची तयार पार। प्रत्येकका समान र असमान गुणहरू छुट्याएर लेख :

क्र.स.	समान/असमान गुण	समानान्तर चतुर्भुज	आयत	वर्ग	समबाहु चतुर्भुज
1.	समान गुण				
2.	असमान गुण				

- 4cm एउटा भुजा भएको वर्ग बनाई यसका कुनै दुई ओटा गुणहरूको खोजी गरी देखाऊँ।
- एउटा भुजाको नाप 4.5cm भएको एउटा समबाहु चतुर्भुज बनाई त्यसका कुनै दुई ओटा गुणहरूको खोजी गरी देखाऊँ।

## 2.3 चतुर्भुजको रचना (Construction of Quadrilateral)

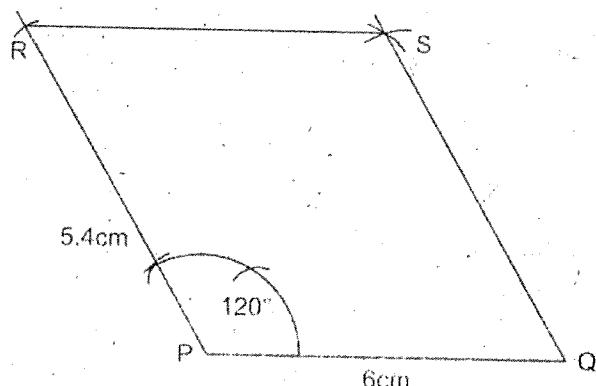
1. आसल्न भुजार तिनीहरूविचको कोण दिएर समानान्तर चतुर्भुजको रचना

### उदाहरण 1

आसल्न भुजाहरूको नाप क्रमशः  $6\text{cm}$  र  $5.4\text{cm}$  तथा तिनीहरूविचको कोण  $120^\circ$  भएको समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर ।

समाधान :

1. एउटा  $PQ = 6\text{cm}$  भएको रेखाखण्ड खिच ।
2. विन्दु  $P$  मा कम्पासको सहायताले  $120^\circ$  को कोण खिच ।
3.  $120^\circ$  को कोण बनाउने रेखामा  $P$  वाट  $5.4\text{cm}$  काटेर विन्दु  $R$  पत्ता लगाऊ ।
4.  $R$  वाट  $6\text{cm}$  र  $Q$  वाट  $5.4\text{cm}$  चाप लिई आपसमा काटेर विन्दु  $S$  पत्ता लगाऊ ।
5.  $Q$  र  $S$  तथा  $R$  र  $S$  जोड ।



अब आवश्यक समानान्तर चतुर्भुज  $PQSR$  तयार भयो ।

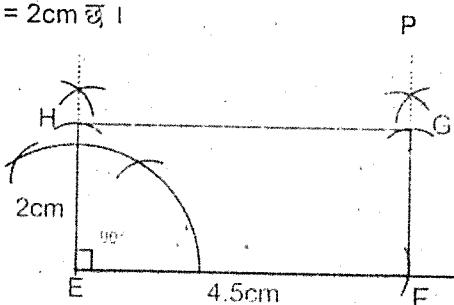
2. आसल्न भुजाहरूको नाप दिएर आयतको रचना

### उदाहरण 2

एउटा आयत  $EFGH$  खिच, जसमा  $EF = 4.5\text{cm}$  र  $EH = 2\text{cm}$  छ ।

समाधान : रचना गर्ने तरिका

1. सर्वप्रथम आधार रेखा  $EF = 4.5\text{cm}$  खिच ।
2. कम्पास र घुलरको सहायताले विन्दु  $E$  मा  $90^\circ$  को कोण खिच ।
3. विन्दु  $E$  मा  $90^\circ$  कोण बनाउने रेखामा  $2\text{cm}$  नापेर विन्दु  $H$  पत्ता लगाऊ ।
4. विन्दु  $H$  वाट  $4.5\text{cm}$  को चाप  $F$  वाट  $2\text{cm}$  को चाप लिई आपसमा काटेर विन्दु  $G$  पत्ता लगाऊ ।
5. विन्दु  $G$  र  $H$  तथा  $F$  र  $G$  जोड ।



अब, आवश्यक आयत  $EFGH$  तयार भयो ।

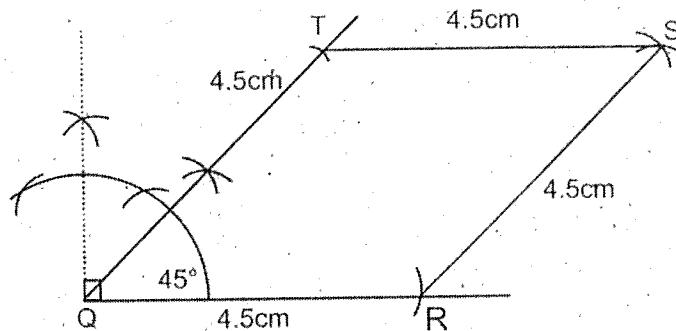
### 3. भुजा र कोणको नाप दिएर समबाहु चतुर्भुजको रचना

#### उदाहरण 3

समस्या : भुजाहरू 4.5cm र आसन्न भुजाहरूले बनाएको एउटा कोण  $45^\circ$  भएको एउटा समबाहु चतुर्भुजको रचना गर ।

समाधान : रचना गर्ने तरिका

1. सर्वप्रथम कुनै आधार रेखा  $QR = 4.5\text{ cm}$  हुने गरी एउटा रेखाखण्ड खिच ।
2. बिन्दु  $Q$  मा कम्पास र रुलरको प्रयोग गरी  $45^\circ$  को कोण रचना गर ।
3. बिन्दु  $Q$  को  $45^\circ$  कोण बनाउने रेखमा  $4.5\text{ cm}$  नापेर बिन्दु  $T$  पत्ता लगाऊ ।
4. बिन्दु  $R$  र  $T$  बाट  $4.5\text{ cm}$  कै चापहरू लिएर आपसमा काटेर बिन्दु  $S$  पत्ता लगाऊ ।
5.  $T$  र  $S$  तथा  $S$  र  $R$  जोड ।



अब आवश्यक समबाहु चतुर्भुज  $QRST$  तयार भयो ।

#### अभ्यास 2.3

1. तलका प्रत्येक अवस्थामा समानान्तर चतुर्भुज  $EFGH$  को रचना गर ।
  - (क)  $EF = 4\text{cm}$ ,  $EH = 5\text{cm}$  र  $\angle E = 60^\circ$
  - (ख)  $HG = 6\text{cm}$ ,  $FG = 6.5\text{cm}$  र  $\angle G = 45^\circ$
2. कुनै दुई आसन्न भुजाहरूबिचको कोण निम्नानुसार भएको समानान्तर चतुर्भुज रचना गर्ने समस्या बनाऊ । प्रत्येक समस्याबाट समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर ।
  - (क)  $75^\circ$
  - (ख)  $30^\circ$
  - (ग)  $105^\circ$
  - (घ)  $135^\circ$
  - (ङ)  $15^\circ$
3. तलका प्रत्येक अवस्थामा कम्पासको प्रयोग गरी आयतको रचना गर ।
  - (क) आसन्न भुजाहरू  $6\text{cm}$  र  $5\text{cm}$
  - (ख) आसन्न भुजाहरू  $4.8\text{cm}$  र  $3.2\text{cm}$
4. आसन्न भुजाहरूको नाप दिइएका कुनै 2 ओटा आयतको रचना गर्ने समस्या बनाऊ । सोअनुसारका आयतको रचना गर ।
5. तलका प्रत्येक अवस्थामा कम्पास र रुलरको प्रयोग गरी समबाहु चतुर्भुजको रचना गर ।
  - (क) प्रत्येक भुजाहरू  $5\text{cm}$  र आसन्न भुजाहरूले बनाएको कोण  $60^\circ$

- (ख) प्रत्येक भुजाहरू 4.5cm र आसन्न भुजाहरूले बनाएको कोण  $105^\circ$
- (ग) प्रत्येक भुजाहरू 6.4cm र आसन्न भुजाहरूले बनाएको कोण  $135^\circ$
6. आसन्न भुजाहरूले बनाएको कोण निम्नानुसार भएका फरक फरक समबाहु चतुर्भुजका रचना गर्ने 4 ओटा समस्या बनाउ । प्रत्येक समस्याबाट समबाहु चतुर्भुजको रचना गर :
- (क)  $90^\circ$  (ख)  $120^\circ$   
 (ग)  $75^\circ$  (घ)  $15^\circ$
7. माथि प्रश्न नं. 1 देखि 6 सम्म दिइए जस्तै गरी एक एक ओटा थप समस्या बनाउ/खोज । आफैले समाधान गर . साथीसँग आपसमा साटेर समाधान गर . आफ्नो र साथीको समाधानलाई तुलना गरेर हेर र छलफल गर ।

## 2.4 नियमित बहुभुज (Regular Polygon)

1. बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू

तल दिइएका बहुभुज सम्बन्धी धारणाहरू तथा द्वियाकलापमा छलफल गर :

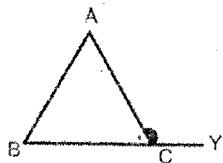
- (क) बहुभुज भनेको के हो ? लेख ।
- (ख) कुनै तिन ओटा बहुभुजको चित्र लेखेर देखाउ ।
- (ग) नियमित बहुभुज र सामान्य बहुभुजमा के फरक छ ?
- (घ) कस्तो बहुभुजलाई नियमित बहुभुज भनिन्छ ?
- (ङ) कुनै दुई ओटा नियमित र अनियमित बहुभुजको चित्र कोरेर देखाउ ।

- तिन वा तिनभन्दा बढी भुजाहरूले बनेको सरल बन्द समतलीय आकृतिलाई बहुभुज (Polygon) भनिन्छ ।
- बहुभुजका सबै भुजाहरू वरावर छन् र भित्री कोणहरू पनि वरावर छन् भने त्यस्तो बहुभुजलाई नियमित बहुभुज (Regular polygon) भनिन्छ ।
- नियमित बहुभुजका उदाहरण समबाहु त्रिभुज, वर्ग आदि हुन् ।

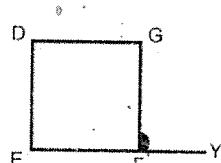
तलका चित्रहरूमा प्रत्येक बहुभुजहरूका एउटा भुजालाई एकातर्फ बिन्दु Y सम्म लम्ब्याउँदा बनेका कोणहरूलाई छाया पारेर छुट्याइएको छ ।

चित्रका आधारमा तलका प्रश्नहरूको जवाफ देउ :

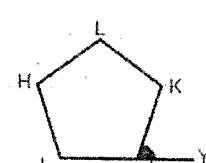
1. तलका चित्रहरू के केका हुन् ? नाम लेख ।
2. त्रिभुज ABC को भित्री कोण र बाहिरी कोणको नाम लेख । यसमा कति ओटा भित्री कोण छन् ?
3. चित्र 3 को HIJKL केको चित्र हो ? यसका भित्री र बाहिरी कोणको नाम लेख ।



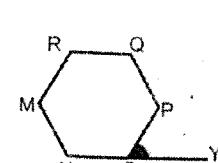
चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3



चित्र नं. 4

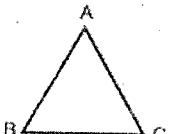
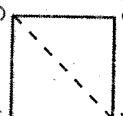
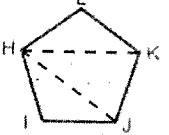
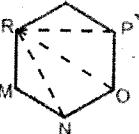
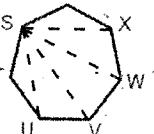
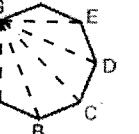
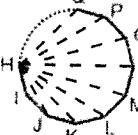
माथिका चित्रहरू क्रमशः त्रिभुज, चतुर्भुज, पञ्चभुज, पठ्ठभुजका चित्रहरू हुन् । चित्र 3 को चित्र HIJKL पञ्चभुज हो । यसमा 5 ओटा कोण र 5 ओटा भुजाहरू छन् । यसका भित्री कोणहरू  $\angle IHL$ ,  $\angle HLK$ ,  $\angle LKJ$ ,  $\angle KJL$  र  $\angle JIH$  छन् । यस पञ्चभुज HIJKL को एउटा भुजा IJ लाई बिन्दु Y सम्म लम्ब्याउँदा बनेको KJY पञ्चभुज HIJKL को बाहिरी कोण हो ।

बहुभुजका भुजाहरूले भित्रपट्टि बनाएका कोणहरूलाई भित्री कोणहरू (Interior Angles) भनिन्छ । कुनै पनि बहुभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बाहिरपट्टि बनेको कोणलाई बाहिरी कोण (Exterior Angles) भनिन्छ ।

4. माथिका प्रत्येक चित्रमा भित्री र बाहिरी कोण छुट्याएर लेखी कक्षामा छलफल गर ।
5. माथिका प्रत्येक चित्रका भुजाहरू क्रमशः BA, ED, IH र NM लाई लम्ब्याएर बिन्दु X सम्म पुऱ्याउ । अब बन्ने प्रत्येक चित्रका भित्री र बाहिरी कोणहरू छुट्याएर लेख ।

2. बहुभुजका भित्री कोणहरू र तिनीहरूको नाप

तल दिइएका चित्रहरू र तालिका अभ्यास पुस्तिकामा सार। प्रत्येक चित्रमा दिए जस्तै विकर्णहरू रचना गरे र तालिकामा भर :

क्रसं	बहुभुजको नाम	भुजाको सङ्ख्या	त्रिभुजको सङ्ख्या	भित्री कोणको जोड
1.	त्रिभुज (Triangle)		3	$1 = 3 - 2$ $180^\circ = 180^\circ \times (3 - 2)$
2.	चतुर्भुज (Quadri lateral)		4	$2 = 4 - 2$ $360^\circ = 180^\circ \times (4 - 2)$
3.	पञ्चभुज (Pentagon)		5	$3 = 5 - 2$ $540^\circ = 180^\circ \times (5 - 2)$
4.	षट्भुज (Hexagon)		-----	-----
5.	सप्तभुज (Heptagon)		-----	-----
6.	अष्टभुज (Octagon)		-----	-----
7.	.....		n	$n - 2$ $180^\circ \times (n - 2)$

- (क) माथिको चित्रमा चतुर्भुज DEFG लाई विकर्ण DF ले कति ओटा त्रिभुजमा विभाजन गरेको छ ?  
 (ख) चर्तुभुज DEFG का भित्री कोणहरूको योगफल कति हुन्छ ? कसरी ?  
 (ग) चित्रमा पञ्चभुज HIJKL मा कति ओटा त्रिभुजहरू छन् ?  
 (घ) पञ्चभुज HIJKL का भित्री कोणहरूको योगफल कति हुन्छ ?

- (इ) माथिका छलफलका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सकते ? लेख ।
- (ब्र) के तिस्रों निष्कर्ष तल दिइएको निष्कर्षसँग मिल्दै : तुलना गरेर हेरे ।
1. चतुर्भुजका भित्री कोणहरूको योगफल =  $2 \times (\text{त्रिभुजको भित्री कोणको योगफल}) = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$
  2. पञ्चभुजको भित्री कोणहरूको योगफल =  $3 \times (\text{त्रिभुजका भित्री कोणको योगफल}) = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$
- (छ) के माथिकै तरिकाबाट अन्य बहुभुजहरू, पद्धभुज, सप्तभुज, अष्टभुजका भित्री कोणहरूको योगफल निकालन सकते ? प्रयास गरी हेरे ।
- (ज) माथिका क्रियाकलापका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सकते ? लेख ।

निष्कर्ष : बहुभुजका भित्री कोणहरूको योगफल =  $180^\circ \times (\text{भुजाहरूको सङ्ख्या} - 2) = 180^\circ \times (n - 2)$  हुन्दै ।

### 3. नियमित बहुभुजहरूको भित्री कोणको नाम

हामीले कुनै पनि बहुभुजको भित्री कोणको योगफल =  $180^\circ \times (n - 2)$  हुन्दै भन्ने कुरा पत्ता लगाएका छौं । अब हामी नियमित बहुभुजको प्रत्येक भित्री कोण पत्ता लगाउने प्रयास गरौँ ।

(क) यदि नियमित बहुभुजको भुजाको सङ्ख्या =  $n$  छ भने नियमित बहुभुजको भित्री कोणको योगफल =  $180^\circ \times (n - 2)$  हुन्दै ।

(ख) प्रत्येक बहुभुजमा भुजा  $n$  कोणको सङ्ख्या बराबर हुन्दून् । त्यसैले  $n$  ओटा भुजा भएको नियमित बहुभुजमा  $n$  ओटा भित्री कोणहरू हुन्दून् ।

त्यसैले  $n$  भुजा भएको नियमित बहुभुजको प्रत्येक भित्री कोण =  $\frac{\text{भित्री कोणको योग}}{\text{भुजाहरूको सङ्ख्या}}$  हुन्दै ।

अतः यदि नियमित बहुभुजको प्रत्येक भित्री कोण  $x$  र भुजाहरूको सङ्ख्या  $n$  छ भने,

$$\text{प्रत्येक भित्री कोण } (x) = \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} \text{ हुन्दै ।}$$

तलको उदाहरण अध्ययन गरी छलफल गर । आफूले पनि उदाहरणका समस्या समाधान गर्ने प्रयास गर ।

#### उदाहरण 1

नियमित पञ्चभुजको भित्री कोणको मान निकाल ।

समाधान

यहाँ नियमित पञ्चभुजमा भुजाको सङ्ख्या ( $n$ ) = 5

$$\text{भित्री कोण } (x) = ?$$

$$\text{सूत्रअनुसार, बहुभुजको भित्री कोण } (x) = \frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$$

$$\text{अथवा, } (x) = \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = \frac{180^\circ \times 3}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

तसर्थ, नियमित पञ्चभुजको प्रत्येक भित्री कोणको मान  $108^\circ$  हुन्दै ।

#### 4. नियमित बहुभुजको वाहिरी कोणको नाप

हामीले नियमित बहुभुजको भित्री कोणको नाप निकाल्ने तरिका र सूत्र पत्ता लगायों । अब हामी नियमित बहुभुजको वाहिरी कोण पत्ता लगाउने तरिका र यसको सूत्र पत्ता लगाउने प्रयास गरौं ।

सैरेको चित्र एउटा नियमित बहुभुजको चित्र हो । यसमा भुजा GF लाई बिन्दु P सम्म लम्बाउँदा बन्ने वाहिरी कोण  $\angle PFE = y$  मानौं । त्यसै  $y$  को आसन्त कोण  $\angle GFE = x$  मानौं ।

अब,  $x + y = \angle GFP$  (सिङ्गो टुके तथ्य)

अथवा,  $x + y = 180^\circ$  ( $\angle GFP$  सरल कोण भएकोले)

$$\text{अथवा, } y = 180 - x = 180 - \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\therefore y = \frac{360^\circ}{n}$$

■ नियमित बहुभुजको वाहिरी कोण (y) का क्या अनुपात समाधान सक्छौ ? लेख ।

**नियमित बहुभुजको वाहिरी कोण (y) =  $\frac{360^\circ}{n}$**  हुन्छ, जहाँ n = बहुभुजको भुजाहरूको सङ्ख्या हु ।

तलको उदाहरण अध्ययन गरी छलफल गर । आफूले पनि उदाहरणका समस्या समाधान गर्ने प्रयास गर ।

**उदाहरण 2** नियमित षड्भुजको वाहिरी कोण पत्ता लगाउ ।

समाधान

यहाँ, नियमित षड्भुजको भुजाको सङ्ख्या (n) = 6

वाहिरी कोण (y) = ?

$$\text{सुनुसार, नियमित बहुभुजको वाहिरी कोण (y) = } \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

तसर्थ, नियमित षड्भुजको वाहिरी कोण =  $60^\circ$  हुन्छ ।

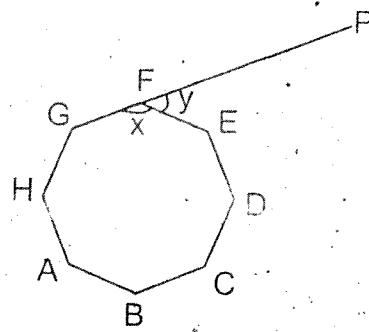
#### अभ्यास 2.4

1. तल दिइएका नियमित बहुभुजको भित्री कोणको सूत्र प्रयोग गरी नाप पत्ता लगाऊ :

- (क) त्रिभुज (Triangle) (ख) चतुर्भुज (Quadrilateral) (ग) पञ्चभुज (Pentagon)
- (घ) षड्भुज (Hexagon) (ङ) अष्टभुज (Octagon) (च) नवभुज (Nonagon)
- (छ) दशभुज (Decagon) (ज) द्वादशभुज (Dodecagon)

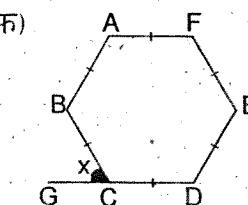
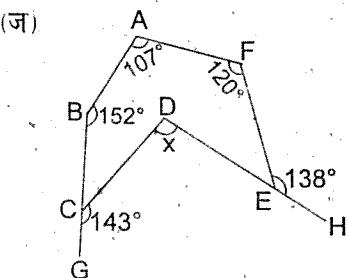
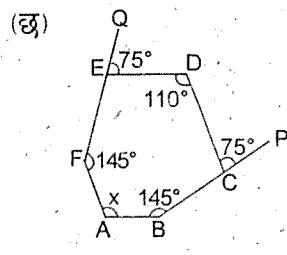
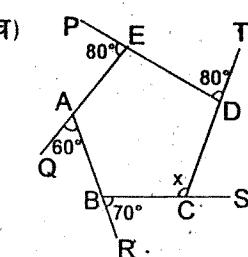
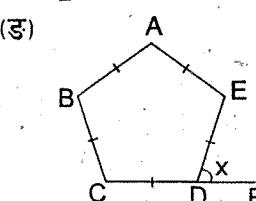
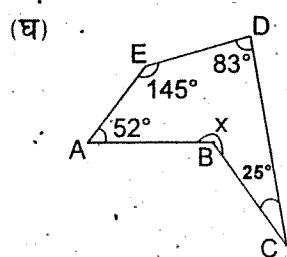
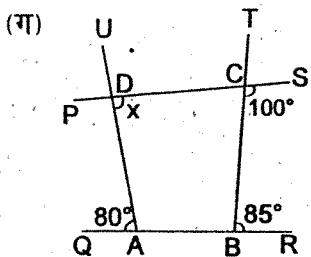
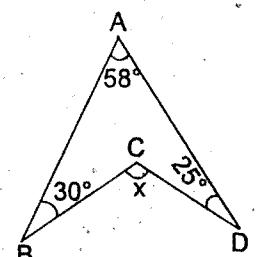
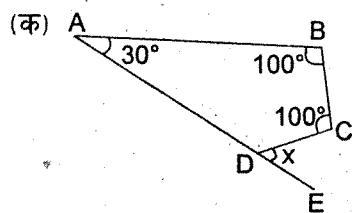
2. तल दिइएका प्रत्येक नियमित बहुभुजको वाहिरी कोणको सूत्र प्रयोग गरी नाप पत्ता लगाऊ :

- (क) त्रिभुज (Triangle) (ख) चतुर्भुज (Quadrilateral) (ग) पञ्चभुज (Pentagon)



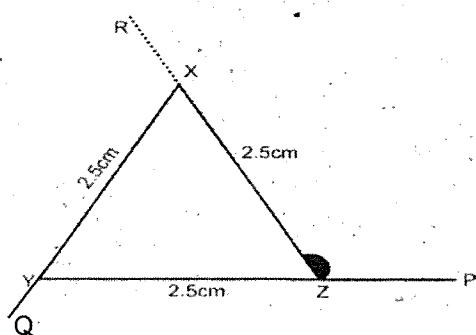
- (घ) पद्भुज (Hexagon)  
 (इ) अष्टभुज (Octagon)  
 (च) नवभुज (Nonagon)  
 (छ) दशभुज (Decagon)  
 (ज) द्वादशभुज (Dodecagon)

3. तल दिइएका बहुभुजहरूमा X को मान पत्ता लगाऊ :



4. त्रिभुज XYZ को एउटा भुजा YZ लाई P सम्म लम्ब्याइएको छ ।

- (क)  $\angle XZP + \angle XZY = ?$   
 (ख)  $\angle XZP = ?$   
 (ग)  $\angle X + \angle Y = ?$   
 (घ)  $\angle XYZ = ?$   
 (ङ)  $\angle YXZ = ?$   
 (च) के  $\angle X$  र  $\angle Y$  को योगफलसँग  $\angle XZP$  को नाप बराबर छ ?  
 (छ) (च) का आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख ।  
 (ज) यदि भुजा ZX लाई R सम्म लम्ब्याइयो भने  $\angle RXY$  कुन कुन कोणको योगफलसँग बराबर हुन्छ ।  
 (झ) भुजा XY लाई Q सम्म लम्ब्याउँदा  $\angle YXZ + \angle XZY$  कुन कोणसँग बराबर हुन्छ ?



## एकाइ ३ समरूपता र अनुरूपता (Similarity and Congruency)

### ३.१ समरूप र अनुरूप आकृतिको परिचय

#### (Introduction of Similar and Congruent Figures)

##### १. समरूप आकृतिहरू (Similar Figures)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

- (क) दिइएका जोडी चित्रहरू अध्ययन गरी छलफल गर । के समानता छ ? लेख र साथीसँग छलफल गर ।
- (ख) दिइएका प्रत्येक जोडी चित्रहरू (ट्रेसिड पेपरको सहायताले) कापीमा बनाउ ।
- (ग) एउटा ठुलो चित्रलाई अर्को जोडी चित्रसँग खप्ट्याउ (माथि राख) र तुलना गरी हेर ।
- (घ) निष्कर्षलाई लेख र साथीसँग छलफल गर । दिइएका चित्रहरूमा प्रत्येक जोडी चित्रहरू उस्तै आकारका छन् । तर दुवै जोडी चित्रहरू साना ठुला तथा फरक फरक नापका छन् । यस्ता चित्रहरूलाई समरूप चित्र वा समरूप आकृतिहरू भनिन्छ ।

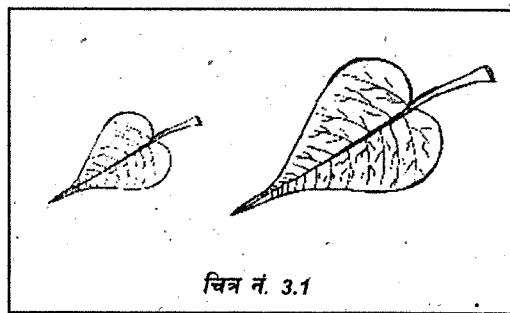
#### उदाहरण १

चित्र ३.१ मा दुई ओटा पातका आकृतिहरू छन् । यी चित्रहरू उस्तै आकारका छन् । तर यिनीहरू एक अर्कामा साना ठुला अर्थात् आकारमा फरक छन् ।

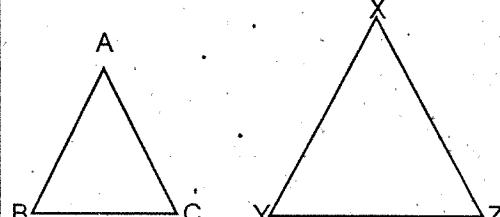
- (ड) त्यस्तै चित्र ३.२, ३.३ र ३.४ का प्रत्येक जोडी चित्रहरूमा के के समानता र के के फरक छन् ? लेख र साथीसँग छलफल गर ।

- (च) माथिका सम्पूर्ण क्रियाकलापहरूका आधारमा समरूप आकृतिको परिभाषा लेख । अफूले लेखेको परिभाषालाई साथी समूह तथा कक्षामा छलफल गर । के तिमीले छलफल गरी लेखेको परिभाषा तलको परिभाषासँग मिल्दू ? तुलना गरी हेर ।

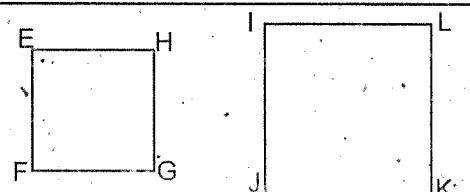
उस्तै आकार तर फरक नाप भएका आकृतिहरूलाई समरूप आकृतिहरू भनिन्छ ।



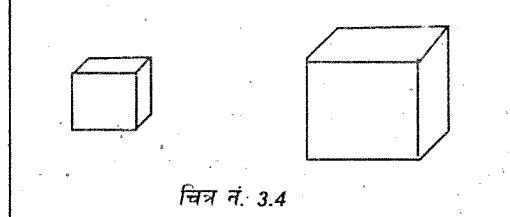
चित्र नं. 3.1



चित्र नं. 3.2



चित्र नं. 3.3



चित्र नं. 3.4

## 2. अनुरूप आकृतिहरू (Congruent Figures)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर।

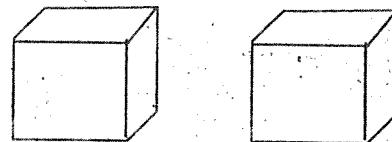
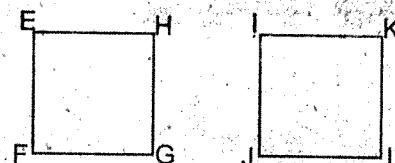
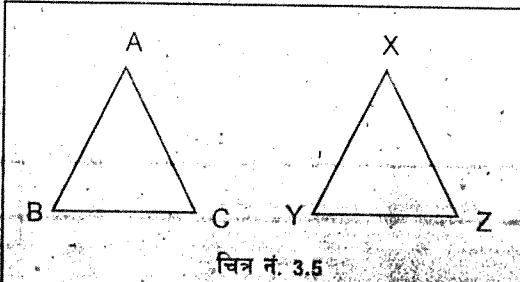
(क) दिइएका जोडी चित्रहरू अध्ययन गरी छलफल गर। के के कुरामा समानता छ? लेख र साथीसँग छलफल गर।

(ख) दिइएका प्रत्येक जोडी चित्रहरूलाई कापीमा बनाऊ। (ट्रेसिङ पेपरको सहायताले) आफूले बनाएका ती प्रत्येक जोडी चित्र काट अथवा फोटोकपी गर। एउटा चित्रमाथि अर्को जोडी चित्र राख र तुलना गरी हेर। निष्कर्षलाई कापीमा लेख र साथीसँग छलफल गर।

दिइएका चित्रहरूमा प्रत्येक जोडी चित्रहरू उस्तै आकारका छन्। त्यस्तै प्रत्येक जोडी चित्रहरू नापमा पनि वरावर छन्। यस्ता चित्रहरूलाई अनुरूप आकृति (congruent figures) भनिन्छ।

### उदाहरण 2

माथिको चित्र 3.5 मा दुवै त्रिभुजहरूका आकृतिहरू हेर्दा उस्तै आकारका छन्। त्यस्तै गरी दुवै चित्रलाई एक आपसमा खाप्टोइ दाँजर हेर्दा विन्दु A माथि विन्दु X, विन्दु B माथि विन्दु Y र विन्दु C माथि विन्दु Z रहेका हुन्छन्। त्यसेगरी त्रिभुज ABC का रेखातरु त्रिभुज XYZ सँग क्रमशः वरावर हुन्छन्। यस्तै:  $AB = XY$ ,  $BC = YZ$  र  $CA = ZX$ ।



(ग) त्यस्तै गरी चित्रहरू 3.6 र 3.7 का प्रत्येक जोडी चित्रहरूमा के के कुराहरूमा समानता छ? लेख र साथीसँग छलफल गर।

(घ) माथिका सम्पूर्ण क्रियाकलापहरूका आधारमा अनुरूप आकृतिको परिभाषा लेख। आफूले लेखेको परिभाषालाई कथामा छलफल गर। के तिरीन लेखेको छलफलशाट प्राप्त गरेको परिभाषा तलको परिभाषासँग मिल्दै तुलना गरेर हेर।

उस्तै आकार र उही नाप भएका चित्रहरूलाई अनुरूप आकृति (congruent figures) भनिन्छ।

**अभ्यास 3.1**

(क) तलका चित्रहरूमा कुन कुन समरूप आकृतिहरू हुन् ?

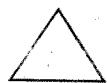
1. (अ)

A ————— B

(आ)

X ————— Y

2. (अ)



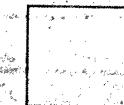
(आ)



3. (अ)



(आ)



4. (अ)



(आ)



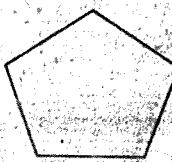
5. (अ)



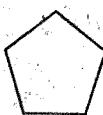
(आ)



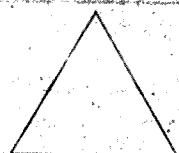
6. (अ)



(आ)



7. (अ)



(आ)



(ख) तलका कुन कुन अनुरूप आकृति हुन् ?

1. (अ)

A ————— B

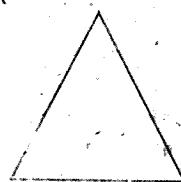
(आ)

X ————— Y

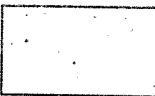
2. (अ)



(आ)



3. (अ)



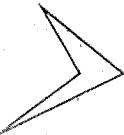
(आ)

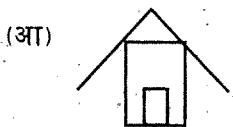
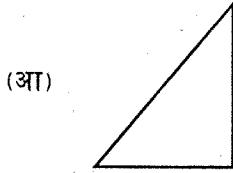
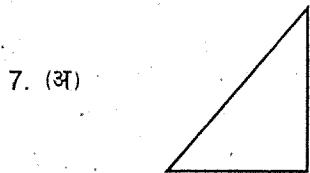
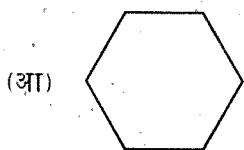
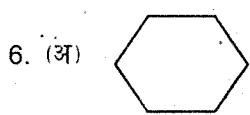
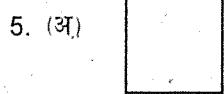


4. (अ)



(आ)





(ग) माधिका चित्रहरूका आधारमा समरूप र अनुरूप चित्रहरू छुट्याएर चित्रसहित तिनको वर्णन गर ।

(घ) तल दिइएनुसार चित्र कोर । ती चित्रहरू समरूप वा अनुरूप के हुन् ? छुट्याऊ ।

1. दुई ओटा वर्गहरू एउटा  $4\text{cm}$  र अर्को  $3\text{cm}$  भुजा भएको

2. दुई ओटा समभुज त्रिभुजहरू एउटा  $3\text{cm}$  र अर्को  $5\text{cm}$  भुजा भएको

(ङ) चार चार ओटा समरूप र अनुरूप आकृतिहरू खिचेर देखाऊ ।

(च) तलका भनाइहरूमध्ये ठिक र वेठिक छुट्याऊ :

1. सबै वर्गहरू अनुरूप हुन्छन् ।

2. सबै वर्गहरू समरूप हुन्छन् ।

3. सबै समभुज त्रिभुजहरू समरूप हुन्छन् ।

4. सबै समभुज त्रिभुजहरू अनुरूप हुन्छन् ।

5.  $3.5\text{cm}$  भुजा भएका त्रिभुजहरू आपसमा अनुरूप हुन्छन् ।

6.  $3\text{cm}$  भुजा भएको समद्विवाहु त्रिभुज र  $4\text{cm}$  भुजा भएको समवाहु त्रिभुज अनुरूप हुन्छन् ।

(छ) तिस्रो घर, समुदायमा पाइने कुनै 5 ओटा अनुरूप र समरूप आकृतिहरूको नाम लेख ।

### 4.1 वृत्त र यसका विभिन्न भागहरू (Circle and its Different Parts)

#### 1. वृत्तको परिचय (Introduction of Circle)

तलका क्रियाकलापहरू गर्दा केको चित्र बन्ना ? छलफल गर ।



- एउटा सिक्का लिएर बाहिरी धेरा ट्रेस गर्दा

- एउटा चुरा लिएर बाहिरी धेरा ट्रेस गर्दा

- एउटा कागतीलाई काटेर वरिपरिको धेराले कस्तो आकार देखाउँछ ?

- एउटा पेन्सिल कम्पासले एक फन्को लगाई चित्र बनाउँदा

यसरी बन्ने आकृतिहरूलाई वृत्त (circle) भनिन्छ ।

दायाँको चित्रमा OA, OB र OC को नाप लेऊ र तलको तालिका भर :

क्र.सं.	रेखाखण्डको नाप
1.	OA = .....
2.	OB = .....
3.	OC = .....

- के OA = OB = OC भयो ?

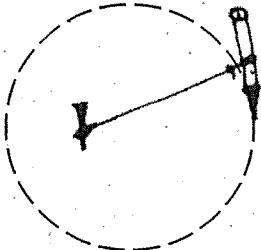
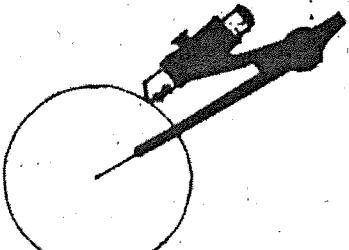
माथिको चित्रमा OA = OB = OC = 1cm छ । यसरी बन्ने चित्र ABC वृत्त (circle) हो । वृत्तको बाहिरी धेरा ABC केन्द्रविन्दु O देखि बेरावर दुरीमा पर्दछ । यसलाई सङ्केतमा ABC ले जनाइन्छ ।

कुनै एउटा निश्चित विन्दुबाट बेरावर दुरीमा पर्ने विन्दुहरूको विन्दुपथलाई वृत्त (circle) भनिन्छ ।

#### 2. वृत्तका विभिन्न भागहरू (Different Parts of a Circle)

तलका क्रियाकलाप गर र साथीसँग छलफल गर ।

टेबलमा एउटा ठुलो आकारको कागज राख । तल दिइए जस्तै गरी दुई खण्ड बनाऊ ।

खण्ड 1	खण्ड 2
<p>कागजको एउटा खण्डको विचमा पर्ने गरी तल चित्र नं. 4.1 देखाए जस्तै गरी थम्पिनमा धागाले बाँधेर गाड । धागाको अर्को छेउ सिसाकलममा बाँधेर सिसाकलमलाई डोरीले तन्किने गरी वरिपरि घुमाऊ ।</p>  <p>चित्र नं. 4.1</p>	<p>कागजको अर्को खण्डको विच भागमा चित्र नं. 4.2 मा देखाए जस्तै कम्पासको सियोलाई कुनै एक ठाउँमा अड्याएर सिसाकलम भएको चुच्चो घुमाउदै जाऊ ।</p>  <p>चित्र नं. 4.2</p>

तलका प्रश्नहरूका वारेमा साथीसँग छलफल गर

- माथिको चित्र नं 4.1 र 4.2 मा के के समानता र के के फरक छन् ?
- माथि प्रश्न नं 1 अनुसार बनेका दुवै चित्रलाई के भनिन्छ ?
- उपर चित्रमा थम्पिन गाडिएको ठाउँ वा कम्पासको सियो अडिएको ठाउलाई के भनिन्छ ?

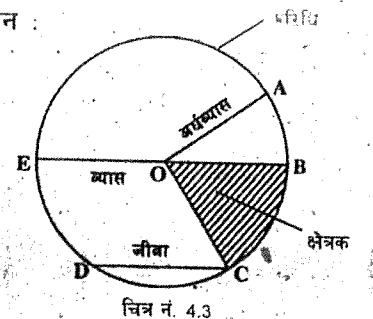
अब तलको चित्र र विषय वस्तु अध्ययन गरी वृत्तका भागहरू चिन :

### 1. वृत्तको केन्द्रबिन्दु (Centre)

कुनै पनि वृत्तको परिधिको बीराबर दुरीमा पर्ने

वृत्तभित्रको विन्दुलाई वृत्तको केन्द्रबिन्दु भनिन्छ।

चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो ।



### 2. वृत्तको अर्धव्यास (Radius)

वृत्तको केन्द्रबिन्दुवाट परिधिसम्म खिचिएको रेखाखण्डलाई त्यस वृत्तको अर्धव्यास (radius) भनिन्छ । दिइएको वृत्तमा OA, OC र OE सबै अर्धव्यासहरू हुन् ।

### 3. वृत्तको परिधि (Circumference)

वृत्तको परिपरिको घेरालाई वृत्तको परिधि (circumference) भनिन्छ । दिइएको वृत्तमा विन्दुहरू E, D, C, B र A जोडिएको वृत्ताकार घेरा वृत्तको परिधि हो ।

### 4. वृत्तको जीवा (Chord)

वृत्तको परिधिका कुनै दुई विन्दुहरू जोड्ने रेखाखण्डलाई त्यस वृत्तको जीवा (chord) भनिन्छ । दिइएको वृत्तमा DC एउटा जीवा हो ।

### 5. वृत्तको व्यास (Diameter)

वृत्तको केन्द्रबिन्दु भएर जाने जीवालाई त्यस वृत्तको व्यास (diameter) भनिन्छ । दिइएको वृत्तमा EB एउटा व्यास हो ।

### 6. वृत्तको क्षेत्रक (Sector)

दुई ओटा अर्धव्यासको बिचमा परेको क्षेत्रलाई त्यस वृत्तको क्षेत्रक (sector) भनिन्छ । दिइएको वृत्तको चित्रमा छाया परेको भाग BOC एउटा क्षेत्रक हो ।

### 7. अर्धवृत्त (Semi-circle)

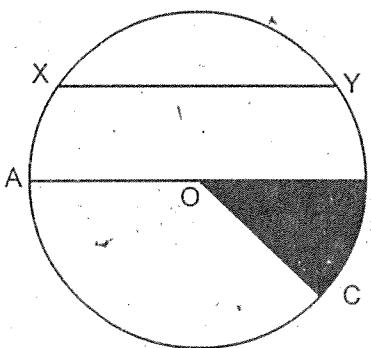
वृत्तको ठिक आधा भागलाई अर्धवृत्त (semi-circle) भनिन्छ । चित्रमा EDCB तें घेरिएको वृत्तको भाग अर्धवृत्त हो ।

माथिका वृत्तका भागहरूको परिचयका आधारमा चित्र नं 4.1 र 4.2 मा केन्द्रबिन्दु, अर्धव्यास, परिधि, जीवा, व्यास, क्षेत्रक र अर्धवृत्त बनाएर देखाउँ ।

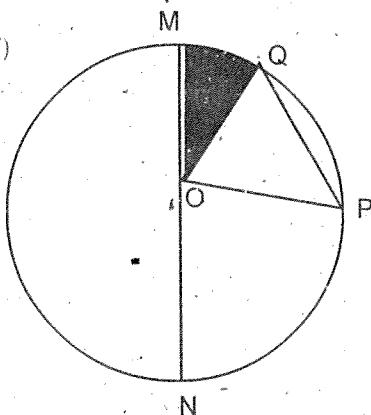
### अभ्यास 4.1.

- तिस्रो वरिपरि भएका वस्तुहरूमध्ये वृत्तको आकार आउने कुनै 5 ओटा वस्तुहरूको नाम लेख ।
- तलका चित्रहरूमा वृत्तका विभिन्न भागहरू छुट्ट्याएर देखाउँ ।

(क)



(ख)



- अर्धव्यास भनेको के हो, चित्र बनाएर देखाऊ ।
- वृत्तको अर्धव्यास र व्यासमा के फरक छ, चित्रसहित फरक छुट्ट्याऊ र यिनीहरूविचको सम्बन्ध पत्ता लगाऊ ।
- जीवा भनेको के हो, जीवा र व्यासमा के फरक छ, चित्रसहित उल्लेख गर ।
- के सबै जीवा व्यास हुन् सक्छन्, किन ?
- एउटा वृत्तको चित्र बनाई वृत्तका विभिन्न भागहरू छुट्ट्याएर देखाऊ ।

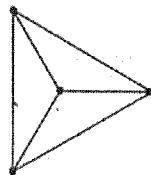
## ठोस आकृति (Solid Figure)

### 5.1 टेट्राहेड्रन, अक्टाहेड्रन, सोली र बेलनाका खोक्रा नमुनाहरू

#### (Skeleton models of Tetrahedron, Octahedron, Cone & Cylinder)

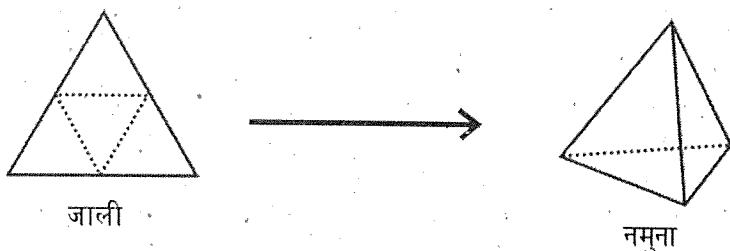
##### 1. टेट्राहेड्रन र यसको नमुना

दिइएको ज्यामितीय आकृति टेट्राहेड्रनको हो । टेट्राहेड्रन एउटा नियमित ज्यामितीय ठोस आकृति हो । यसका प्रत्येक सतहहरू समबाहु त्रिभुजबाट बनेका हुन्छन् । यसमा जम्मा 4 ओटा सतहहरू हुन्छन् । यसका 4 ओटा शीर्षविन्दु र 6 ओटा किनारा हुन्छन् ।



तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तलको टेट्राहेड्रनको जाली र नमुना अध्ययन गरी छलफल गर :



(ख) टेट्राहेड्रनका नमुनाका आधारमा तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर ।

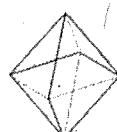
1. टेट्राहेड्रन नियमित ठोस वस्तु वा अनियमित ठोस वस्तु कुन हो ?
2. टेट्राहेड्रनका प्रत्येक सतहका किनारा नाप र नाम लेख । के सबै किनारा बराबर छन् ?
3. टेट्राहेड्रनका प्रत्येक सतहका आकार कस्ता हुन्छन् ? के प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका छन् ?
4. यस्ता सतहहरू कति ओटा छन् ?

(ग) माथिको जाली बनाउ वा ट्रेसिड गर । यसबाट टेट्राहेड्रन बनाउने अभ्यास गर ।

(घ) जुस खाने पाइप वा अन्य स्थानीय सामग्री प्रयोग गरी टेट्राहेड्रन बनाई कक्षामा छलफल गरी प्रदर्शन गर ।

##### 2. अक्टाहेड्रन र यसका नमुनाहरू (Octahedron and its Skeleton Models)

दिइएको ज्यामितीय चित्र अक्टाहेड्रन हो । अक्टाहेड्रन एउटा नियमित ठोस वस्तु हो । यसका प्रत्येक सतहहरू समबाहु त्रिभुजबाट बनेका हुन्छन् । यसमा जम्मा 8 ओटा सतहहरू हुन्छन् । यसमा 6 ओटा शीर्षविन्दु र 12 ओटा किनारा हुन्छन् ।



**नोट :** टेट्राहेड्रन, अक्टाहेड्रन, घन, पद्धभुज आदि जुस खाने पाइपका साथै मसिनो निगालो, छावाली, वाँसका लठ्ठीका टुक्रा आदि स्थानीय सामग्रीहरूबाट पनि बनाउन सकिन्छ ।

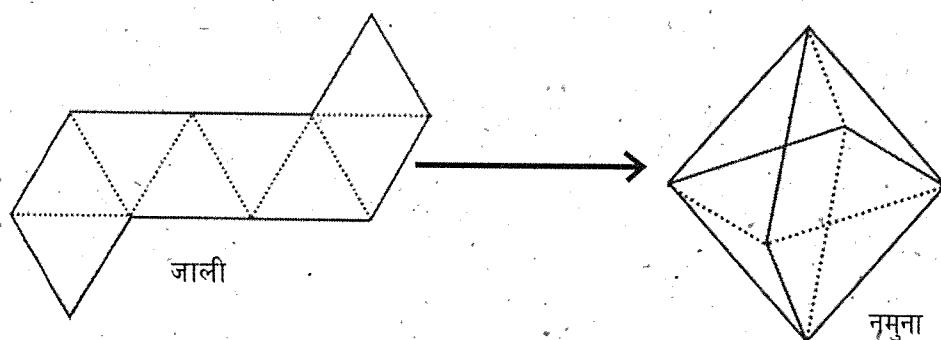
तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) एउटा अक्टाहेड्रनको खोक्रो नमुना वा कागजको नमुना लेऊ/सङ्कलन गरेर कक्षामा छलफल गर ।

1. अक्टाहेड्रन नियमित ठोस वस्तु वा अनियमित ठोस वस्तु कुन हो ?
2. अक्टाहेड्रनका प्रत्येक सतहका किनारा नाप र नाप लेख । के सबै किनारा बराबर छन् ?
3. अक्टाहेड्रनका प्रत्येक सतह (faces) कस्ता आकारका छन् ? के प्रत्येक सतह समबाहु त्रिभुज आकारका छन् ?
4. यस्ता सतहहरू कति ओटा छन् ?
5. अक्टाहेड्रनमा कति ओटा शीर्षविन्दु र किनारा छन् ?

माथिका क्रियाकलापबाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख ।

(ख) तलको अक्टाहेड्रनको जाली र नमुना अध्ययन गरी छलफल गर :



(ग) माथिको जाली बनाऊ । ट्रेसिङ गर । यसबाट अक्टाहेड्रन बनाई कक्षामा प्रस्तुत गरी छलफल गर ।

(घ) जुस खाने पाइप, छ्वाली वा अन्य स्थानीय सामग्री प्रयोग गरी अक्टाहेड्रन बनाई कक्षामा प्रदर्शन गरी छलफल गर ।

### 3. नियमित बहुभुजका केही महत्त्वपूर्ण तथ्यहरू

नियमित बहुभुजहरूका केही विशेषताहरू तल दिइएका छन्, अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) नियमित बहुभुजका सबै सतह वा मोहडा (faces) अनुरूप हुन्छन् ।

(ख) नियमित बहुभुजका कुनै दुई ओटा सतहहरू जोड्ने रेखाखण्डलाई किनारा (edge) भनिन्छ ।

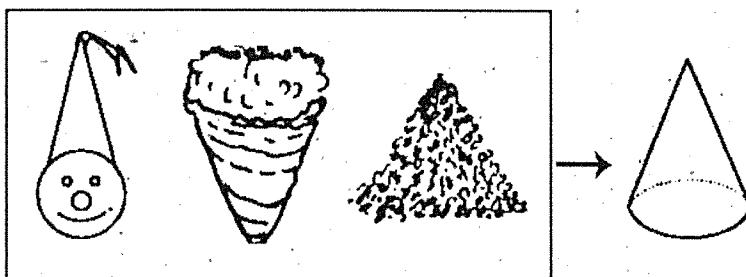
(ग) नियमित बहुभुजका 3 वा 3 भन्दा बढी किनारा मिलेर एउटा शीर्षविन्दु (vertex) बनेको हुन्छ ।

(घ) टेट्राहेडन, हेक्साहेडन र अक्टोहेडनका नमुनाहरू लेऊ र तलको तालिकामा दिइएका तथ्यहरू तुलना गरी हेर :

क्र.सं.	नियमित बहुभुज (Regular Polyhedron)	शीर्षविन्दु (Vertices (V))	किनारा Edges (E)	सतह Faces (F)	सतहको आकृति Figure of Face	V, E र F को सम्बन्ध
1.	टेट्राहेडन	4	6	4	समबाहु त्रिभुज	$4 - 6 + 4 = 2$
2.	हेक्साहेडन (षट्मुखा)	8	12	6	वर्ग	$8 - 12 + 6 = 2$
3.	अक्टोहेडन	6	12	8	त्रिभुज	$6 - 12 + 8 = 2$
4.	कुनै पनि नियमित बहुभुज	V	E	F		$V - E + F = 2$

माथिको तालिकाबाट के निष्कर्ष निकाल्न सकिएला ? छलफल गर र लेख ।

#### 4. सोली र यसको नमुना (Cone and its Skeleton Models)



तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

- (क) माथिका प्रत्येक आकृति कस्तो आकारका छन् ?
- (ख) प्रत्येक आकृतिका आधारहरू के आकारका छन् ?
- (ग) प्रत्येक आकृतिको सतह कस्तो आकारको छ ?

माथिका चित्रहरू सबै सोली (cone) का चित्रहरू हुन् । सोलीका आधारहरू वृत्ताकार हुन्छन् । यसको सतह वक्र रूपमा रहेको हुन्छ । तर वक्र सतह अर्कोपटाटि एउटा विन्दुमा मिलेको हुन्छ ।

- (घ) माथि जस्तै सोली आकारका कुनै दुई वस्तुहरू जम्मा गर । यसका सतह र आधारका बारेमा छलफल गर ।

सोलीका केही विशेषताहरू

1. सोली एउटा ठोस आकृति हो ।
2. यसको आधार वृत्ताकार हुन्छ ।
3. यसको सतह वक्र रूपमा रहेको हुन्छ ।
4. तर वक्र सतह एउटा विन्दुमा मिलेको हुन्छ ।

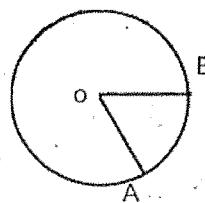
(ड) माथिको छलफलका आधारमा सोलीको परिभाषा लेख र कक्षामा छलफल गर। के तिम्रो परिभाषा तलको परिभाषासँग मिल्दै ? तुलना गर।

सोली (cone) एउटा ठोस आकृति हो, जसका आधार वृत्ताकार भई सतह बक्र रूपमा रहेको हुन्दै तर बक्र सतह एउटा विन्दुमा मिलेका हुन्दैन्।

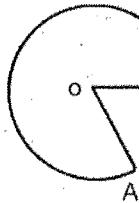
(च) सोलीको निर्माण

तलका चरणहरूका आधारमा एउटा सोलीको निर्माण गर :

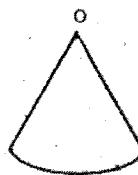
1. चित्र नं. 5.1 मा जस्तै गरी कुनै वृत्त काट । त्यसमा कुनै क्षेत्रक AOB चिह्न लगाऊ ।



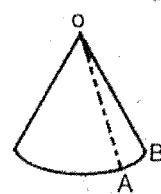
चित्र नं. 5.1



चित्र नं. 5.2



चित्र नं. 5.3



चित्र नं. 5.4

2. क्षेत्रक AOB लाई चित्र नं. 5.2 मा जस्तै गरी वृत्ताकार काटेर हटाऊ ।
3. चित्र नं. 5.4 मा जस्तै गरी OA र OB लाई जोडौँ ।
4. केको चित्र बन्यो ? लेख ।
5. बेलना र यसका नमुनाहरू (Cylinder and its skeleton models)



तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) प्रत्येक आकृतिहरू अध्ययन गरी र तलका प्रश्नको उत्तर खोज ।

1. माथि दिएका वस्तुहरू कस्ता आकारका छन् ?

2. यी वस्तुहरूका आधार कस्ता आकारका छन् ?

माथिका वस्तुहरू बेलना आकारका छन् । यिनीहरूका आधारहरू वृत्ताकार छन् ।

(ख) माथि दिइए जस्तै बेलना आकारका वस्तुहरूका उदाहरण दिन सक्छौ ? लेखेर छलफल गर ।

(ग) कुनै 5 ओटा बेलनाकार वस्तुहरू सङ्कलन गर । तिनीहरूका सतह र आधारका बारेमा कक्षामा छलफल गर ।

(घ) माथिका क्रियाकलापका आधारमा बेलना वा बेलनाकार वस्तुका गुणहरू पता लगाऊ । ती तथ्यहरूबाटे साथीसँग छलफल गर ।

बेलना वा बेलनाकार वस्तुका गुणहरू

1. बेलना एक ठोस वस्तु हो ।

2. यसको आधार वृत्ताकार हुन्छ ।

3. यसको सतह वक्र हुन्छ ।

4. बेलनाका आकारका वस्तुहरूलाई बेलनाकार वस्तु भनिन्छ ।

5. बेलनाका आधारहरू आपसमा समानान्तर हुन्छन् ।

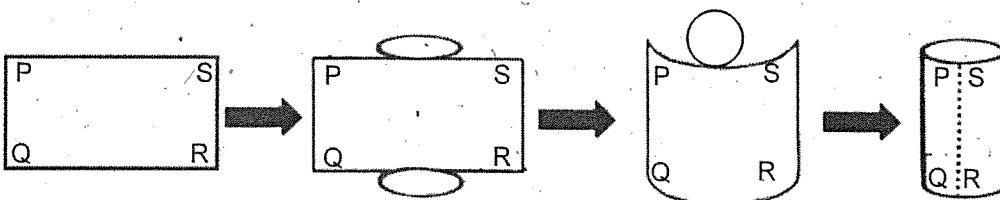
(ड) माथि उल्लिखित तथ्यहरूका आधारमा बेलना वा बेलनाकार वस्तुको परिभाषा लेख । आफ्नो परिभाषालाई साथीसँग छलफल गर ।

के तिमो परिभाषा तलको परिभाषासँग मिल्दै ? तुलना गरी हेर ।

आधारहरू वृत्ताकार र समानान्तर भई सतह वक्र सतहका रूपमा रहेकां ठोस वस्तुहरूलाई बेलना वा बेलनाकार वस्तु भनिन्छ । अथवा

बेलना एउटा ठोस वस्तु हो, जसका आधारहरू वृत्ताकार र समानान्तर तथा सतह वक्र सतहका रूपमा रहेका हुन्छन् ।

(च) बेलनाको खोक्रा नमुनाको निर्माण



एउटा आयताकार कागजको पाना लेऊ । त्यसलाई दिइएका चित्र तथा नमुना निर्माणका चरणअनुसार बनाउदै जाऊ :

■ आयताकार कागजलाई उत्रै दुई ओटा वृत्तहरूको परिधिमा पर्ने गरी बेरै ।

- कागजका धारहरूलाई आपसमा सिधा हुने गरी टाँसौं।
- अब केको आकार बन्द्ध हेरौं र छलफल गरौं।
- अब बनेको आकृति बेलना हो। बेलना तथार भयो।
- केयस बेलनाका आधारहरू समानान्तर छन्? छलफल गर।

### अभ्यास 5.1

1. टेट्राहेड्रनको परिचय देऊ।
2. अक्टाहेड्रनको परिचय देऊ।
3. टेट्राहेड्रनको जाली, नमुना र खोक्रो नमुनाको चित्र बनाऊ।
4. अक्टाहेड्रनको जाली, नमुना र खोक्रो नमुनाको चित्र बनाऊ।
5. नियमित बहुभुजका कुनै तिन ओटा तथ्यहरू उल्लेख गर।
6. टेट्राहेड्रन, हेक्साहेड्रन (षड्मुख), घन र अक्टाहेड्रनका तथ्यहरूलाई तलको तालिकामा भर :

क्र.स.	नियमित बहुभुज (Regular polygon)	शीर्षविन्दु सङ्ख्या Number of Vertices (V)	किनाराको सङ्ख्या Number of Edges (E)	सतहको सङ्ख्या Number of Faces (F)	सतहको आकृति Figure of Surface
1.	घन (Cube)				
2.	षड्मुख (Hexahedron)				
3.	टेट्राहेड्रन (Tetrahedron)				
4.	अक्टाहेड्रन (Octahedron)				

7. सोलीको उदाहरणसहित परिचय देऊ। नमुना चित्र पनि बनाऊ।
8. बेलनाको उदाहरणसहित परिचय देऊ। नमुना चित्र पनि बनाऊ।

## निर्देशांक (Co-ordinate)

### 6.1. लेखाचित्रमा विन्दुहरूको निर्देशांक

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

#### 1. चतुर्थांशहरूको परिचय

सँगैका लेखाचित्रमा,

दुई सङ्ख्या रेखाहरू  $XOX'$  र  $YOY'$

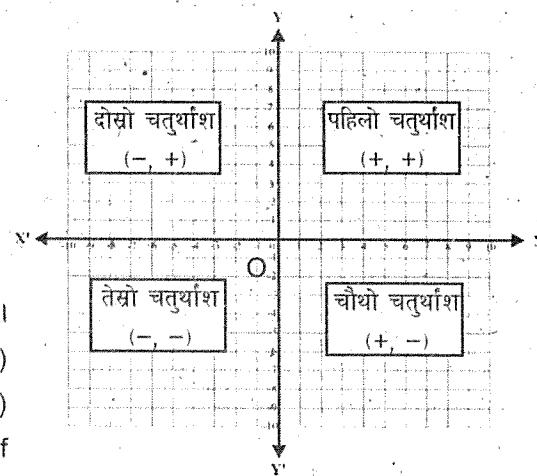
आपसमा लम्ब हुने गरी विन्दु  $O$  मा  
काटिएका छन्।

तेस्री रेखा  $X'OX$  लाई  $X$ -अक्ष ( $X$ -axis) भनिन्छ।

त्यसै ठाडो रेखा  $YOY'$  लाई  $Y$ -अक्ष ( $Y$ -axis)  
भनिन्छ। विन्दु  $O$  लाई उद्गम विन्दु (origin)  
भनिन्छ। विन्दु  $O$  लाई प्रसङ्गको विन्दु (point of  
Reference) भनिन्छ।

► चित्रमा कति ओटा क्षेत्रहरू छन्? तिनीहरूको नाम लेख।

माथिको चित्रमा  $YOX$ ,  $YOX'$ ,  $X'OV$  र  $XOV'$  चार क्षेत्रहरू (चतुर्थांश) हुन्।



क्षेत्र  $YOX$  लाई पहिलो चतुर्थांश,  $YOX'$  लाई दोस्रो चतुर्थांश,  $X'OV$  लाई तेस्रो चतुर्थांश र  $XOV'$  लाई चौथो चतुर्थांश भनिन्छ।

#### 2. लेखाचित्रमा विन्दुहरूको निर्देशांक

अब हामी लेखाचित्रमा चार ओटै चतुर्थांशका विन्दुहरू क्रमशः A, B, C र D का निर्देशांकहरू पता लगाउन कोसिस गरौं।

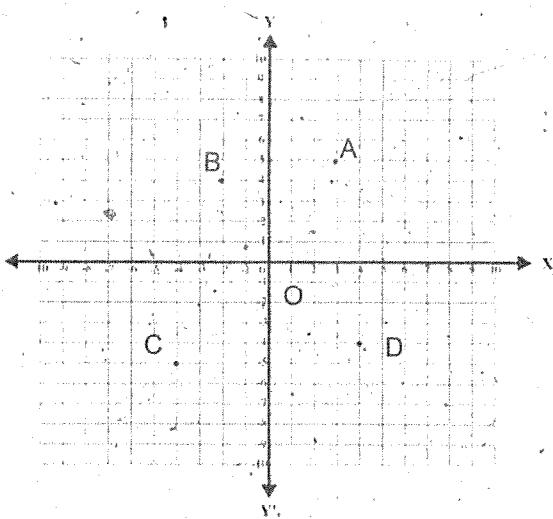
##### (क) विन्दु A को निर्देशांक

तलको चित्रमा, X-अक्षमा उद्गम विन्दुको दायात्रि धनात्मक सङ्ख्याहरू लेखिएको छ। त्यसै Y-अक्षमा उद्गम विन्दुबाट माथितिर धनात्मक सङ्ख्याहरू लेखिएका छन्। यसरी  $YOX$  क्षेत्रमा X र Y का दुवै निर्देशांकहरू धनात्मक हुन्नन्त।

- विन्दु A कुन चुतर्थांशमा पर्दै?
- विन्दु A को x-निर्देशांक कति होला?
- त्यसै विन्दु A को y-निर्देशांक कति होला?

अब  $A(x,y)$  को निर्देशांक निकालौँ :

चित्रमा विन्दु  $A$  बाट  $YY'$  सम्मको दुरी 3 एकाइ छ ।  
त्यसैले विन्दु  $A$  को  $x$ - निर्देशांक 3 हुन्छ । त्यसै  
गरी विन्दु  $A$  बाट  $XX'$  सम्मको दुरी 5 एकाइ  
छ । त्यसैले विन्दु  $A$  को  $y$ - निर्देशांक 5 छ । त्यसैले  
विन्दु  $A$  को निर्देशांक  $A(x,y) = A(3,5)$  हुन्छ ।



- (ख) क्रियाकलाप (क) का आधारमा विन्दु  $B$   
को निर्देशांक  $B(x,y)$  पत्ता लगाऊ ।
- (ग) के विन्दु  $C(x,y)$  को निर्देशांक  $C(-4,-5)$   
हुन्छ ?
- (घ) अब विन्दु  $D$  को निर्देशांक कति होला ?

चित्रमा दिइएका विन्दुहरूका निर्देशांकहरू निम्नानुसार हुन्छन् :

$$A(x,y) = A(3,5), B(x,y) = B(-2,4), C(x,y) = C(-4,-5) \text{ र } D(x,y) = D(4,-4) \text{ हुन्छ ।}$$

यसरी  $X$  - अक्ष र  $Y$  - अक्षका सदृश्या रेखाहरूको मानका आधारमा दिइएका प्रत्येक विन्दुहरूको  $(x,y)$  निर्देशांक निकालिन्छ ।

कुनै पनि विन्दुको निर्देशांकले त्यस विन्दुको अवस्थितिलाई जनाउँदा  $x$  - निर्देशांकले उद्गम विन्दुभन्दा कति एकाइ दायाँ बायाँ भन्ने बुझाउँछ । त्यसै  $y$  - निर्देशांकले उद्गम विन्दुभन्दा कति एकाइ माथि वा तल भन्ने बुझाउँछ ।

### उदाहरण 1

दिइएको चित्रमा,

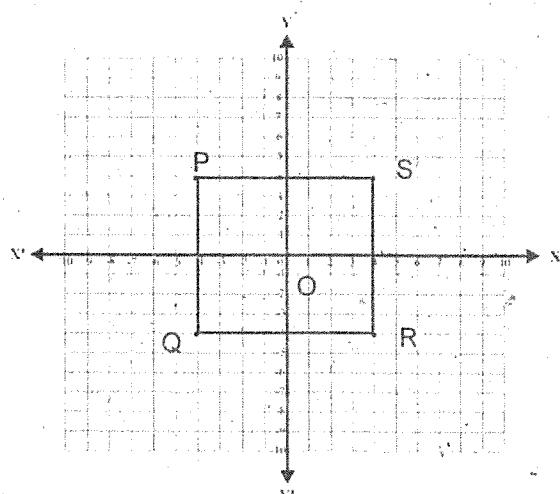
- (क) विन्दुहरू  $P, Q, R$  र  $S$  का  
निर्देशांकहरू पत्ता लगाऊ ।
- (ख) प्रत्येक विन्दुहरूलाई क्रमशः जोड्दै  
जाऊ । केको चित्र बन्यो लेख ।

समाधान

- (क) चित्रमा विन्दुहरू  $P, Q, R$  र  $S$  का  
निर्देशांकहरू निम्नानुसार छन् :

$$P \text{ को निर्देशांक} = P(-4,4)$$

$$Q \text{ को निर्देशांक} = Q(-4,-4)$$



R को निर्देशांक = R(4,-4) र

X को निर्देशांक = S(4,4)

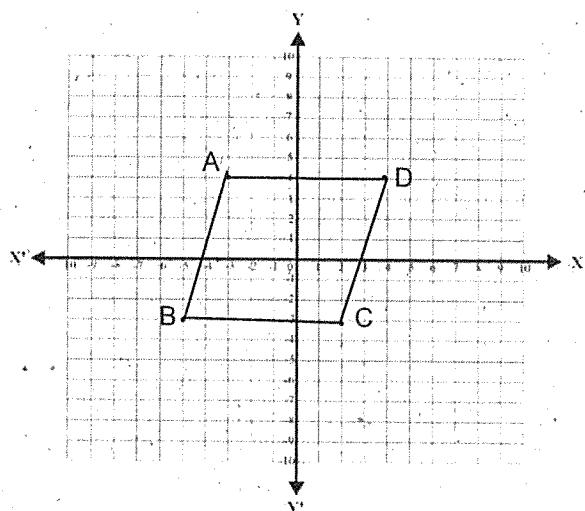
(ख) विन्दुहरू क्रमशः P,Q,R र S जोड़ा एउटा वर्ग PQRS बन्यो । जसमा प्रत्येक भुजाको लम्बाई 8 एकाइ छ । कसरी ? शिक्षकसँग परामर्श गर ।

### उदाहरण 2

दिइएको लेखाचित्रमा समानान्तर चतुर्भुज ABCD का प्रत्येक शीर्षविन्दुहरूका निर्देशांक पत्ता लगाऊ ।

#### समाधान

यहाँ, विन्दु A को निर्देशांक निकाल्दा,



विन्दु A वाट YY' सम्मको दुरी 3 एकाइ छ । विन्दु A दोस्रो चतुर्थांशमा पर्ने भएकाले A को x-निर्देशांक (-3) हुन्छ । त्यस्तै गरी A वाट XX' सम्मको दुरी 4 एकाइ छ । विन्दु A दोस्रो चतुर्थांशमा भएकाले विन्दु A को y-निर्देशांक 4 हुन्छ । त्यसैले विन्दु A को निर्देशांक = A(x,y) = A(-3, 4) हुन्छ ।

त्यसैले, विन्दु A को जस्तै प्रक्रियावाट क्रमशः विन्दुहरू B, C र D का निर्देशांकहरू निकाल्दा,

विन्दु B को निर्देशांक = B(x, y) = B(-5, -3)

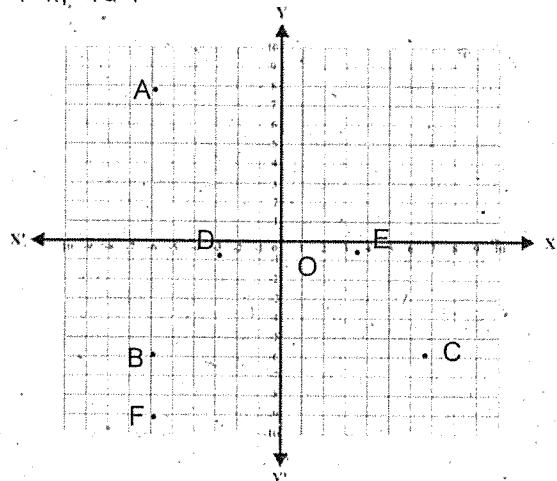
विन्दु C को निर्देशांक = C(x,y) = C(2,-3)

विन्दु D को निर्देशांक = D (x,y) = D(4,4)

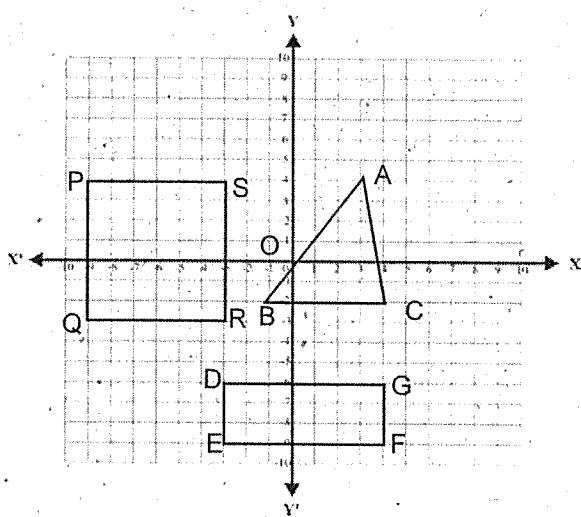
तसर्थ, समानान्तर चतुर्भुज ABCD का प्रत्येक शीर्षविन्दुका निर्देशांकहरू क्रमशः A(-3,4), B(-5, -3)  
C(2,-3) र D (4,4) हुन्छन् ।

## अभ्यास 6.1

1. लेखाचित्रका आधारमा निर्देशांकहरू पत्ता लगाऊ। क्रमशः विन्दुहरू F, B, C, D, E, A र B जोड। केंको चित्र बन्यो, लेख।



2. लेखाचित्रमा दिइएको प्रत्येक आकृतिका शीर्षविन्दुहरूको निर्देशांकहरू पत्ता लगाऊ।



3. तिम्रो साथीले लेखाचित्रमा देखाएको कुनै विन्दुको निर्देशांक पत्ता लगाऊ।  
 4. प्रश्न नं. 1 र 2 मा जस्तै गरी एक एक ओटा समस्या बनाई समाधान गर । साथीसँग आपसमा समस्या साटेर समाधान गर । उत्तरलाई जाँचेर पनि हेर ।

## 6.2 लेखाचित्रमा दिइएका बिन्दुहरूको अड्कन (Plotting the Given Points in the Graph)

तलका कियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

लेखाचित्रमा दिइएका बिन्दुहरूको अड्कन गर्ने तरिका

सँगैको लेखाचित्रमा बिन्दुहरू  $A(6,4)$ ,  $B(-3,4)$ ,  $C(-3,-5)$  र  $D(6,-5)$  लाई पेन्सिलले लेखाचित्रमा अड्कन गर्ने प्रयास गर ।

(क) सर्वप्रथम कापीमा चित्रमा देखाइए जस्तै X- अक्ष र

Y- अक्षमा सङ्घाया रेखाहरू बनाई लेखाचित्र तयार गर ।

(ख)  $A(6, 4)$  लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्ने के गर्नुपर्ला ?

- X- अक्षमा उद्गम बिन्दुदेखि धनात्मक दिशामा (दायाँ) 6 एकाइ जाने

- त्यही 6 एकाइ बाट Y- अक्षको धनात्मक दिशा (माथि) 4 एकाइ जाने र बिन्दुलाई सङ्केत गर्ने

- त्यस बिन्दु नजिकै  $A(6,4)$  लेख्ने
- बिन्दु  $A(6, 4)$  लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्ने काम सकियो ।

(ग) अब  $B(-3,4)$  लाई (क) के प्रक्रिया अपनाई कसरी माथिको लेखाचित्रमा अड्कन गर्न सकिन्छ होला ? साथीसँग पनि छलफल गर ।

(घ) त्यसै गरी क्रमशः  $C(-3,-5)$  र  $D(6,-5)$  लाई पनि लेखाचित्रमा अड्कन गर ।

(ङ) अब  $A, B, C$  र  $D$  बिन्दुहरूलाई जोड । केको चित्र बन्यो ? लेख ।

यहाँ ABCD एउटा वर्ग हो । वर्ग ABCD ले कति क्षेत्रफल ओगटेको छ ? कोठा गनेर पत्ता लगाऊ ।

निर्देशांक खेल

कक्षामा साथीहरूसँग मिलेर चित्रमा देखाए जस्तै गरी कागजका टुक्राहरूमा

X- अक्ष र Y- अक्षका सङ्घाया रेखाहरू बनाऊ । दुई समूहमा बाँडिएर

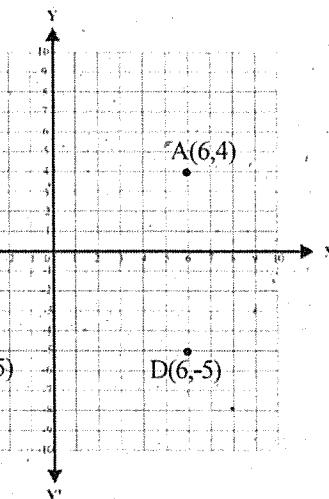
निर्देशांक खेल खेल ।

खेलको नियम तथा खेल्ने तरिका

1. सर्वप्रथम सङ्घायाहरूलाई चित्रमा देखाए जस्तै आपसमा लम्ब

हुने गरी चौरमा राख । निर्देशांकको वरिपरि दुई समूहहरूमा

छुटाछुटै लाइन लागेर वस ।



+5
+4
+3
+2
+1
-5
-4
-3
-2
-1

- समूह (क) को पहिलो साथीले समूह (ख) को सामुन्नेको साथीलाई कुनै निर्देशाङ्कमा उभिन भन्ने । उसले सोअनुसार उभिनुपर्छ । उभिन नसकेमा बाहिर गर्इ दर्शक बन्दछ । तर नसक्ने साथीलाई उभिनुपर्ने स्थानको जानकारी साथीहरूबाट सिकाइदिनुपर्छ ।
- अब लेखाचित्रको आफ्नो निर्देशाङ्कमा उभिनको साथीले तै समूह (क) को अर्को साथीलाई नं. 2 मा जस्तै गरी कुनै अर्को नयाँ निर्देशाङ्क भन्ने र सोअनुसार उभिन लगाउनुपर्छ ।
- दुवै समूहमध्ये जुन समूहमा धेरै साथी ठिक निर्देशाङ्कमा उभिन सके उही समूहको जित हुन्छ ।

### उदाहरण 1

विन्दुहरू  $E(-5, -5)$ ,  $F(-3, -3)$ ,  $O(0, 0)$ ,  $G(3, 3)$  र  $H(6, 6)$  लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर । सबै विन्दुलाई जोडी हेर, के के चित्र बन्न्यो ? लेख । निर्देशाङ्कको तालिका पनि बनाऊ ।

समाधान

विन्दुहरू  $E(-5, -5)$ ,  $F(-3, -3)$ ,  $O(0, 0)$ ,  $G(3, 3)$  र  $H(6, 6)$  लाई जोड्दा बन्ने लेखाचित्रलाई दायाँतिर उल्लेख गरिएको छ ।

निर्देशाङ्कको तालिकामा राख्दा,

$x$	-5	-3	0	3	6
$y$	-5	-3	0	3	6

यसरी माथि दिइएका विन्दुहरू जोड्दा एउटा सिधा रेखा बन्न्यो ।

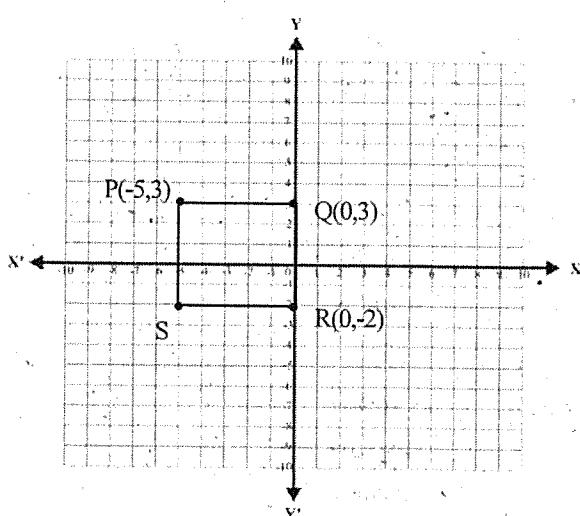
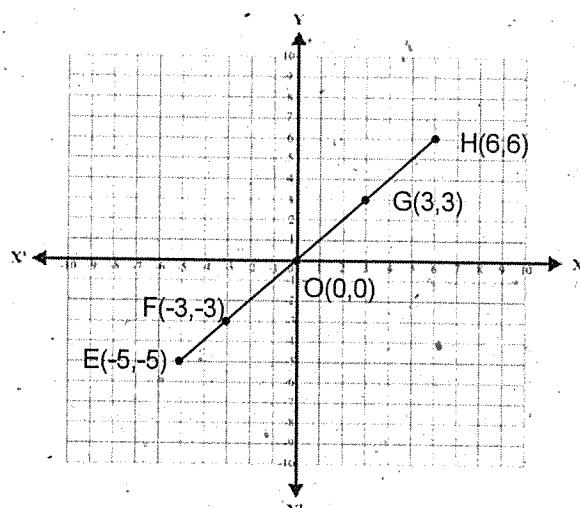
### उदाहरण 2

विन्दुहरू  $P(-5, 3)$ ,  $Q(0, 3)$ ,  $R(0, -2)$  र  $S$  एउटा वर्गका शीर्षविन्दुहरू हुन् भने,

- लेखाचित्रमा दिइएका विन्दुहरूलाई अड्कन गर ।
- विन्दु  $S$  को निर्देशाङ्क पत्ता लगाऊ ।
- उक्त वर्गको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।

समाधान

(क) दिइएका विन्दुहरू  $P(-5, 3)$ ,



Q(0, 3), R(0, -2) लाई क्रमशः अड्कन गरी दायाँ लेखाचित्रमा देखाइएको छ ।

- (ख) PQRS एउटा वर्ग भएकाले सो वर्गको लम्बाइ  $QR = 5$  एकाइ छ, अब R(0, -2) वाट PQ सँग X-अक्षको अृणात्मक दिशातिर अथवा -5 मा S विन्दु पत्ता लगाउ । अब विन्दु S को निर्देशाङ्क S(-5, -2) हुन्छ ।

- (ग) अब, उक्त वर्ग PQRS को क्षेत्रफल निकाल्दा,

$$\begin{aligned} \text{वर्गको क्षेत्रफल} &= l^2 \text{ वर्ग एकाइ} \\ &= 5^2 \text{ वर्ग एकाइ} \\ &= 25 \text{ वर्ग एकाइ} \end{aligned}$$

यसर्थ, वर्गले ओगटेका कोठाहरू गन्दा पनि 25 वर्ग एकाइ नै हुन्छ । त्यसैले उक्त वर्ग PQRS को क्षेत्रफल 25 वर्ग एकाइ हुन्छ ।

### अभ्यास 6.2

1. तलका प्रत्येक विन्दुहरूलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर :

A(3, -2), B(7, 0), C(-1, 2), D(1, 1), P(4, 4), Q(-5, 0), R(0, 5), S(7, -2)

E(0, 4), F(-3, -3), G(-5, -4) र H(-3, -4)

2. प्रश्न नं. 1 का कुन कुन विन्दुहरू X- अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्द्धन् ? लेख ।

3. प्रश्न नं. 1 का कुन कुन विन्दुहरू Y- अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्द्धन् ? लेख ।

4. तलका प्रत्येक विन्दुहरूलाई लेखाचित्र बनाई अड्कन गर । प्रत्येक विन्दुलाई क्रमशः जोड्दै जाऊ । यसरी बन्ने आकृतिको नाम पनि लेख :

(क) A(-4, 2), B(4, 3) र C(2, -5) (ख) P(-6, 4), Q(0, 4), R(0, 0) र S(-6, 0)

(ग) H(-5, -4), I(-2, 1), J(1, 7), K(4, 2), L(1, 3), M(4, 0) र N(-2, 1)

5. विन्दुहरू P(2, 5) र Q(2, -5) लाई लेखाचित्रमा अड्कन गर र तलका प्रश्नको जवाफ लेख :

(क) PQ को मध्यविन्दु R भए R को निर्देशाङ्क कति होला ?

(ख) PQ को लम्बाइ कति होला ?

6. एउटै लेखाचित्रमा र उही उदासमविन्दु लिएर तलका दुई समूहहरू (क) र (ख) मा दिइएका विन्दुहरू अड्कन गरी प्रत्येक समूहका विन्दुहरू क्रमैसँग जोड्दै जाऊ ।

(क) A(-6, 5), B(-4, 5), C(0, 5), D(2, 5) र E(6, 5)

(ख) F(5, -5), G(5, -3), H(5, 0) र I(5, 6)

उक्त दुई समूहका लेखाचित्रहरू काटिएको विन्दु J को निर्देशाङ्क पत्ता लगाउ ।

## परिमिति र क्षेत्रफल (Perimeter and Area)

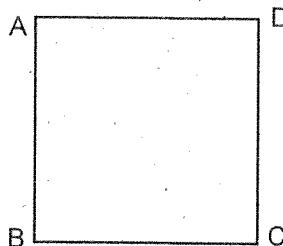
### 7.1. वर्ग र आयतको परिमिति (Perimeter of Square and Rectangle)

#### वर्ग र वर्गको परिमिति (Square and Perimeter of Square)

##### **क्रियाकलाप 1**

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी कक्षामा छलफल गर :

- सौंगैको चित्रमा भुजाहरू AB, BC, CD र DA नाप । के सबै भुजाहरू बराबर छन् ?
- त्यसै भित्री कोणहरू  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  र  $\angle D$  पनि नाप । के प्रत्येक कोणहरू एक समकोण ( $=90^\circ$ ) को नापका छन् ?
- के चतुर्भुज ABCD एउटा वर्ग हो ? कसरी ? छलफल गर ।
- वर्ग ABCD को वरिपरिको घेराको लम्बाइको नाप करि होला ?



यहाँ, सबै भुजाहरू बराबर छन् । अर्थात्  $AB = BC = CD = DA = 3\text{cm}$  छन् । मानौ, वर्ग ABCD को एउटा भुजाको लम्बाइ  $l$  छ भने  $AB = BC = CD = AD = l = 3\text{cm}$  हुन्छ ।

अब, वर्ग ABCD को परिमिति भन्नाले वरिपरिका चार ओटै भुजाहरू AB, BC, CD र AD को नापको योगफल हुन्छ ।

तसर्थ, वर्ग ABCD को परिमिति (P) =  $AB + BC + CD + DA$  हुन्छ ।

$$\begin{aligned} &= 3\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} \\ &= 12\text{cm} \end{aligned}$$

अब के  $12\text{cm}$  लाई  $4 \times 3\text{cm} = 4l$  लेख्न सकिन्छ कसरी ? छलफल गर । किनकि  $l = 3\text{cm}$  छ ।

- के वर्गको परिमिति पत्ता लगाउने अन्य उपायहरू छन् ?
- के यसका लागि कुनै सूत्र पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

निष्कर्ष : कुनै पनि वर्गको परिमिति त्यस वर्गको एउटा भुजाको लम्बाइको चार गुणा हुन्छ ।

अब माथिको तथ्यलाई सङ्केत सूत्रमा लेख्ने प्रयास गराँ ।

वर्गको परिमितिलाई P र लम्बाइलाई l मान्दा,

वर्गको परिमिति (P) =  $(l + l + l + l)$  एकाइ =  $4l$  एकाइ हुन्छ ।

तसर्थ, सूत्र : वर्गको परिमिति (P) =  $4l$  हुन्छ ।

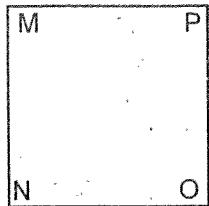
सबै भुजाहरू बराबर भएको तथा प्रत्येक भित्री कोणहरू एक समकोण ( $=90^\circ$ ) भएको चतुर्भुजलाई वर्ग भनिन्छ । परिमिति भनेको वरिपरिको घेराको लम्बाइ हो । तसर्थ वर्ग ABCD को वरिपरिको घेरा ( $AB + BC + CD + DA$ ) को लम्बाइलाई वर्ग ABCD को परिमिति भनिन्छ ।

### क्रियाकलाप 2

एउटा वर्गाकार कागज लेऊ/बनाऊ । त्यसलाई चित्रमा दिए जस्तै गरी MNOP नाम देऊ ।

प्रत्येक भुजा नापेर चित्रमा दिए जस्तै गरी  
1 = मा वास्तविक नाप राख ।

अब वर्ग MNOP को परिमिति नापी सूत्र प्रयोग नगरिकन तथा सूत्र प्रयोग गरेर पत्ता लगाऊ ।



### क्रियाकलाप 3

कुनै एउटा वर्गाकार सतह भएको वस्तु खोज । कापीमा सङ्केत चित्र पनि बनाऊ । त्यस वस्तुको वर्गाकार सतहको परिमिति सूत्रको प्रयोग गरी पत्ता लगाऊ । आफूनौ कार्य साथी तथा शिक्षकलाई देखाई छलफल गर ।

## 2. आयत र आयतको परिधि (Rectangle and Perimeter of Rectangle)

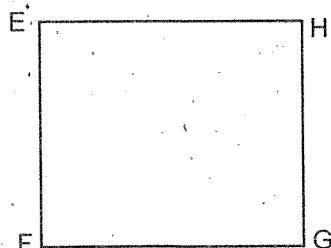
### क्रियाकलाप 4

सँगैको चित्रमा भुजाहरू EF, FG, GH र HE नाप । के  $EF = HG$  भयो ? त्यस्तै के  $HE = FG$  भयो ?

- त्यस्तै गरी भित्री कोणहरू  $\angle E, \angle F, \angle G$  र  $\angle H$  पनि नाप । के प्रत्येक कोणहरू एक समकोण ( $= 90^\circ$ ) छन् ?
- सँगैको चित्रमा सम्मुख भुजाहरू  $EF = HG = 3\text{cm}$  र  $HE = FG = 3.5\text{ cm}$  छन् । त्यस्तै भित्री कोणहरू  $\angle E = \angle F = \angle G = \angle H = 90^\circ$  छन् ।

यहाँ, चतुर्भुज EFGH का सम्मुख भुजाहरू बराबर छन् र प्रत्येक भित्री कोणहरू एक समकोण ( $= 90^\circ$ ) का छन् । त्यसैले चतुर्भुज EFGH एउटा आयत हो ।

अब, आयत EFGH को परिमिति भन्नाले वरिपरिका चार ओटै भुजाहरू EF, FG, GH र EH को योगफल हुन्छ ।



तसर्थ, आयत EFGH को परिमिति (P)

$$= EF + FG + GH + HE \text{ हुन्छ ।}$$

$$= 3\text{cm} + 3.5\text{cm} + 3\text{cm} + 3.5\text{cm}$$

$$= 13\text{cm}$$

अब के  $13\text{cm}$  लाई  $2(3.5+3)\text{cm} = 2(l+b)$  एकाइ लेख्न सकिन्द्य, कसरी ? छलफल गर ।  
किनकि  $l = 3.5\text{cm}$  र  $b = 3\text{cm}$  छ ।

- के आयतको परिमिति पत्ता लगाऊने अन्य उपायहरू छन् ?
- के यसका लागि कुनै सूत्र पत्ता लगाऊन सकिन्दै ?

**निष्कर्ष :** कुनै पनि आयतको परिमिति त्यस आयतको लम्बाइ  $l$  र चौडाइ $b$ को योगफलको दुई गुणा वा  
दोब्बर हुन्छ !

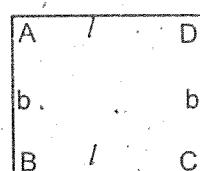
अब माथिको तथ्यलाई सझेकेत सूत्रमा लेखे प्रयास गर्दौ ।

आयतको परिमितिलाई  $P$ , लम्बाइ  $l$ , र चौडाइलाई  $b$  मान्दा ।

आयतको परिमिति ( $P$ ) = ( $l + b + l + b$ ) एकाइ =  $2l + 2b = 2(l+b)$  एकाइ हुन्छ ।

**तसर्थ, सूत्र :** आयतको परिमिति ( $P$ ) =  $2(l+b)$  हुन्छ ।

सम्पुख भुजाहरू बराबर भई सबै भित्री कोणहरूको नाप एक समकोण ( $=90^\circ$ ) भएको चतुर्भुजलाई आयत (rectangle) भनिन्दै । कुनै पनि आयतका वरिपरिका धेरा अर्थात् चार ओटै भुजाहरूको योगलाई त्यस आयतको परिमिति भनिन्दै ।



#### क्रियाकलाप 5

एउटा आयताकार कागज लेऊ/बनाऊ । त्यसलाई चित्रमा दिए जस्तै गरी नाम देऊ । सूत्र प्रयोग नगरिकन तथा सूत्र प्रयोग गरेर दुवै तरिकाले उक्त आयताकार कागजको परिमिति पत्ता लगाऊ ।

#### क्रियाकलाप 6

तिम्रो घर वा विद्यालयमा एउटा आयताकार वस्तु खोज । त्यसको परिमिति सूत्र प्रयोग नगरिकन तथा सूत्र प्रयोग गरेर पत्ता लगाऊ । सझेकेत चित्र पनि बनाऊ । आफ्नो कार्य साथी र शिक्षक समक्ष देखाई छलफल गर ।

#### उदाहरण 1

छ्विरिडंसँग भएको एउटा वर्गाकार रुमालको लम्बाइ  $15\text{cm}$  भए त्यस रुमालको परिमिति पत्ता लगाऊ ।

समाधान :

यहाँ, दिए अनुसार वर्गाकार रुमालको लम्बाइ ( $l$ ) =  $15\text{cm}$

$$\text{परिमिति } (P) = ?$$

सूत्रअनुसार, वर्गको परिमिति ( $P$ ) =  $4l = 4 \times 15\text{cm} = 60\text{ cm}$

अतः त्यस वर्गाकार रुमालको परिमिति =  $60\text{cm}$  हुन्छ ।

#### उदाहरण 2

सूजनासँग परिमिति  $120$  मिटर भएको एक टुक्रा वर्गाकार जग्गा छ । यसको लम्बाइ पत्ता लगाऊ ।

समाधान : यहाँ, दिइए अनुसार जग्गा (वर्ग) को परिमिति ( $P$ ) =  $120\text{m}$

$$\text{लम्बाइ } (l) = ?$$

सूत्रअनुसार, वर्गको परिमिति ( $P$ ) =  $4l$

$$\text{अथवा, } 120\text{m} = 4l$$

$$\text{अथवा, } 4l = 120\text{m}$$

$$\text{अथवा } l = \frac{120}{4} = 30\text{ m}$$

तसर्थ, उक्त जग्गाको लम्बाइ 30 मिटर छ ।

### उदाहरण 3

आइते तामाडले आफ्नो 40 m लम्बाइ भएको वर्गकार तरकारी बारीको वरिपरि पर्खालमाथि 7 फन्को काँडेतार बनाउनलाई कति काँडेतार चाहिन्छ ?

समाधान

प्रश्नमा दिइएनुसार,

वर्गकार तरकारी बारीको लम्बाइ ( $l$ ) = 40 m

$$\text{परिमिति } (P) = ?$$

$$7 \text{ फन्को बारीको लम्बाइ} = ?$$

सूत्रअनुसार,

$$\text{वर्गका क्षेत्रको परिमिति } (P) = 4l = 4 \times 40 \text{ m} = 160 \text{ m}$$

$$\text{तर } 7 \text{ फन्को काँडेतार लगाउन चाहिने तार} = 7 \times P = 7 \times 160 \text{ m} = 1120 \text{ m}$$

तसर्थ, 7 फन्को बार लगाउन 1120 m काँडेतार चाहिन्छ ।

### उदाहरण 4

लखन चौधरीसँग 900 m लम्बाइ र 600 m चौडाइ भएको एउटा आयतकार आँपको बगैंचा छ । त्यस बगैंचाको वरिपरिको घेरा (परिमिति) कति होला ?

समाधान

यहाँ दिइएनुसार,

आँपको बगैंचाको लम्बाइ ( $l$ ) = 900m

चौडाइ ( $b$ ) = 600m

$$\text{परिमिति } (P) = ?$$

सूत्रअनुसार,

$$\text{आयताकार वस्तु वा क्षेत्रको परिमिति } (P) = 2(l+b) = 2(900\text{m}+600\text{m}) = 3000\text{m} = 3\text{km}$$

तसर्थ, उक्त बगैंचाको परिमिति 3km छ ।

### उदाहरण ५

शर्मिलाको एउटा आयताकार नसरीको परिमिति 200 मिटर छ । यदि त्यस नसरीको लम्बाइ 60 मिटर भए चौडाइ कति होला ?

समाधान

यहाँ प्रश्नमा दिइएनुसार,

$$\text{नसरीको परिमिति (P)} = 200\text{m}$$

$$\text{लम्बाइ (l)} = 60\text{m}$$

$$\text{चौडाइ (b)} = ?$$

सूत्रानुसार,

$$\text{आयताकार वस्तु वा क्षेत्रको परिमिति (P)} = 2(l + b)$$

$$\text{अथवा, } 200\text{m} = 2(60\text{m} + b)$$

$$\text{अथवा, } 200\text{m} = 120\text{m} + 2b$$

$$\text{अथवा, } 2b = 200\text{m} - 120\text{m}$$

$$\text{अथवा, } b = \frac{80\text{m}}{2}$$

$$\text{अथवा, } b = 40\text{m}$$

तसर्थ, उक्त नसरीको चौडाइ 40 मिटर हुन्छ ।

### उदाहरण ६

कलादेवी राईले 20m लम्बाइ र 15m चौडाइ भएको तरकारी बारीको वरिपरि 5 फन्को निगालाको बार लगाउने विचार गरिछन् । उनले कति निगालो किन्तुपर्ला ?

समाधान

$$\text{प्रश्नानुसार, उक्त आयताकार तरकारी बारीको लम्बाइ (l)} = 20\text{m}$$

$$\text{चौडाइ (b)} = 15\text{m}$$

$$\text{परिमिति (P)} = ?$$

$$5 \text{ फन्को निगालाको लम्बाइ} = ?$$

सूत्रानुसार,

$$\text{आयताकार क्षेत्रको परिमिति (P)} = 2(l + b) = 2(20\text{m} + 15\text{m}) = 2(35\text{m}) = 70\text{m}$$

अब 5 फन्को निगालाको बार लगाउनुपर्ने भएकाले,

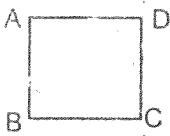
$$\text{जम्मा निगालाको लम्बाइ} l = 5 \times P = 5 \times 70\text{m} = 350\text{m}$$

तसर्थ, उक्त तरकारी बारीमा बार लगाउन 350 मिटर निगालो चाहिन्छ ।

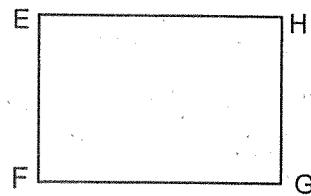
**अभ्यास 7.1**

1. तल दिइएका प्रत्येक आकृतिको लम्बाइ र चौडाइ नापी सूत्र प्रयोग गरेर परिमिति निकाल :

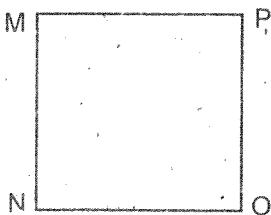
(क)



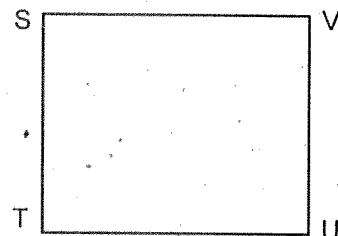
(ख)



(ग)



(घ)



2. तल दिइएका वर्गाकार वा आयताकार वस्तुको परिमिति निकाल :

(क) वर्गाकार कागज, लम्बाइ = 13cm

(ख) वर्गाकार रुमाल, लम्बाइ = 18cm

(ग) आयताकार टेबल, लम्बाइ = 73cm, चौडाइ = 56cm

(घ) आयताकार करेसावारी, लम्बाइ = 5m, चौडाइ = 3m

3. एउटा वर्गाकार नर्सरीको लम्बाइ 7m छ भने,

(क) उक्त क्षेत्रको वरिपरिको घेरा कति हुन्छ ?

(ख) यदि सो नर्सरीको वरिपरि 8 फन्को काँडेतार लगाउनुपरेमा कति काँडेतार चाहिएला ?

4. एउटा वर्गाकार रुमालको परिमिति 225cm रहेछ भने त्यस रुमालको लम्बाइ कति होला ?

5. एउटा आयताकार टेबलको लम्बाइ 78cm र चौडाइ 65cm छ भने त्यस टेबलको परिमिति पत्ता लगाऊ।

6. कान्छी दनुवारको 650m परिमिति भएको आयताकार तरकारी बारीको लम्बाइ 205 m रहेछ भने चौडाइ कति होला ?

7. श्याम चि.क.ले एउटा 5m लम्बाइ भएको एउटा वर्गाकार घडेरी किने छन् :

(क) उनको सो घडेरीको परिमिति कति होला ?

(ख) उनले 8 फन्को ढोरीले बेर्नुपर्दा कति ढोरी चाहिएला ?

8. धनियाँले आफ्नो 23m लम्बाइ र 21m चौडाइ भएको घरको वरिपरिको कम्पाउन्डको पर्खाल लगाउन चाहिछन् :

(क) उक्त कम्पाउन्डको परिमिति कति होला ?

(ख) उनले कम्पाउन्डको भाथि वरिपरि 4 फन्को काँडेतार लगाउनका लागि कति लामो काँडेतार किनेर ल्याउनुपर्ला ?

9. माथि उल्लिखित सङ्ख्या 1 देखि 8 सम्म दिइए जस्तै गरी आफै प्रश्नहरू निर्माण गरी थप अभ्यास गर । आफ्नो कार्यलाई साथी तथा शिक्षकसँग छलफल गर ।

## 7.2 षड्मुखा र घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल

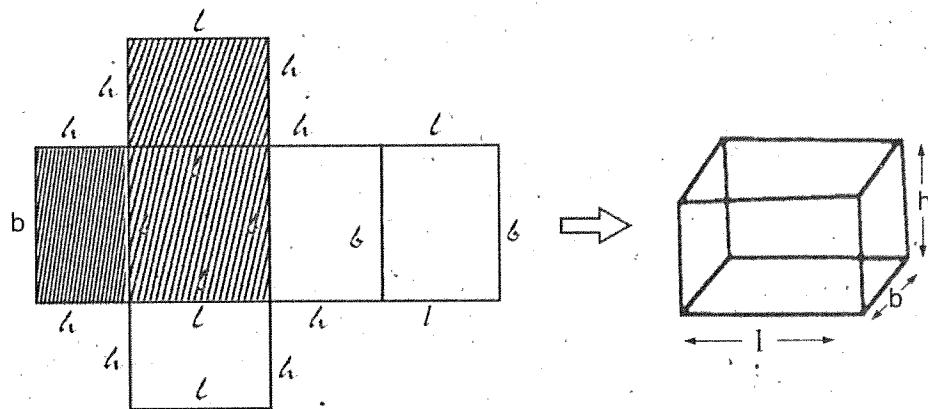
### (Total Surface area of Cuboid and Cube)

हामीले कक्षा 6 मा षड्मुखा र घनको परिचय, खोक्का नमुनाहरू र आयतन सम्बन्धी सरल समस्याहरूवारे छलफल गरिसकेका छौं । अब हामी यस पाठमा षड्मुखा र घनको सतहको क्षेत्रफलका बारेमा छलफल गर्ने छौं । यसका साथै यस सम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्ने सिप पनि हासिल गर्ने छौं ।

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर ।

#### 1. षड्मुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल

षड्मुखाको जाली बनाई निम्नानुसार लम्बाइ ( $l$ ), चौडाइ ( $b$ ), र उचाइ ( $h$ ), छुट्याएर लेख । अनि तलका प्रश्नमा छलफल गर ।



(क) माथिका दुई ओटा चित्रमा के सम्बन्ध छ ? (जाली र नमुनामा)

(ख) षड्मुखाको जाली कति ओटा आयत मिलेर बनेको रहेछ ?

(ग) षड्मुखाका सबै आयत वरावर छन् कि छैनन् ?

(घ) कति ओटा आयतको क्षेत्रफल  $l \times b$  छन् ?

(ङ) कति ओटा आयतको क्षेत्रफल  $l \times h$  छन् ?

(च) कति ओटा आयतको क्षेत्रफल  $b \times h$  छन् ?

(छ) चित्रमा छाया परेको भागले जालीको कति भाग जनाउँदछ ?

(ज) चित्रमा छाया परेको भागको क्षेत्रफल कति होला ?

रुलरले लम्बाइ ( $l$ ), चौडाइ ( $b$ ), उचाइ ( $h$ ), नापेर प्रत्येक सतहको क्षेत्रफल निकाल । सबै सतहको क्षेत्रफल जोडेर निकाल । यही कुल क्षेत्रफल नै सिड्गो षड्मुखाको सतह क्षेत्रफल हुन्छ ।

माथिका दुई ओटा चित्रहरूमा पहिलो पडमुखाको जाली र नमुना दोस्रो हो । पडमुखाको जाली जम्मा 6 ओटा आयत मिलेर बनेको छ । प्रत्येक आमनेसामनेका दुई दुई जोडी आयतहरू समानान्तर र बराबर छन् । सबै आयत बराबर छैनन् ।

चित्रमा 2 ओटा आयतको क्षेत्रफल  $l \times b$  छ ।

त्यस्तै 2 ओटा आयतको क्षेत्रफल  $l \times h$  छ ।

र 2 ओटा आयतको क्षेत्रफल  $b \times h$  छ ।

यहाँ पडमुखाको सतह क्षेत्रफल ( $A$ ) = सबै आयतको क्षेत्रफलको योगफल हुन्छ ।

अब, छाया परेको भागको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $(l \times b) + (l \times h) + (b \times h)$  हुन्छ ।

त्यसैले पुरै जालीको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $2(l \times b) + 2(l \times h) + 2(b \times h) = 2(lb + lh + bh)$  हुन्छ ।

**सूत्र :** तसर्थ कुनै पनि पडमुखाको सतहको क्षेत्रफल ( $TSA$ ) =  $2(lb + lh + bh)$  वर्ग एकाइ हुन्छ । जहाँ, पडमुखाको  $l$  = लम्बाइ,  $b$  = चौडाइ, र  $h$  = उचाइ ।

माथिको क्रियाकलापमा बनाएको पडमुखाको लम्बाइ ( $l$ ), चौडाइ ( $b$ ), र उचाइ ( $h$ ) छुट्याएर लेख ।

उक्त पडमुखाको सतहको क्षेत्रफल सूत्र प्रयोग गरी निकाल । उत्तर जाँचेर पनि हेर ।

## 2. घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल

लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ बराबर भएको पडमुखालाई घन (Cube) भनिन्छ । त्यसैले घनमा  $l = b = h$  हुन्छ ।

अब सूत्र : पडमुखाको सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $2(lb + lh + bh)$  मा  $l = b = h = a$  (मानौं) हुँदा :

घनको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $2(aa+aa+aa) = 2(3a^2) = 6a^2$

**सूत्र :** घनको सतह क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $6a^2$  वर्ग एकाइ हुन्छ, जहाँ घनको एउटा भुजाको लम्बाइ =  $a$  एकाइ छ ।

### उदाहरण 1

एउटा बाक्सको लम्बाइ ( $l$ ) = 42cm, चौडाइ ( $b$ ) = 39cm र उचाइ ( $h$ ) = 28cm छ । अब त्यसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।

### समाधान

यहाँ दिएनुसार, उक्त बाक्सको लम्बाइ ( $l$ ) = 42cm

चौडाइ ( $b$ ) = 39cm

र उचाइ ( $h$ ) = 28cm छ ।

बाक्स पडमुखा हो ।

$$\begin{aligned}
 \text{सूत्रअनुसार, षड्मुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A.)} &= 2(l b + l h + bh) \text{ वर्ग एकाइ} \\
 &= 2[(42 \times 39) + (42 \times 28) + (39 \times 28)] \text{cm}^2 \\
 &= 2(1638 + 1176 + 1092) \text{cm}^2 \\
 &= 2 \times 3906 \text{cm}^2 \\
 &= 7812 \text{cm}^2
 \end{aligned}$$

अतः उक्त बाक्सको पुरा सतहको क्षेत्रफल  $7812 \text{cm}^2$  हुन्छ ।

### उदाहरण 2

एउटा सलाईको बट्टाको लम्बाइ  $4\text{cm}$ , चौडाइ  $3\text{cm}$  र पुरा सतहको क्षेत्रफल  $45\text{cm}^2$  रहेछ । अब त्यसको उचाइ पत्ता लगाऊ ।

#### समाधान

यहाँ प्रश्नानुसार, उक्त सलाईको बट्टाको लम्बाइ ( $l$ ) =  $4\text{cm}$

चौडाइ ( $b$ ) =  $3\text{cm}$

पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $45\text{cm}^2$

र उचाइ ( $h$ ) = ?

यहाँ, सलाईको बट्टा एउटा षड्मुखा हो ।

सूत्रानुसार, षड्मुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $2(l b + l h + bh)$  वर्ग एकाइ

अथवा,  $45\text{cm}^2 = 2[(4 \times 3) + (4 \times h) + (3 \times h)]$

अथवा,  $45 = 2(12 + 4h + 3h)$

अथवा,  $45 = 2(12 + 7h)$

अथवा,  $45 = 24 + 14h$

अथवा,  $14h = 45 - 24$

अथवा,  $h = \frac{21}{14} = 1.5 \text{cm}$

अतः उक्त सलाईको बट्टाको उचाइ  $1.5\text{cm}$  हुन्छ ।

### उदाहरण 3

पेम्बाले एउटा किनारा  $15.4\text{cm}$  भएको घनको नमुना बनाइछन् । उक्त घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल कति होला ?

### समाधान

यहाँ दिए अनुसार, घनको एउटा भुजाको लम्बाई ( $a$ ) = 15.4cm

पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) = ?

सूत्र अनुसार, घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $6a^2$

$$= 6 \times (15.4)^2 \text{ cm}^2$$

$$= (6 \times 237.16) \text{ cm}^2$$

$$= 1422.96 \text{ cm}^2$$

अतः उक्त घनको नमुनाको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $1422.96 \text{ cm}^2$  हुन्छ ।

### उदाहरण 4

एउटा घनाकार वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $4056 \text{ cm}^2$  लेखिएको रहेछ । अब त्यस वस्तुको एउटा भुजाको लम्बाई कर्ति होला ?

### समाधान

प्रश्नमा दिए अनुसार, उक्त घनाकार वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $4056 \text{ cm}^2$

र एउटा भुजाको लम्बाई ( $a$ ) = ?

सूत्र अनुसार, घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $6a^2$  वर्ग एकाइ

$$\text{अथवा, } 4056 \text{ cm}^2 = 6a^2$$

$$\text{अथवा, } a^2 = \frac{4056}{6} \text{ cm}^2$$

$$\text{अथवा, } a^2 = 676 \text{ cm}^2$$

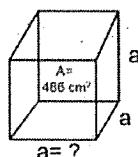
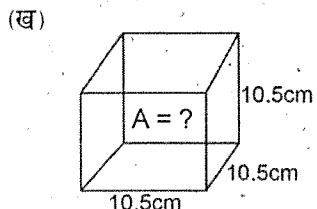
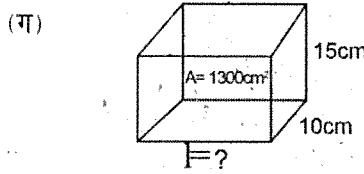
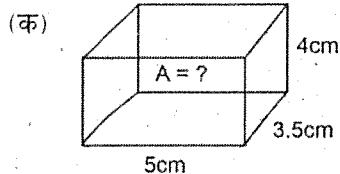
$$\text{अथवा, } a = \sqrt{676 \text{ cm}^2}$$

$$\text{अथवा, } a = 26 \text{ cm}$$

अतः त्यस घनाकार वस्तुको एउटा भुजाको लम्बाई  $26 \text{ cm}$  हुन्छ ।

## अध्यास 7.2

1. तल चित्रमा दिइएका प्रत्येक ठेस वस्तुको सोधिएको कुरा पत्ता लगाऊ ( $A =$  षड्मुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल)



(द) माथि क र ख मा दिइए जस्तै गरी  $2/2$  ओटा समस्या बनाऊ। साथीसँग मिलेर पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।

(च) माथि ग र घ मा दिइए जस्तै गरी  $2/2$  ओटा समस्या बनाऊ र साथीसँग मिलेर अज्ञात भुजाको लम्बाई पत्ता लगाऊ।

2. तलका प्रत्येक षड्मुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल :

(क)  $l = 5\text{cm}$ ,  $b = 3\text{cm}$  र  $h = 4.5\text{cm}$

(ख)  $l = 6.2\text{m}$ ,  $b = 3.3\text{m}$  र  $h = 6.8\text{m}$

(ग) माथि क र ख मा जस्तै गरी दुई दुई ओटा समस्या बनाऊ/खोज। साथीसँग मिलेर आपसमा प्रत्येक षड्मुखाको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।

3. तलका प्रत्येक अवस्थामा घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ :

(क)  $a = 6\text{cm}$

(ख)  $a = 3.5\text{cm}$

(ग)  $a = 12\text{m}$

(घ) माथि क, ख, र ग मा जस्तै  $\cdot 5$  ओटा समस्याहरू बनाऊ। साथीसँग प्रत्येक घनको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।

4. तलका प्रत्येक अवस्थामा षड्मुखाको नदिइएको भुजा पत्ता लगाऊ :

(क)  $A = 350\text{cm}^2$ ,  $l = ?$ ,  $b = 10\text{cm}$  र  $h = 2.5\text{cm}$

(ख)  $A = 136.24\text{cm}^2$ ,  $l = 4.2\text{cm}$ ,  $b = 3.6\text{cm}$  र  $h = ?$

5. तलका प्रत्येक अवस्थामा घनको एउटा भुजा पत्ता लगाऊ :

(क)  $A = 600\text{cm}^2$ ,  $a = ?$

(ख)  $A = 5400\text{cm}^2$ ,  $a = ?$

6. एउटा पडमुखाको पुरा सतहको क्षेत्रफल  $6.3 \text{ m}^2$  लम्बाइ 1.5m र उचाइ 1.2m छ, भने,  
 (क) उक्त पडमुखाको चौडाइ कति होला ?  
 (ख) उक्त पडमुखालाई कोठामा राख्दा कोठाको कति सतह ओगट्न्ना ?
7. एउटा बाकसको लम्बाइ 125cm, चौडाइ 85cm र उचाइ 70cm छ' भने,  
 (क) उक्त बाकसको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।  
 (ख) त्यस बाकसले कोठाको कति सतह ढाक्ना ?
8. एउटा प्राथमिक उपचार बाकस (First Aid Box) को लम्बाइ 18cm, चौडाइ 10cm र उचाइ 12cm छ' भने,  
 (क) उक्त बाकस जनाउने जाली (Net) को चित्र बनाऊ।  
 (ख) उक्त जालीका आधारमा पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।  
 (ग) उक्त बाकसलाई टेबलमाथि राख्दा टेबलको कति सतह ढाक्ना ?  
 (घ) उक्त बाकसको विर्को च्यातिएर हराएछ। अब विर्को नभएको बाकसको पुरा सतहको क्षेत्रफल कति होला ?
9. उचाइ 7cm र चौडाइ 8cm भएको एउटा चक्को बट्टालाई टेबलमा राख्दा टेबलको सतह  $80\text{cm}^2$  ढाकेछ भने,  
 (क) उक्त बट्टाको लम्बाइ पत्ता लगाऊ।  
 (ख) उक्त बट्टाको पुरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ।
10. माथि प्रश्न 6 देखि 9 सम्म दिइए जस्तै गरी 2/2 ओटा समस्या बनाई हिसाब गर। उक्त हिसाब साथी साथीविच साटेर एकअर्काको समाधान गर। छलफल गरी साथीको उत्तर जाँचेर पनि हेर।

## 8.1 परावर्तन (Reflection)

तलका क्रियाकलाप तथा तथ्यहरू अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) चित्रमा के देख्छौ ?

चित्रमा परावर्तन (reflection) लाई देखाइएको छ । यहाँ छात्राको प्रतिविम्ब (image) ऐनामा देखाइएको छ । तिमीले पनि ऐनाको नजिक र टाढा गई हेर । प्रतिविम्ब परावर्तन पनि टाढा र नजिक हुन्छ ।

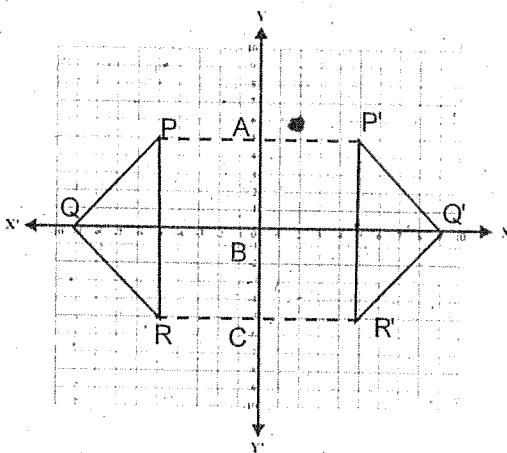
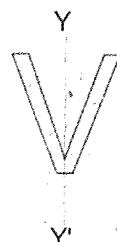
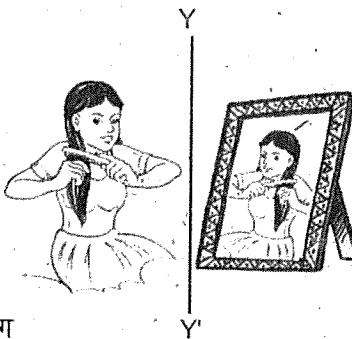
(ख) अड्डेजी वर्णमालाको ठुलो अक्षर V लाई विन्दु रेखा YY' मा पट्याउँदा ठिक दुई बराबर भागमा पट्टिन्छ । यहाँ प्रत्येक भाग एकअर्काको प्रतिविम्ब वा परावर्तन हो ।

(ग) त्रिभुज PQR लाई विन्दु रेखा YY' मा परावर्तन गराउँदा  $\Delta P'Q'R'$  बनेको छ । यहाँ  $PP'$ ,  $QQ'$  र  $RR'$  रेखा परावर्तन अक्ष YY' मा लम्ब छन् । त्यस्तै  $PA = AP'$ ,  $QB = BQ'$  र  $RC = CR'$  पनि हुन्छ । यहाँ PQR र प्रतिविम्ब  $P'Q'R'$  अनुरूप छन् ।

माथिका प्रत्येक क्रियाकलापमा प्रत्येक आकृति र प्रतिविम्ब परावर्तन अक्षबाट बराबर दुरीमा परेका छन् । कसरी ?

माथिका 3 ओटा क्रियाकलापका आधारमा परावर्तनका केही तथ्यहरू पत्ता लगाउने कोसिस गरौँ ।

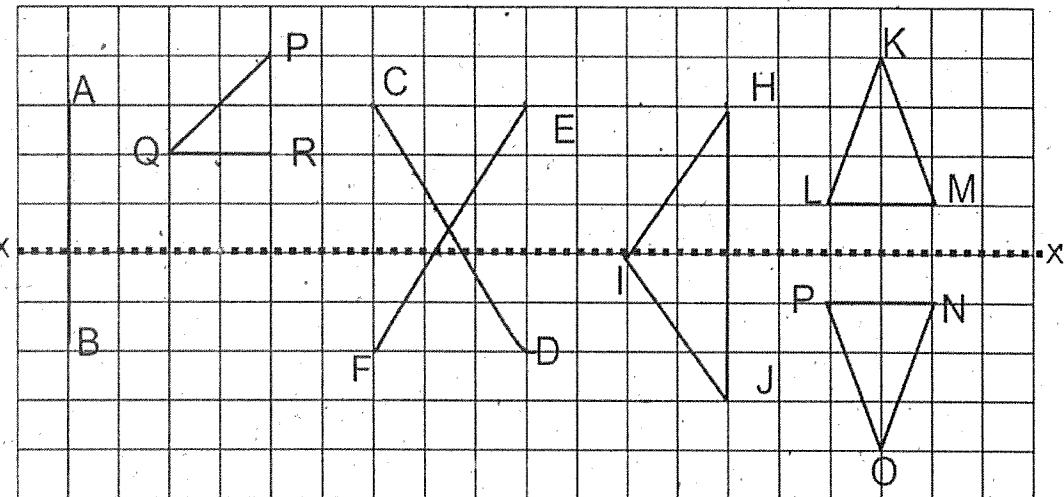
- कुनै पनि वस्तु वा चित्रको प्रतिविम्बलाई परावर्तन भनिन्छ । माथि चित्रहरूमा क्रमशः केटी, V को आधा भाग र  $P'Q'R'$  सबै विन्दु रेखा YY' मा परावर्तन भएका छन् ।
- जुन रेखामा प्रतिविम्ब बनेको छ त्यसलाई परावर्तन अक्ष (axis of reflection) भनिन्छ । चित्रहरूमा विन्दु रेखा YY' परावर्तनको अक्ष हो ।
- वास्तविक आकृति परावर्तन भई प्रतिविम्ब बन्छ ।
- वास्तविक आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप हुन्छन् । अर्थात् वास्तविक आकृति र प्रतिविम्बको क्षेत्रफल पनि आपसमा बराबर हुन्छन् ।
- कुनै पनि ज्यामितीय चित्र वा आकृतिलाई परावर्तन गर्दा आकृति र प्रतिविम्ब परावर्तन अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्दछन् ।



### अभ्यास 8.1

1. तलका ज्यामितीय वित्रहरूलाई परावर्तन अक्ष 'XX' बिन्दुरेखामा परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब लेख :

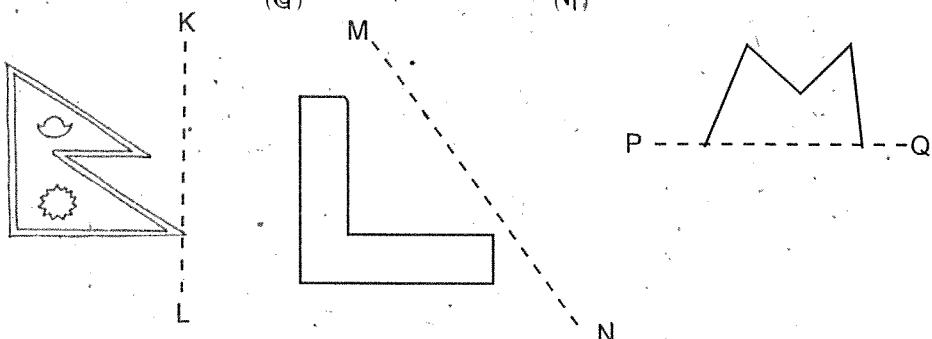
- (क) बिन्दु A (ख) बिन्दु P (ग) रेखा PQ (घ)  $\angle PQR$  (ङ) बिन्दु E (च)  $\angle CGE$
- (छ) रेखा IH (ज) बिन्दु I (झ)  $\angle KLM$  (ञ)  $\angle LKM$



2. माथि प्रश्न नं. (क) देखि (ज) सम्म दिए जस्तै अरू समस्या बनाई साथीसँग छलफल गरी शिक्षकको सहयोगमा आकृतिको प्रतिविम्ब चिन्ने खेल खेल ।

3. तलका प्रत्येक आकृतिलाई परावर्तनको अक्षसँग परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब खिचेर देखाउँ :

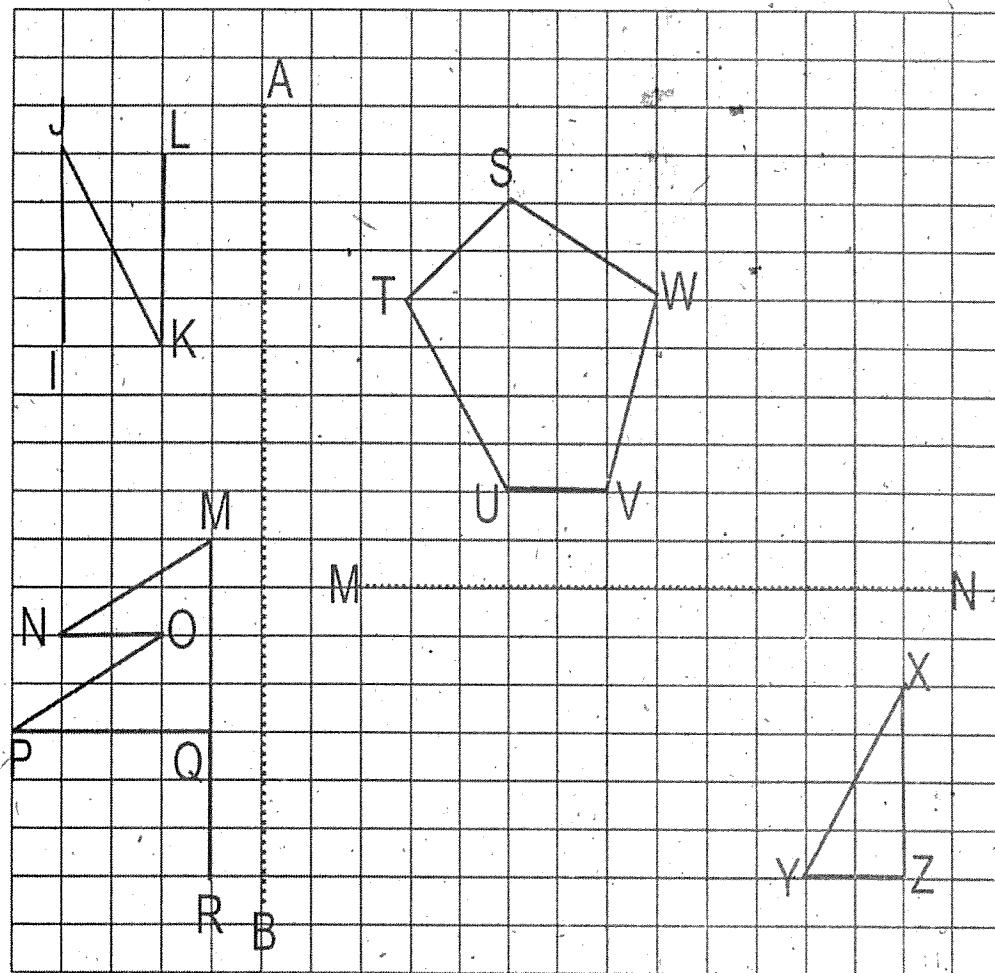
- (क)
- (ख)
- (ग)



(ज) माथि दिए जस्तै गरी कुनै 5 ओटा फरक फरक आकृतिहरू र परावर्तन अक्ष बनाई समस्या बनाऊ । साथीसँग छलफल गरी आपसमा परावर्तन गरी प्रतिविम्ब खिचेर देखाऊ ।

नोट : प्रत्येक आकृतिका शीर्षबिन्दुहरूदेखि परावर्तनको अक्षमा लम्ब खिचेर (सेट स्वायरले वा कम्पासले) प्रतिविम्ब बनाऊ ।

4. ग्राफ पेपरमा कुनै रेखा AB र MN लाई परावर्तनका अक्षहरू मानी तलका आकृतिका प्रतिरिवर्म्ब बनाउँ :



## 8.2 परिक्रमण (Rotation)

तलका क्रियाकलापहरूमा छलफल गर :

### 1. परिक्रमण (Rotation)

- (क) धारा खोल्दा र बन्द गर्दा के गर्नुपर्छ ?
- (ख) दाँत माझ्ने मन्जनको बिर्को खोल्दा र बन्द गर्दा के गरिन्छ ?
- (ग) साँचोले ताल्चा खोल्दा र बन्द गर्दा के गरिन्छ ?
- (घ) ढोका खोल्दा र बन्द गर्दा के गर्नुपर्छ ?
- (ङ) घडी मिलाउनका लागि सुईहरूलाई के गर्नुपर्छ ?

माथि उल्लिखित कार्यहरू गर्दा वस्तुलाई निश्चित बिन्दुमा घुमाउने कार्य गरिन्छ । यो घुमाउने काम होसियारीका साथ आवश्यक मात्रामा गर्नुपर्छ । यसरी वस्तुहरूको घुमाइको प्रक्रियालाई नै परिक्रमण भनिन्छ ।

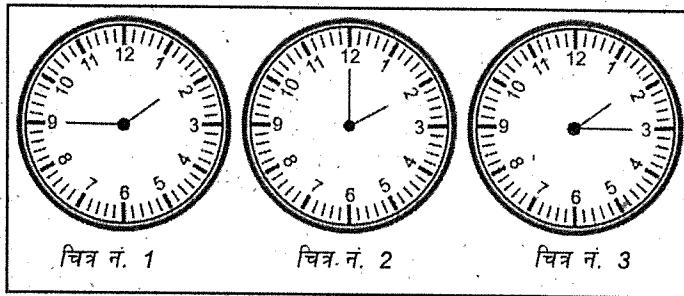
माथिका छलफलका आधारमा परिक्रमणको परिभाषा लेख । साथीसँग छलफल गरी निष्कर्ष निकाल ।

होसियारीका साथ आवश्यक मात्रामा निश्चित बिन्दुमा वस्तुहरूको घुमाइलाई परिक्रमण भनिन्छ ।

### 2. परिक्रमणका प्रकार

- (क) दिइएका घडीका चित्रहरू हेर र छलफल गर :

- दोस्रो घडीमा कति बजेको छ ?
- यसलाई घडीको दिशामा 15 मिनेट परिक्रमण गर्दा कति हुन्छ ?
- अब दोस्रो घडीलाई घडीको विपरीत दिशामा 15 मिनेटले परिक्रमण गर्दा कति हुन्छ ?

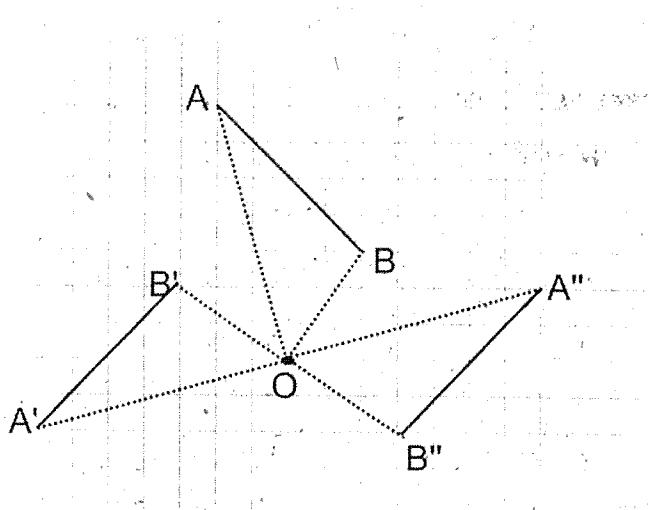


माथि दोस्रो घडीमा 2.00 बजेको छ । यसलाई घडीको दिशामा 15 मिनेट ( $90^\circ$ ) मा परिक्रमण गर्दा 2.15 बजेको छ । यस्तो घडीको सुईको चालअनुसारको परिक्रमणलाई ऋणात्मक परिक्रमण (negative rotation) भनिन्छ ।

त्यसै गरी यदि दोस्रो घडीलाई घडीको विपरीत दिशामा 15 मिनेट ( $90^\circ$ ) मा परिक्रमण गरियो भने 1.45 बजेको हुन्छ । यस्तो परिक्रमणलाई धनात्मक परिक्रमण (positive rotation) भनिन्छ ।

### (ख) ज्यामितीय चित्रको परिक्रमण

चित्र नं. (4) मा रेखा AB लाई विन्दु O को घडीको सुईको विपरीत दिशा वा धनात्मक दिशामा  $90^\circ$  को परिक्रमण गर्दा बनेको प्रतिविम्ब  $A'B'$  हो । त्यस्तै रेखा AB लाई विन्दु O को घडीको दिशा वा ऋणात्मक दिशामा  $90^\circ$  को परिक्रमण गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब  $A''B''$  हो ।



चित्र नं. 4

### 3. परिक्रमणका तथ्यहरू

माथिका छलफलहरूबाट परिक्रमणका बारेमा के के तथ्यहरू पत्ता लगाउन सक्छौ ? लेख । ती तथ्यहरूलाई साथीसँग छलफल गर । तल दिइएका तथ्यहरूसँग तुलना गरी हेर ।

- कुनै पनि ज्यामितीय आकृतिलाई दिइएको कोण र दिशामा दिइएको विन्दुको वरिपरि घुमाएर स्थानान्तरण गर्नुलाई परिक्रमण (rotation) भनिन्छ ।
- घडीको सुईको दिशामा भएको परिक्रमणलाई ऋणात्मक परिक्रमण (negative rotation) भनिन्छ ।
- घडीको सुईको विपरीत दिशामा भएको परिक्रमणलाई धनात्मक परिक्रमण (positive rotation) भनिन्छ ।
- परिक्रमणले समतल सतहमा रहेका ज्यामितीय आकृतिहरूलाई कुनै विन्दुबाट एउटै दिशा र उत्तिकै कोणमा स्थानान्तरण गर्दछ ।

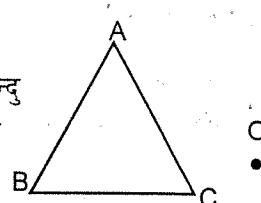
#### उदाहरण 1

तल दिइएको चित्र ABC लाई विन्दु O को वरिपरि  $60^\circ$  को धनात्मक दिशामा परिक्रमण गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब खिचेर देखाऊ ।

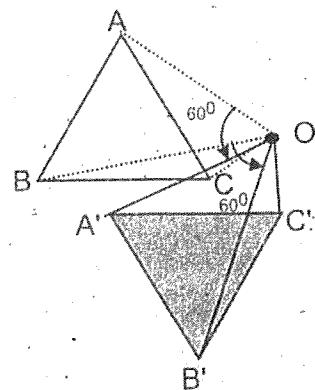
समाधान

तरिका

1. A र O जोडौँ । O लाई परिक्रमण विन्दु मानेर OA अर्धव्यास लिएर विन्दु A लाई  $60^\circ$  को धनात्मक दिशा (घडीको विपरीत दिशा) मा परिक्रमण गरी A को प्रतिविम्ब A' पत्ता लगाओँ ।

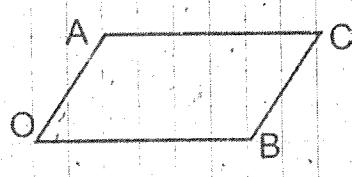


- $B$  र  $O$  जोडँ।  $O$  लाई केन्द्र मानेर  $OB$  अर्धव्यास लिएर बिन्दु  $B$  लाई  $60^\circ$  को धनात्मक दिशामा परिक्रमण गरी  $B$  को प्रतिविम्ब  $B'$  पत्ता लगाओ।
- $C$  र  $O$  जोडँ।  $O$  लाई केन्द्र मानेर  $OC$  अर्धव्यास लिएर बिन्दु  $C$  लाई  $60^\circ$  धनात्मक दिशामा परिक्रमण गरी  $C$  को प्रतिविम्ब  $C'$  पत्ता लगाओ।
- हलरको सहायताले  $A'B'C'$  क्रमसँग जोडँ। अब बन्ने चित्र  $\Delta A'B'C'$  दिइएको  $\Delta ABC$  को आवश्यक धनात्मक परिक्रमण हो।



### उदाहरण 2

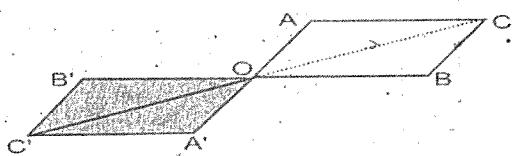
दिइएकी चित्रमा समानान्तर चतुर्भुज  $OACB$  लाई केन्द्र बिन्दु  $O$  को बरिपरि  $180^\circ$  को ऋणात्मक दिशामा परिक्रमण गर। यसरी बन्ने प्रतिविम्बको चित्र खिचेर देखाऊ।



समाधान

तरिका

- बिन्दु  $A$  लाई  $OA$  अर्धव्यास लिएर  $180^\circ$  को ऋणात्मक दिशामा  $O$  बाट परिक्रमण गरी  $A'$  पत्ता लगाओ।
- त्यसै गरी क्रमशः बिन्दुहरू  $B$  र  $C$  लाई पनि क्रमशः  $OB$  र  $OC$  अर्धव्यास लिएर  $180^\circ$  को ऋणात्मक दिशामा परिक्रमण गरी प्रतिविम्बहरू  $B'$  र  $C'$  पत्ता लगाओ।
- अब क्रमशः  $O$  र  $A'$ ,  $O$  र  $B'$ ,  $B'$  र  $C'$  तथा  $C'$  र  $O$  जोडँ।



यसरी बन्ने समानान्तर चतुर्भुज  $OA'C'B'$  दिइएको समानान्तर चतुर्भुज  $OABC$  को आवश्यक ऋणात्मक परिक्रमणको प्रतिविम्ब हो।

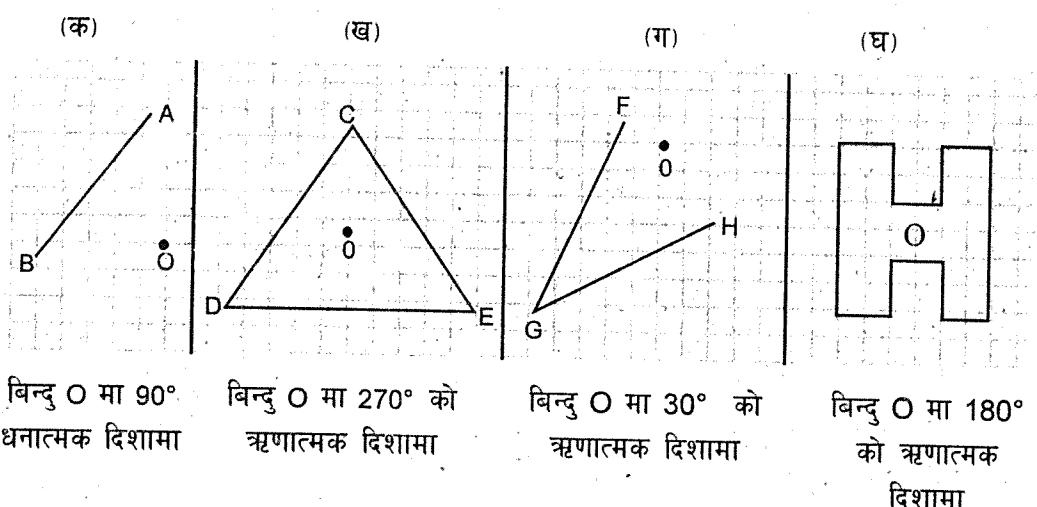
नोट : के  $180^\circ$  को ऋणात्मक र धनात्मक दुवै परिक्रमणले एउटै प्रतिविम्ब देलान् ? छलफल गर।

### अभ्यास - 8.2

- तलका समयमा घडीको मिनेट सुईले कति पटक परिक्रमण गर्दछ ? पत्ता लगाऊ :
 

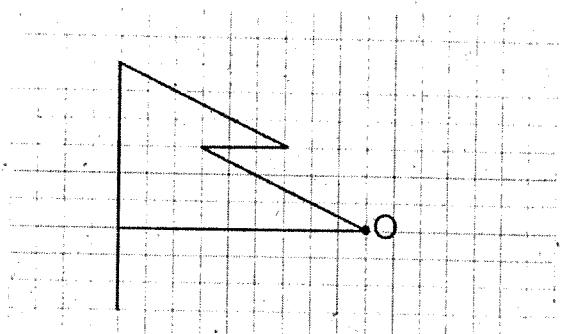
(क) 1 घण्टा    (ख)  $1/2$  घण्टा    (ग) 15 मिनेट    (घ) 20 मिनेट    (ड) 45 मिनेट

2. घडीका सुईहरूले निम्नानुसारका परिक्रमण गर्दा कति समय घटी वा बढी हुन्छ ?
- मिनेट सुईको धनात्मक दिशामा एक चौथाइ फन्का ( $90^\circ$ ) को परिक्रमण
  - मिनेट सुईको ऋणात्मक दिशामा दुई चौथाइ वा आधा फन्का ( $180^\circ$ ) को परिक्रमण
  - मिनेट सुईको धनात्मक दिशामा एक पुरा फन्का ( $360^\circ$ ) को परिक्रमण
  - घण्टा सुईको ऋणात्मक दिशामा एक चौथाइ ( $90^\circ$ ) को परिक्रमण
  - सेकेन्ड सुईको धनात्मक दिशामा तिन चौथाइ ( $270^\circ$ ) को परिक्रमण
3. तलका ज्यामितीय आकारहरूलाई दिइएका परिक्रमणको बिन्दु O, दिशा र कोणमा परिक्रमण गर । परिक्रमणको तरिका पनि लेख । यसरी बन्ने प्रतिबिम्बको चित्र खिचेर देखाऊ ।



नोट :  $270^\circ$  को ऋणात्मक परिक्रमण =  $90^\circ$  को धनात्मक परिक्रमण हुन्छ ? कसरी ? शिक्षकसँग परामर्श गरी पत्ता लगाऊ ।

4. दिइएको चित्रलाई ऋणात्मक दिशामा  $90^\circ$  र  $180^\circ$  मा परिक्रमण गर्दा बन्ने चित्र खिचेर देखाऊ । परिक्रमण गर्दा कुन कुन प्रक्रिया अपनायौ ? बुँदागत रूपमा लेख ।

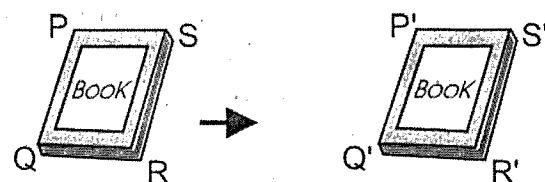


### 8.3 विस्थापन (Displacement)

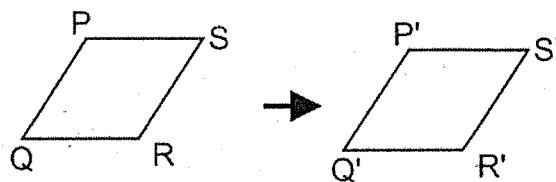
#### 1. विस्थापनको परिचय

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गर र छलफल गर :

(क) एउटा पुस्तकलाई ठुलो सेतो कागजमाथि राखौं । त्यसबाट ट्रेस गरी एउटा PQRS चतुर्भुज बनाओँ । यस पुस्तकलाई सिधा रेखामा अलि पर सारौं । त्यसबाट पनि ट्रेस गरी अर्को चतुर्भुज P'Q'R'S' बनाऊ ।



अब PP', QQ', RR' र SS' को सम्बन्ध के होला छलफल गर । यहाँ पुस्तक PQRS लाई P'Q'R'S' मा विस्थापन गरिएको भनिन्छ ।



के आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप छन् ?

अब माथिको क्रियाकलापका आधारमा विस्थापनको परिभाषा लेख । आफूले लेखेको परिभाषालाई साथीसँग तुलना गरी हेर र छलफल गर । अब निष्कर्षलाई तलका तथ्यहरूसँग तुलना गरी हेर ।

- समतल सतहमा रहेका ज्यामितीय आकृतिका हरेक बिन्दुलाई उत्तिकै दुरी र उही दिशामा स्थान्तरण गर्नुलाई विस्थापन (displacement) भनिन्छ ।
- विस्थापनलाई परिभाषित गर्नका लागि विस्थापनको परिमाण वा नाप र दिशा उल्लेख गर्नुपर्दछ ।
- विस्थापनका आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप हुन्छन् ।
- कुनै पनि बिन्दुलाई विस्थापन गर्दा दिइएको परिमाण र दिशामा समानान्तर रेखा खिच्नुपर्दछ ।

छलफल गर

- (क) एउटा मोटर 15 मिटर सोझै अगाडि बढायो भने के त्यसका सबै बिन्दुहरू बराबर दुरी र उही दिशामा स्थानान्तरण हुन्छन् ? के यो विस्थापन हो ?
- (ख) भुइँमा राम्ररी मिलाएर बिछ्याइएको कम्मल वा ठुलो कार्पेटको कुनै एउटा मात्र टुप्पो समातेर 1 मिटर आफूतिर तान्दा के बाँकी सबै टुप्पाहरू उही दिशा र परिमाणमा स्थानान्तरण होलान् ?

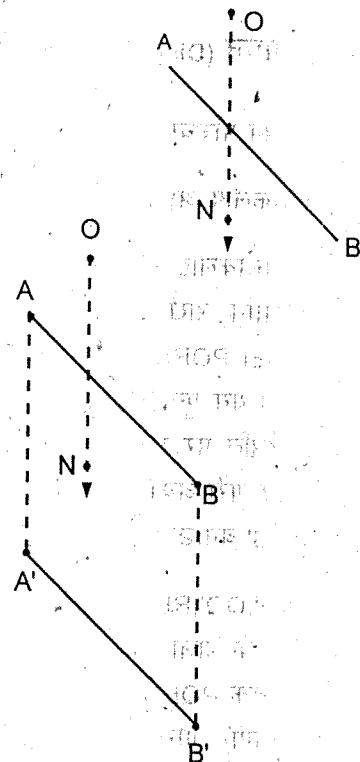
### उदाहरण 1

संगैको रेखाखण्ड AB लाई किरण रेखा (ray) ON को परिमाण र दिशामा विस्थापित गर ।

समाधान तरिका

1. बिन्दु A बाट ON को दिशा र परिमाणसँग बराबर र समानान्तर हुने गरी AA' खिच ।
2. बिन्दु B बाट ON को दिशा र परिमाणसँग बराबर र समानान्तर हुने गरी BB' खिच ।
3. A' र B' जोड ।

यसरी रेखाखण्ड A'B' नै रेखाखण्ड AB को ON मा दिशा र परिमाणमा विस्थापित प्रतिविम्ब हो ।



### उदाहरण 2

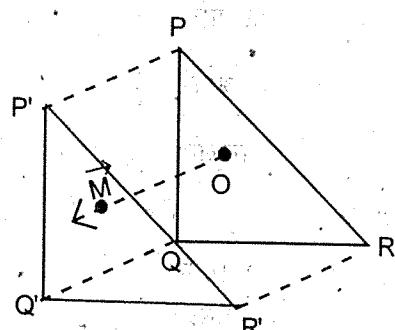
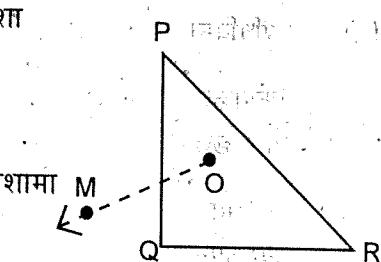
दिइएको चित्रमा  $\triangle PQR$  लाई दिएको किरण रेखा OM को दिशा र परिमाणमा विस्थापन गर ।

समाधान तरिका

1. P बाट OM सँग बराबर र समानान्तर हुने गरी OM को दिशामा PP' खिच ।
2. Q बाट OM सँग बराबर र समानान्तर हुने गरी OM को दिशामा QQ' खिच ।
3. R बाट OM सँग बराबर र समानान्तर हुने गरी OM को दिशामा RR' खिच ।
4. अब P', Q' र R' लाई क्रमैसँग जोड ।

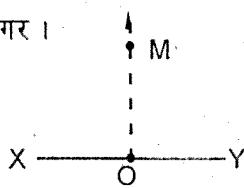
यसरी बनेको  $\triangle P'Q'R'$  नै  $\triangle PQR$  को OM को दिशा र परिमाणमा विस्थापित प्रतिविम्ब हो ।

नोट : किरण रेखाको नाप लिँदा दुई ओटा बिन्दुहरूको बिचको मात्र लम्बाइको नाप लिनुपर्छ । समानान्तर रेखा खिच्दा सेटस्कवायरको प्रयोग गर्नुपर्छ ।



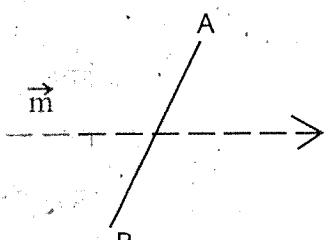
### अभ्यास 8.3

- विस्थापनको उदाहरणसहित परिचय देऊ ।
- विस्थापनमा कुन कुन तथ्यहरू हुन्छन् ? चित्रसहित लेख ।
- विस्थापनका कुनै 3 ओटा तथ्यहरूलाई उदाहरण र चित्रसहित उल्लेख गर ।
- रेखा XY लाई OM को नाप र दिशामा विस्थापन गरेर देखाऊ ।

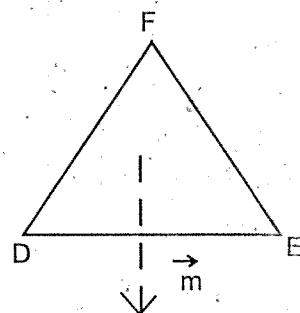


- एउटा पेन्सिललाई न्युजप्रिन्ट वा ड्रइड पेपरको बिच भागमा राखी ट्रेस गर । त्यसलाई चारै दिशामा 5cm को परिमाणमा क्रमशः विस्थापन गरी आकृतिहरू बनाऊ । उक्त आकृतिहरूलाई कक्षामा छलफल गरी सजाएर राख ।
- साथीले दिएको दिशा र परिमाणमा एक एक ओटा चित्र वा वस्तुहरूलाई विस्थापन गर ।
- तलका प्रत्येक ज्यामितीय चित्रहरूलाई दिशामा विस्थापन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब खिचेर देखाऊ ।

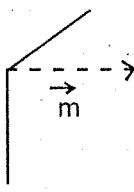
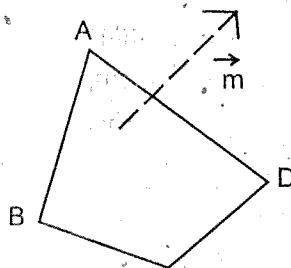
(क)



(ख)



(ग)



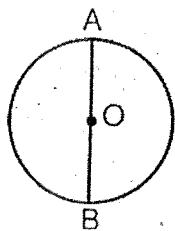
- माथि प्रश्न नं. 4 मा दिइए जस्तै 5 ओटा समस्या बनाऊ र विस्थापन गरी प्रतिविम्ब पनि बनाऊ । आफूना प्रत्येक समस्या साथीसँग आपसमा समाधान गर । साथीको प्रतिविम्ब र विस्थापन तरिकालाई तिस्रोसँग तुलना गरी हेर ।

## सममिति र टेसलेसन (Symmetry and Tessellation)

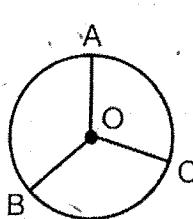
### 9.1 रेखा र बिन्दु सममिति (Line and Point Symmetry)

तलका बिन्दु सममितिहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

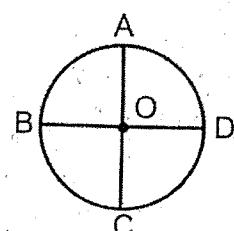
(क) तलका चित्रहरू र क्रियाकलापका आधारसामा बिन्दु सममिति पत्ता लगाऊ।



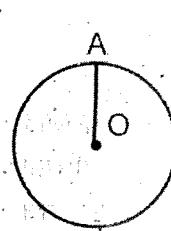
चित्र नं. 9.1



चित्र नं. 9.2



चित्र नं. 9.3



चित्र नं. 9.4

1. चित्र 9.1 को आकृतिलाई एउटा पातलो कागजमा ट्रेस गर। यसरी ट्रेस गरिएको चित्र, चित्र 9.1 सँग सर्वाङ्गसम अर्थात् अनुरूप हुन्छ।
2. यसलाई चित्र 9.1 मा ठिक मिल्ने गरी वृत्तको केन्द्र O मा पेन्सिलको टुप्पोले थिच।
3. अब माथिको चित्रलाई घुमाउदै जाँदा चित्र 9.1 मा पुरै नखप्टेसम्म घुमाउदै जाऊ।
4. अब एक फन्को घुमाउँदा माथिको चित्रको कति अंश घुमायौ होला ? बिन्दु A कहाँ पुरायो होला ?
5. अब यस स्थितिवाट फेरि नखप्टेसम्म घुमाऊ। यस पटक एक फन्कोको कति पटक घुमायौ होला।

चित्र नं. 9.1 मा ट्रेस गरिएको सर्वाङ्गसम आकृतिलाई बिन्दु O मा पुरा एक फन्को घुमाउँदा 2 पटक खप्टियो। यस्ता चित्रमा श्रेणी 2 (order -2)-को बिन्दु वा परिक्रमिक सममिति भएको मानिन्छ। त्यसैले चित्र 9.1 को बिन्दु सममितिको श्रेणी 2 भयो। (चित्र नं. 9.2 मा ट्रेस गरिएको सर्वाङ्गसम आकृतिलाई बिन्दु O मा पुरा एक फन्को घुमाउँदा 3 पटक खप्टियो। त्यसैले यस चित्रको बिन्दु सममितिको श्रेणी 3 भयो।)

#### चित्र 9.2 को क्रियाकलाप

1. चित्र नं. 9.2 लाई पातलो कागजमा ट्रेस गर।
2. यसलाई चित्र नं. 9.2 को O बिन्दुमा केन्द्र पर्ने गरी एक पुरा फन्को घुमाऊ।
3. यसरी घुमाउँदा कति पटक चित्र खप्टियो ? लेख।
4. अब चित्र नं. 9.2 को बिन्दु सममितिको श्रेणी पत्ता लगाऊ।

### चित्र 9.3 को क्रियाकलाप

- चित्र नं. 9.3 लाई पातलो कागजमा ट्रेस गर ।
- यसलाई चित्र नं. 9.3 माथि राखी पुरा एक फन्को घुमाउँदा कति पटक अनुरूप आकृति खपिटन्छ ? हेर र लेख ।
- यसको विन्दु सम्मितिको श्रेणी पत्ता लगाऊ ।
- के तिमो श्रेणी 4 आयो ? कसरी ?

### चित्र 9.4 को क्रियाकलाप

- चित्र नं. 9.4 लाई पनि पातलो कागजमा ट्रेस गर ।
- यसलाई वृत्त ABC माथि राखेर पुरा एक फन्को घुमाऊ ।
- कतिपटक आकृति खपिटयो ? लेख ।

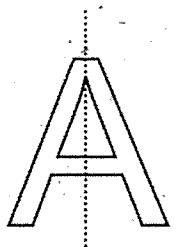
विन्दु O मा चित्र नं. 9.4 मा ट्रेस गरिएको सर्वाङ्गसम आकृति विन्दु O मा घुमाउँदा आकृति एक पटक पनि खपिटेन । त्यसैले यो आकृतिक विन्दु सम्मिति हुँदैन ।

### चित्र 9.4 को क्रियाकलापमा विन्दु सम्मिति हुँदैन ।

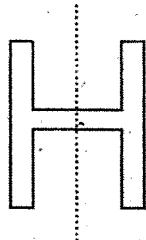
- कुनै पनि आकृतिको अनुरूप आकृतिलाई कुनै निश्चित विन्दुमा पुरा एक फन्को 360 डिग्री परिक्रमण गर्दा खपिट्ने अवस्था आउनुलाई विन्दु सम्मिति भएको भनिन्छ । माथिका चित्रहरूमध्ये चित्र नं. 9.1, चित्र नं. 9.2 र चित्र नं. 9.3 का अवस्थाहरूमा विन्दु सम्मिति हुन्छ । तर चित्र नं. 9.4 मा विन्दु सम्मिति हुँदैन । पुरा एक फन्को घुमाउँदा दिएको आकृति जति पटक खपिटन्छ त्यसलाई आकृतिको श्रेणी भनिन्छ ।

### 2. रेखा सम्मिति (Line of Symmetry)

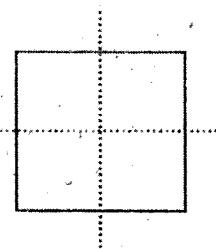
(क) तलका चित्र र क्रियाकलापका आधारमा छलफल गरी रेखीय सम्मिति पत्ता लगाउने प्रयास गराउँ ।



चित्र नं. 9.5



चित्र नं. 9.6



चित्र नं. 9.7

माथिका प्रत्येक चित्रमा डट लाइनले चित्रलाई ठिक 2 भागमा बाँडिएको छ । त्यसैले माथिका प्रत्येक चित्र सम्मिति हुने खालका (symmetrical) छन् । प्रत्येक चित्रलाई दुई भागमा बाँड्ने डट रेखा (dot line) लाई रेखा वा रेखीय सम्मिति (line of symmetry) भनिन्छ । रेखीय सम्मितिलाई सम्मितिको अक्ष (axis of symmetry) वा ऐना रेखा (mirror line) पनि भन्ने गरिन्छ ।

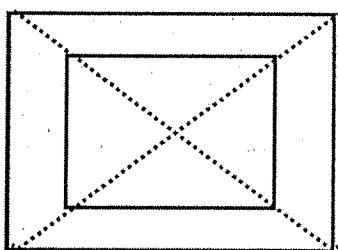
अब तलका प्रश्नहरूमा छलफल गराँ :

- माथिको चित्र नं. 9.5, चित्र नं. 9.6 र चित्र नं. 9.7 मा कति कति ओटा रेखीय सममितिका अक्षहरू छन् ?
- चित्र नं. 9.5 को परिक्रमिक सममिति कति श्रेणीको होला ?
- त्यस्तै चित्र 9.6 र 9.7 को परिक्रमिक सममिति कति कति श्रेणीका छन् ?

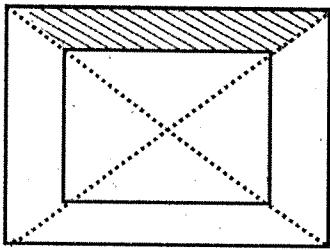
माथिका चित्रहरूमध्ये चित्र नं. 9.5 र 9.6 मा रेखीय सममितिको अक्ष एउटा छ । त्यस्तै चित्र नं. 9.7 मा सममितिका अक्ष 2 ओटा छन् ।

चित्र नं. 9.6 लाई डट रेखामा घुमाउँदा एक पटक मात्र चित्र खप्टिन्द्यु । त्यसैले चित्र 9.6 को परिक्रमिक रेखीय सममितिको श्रेणी (order) 1 हुन्दै । त्यस्तै चित्र नं. 9.7 को परिक्रमिकको रेखीय सममिति श्रेणी 2 हुन्दै । कसरी ?

(ख) अब तलका दुई ओटा चित्रका आधारमा तलका क्रियाकलापमा छलफल गराँ ।



चित्र नं. 9.8



चित्र. 9.9

- चित्र 9.8 को रेखीय सममितिको परिक्रमिक सममिति श्रेणी कति होला ?
- चित्र 9.8 को रेखीय सममितिको अक्ष कति ओटा छन् ?
- हो माथिको चित्र नं. 9.8 मा रेखीय सममिति र रेखीय सममितिका अक्षहरू 2 ओटा छन् । यसको परिक्रमिक सममितिको श्रेणी 4 हुन्दै ? कसरी ?

चित्र 9.8 को क्रियाकलाप

- सर्वप्रथम चित्र 9.8 लाई अभ्यास पुस्तिकामा ट्रेसिड गर ।
- चित्र 9.9 मा पुरा कति भागमध्ये कति भागलाई छाया पारिएको छ ?
- परिक्रमिक सममितिको श्रेणी कति होला ?
- कति ओटा रेखीय सममितिका अक्षहरू छन् ।
- यसलाई कुनै अर्को भागमा छायाँ पाउँयो भने 2 ओटा रेखीय सममितिको अक्ष र परिक्रमिक सममितिको श्रेणी 2 भएको नयाँ आकृति बन्दै ?
- यसरी बनेको चित्रमा एउटै मात्र सममितिको अक्ष र परिक्रमिक सममितिको श्रेणी घट्ने गरी अर्को तेसो भागलाई छाया पार । के तिमीले रेखीय परिक्रमिक सममितिको श्रेणी 2 हुने गरी चौथो भागमा छाया पार्न सक्छौ ?

■ यसको रेखीय सममितिको अक्षहरू कति ओटा छन् ?

माथिका क्रियाकलापहरूबाट के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख। साथीसँग छलफल गर । के तिम्रो निष्कर्ष तलको निष्कर्षसँग मिल्दछ । तुलना गरी हेर ।

ज्यामितीय आकृतिहरूमा रेखीय सममितिको परिक्रमिक श्रेणी 1 भन्दा कम हुन सक्दैन । चित्र र रेखीय सममितिको अक्षअनुसार यसको श्रेणीमा फरक पर्दछ ।

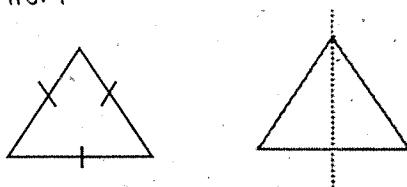
### उदाहरण 1

चित्रमा बिन्दुरेखा (dot line) को प्रयोग गरी रेखीय सममिति बनाऊ ।

प्रत्येक चित्रमा कति श्रेणी भयो ? लेख ।

समाधान : एउटा रेखीय सममितिको अक्ष बनाउँदा,

यहाँ सममितिको श्रेणी 2 छ ।



### उदाहरण 2

तल रेखा सममितिको अक्ष र आधा चित्र दिइएको छ । यसलाई पुरा गर ।

रेखीय सममितिको परिक्रमिक श्रेणी पनि पत्ता लगाऊ ।

समाधान

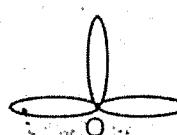
यसको परिक्रमिक रेखीय सममितिको श्रेणी 4 छ ।



### उदाहरण 3

दिइएको चित्रलाई बिन्दु 0 मा परिक्रमण गर । अन्न बिन्दु सममितिका आधारमा परिक्रमिक श्रेणी पत्ता लगाऊ ।

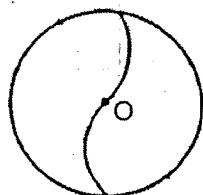
समाधान : प्रश्नको चित्रलाई बिन्दु 0 मा एक पुरा परिक्रमण गर्दा 3 पटक खप्टन्छ । त्वसैले यस बिन्दु सममितिको परिक्रमण श्रेणी 3 हुन्छ ।



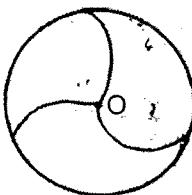
### अभ्यास 9.1

- तलका चित्रहरू अभ्यास पुस्तिकामा सार । प्रत्येक चित्रलाई टेस् गसि 0 बिन्दुमा परिक्रमण गरी हेर र परिक्रमिक श्रेणी पत्ता लगाऊ ।

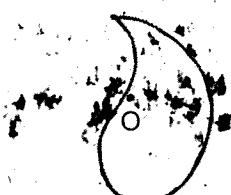
(क)

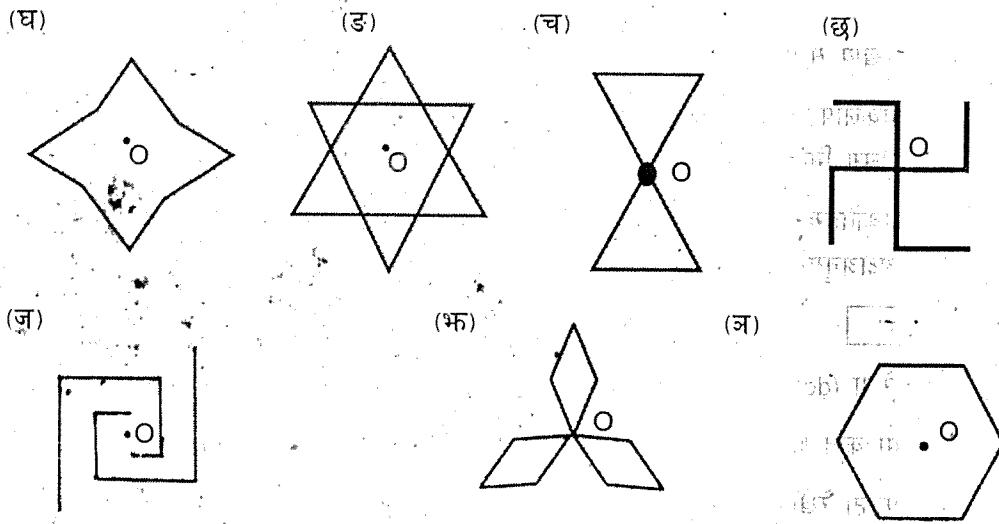


(ख)

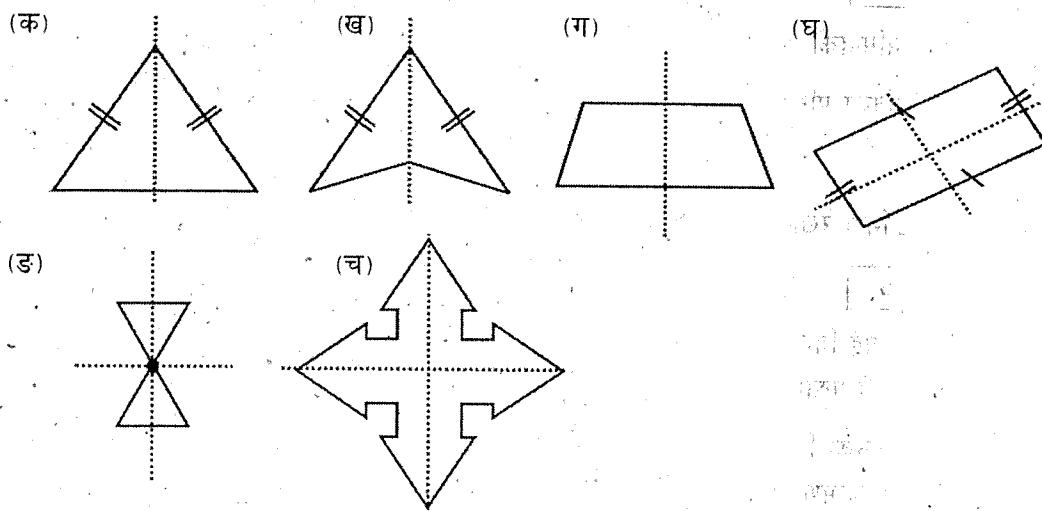


(ग)



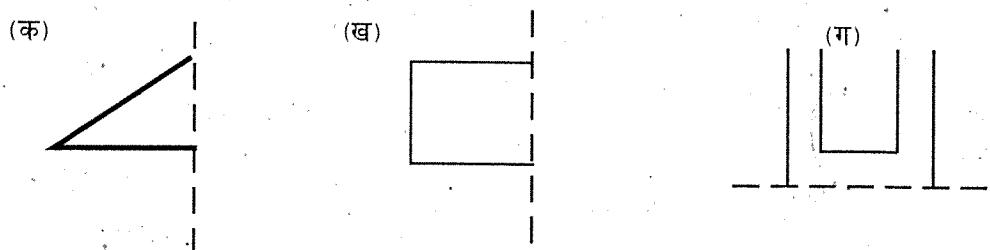


2. तलका प्रत्येक बिल्दुरेखालाई ट्रेसिङ गर । रेखीय समर्मिति खिच । रेखीय समर्मितिको परिक्रमण श्रेणी कति भयो लेख ।



3. तल दिइएका चित्रहरू अभ्यास पुस्तिकामा सार :

चित्रमा रेखीय समर्मितिको अक्ष र आधा चित्र दिइएको छ । चित्र पुरा गर र परिक्रमिक श्रेणी पनि पत्ता लगाऊ ।



## 9.2 बहुभुजका ढाँचाहरूबाट टेसलेसन (Tessellation by using Polygons)

### 1. टेसलेसनको धारणा

तलका प्रश्न र क्रियाकलापमा छलफल गर ।

(क) तिमीले इँटा वा ढुड्गाहरू छापेका देखेका छौ ? तिमो घर र विद्यालयमा यस्तो कहाँ कहाँ छून् ?

(ख) इँटाहरूलाई कसरी मिलाएर राखिएको छ ?

(ग) इँटाहरू कुन कुन आकारका छन् ?

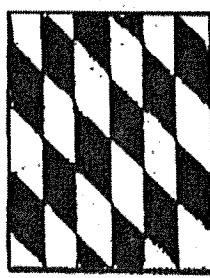
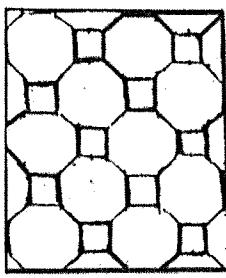
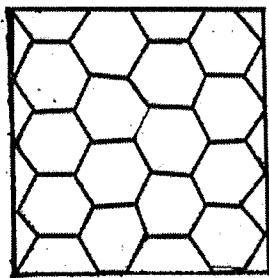
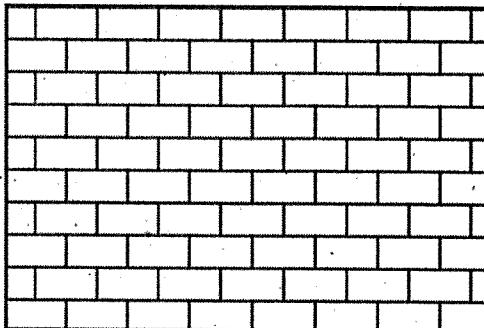
(घ) के थी इँटाहरूलाई अर्कों तरिकाले पनि छाप सकिन्थ्यो ?

(ङ) तिमो घरमा भएको डोको, बाँस वा प्लास्टिकको डोको तथा कलमदानीमा प्रत्येक पाताहरू कसरी राखेका छन् ?

(च) यस्ता अन्य उदाहरणहरू खोजी गर ।

(जस्तै : कार्पेट, कमिज, कुर्ता सुरुवाल, तन्ना आदि)

(छ) तलका चित्रमा कति कति ओटा उस्तै ज्यामितीय आकृतिहरू प्रयोग भएका छन् ? छलफल गर ।



(ज) मौरीले आफ्नो घार कसरी बनाएको हुन्छ ? चित्र बनाएर लेख ।

- माथिका प्रत्येक चित्रहरूमा सतहहरूलाई पुरा गर्न एकभन्दा बढी उस्तै प्रकारका ज्यामितीय आकृतिहरू प्रयोग भएका छन् ।
- माथिका सबै उदाहरणहरू टेसलेसनका उदाहरणहरू हुन् ।

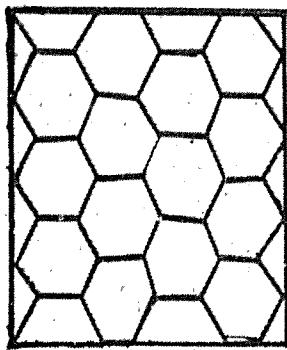
(झ) समबाहु त्रिभुज, वर्ग, आयत र नियमित बहुभुजबाट एक एक ओटा टेसलेसन बनाई देखाऊ ।

(ञ) अब माथिका उदाहरणहरू र क्रियाकलापहरूका आधारमा टेसलेसनको अर्थ लेख । आफ्नो परिभाषालाई साथीको परिभाषासँग तुलना गरी हेर । निष्कर्षलाई कक्षामा छलफल गर । के तिमो निष्कर्ष तलको भनाइसँग मिल्द ? तुलना गरी हेर ।

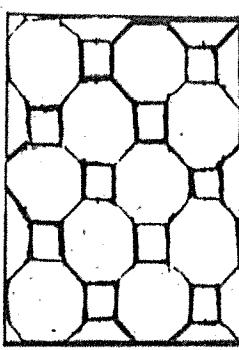
एकभन्दा बढी उस्तै प्रकारका ज्यामितीय आकृतिका टायल वा चित्रहरू नखप्टाइकन र खाली ठाउँ नराखीकन समतल सतह ढाक्ने वा छोप्ने प्रक्रियालाई टेसलेसन वा टायलिङ (tessellation or tiling) भनिन्छ ।

## 2. टेसलेसनका प्रकार

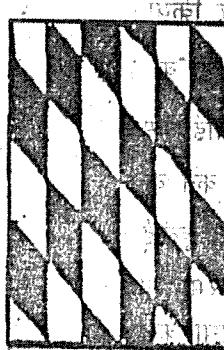
तलका चित्रहरू अध्ययन गरी छलफल गर :



चित्र नं. 9.11



चित्र नं. 9.12



चित्र नं. 9.13

(क) चित्र नं. 9.11 मा कति प्रकारका र कस्ता ज्यामितीय चित्र प्रयोग भएका छन् ?

(ख) के चित्र नं. 9.12 मा प्रयोग भएका दुवै ज्यामितीय चित्रहरू नियमित (regular) हन् ?

(ग) चित्र नं. 9.13 मा प्रयोग भएका ज्यामितीय चित्र नियमित वा अनियमित के हन् ?

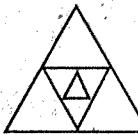
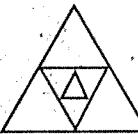
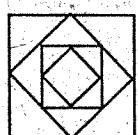
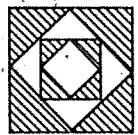
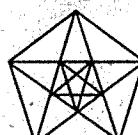
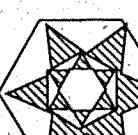
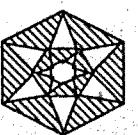
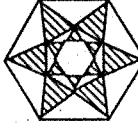
माथिका चित्रमा चित्र नं. 9.11 को चित्र नियमित टेसलेसन (regular tessellation) हो । चित्र नं. 9.12 को अर्ध वा नियमित टेसलेसन (semiregular tessellation) हो । त्यस्तै चित्र नं. 9.13 को चित्र अनियमित टेसलेन (irregular tessellation) हो ।

अब माथिका छलफलका आधारमा नियमित, अर्ध नियमित र अनियमित टेसलेसनको परिभाषा लेख । आफ्नो परिभाषालाई साथीको परिभाषासँग तुलना गरी निष्कर्पलाई कक्षामा छलफल गर । के तिमो निष्कर्प तलको भनाइसँग मिल्दै ? तुलना गर ।

1. टेसलेसन नियमित, अर्ध नियमित र अनियमित गरी 3 किसिमका हुन्छन् ।
2. एकै प्रकारका नियमित ज्यामितीय आकृति प्रयोग भएर बनेका टेसलेसनलाई नियमित टेसलेसन (regular tessellation) भनिन्दू ।
3. दुई वा दुईभन्दा बढी प्रकारका नियमित ज्यामितीय आकृति प्रयोग गरी नियमित टेसलेसन (semiregular tessellation) भनिन्दू ।
4. अनियमित ज्यामितीय आकृतिहरू प्रयोग गरी बनेका टेसलेसनलाई अनियमित टेसलेसन (irregular or non-ragular tessellation) भनिन्दू ।

### 3. बहुभुजका ढाँचाहरू

(क) तलका बहुभुजका ढाँचा अध्ययन गरी छलफल गर :

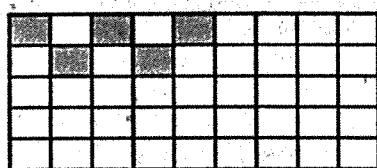
क्र.स.	ज्यामिति आकृति/ढाँचा		
1.	समवाहु त्रिभुजको ढाँचा		
2.	वर्गको ढाँचा		
3.	नियमित पञ्चभुजको ढाँचा		
4.	षड्भुजको ढाँचा		

(ख) माथिका प्रत्येक टेसेलेसनलाई ड्रइड पेपरमा बनाएर कक्षा कोठामा सजाएर राखी छलफल गर ।

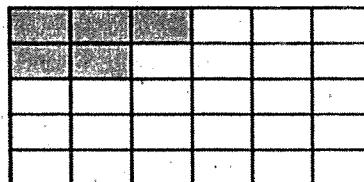
अभ्यास 9.2

1. तलका टेसेलेसनका ढाँचाहरूलाई ट्रेसिङ गरेर ग्राफ पेपरमा सारेर पुरा गर :

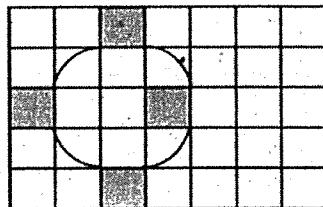
(क)



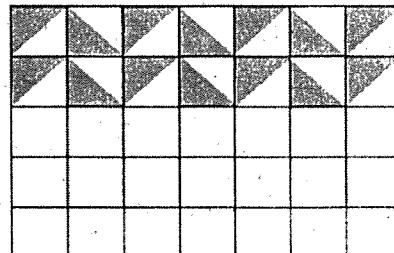
(ख)



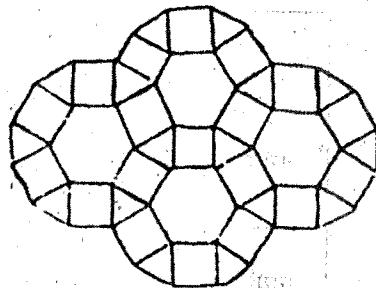
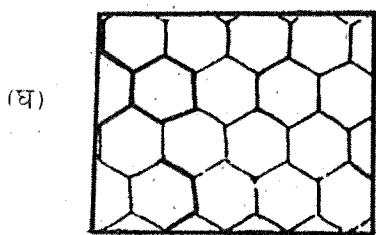
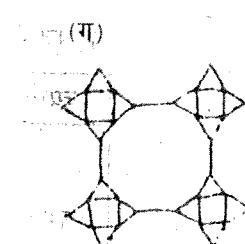
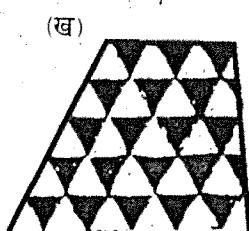
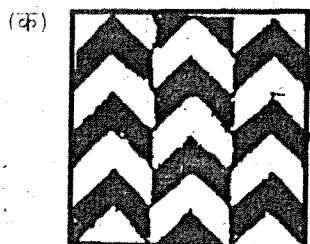
(ग)



(घ)



2. तलका प्रत्येक टेसेलेसनमा कुन कुन ज्यामितीय आकृति प्रयोग भएका छन्, लेख :



3. प्रश्न नं. 2 मा प्रयोग भएका वा अन्य  $5/5$  ओटा टेसेलेसन बनाऊ/खोज । प्रत्येक टेसेलेसनलाई कागजमा ट्रेस गर र आफूलाई मन पर्ने गरी रड्गाऊ र देखाऊ ।
4. प्रश्न नं. 3 का टेसेलेसनहरूमध्ये नियमित, अर्ध नियमित र अनियमित टेसेलेसन छुट्याएर लेख ।
5. टेसेलेसनको उदाहरणसहित परिभाषा लेख ।
6. टेसेलेसन किति प्रकारका हुन्छन् ? प्रत्येकको 'उदाहरणसहित परिभाषा लेख ।
7. कुनै  $2/2$  ओटा नियमित, अर्ध नियमित र अनियमित टेसेलेसनका ढाँचा प्रयोग गरी कागज तथा कपडामा टेसेलेसन गरी कक्षामा प्रदर्शन गर । भित्तामा वा धागोले सिलिङ्गमा झुन्ड्याएर प्रदर्शन पनि गर ।

## 10.1 दिशास्थिति र नक्साको पढाइ (Bearing and Map Reading)

## 1. दिशा स्थिति (Bearing)

तलका क्रियाकलापहरू

अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) चित्रमा कति ओटा दिशाहरू देखाइएको छ ? तिनीहरू के के हुन् ?

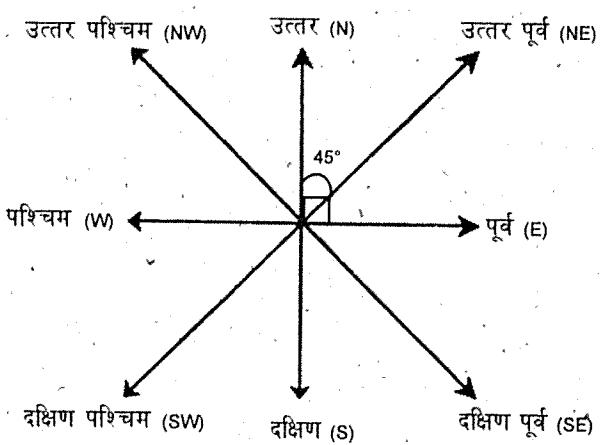
(ख) उत्तर र पूर्व दिशा देखाउने रेखाले कति डिग्रीको कोण बनाएको छ ? लेख ।

(ग) उत्तर र उत्तर पूर्व दिशा देखाउने रेखाविच कति डिग्रीको कोण छ ? नापेर पत्ता लगाऊ ।

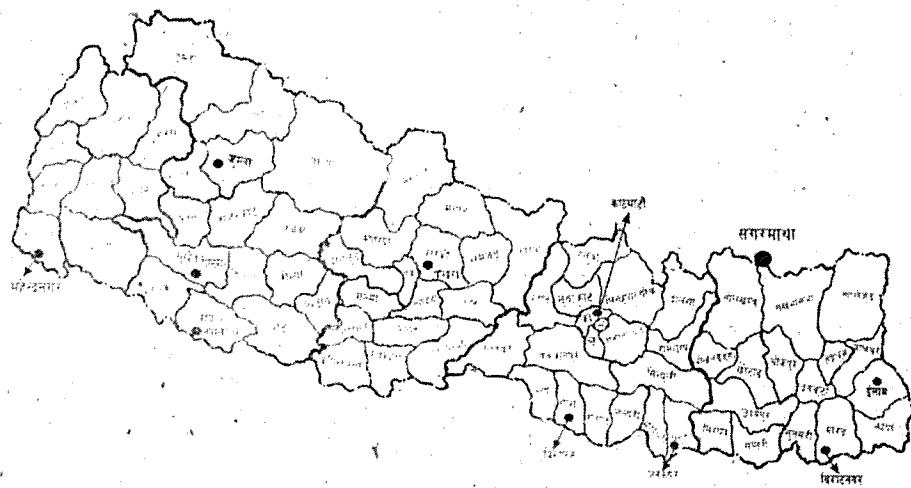
(घ) के उत्तर र पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण तथा दक्षिण र पूर्व देखाउने रेखाहरूविच पति  $90^\circ$  का कोण बनेका छन् ?

(ङ) के उत्तर र उत्तर पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण पश्चिम तथा दक्षिण र दक्षिण पूर्व देखाउने सबै रेखाहरूले आपसमा  $45^\circ/45^\circ$  का कोण बनाएका छन् ।

(च) विद्यालय कम्पाउन्ड वा चौरमा गएर माथि चित्रमा देखाए जस्तै गरी प्रत्येक दिशामा एक एक जना साथीहरू उभिएर दिशा स्थिति पत्ता लगाउने अभ्यास गर । प्रत्येक साथीलाई दिशास्थितिको नामले बोलाऊ ।



## 2. नक्साको पढाइ (Map Reading)



माथिको नक्सा र नक्सामा दिइएका स्थानहरू अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) काठमाडौँलाई केन्द्र मानी तलका स्थानहरूको दिशा स्थिति पत्ता लगाउ ।

(अ) जनकपुर

(आ) जुम्ला

(इ) नेपालगञ्ज

(ई) इलाम

(उ) वीरगञ्ज

(उ) सगरमाथा हिमाल

(ख) पोखरालाई केन्द्र मानी निम्न लिखित स्थानहरूको दिशास्थिति पत्ता लगाउ ।

(अ) महेन्द्रनगर

(आ) अन्नपूर्ण हिमाल

(इ) इलाम

(ई) वीरगञ्ज

(ऊ) सगरमाथा हिमाल

(ऊ) काठमाडौँ

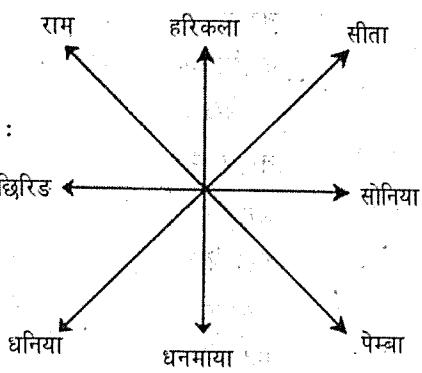
(ए) जुम्ला

कुनै पनि नक्सामा भौगोलिक स्थान; नदीनाला, हिमाल, वन जड्गल, बाटोघाटो, जिल्ला, अञ्चल, विकास क्षेत्र छुट्याइएको हुन्छ । कुनै पनि नक्सामा दिइएको स्थान पत्ता लगाउन नक्सालाई पढ्ने बारेमा ज्ञान, सिप र क्षमता हासिल गर्नुपर्ने हुन्छ ।

### अभ्यास 10.1

1. सँगैको चित्रको आधारमा तलका प्रश्नहरूको उत्तर देऊ ।

- (क) छिरिड उभिएको स्थानको दिशास्थिति कुन हो ?      छिरिड
- (ख) धनियाको दिशास्थिति कुन होला ?
- (ग) के धनमाया र पेम्बाको दिशास्थिति मिल्दछ ?
- (घ) माथिको चित्रबाट प्रश्न नं. (क), (ख) र (ग) बाहेक  $\frac{3}{3}$  ओटा थप प्रश्नहरू बनाई साथीसँग आपसमा दिशास्थिति पत्ता लगाउने अभ्यास गर ।



2. तलको चित्र पढी सोधिका प्रश्नहरूको जवाफ लेख ।

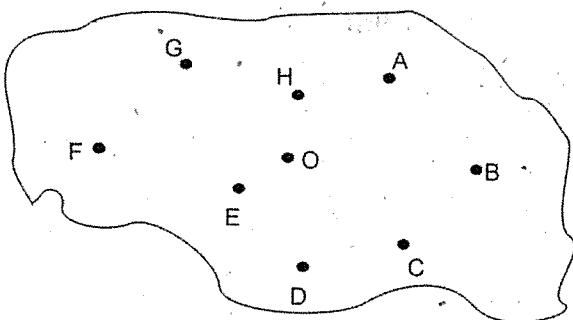
- (क) स्थान O बाट विन्दु G को दिशास्थिति पत्ता लगाउ ।

- (ख) स्थान O बाट विन्दु C को दिशास्थिति पत्ता लगाउ ।

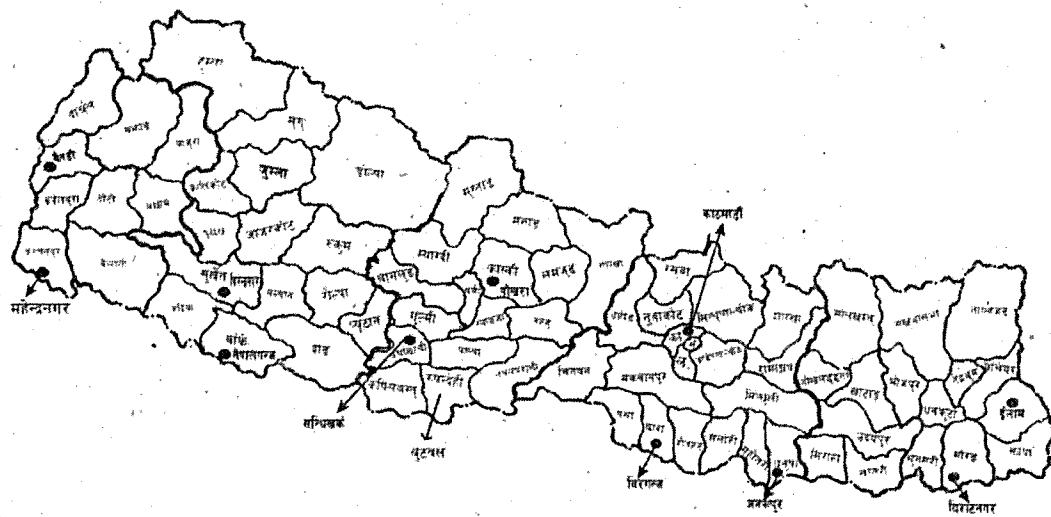
- (ग) स्थान D बाट विन्दु F को दिशास्थिति पत्ता लगाउ ।

- (घ) स्थान O बाट विन्दु A को दिशास्थिति पत्ता लगाउ ।

- (ङ) माथिको चित्रबाट बन्न सक्ने थप समस्या बनाई समाधान गर ।



3. तलको नेपालको नक्साका आधारमा सोधिएका प्रश्नहरूको जवाफ लेख :



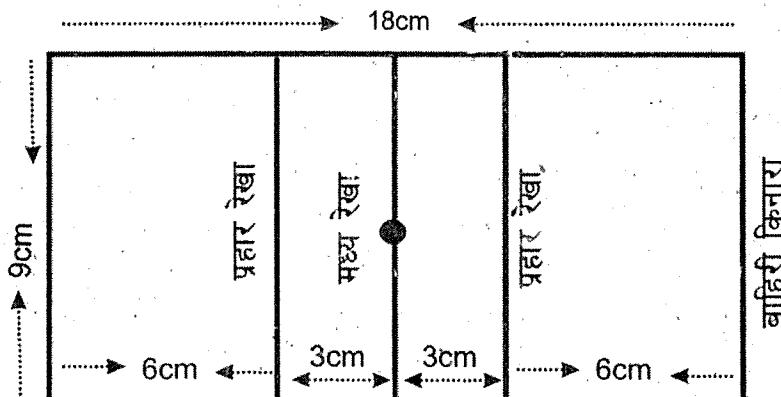
- (क) बुटवलबाट पोखराको दिशास्थिति लेख ।
  - (ख) वीरगन्जबाट विराटनगरको दिशास्थिति लेख ।
  - (ग) वीरेन्द्रनगरबाट महेन्द्रनगरको दिशास्थिति लेख ।
4. नेपालको राजनीतिक नक्सा लिएर कुनै एउटा जिल्ला सदरदुकामलाई केन्द्र मानी 8 ओटै दिशामा पर्ने एक एक ओटा स्थान पत्ता लगाई नाम लेख ।

## 10.2 स्केल ड्राइंग (Scale Drawing)

तल दिइएका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर ।

(क) तलको भलिबल कोर्टको चित्रको आधारमा दिइएको तालिका भर ।

भलिबल कोर्ट



स्केल 1:200 (1cm = 200cm)

क्र.सं.	रेखाको नाम	नक्साको रेखाको नाप	वास्तविक कोर्टको नाप	वास्तविक कोर्ट र नक्साको नापको अनुपात	निष्कर्ष
1.	कोर्टको लम्बाई	9cm	18m	1:200	
2.	कोर्टको चौडाई				
3.	मध्य रेखादेखि प्रहार रेखासम्मको दुरी				

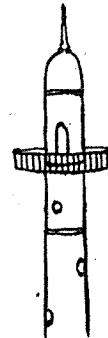
- के वास्तविक कोर्टको सबै दुरी र नक्साको दुरीका अनुपात 1:200 आयो ?
  - माथिको क्रियाकलापहरूका आधारमा के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौं ? आफ्नो निष्कर्षलाई साथीसँग छलफल गर ।
- (ग) एउटा हात्ती र आँखाले देख्न नसकिने अमिवा आदिलाई एउटै पेजमा कसरी लेख्न सकिन्दै ? लेख र छलफल गर ।

**निष्कर्ष :**

1. यसरी ज्यादै ठुलो र ज्यादै साना साना वस्तुलाई रेखाङ्कन गर्नुपर्दा निश्चित स्केलको प्रयोग गरिन्दै ।
2. यस्तो स्केलमा वास्तविक वस्तु र चित्र खिची आवश्यकताअनुसार ठुलो वा सानो नाप लिएर निश्चित अनुपात बनाइन्दै । जस्तै : माथि क्रियाकलाप (ख) मा भलिबल कोर्टको अनुपात 1:200cm लिइएको छ । यसको अर्थ भलिबल कोर्टको प्रत्येक 200cm दुरीलाई नक्सामा 1cm मानी स्केल बनाइएको छ ।

## अभ्यास 10.2

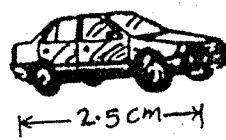
- एउटा बगैँचाको वास्तविक लम्बाइ 150m र चौडाइ 100m छ । 1cm:10cm को अनुपात लिएर बगैँचाको रेखांकन गरी देखाऊ ।
- 1cm ले वास्तविक 15m जनाउने गरी 90m लम्बाइ र 45m चौडाइ भएको फुटबल मैदानको चित्र बनाएर देखाऊ ।
- संगैको चित्रमा 1cm ले वास्तविक 4m जनाउने गरी स्केल ड्रइड गर र वास्तविक रूपमा धरहरा कति अग्लो रहेछ ? पत्ता लगाऊ ।



- चित्रमा दिइएको रूख 1:15cm को scale मा बनाइएको छ । स्केलले नापेर रूखको वास्तविक उचाइ पत्ता लगाऊ ।



- 1cm = 1.5m को स्केलमा खिचेको (चित्रमा दिइएको) गाडीको वास्तविक लम्बाइ कति होला ?



- तल पश्चिमाञ्चल विकास क्षेत्रको नक्सा दिइएको छ । सो नक्सामा 1 cm = 50 km को स्केलमा विभिन्न स्थानहरू दिइएको छ । अब दिइएको जिल्लाहरूबिचको सबभन्दा छोटो र सबैभन्दा लामो दुरी पत्ता लगाऊ ।

(क) कास्कीदेखि रूपन्देही

(ख) बागलुङ्देखि पाल्पा

(ग) रूपन्देहीदेखि तनहुँ

(घ) गोरखादेखि अर्धाखाँची

(ङ) कृपिलवस्तुदेखि मनाड



## 11.1 सर्वव्यापक समूह (Universal Set)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर।

1. हिमालय उच्च माध्यमिक विद्यालय म्यार्गदाका कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूले समूह एकाइमा छलफल गर्दा निम्नानुसारका समूह बनाए छन्।

(क) कक्षा 7 का केटीहरूको समूह,  $A = \{ \text{सीता, हरिकला, फुलमाया, धनिया, रूपा, सरस्वती, कमला, अम्बिका, लक्ष्मी } \}$

(ख) कक्षा 7 का केटाहरूको समूह,  $B = \{ \text{रामविलास, श्री गोविन्द, आइते, कृष्ण, रामकृष्ण, शालिकराम, उमेश} \}$

(ग) कक्षा 7 का चस्मा लगाउने विद्यार्थीहरूको समूह,  $C = \{ \text{रामविलास, उमेश, हरिकला} \}$

अब माथिका तिन ओटै समूहहरूका गुण वा विशेषता आउन सक्ने कुनै एउटा निश्चित समूह के होला ?

$S = \{\text{कक्षा 7 का विद्यार्थीहरू}\}$  मा माथिका तिन ओटै समूह पर्दछन् ?

तिमीले पनि आफ्नो कक्षाको  $S = \{\text{कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूको समूह}\}$  मा छलफलमा आउन सक्ने कुनै 3 समूहहरू बनाउ । साथीसँग छलफल पनि गर।

माथिका सबै समूहहरूका गुण वा विशेषता आउन सक्ने समूह  $S = \{\text{कक्षा 7 का विद्यार्थीहरू}\}$  सर्वव्यापक समूह हो ।

2. सदृख्याको ज्ञानबाट बन सक्ने विभिन्न समूहहरू बनाउने बारेमा छलफल गर।

(क) वर्ग सदृख्याहरूको समूह  $S$  (घ) बिजोर सदृख्याहरूको समूह  $O$

(ख) घन सदृख्याहरूको समूह  $C$  (ड) रूढ सदृख्याहरूको समूह  $P$

(ग) जोर सदृख्याहरूको समूह  $E$  (च) संयुक्त सदृख्याहरूको समूह  $A$

अब माथिका सबै समूहहरूका गुण वा विशेषता छलफलमा आउन सक्ने कुनै एउटा समूह बनाउ ।

के  $N = \{\text{प्राकृतिक सदृख्याहरू}\}$  मा माथिका सबै समूहहरू छलफलमा आउन सक्छन् ?

हो माथिका (क) देखि (च) सम्मका सबै सदृख्याहरू  $N = \{\text{प्राकृतिक सदृख्याहरू}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

मा छलफलमा आउन सक्छन् । यसरी माथिका सबै समूहहरूका लागि समूह  $N$  सर्वव्यापक समूह हुन सक्छ ।

अब माथिका दुई ओटा क्रियाकलापहरू (1 र 2) का आधारमा सर्वव्यापक समूहको अर्थ लेख्न कोसिस गर । आफूले लेखेको अर्थलाई साथीसँग तुलना गरी हेर । के तिमीहरूले निकालेको निष्कर्ष तलको तथ्यहरूसँग मिल्दै ? तुलना गरी हेर ।

### सर्वव्यापक समूहका केही महत्त्वपूर्ण आधारभूत तथ्यहरू

1. कुनै एउटा निश्चित समूहमा, छलफलभित्र आउन सक्ने सबै प्रकारका समूहहरू समावेश भएछन् भने त्यो निश्चित समूहलाई सर्वव्यापक समूह (universal set) भनिन्छ ।
2. सर्वव्यापक समूहलाई  $U$  ले जनाइन्छ ।

### उदाहरण 1

तलका साथीहरूविचको कुराकानीलाई कक्षामा अभिनय गर :

शिक्षकले कालोपाटीमा कुनै एउटा समूह लेख्नुभएको छ ।

रामविलास : यसमा विजोर सङ्ख्याहरू {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15} मात्र छन् ।

मैचाड : यसमा गन्ती सङ्ख्या 16 त परेन ।

फुलमाया : यसमा जोर सङ्ख्याहरू {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14} छन् ?

श्रीकृष्ण : यसमा 0 पनि छ ।

आइते : यसमा रूढ सङ्ख्याहरू पनि छन् त ?

सानुमाया : यसमा उपयुक्त भिन्न परेन त ।

सचिव : ए ! यसमा त दशमलव सङ्ख्या पनि छैन ।

अब माथिको छलफलका आधारमा शिक्षकले कालोपाटीमा लेखेको सर्वव्यापक समूह पत्ता लगाऊ ।

### समाधान

यहाँ 15. सम्मका पूर्ण सङ्ख्याको समूह ( $W$ ) = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15} मा  
माथिका सबै समूहहरू छलफलमा आउन सक्छन् । त्यसैले यस प्रश्नका लागि समूह  $W$  सर्वव्यापक समूह हुन्छ ।

### उदाहरण 2

सर्वव्यापक समूह ( $U$ ) = {50 भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याहरू} हो । अब तलका समस्याहरू समाधान गर ।

(क) 4 का अपवर्त्यहरूको समूह  $M_4$  लाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।

(ख) 6 का अपवर्त्यहरूको समूह  $M_6$  लाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।

(ग) समूह  $U$  मा पर्ने थप 2 समूह बनाऊ ।

### समाधान

(क) 4 का अपवर्त्यहरूको समूह ( $M_4$ ) = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48}

(ख) 6 का अपवर्त्यहरूको समूह ( $M_6$ ) = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48}

(ग) 2 का अपवर्त्यहरूको समूह ( $M_2$ ) = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, .....48} र 5 ले निशेप भोग जाने

सङ्ख्याहरूको समूह (A) = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45}

### अभ्यास 11.1

- सर्वव्यापक समूह  $U = \{30 \text{ भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्याहरू}\}$  छ । अब निम्न समस्याहरू समाधान गर :

  - (क) रूढ सङ्ख्याहरूको समूह  $P$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।
  - (ख) 6 का अपवर्त्यहरूको समूह  $M_6$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।
  - (ग) संयुक्त सङ्ख्याहरूको समूह  $C$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।
  - (घ) विजोर सङ्ख्याहरूको समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।
  - (ङ) (क) र (घ) विचमा के फरक छ ?
  - (च) समूह (ख) र (ग) विचको सम्बन्ध देखाऊ ।

- निम्नानुसारका समूह समावेश भएको समूहको आधारमा सर्वव्यापक समूह ( $U$ ) पता लगाऊ :

  - समूह  $P = \{30 \text{ भित्रका रूढ सङ्ख्याहरू}\}$
  - समूह  $C = \{20 \text{ भित्रका संयुक्त सङ्ख्याहरू}\}$
  - समूह  $A = \{0, 1, 2, 4, 20\}$
  - समूह  $N = \{20 \text{ सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरू}\}$

- एउटा विद्यालयमा कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूबिच भएको तलको कुराकानीका आधारमा सर्वव्यापक समूह पता लगाऊ ।  
गोमा : यसमा  $M_4$  विचार गर्दा  $M_4 = \{4, 8, 12\}$  हुन्छ ।  
सोनिया : यसमा शून्य छैन त ।  
गोपाल : यसमा 13 पनि छैन नि ।  
पेम्बा : ए ! यसमा अनुपयुक्त भिन्न पनि आउदैन ।  
छिरिड : यसमा जोर सङ्ख्याहरू 2, 4, 6, 8, 10 र 12 पर्दैन ।  
श्रवण : यसमा दशमलव सङ्ख्या त एउटा पनि छैन ।
- माथि प्रश्न न. 1 देखि 3 सम्म दिए जस्तै थप 2/2 ओटा समस्या बनाई समाधान गर । उक्त समस्यालाई सार्थीविच साटेर समाधान गर र शिक्षकलाई देखाऊ ।

## 11.2 उपसमूह (Sub Sets)

### 1. उपसमूहको परिचय

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर ।

मानौं कुनै एउटा सर्वव्यापक समूह  $U = \{4$  सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह $\} = \{1, 2, 3, 4\}$  छ ।

(क) माथिको समूहका सदस्यहरूबाट बन्न सक्ने अन्य समूहहरू बनाऊ ।

समूहहरू कालोपाटीमा सङ्कलन गर र तलको तालिकासँग तुलना गरी हेर ।

क्र.सं.	समूह	समूहको नाम/गणनात्मकता
1.	$A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{3\}, D = \{4\}$	एउटा मात्र सदस्य भएका समूहहरू $n(A) = n(B) = n(C) = n(D) = 1$
2.	$E = \{1, 2\}, F = \{1, 3\}, G = \{1, 4\}$ $H = \{2, 3\}, I = \{2, 4\}, J = \{3, 4\}$	दुई ओटा सदस्य भएका समूहहरू $n(E) = n(F) = n(G) = n(H) = n(I) = n(J) = 2$
3.	$K = \{1, 2, 3\}, L = \{1, 2, 4\},$ $M = \{2, 3, 4\}, N = \{1, 3, 4\}$	तिन ओटा सदस्य भएका समूहहरू $n(K) = n(L) = n(M) = n(N) = 3$
4.	$O = \{1, 2, 3, 4\}$	4 सदस्य भएको समूह $n(O) = 4$
5.	$P = \{\}$	खाली समूह $n(P) = 0$

माथिको तालिकाका आधारमा तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर ।

- के समूह A का सदस्य समूह U का पनि सदस्य हुन् ?
- के क्र.स. 1 का सबै समूहका सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्य हुन् ?
- के समूह E का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- के समूह K का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- के समूह O का सबै सदस्यहरू समूह U का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- के  $P = \{\}$  = खाली समूहका सबै सदस्य अन्य सबै समूहहरू सम्झन्ना पनि पर्दैन् ?

यहाँ, समूह A का सबै सदस्य समूह U का पनि सदस्य हुन् । त्यसैले सेमूह A लाई समूह U को उपसमूह भगिन्छ । यसलाई गणितीय सङ्केतमा  $A \subset U$  वा  $U \supset A$  लाईन्छ । यहाँ समूह B का सबै सदस्य समूह E का पनि सदस्य हुन् । त्यसैले समूह B समूह E को उपसमूह हो । यसलाई  $B \subset E$  लेखिन्छ । त्यस्तै  $E \subset K, E \subset M$  पनि लेखन मिकिन्छ ।

(ख) माथिको छलफलका आधारमा उपसमूहको अर्थ/परिभाषा लेख र साथीसँग छलफल गर ।

यदि एउटा समूह  $X$  मा भएका सबै सदस्यहरू अर्को समूह  $Y$  का पनि सदस्यहरू हुन् भने  $X$  लाई  $Y$  को उपसमूह (sub-set) भनिन्छ । सङ्केतमा  $X \subset Y$  अथवा  $Y \supset X$  ले जनाउन सकिन्छ ।

त्यस्तै  $Y$  लाई  $X$  को अतिरिक्त समूह (super set) भनिन्छ । यसलाई गणितीय सङ्केतमा लेख्दा  $X \subset Y$  वा  $Y \supset X$  लेखिन्छ ।

माथिको तालिकाका समूहका आधारमा सम्भाव्य उपसमूहहरू छुट्याउ । सबैलाई  $\subset$  र  $\supset$  सङ्केत प्रयोग गरी लेख ।

## 2. उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूह (Proper and Improper Subsets)

माथि क्रियाकलाप 1 मा दिइएको तालिकाका आधारमा तलका तथ्यहरूमा छलफल गरौं ।

(क) के उपसमूह  $O$  मा सर्वव्यापक समूह  $U$  का सबै सदस्यहरू परेका छन् ?

(ख) के  $O$  बाहेक अन्य उपसमूहहरू  $A, E, K, P$  आदिमा सर्वव्यापक समूह  $U$  का सबै सदस्यहरू परेका छन् ? तुलना गरी हेर ।

माथिको छलफलका आधारमा

उपसमूह  $O$  मा  $U$  का सबै सदस्यहरू परेका छन् ।

त्यसैले उपसमूह  $O$  सर्वव्यापक समूह  $U$  को अनुपयुक्त उपसमूह (improper subset) हो । अनुपयुक्त उपसमूहलाई  $\subseteq$  सङ्केतले जनाइन्छ । सङ्केतमा लेख्दा  $O \subseteq U$  हुन्छ ।

$O$  बाहेक अन्य सबै उपसमूहमा सर्वव्यापक समूह  $U$  का सबै सदस्यहरू परेका छैनन् । त्यसैले  $O$  बाहेक सबै उपसमूहहरू सर्वव्यापक समूह  $U$  का उपयुक्त उपसमूहहरू (proper subsets) हुन् । उपयुक्त उपसमूहलाई  $\subset$  सङ्केतले जनाइन्छ ।

सङ्केतमा लेख्दा  $A \subset U$  हुन्छ ।

(ग) अब  $U$  का अन्य उपयुक्त उपसमूहहरू के के हुन सक्छन् ? लेख र छलफल गर ।

(घ) के  $D \subset G$  लेखन सकिन्छ ? कसरी ?

(ङ)  $\subset$  सङ्केत प्रयोग गरी अन्य 10 ओटा उपयुक्त उपसमूहहरू बनाई सङ्केतमा लेख । साथीको लेखाइसँग आफ्नो लेखाइलाई तुलना गरी हेर ।

(च) माथिको छलफलका आधारमा उपयुक्त र अनुपयुक्त समूहको अर्थ लेख । आफ्नो अर्थलाई साथीहरूसँग छलफल गर ।

(छ) के तिमीहरूको छलफलको निष्कर्ष तलका तथ्यहरूसँग मिल्छ ? तुलना गरी हेर ।

### निष्कर्ष :

- यदि कुनै सर्वव्यापक समूह  $U$  वा अन्य समूहहरू  $A, B, C \dots$  आदिवाट उक्त समूहका सबै सदस्यहरू लिएर उपसमूह बनाइन्छ भने त्यसलाई अनुपयुक्त उपसमूह (improper subset) भनिन्छ । यसलाई  $\subseteq$  सङ्केतले जनाइन्छ ।
- यदि कुनै सर्वव्यापक समूह  $U$  वा अन्य समूहहरू  $A, B, C, \dots$  आदिवाट केही मात्र सदस्यहरू लिएर कुनै उपसमूह बनाइन्छ भने त्यसलाई उपयुक्त उपसमूह (proper subset) भनिन्छ । यसलाई  $\subset$  सङ्केतले जनाइन्छ ।
- खाली समूह अन्य कुनै पनि समूहको उपयुक्त उपसमूह हुन्छ ।
- बराबर समूहहरू आपसमा अनुपयुक्त उपसमूहहरू हुन्दैन् ।

### अभ्यास 11.2

- यदि  $W = \{5 \text{ सम्मका पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह}\}$  छ भने,
  - समूह  $W$  लाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।
  - समूह  $W$  बाट बन्ने दुई ओटा एक सदस्यीय उपसमूहहरू बनाई नामकरण गर ।
  - प्रश्न (क) बाट दुई सदस्यीय थप कति ओटा समूहहरू बन्न सक्लान् ? बनाएर हेर ।
  - समूह  $W$  बाट एक एक ओटा, दुई दुई ओटा, तिन तिन ओटा, चार चार ओटा, पाँच पाँच ओटा, छ छ ओटा र सदस्य नेभएका उपसमूहहरू निर्माण गरी नामकरण गर ।
  - प्रश्न नं. (घ) का आधारमा दिइएको समूह  $W$  बाट जम्मा कति ओटा उपसमूह बने ? लेख ।
- $F = \{\text{केरा, स्याउ, अड्गुरु}\}$  बाट बन्ने सबै उपसमूहहरू लेख ।
- समूह  $Q = \{1\}$  बाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू लेख ।
- समूह  $R = \{1, 2\}$  बाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू लेख ।
- समूह  $S = \{1, 2, 3\}$  बाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू लेख ।
- समूह  $T = \{1, 2, 3, 4\}$  बाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू लेख ।
- प्रश्न नं. 3 देखि 6 सम्मका उत्तरका आधारमा तलको तालिका कापीमा बनाइ भर :

क्र.सं	समूह	उपसमूहहरू	सदस्य सङ्ख्या	उपसमूहको सङ्ख्या
1.	{1}	.....	.....	.....
2.	{1, 2}	.....	.....	.....
3.	{1, 2, 3}	.....	.....	.....
4.	{1, 2, 3, 4}	.....	.....	.....

माथिको तालिकाको आधारमा कुनै पनि समूहवाट बन्न सक्ने सम्भाव्य उपसमूहको सङ्ख्या पत्ता लगाउने सूत्र निकाल ।

### 11.3 भेन चित्र (Venn Diagram)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

मानौं कुनै सर्वव्यापक समूह  $U = \{10 \text{ सम्मका पूर्ण सङ्ख्याहरू}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
छ । अब यसबाट निम्नानुसारका फरक फरक उपसमूहहरू बनाओ ।

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$D = \{3, 5, 7\}$$

$$E = \{3, 5, 7\}$$

अब सर्वव्यापक समूह  $U$  बाट बनेका समूहहरूलाई यसरी पनि देखाउन सकिन्छ । अध्ययन गरी छलफल गर । तिमीले पनि अभ्यास पुस्तिकामा भेन चित्र बनाउने प्रयास गर ।

<p>(क) समूहहरू <math>C</math> र <math>D</math> लाई तुलना गरी हेराँ । द का सबै सदस्यहरू समूह <math>C</math> का पनि सदस्यहरू हुन् । त्यसैले समूह <math>D</math> समूह <math>C</math> को उपयुक्त उपसमूह हो । यहाँ <math>D \subset C</math> थिए अथवा <math>C \supset D</math> हुन्छ ।</p>	
<p>(ख) समूहहरू <math>D</math> र <math>E</math> लाई तुलना गरी हेराँ । यहाँ समूह <math>D</math> र <math>E</math> का सबै सदस्यहरू एक आपसमा उहाँ र उत्तिकै छन् । त्यसैले समूहहरू <math>D</math> र <math>E</math> बराबर समूहहरू र अनुपयुक्त उपसमूह दुवै हुन्छन् ।</p>	
<p>(ग) समूहहरू <math>B</math> र <math>C</math> लाई आपसमा तुलना गरी हेराँ । यहाँ, समूह <math>B</math> र <math>C</math> का कुनै पनि सदस्यहरू आपसमा मिल्दा छैनन् । त्यसैले यिनीहरू आपसमा अलमिगएका छन् । <math>B</math> र <math>C</math> अलमिगएका समूह (disjoint sets) हुन् ।</p>	
<p>(घ) समूहहरू <math>A</math> र <math>B</math> लाई आपसमा तुलना गरी हेराँ । यद्याँ समूह <math>A</math> र <math>B</math> मा केही सदस्यहरू 2, 4, 6 र 8 सांझा वा मिल्दा छन् । त्यसैले यस्ता समूह खप्टिएका समूहहरू (overlapping sets) हुन् ।</p>	

माथिका सबै चित्रहरू भेन चित्र हुन् । समूहका विभिन्न प्रकारअनुसार यिनीहरूका भेन चित्रहरू पनि फरक फरक हुन्छन् ।

माथिका क्रियाकलापहरूका आधारमा तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर :

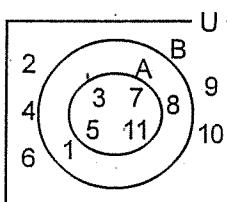
- (क) कुनै पनि भेन चित्रमा के के हुन्छन् ?
- (ख) सर्वव्यापक समूहलाई जनाउन कस्तो आकारको क्षेत्र प्रयोग गरिएको छ ?
- (ग) सर्वव्यापक समूहवाहेक अन्य समूह जनाउनका लागि कस्तो आकारको क्षेत्र प्रयोग गरिएको छ ?
- (घ) माथिको छलफलका आधारमा भेन चित्रसँग सम्बन्धित विभिन्न तथ्यहरू पत्ता लगाऊ । ती तथ्यहरू साथीसँग छलफल गर । निष्कर्पलाई तलका तथ्यहरूसँग तुलना गरी हेर ।

1. भेन चित्रमा सर्वव्यापक समूहका लागि आयतकार क्षेत्रको प्रयोग गरिन्छ ।
2. त्यस्तै अन्य समूहका लागि गोलाकार वा वृत्ताकार क्षेत्रको प्रयोग गरिन्छ ।
3. प्रत्येक समूहमा परेका सदस्यहरूलाई सम्बन्धित क्षेत्रभित्र पर्ने गरी नै राखिएको हुन्छ ।
4. भेन चित्रमा समूहहरूका किसिमअनुसार साभा सदस्यहरूलाई खण्टिएको भागमा राखिएको हुन्छ । त्यस्तै वाँकी सदस्यहरूलाई आआफ्नो समूहमा राखिएको हुन्छ ।
5. यसरी समूह वा समूहका विभिन्न सम्बन्धहरूलाई जनाउने चित्रात्मक प्रस्तुतिलाई भेन चित्र (venn-diagram) भनिन्छ ।

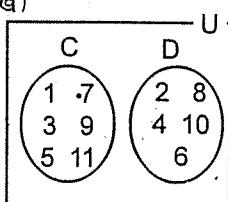
### अभ्यास 11.3

1. तलका भेन चित्रका आधारमा प्रत्येक समूहलाई सूचीकरण र व्याख्या द्वावै विधिवाट प्रस्तुत गरी लेख ।

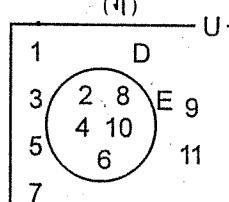
(क)



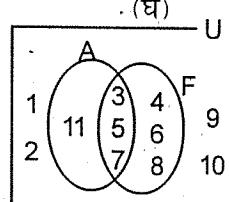
(ख)



(ग)



(घ)



अब सर्वव्यापक समूह U पत्ता लगाऊ ।

2. यदि  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ ,  $P = \{a, b, c, d, e, i\}$

$$Q = \{a, e, i\}, R = \{b, c, d, j\}, S = \{i, e, a\} \quad \text{र}$$

$$T = \{a, b, c, f, g\} \text{ छ, भने}$$

तलका समूहहरूलाई छुट्टाछुट्टै भेन चित्रमा प्रस्तुत गरी देखाऊ :

- (क)  $U, P \cap Q$       (ख)  $U, Q \cap R$       (ग)  $U, Q \cap S$       (घ)  $U, R \cap T$

3. माथि प्रश्न नं. 1 र 2 मा दिइए जस्तै प्रश्नहरू आफै वनाई समाधान गर । साथीसँग मिलेर समाधान गर । आफ्नो र साथीको समाधान तुलना गरेर पनि हेर ।

## 11.4 अलगिंगएका र खप्टिएका समूहहरू (Disjoint and Overlapping Sets)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गर र छलफल गर :

(क) तल चार ओटा समूहहरू दिइएका छन् :

$$U = \{10 \text{ सम्मका पूर्ण संख्याहरू}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{6 \text{ का गुणन खण्डहरू}\} = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B = \{8 \text{ का गुणन खण्डहरू}\} = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$C = \{5 \text{ को } 10 \text{ सम्मका अपर्वत्यहरू}\} = \{5, 10\}$$

माथिका समूहका आधारमा तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर ।

(क) के समूह A का कुनै सदस्यहरू समूह C मा पर्छन् ?

(ख) के समूहहरू B र C मा साभा सदस्यहरू छन् ?

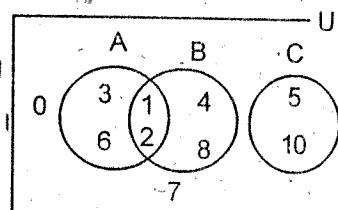
(ग) समूहहरू A र B मा साभा सदस्यहरू के के छन् ?

यहाँ समूह A का कुनै पनि सदस्य समूह C मा परेका छैनन् । त्यसैले समूह A र C अलगिंगएका समूहहरू हुन् । त्यसै गरी समूहहरू A र B का साभा सदस्यहरू 1 र 2 हुन् । त्यसैले समूहहरू A र B आपरामा खप्टिएका समूहहरू हुन् ।

(घ) समूहहरू B र C कस्ता समूहहरू होलान् ? छलफल गर ।

(छ) माथिका समूहहरूलाई भेन चित्रमा देखाउने प्रयास गराँ :

- सबभन्दा पहिले सर्वव्यापक समूह U बनाओ ।
- A र B का साभा सदस्यहरू 1 र 2 लाई खप्टिएको क्षेत्रमा भरौ ।
- A का वाँकी सदस्यहरू 3 र 6 लाई A को वाँकी क्षेत्रमा भरौ ।
- B का वाँकी सदस्यहरूलाई B को वाँकी क्षेत्रमा भरौ ।
- C का सबै सदस्यहरूलाई C मा भरौ ।



(ग) माथिको भेन चित्रलाई अभ्यास पुस्तिकामा बनाई खप्टिएका समूहहरूको खप्टिएको भागलाई रद्दग लगाएर देखाउ ।

(घ) माथिका छलफलका आधारमा खप्टिएका समूह र अलगिंगएका समूहहरूको परिभाषा दिने प्रयास गर ।

आफूले लेखेको परिभाषालाई सार्थीले लेखेको परिभाषासँग तुलना गरी छलफल गरी हेर । निष्कर्षलाई तेलको परिभाषासँग तुलना गरी हेर ।

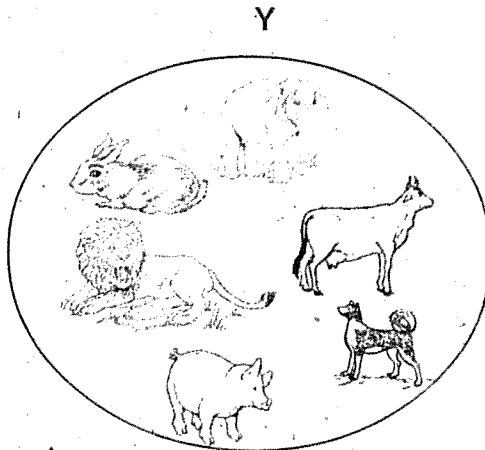
1. यदि कुनै दुई वा दुईभन्दा बढी समूहहरूमा साभा सदस्यहरू छन् भने त्यस्ता समूहहरूलाई खप्टिएका समूह (overlapping sets) भनिन्छ ।
2. यदि कुनै दुई वा दुईभन्दा बढी समूहहरूमा साभा सदस्यहरू छैनन् भने त्यस्ता समूहहरूलाई अलगिंगएका समूह (disjoint sets) भनिन्छ ।

#### अभ्यास 11.4

1. तल दिइएका समूहका आधारमा खप्टिएका र अलगिगएका समूहहरू छुट्याऊँ :  
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$        $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$   
 $C = \{0, 1, 3, 5, 7, 11\}$        $D = \{5, 6, 7, 8, 10\}$   
 $E = \{0, 2, 9, 12\}$   
(क)  $A \cap B$       (ख)  $A \cap C$       (ग)  $B \cap C$       (घ)  $A \cap D$   
(ङ)  $A \cap E$       (च)  $B \cap D$       (छ)  $B \cap E$       (ज)  $C \cap D$       (झ)  $C \cap E$
2.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  भए तलका समूहहरूलाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।  
(क) A का प्रत्येक सदस्यहरूमा 1 जोड्दा बन्ने समूह B  
(ख) A का प्रत्येक सदस्यहरूलाई 2 ले गुणन गर्दा बन्ने सदस्य समूह C  
(ग) A मा भएका विजोर सङ्ख्याहरूको समूह D  
(घ) A मा भएका 10 का गुणन खण्डहरूको समूह E  
(ङ) माथिका समूहहरू A, B, C, D र E मा खप्टिएका र अलगिगएका समूहहरू छुट्याऊँ ।
3. कुनै पाँच पाँच ओटा खप्टिएका र अलगिगएका समूह खोज / बनाऊँ । साथीसँग एकअर्काका समूहहरू छुट्याउन अभ्यास गर ।

## 11.5 समूहको संयोजन (Union of Sets)

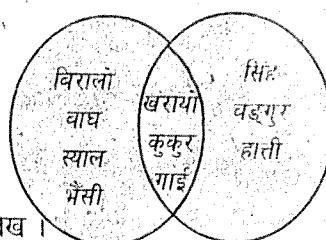
तलका क्रियाकलाप र चित्रहरू अध्ययन गरी छलफल गर :



माथिका समूहहरू X र Y का सदस्यहरूलाई चिनाउने नामे दिएर मिलाएर राख्यौं र छाया पारी देखाओं ।

अब तल दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गरौँ ।

1. समूहहरू X र Y का साभा सदस्यहरू के के हुन् ?
2. के समूह X मा समूह Y का सबै सदस्यहरू पर्दैन् ?
3. समूहहरू X र Y का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।
4. समूहहरू X र Y का साभा सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिवाट लेख ।
5. समूहहरू X र Y का सबै सदस्यहरूलाई नदोहोयाइकन सूचीकरण विधिवाट लेख ।



माथि छाया परेको भागलाई समूहहरू X र Y को संयोजन (union of sets) भनिन्छ । यसलाई संयोजन चिह्न  $\cup$  ले जनाइन्छ ।

त्यसैले  $X \cup Y = X$  संयोजन  $Y = \{\text{विरालो, बाघ, स्याल, भैंसी, खरायो, कुकुर, गाई, सिंह, बड्गुर, हात्ती}\}$  हुन्छ ।

माथिको छलफलका आधारमा समूहको संयोजनको परिभाषा र तथ्यहरू लेख्ने प्रयास गर । आफूनो लेखाइलाई साथीसँग छलफल गर । अन्तिम निष्कर्षलाई तलको परिभाषा र तथ्यहरूसँग तुलना गरी हेर ।

1. कुनै दुई समूहहरू X वा Y वा दुवै समूहका सदस्यहरू X र Y का सम्पूर्ण सदस्यहरू परेको समूहहरूको अवस्थालाई समूहहरू X र Y को संयोजन भनिन्छ ।
  2. यसलाई  $X \cup Y$  ले जनाइन्छ ।
  3. यसलाई X संयोजन Y (X union Y) भनेर पढिन्छ ।

### उदाहरण 1

समस्या : यदि  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Q = \{1, 4, 5\}$ ,

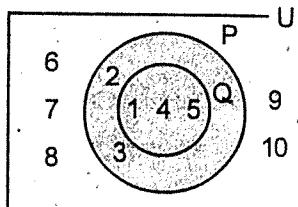
$R = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  र  $S = \{2, 3, 6, 7, 10\}$  भए तलका प्रत्येक समूहहरूको संयोजन निर्माण गर र भेन चित्रमा पनि देखाउँ :

- (क)  $P \cup Q$  (ख)  $Q \cup R$  (ग)  $Q \cup S$

समाधान

$$(क) \text{ यहाँ } P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 4, 5\}$$

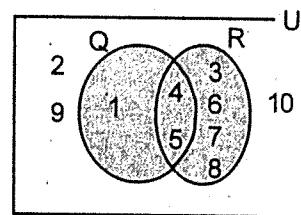
$$= \{1, 2, 3, 4, 5\}$$



चित्रमा  $P \cup Q$  जनाउने समूहलाई छाया पारी देखाइएको छ ।

$$(ख) Q \cup R = \{1, 4, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

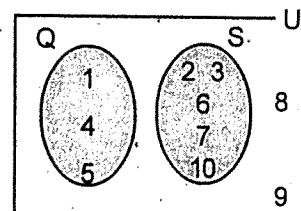
$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$



चित्रमा  $Q \cup R$  लाई छाया पारी देखाइएको छ ।

$$(ग) Q \cup S = \{1, 4, 5\} \cup \{2, 3, 6, 7, 10\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10\}$$



चित्रमा  $Q \cup S$  लाई छाया पारेर देखाइएको छ ।

### उदाहरण 2

यदि  $E = \{6 \text{ का गुणन खण्डहरू}\}$  र  $F = \{10 \text{ सम्मका विजोर सङ्ख्याहरू}\}$  भए

(क) समूहहरू  $E$  र  $F$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

(ख)  $E \cup F$  र  $F \cup E$  लाई भेन चित्रमा देखाउँ ।

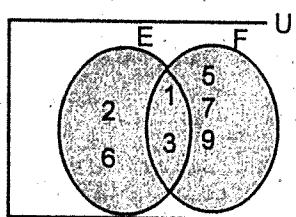
(ग)  $E \cup F = F \cup E$  हुन्छ भनी प्रमाणित गर ।

(घ)  $F \cup F = F$  हुन्छ भनी प्रमाणित गर ।

समाधान

$$(क) E = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$F = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$



(ख)  $E \cup F$  र  $F \cup E$  लाई भेन चित्रमा देखाउँदा,

$$(ग) E \cup F = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$$

$$F \cup E = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 2, 3, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$$

त्यसैले  $E \cup F = F \cup E$  हुन्छ । प्रमाणित भयो ।

$$F \cup F = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 3, 5, 7, 9\} = F$$

$\therefore F \cup F$  प्रमाणित भयो ।

### उदाहरण 3

तलका समूहका आधारमा सोधिएका प्रश्नहरूको समाधान गर :

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}, J = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}, K = \{2, 4, 6, 8, 10\} \text{ र }$$

$$L = \{0, 1, 3, 6, 11\} \text{ छ ।}$$

$$(क) (J \cup K) \cup L = J \cup (K \cup L), \text{ प्रमाणित गर ।}$$

$$(ख) (J \cup K) \cup L \text{ लाई भेन चित्रमा देखाऊ ।}$$

$$(ग) के (J \cup K) \cup L = J \cup (K \cup L) = U \text{ लेखन सकिन्छ ?}$$

समाधान

$$(क) यहाँ (J \cup K) \cup L$$

$$= [\{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10\}] \cup \{0, 1, 3, 6, 11\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} \cup \{0, 1, 3, 6, 11\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

त्यसैले,  $J \cup (K \cup L)$

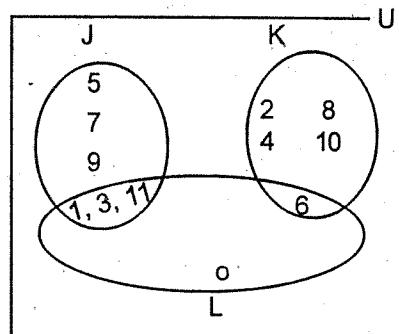
$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cup [\{2, 4, 6, 8, 10\} \cup \{0, 1, 3, 6, 11\}]$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cup \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

त्यसैले  $(J \cup K) \cup L = J \cup (K \cup L)$  प्रमाणित भयो ।

(ख) यहाँ  $(J \cup K) \cup L$  लाई भेन चित्रमा देखाउँदा



(ग) यहाँ  $(J \cup K) \cup L = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  छ ।

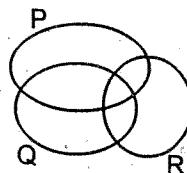
त्यसै,  $J \cup (K \cup L) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  छ ।

र  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  छ ।

त्यसैले  $(J \cup K) \cup L = J \cup (K \cup L) = U$  लेखन सकिन्द्र ।

### अभ्यास 11.5

1. दायाँको जस्तो छुट्टाछुट्टै भेन चित्र खिच । तल दिएका समूहको संयोजन जनाउने भाग पता लगाई छाया पारेर देखाऊ :



- (क)  $P \cup Q$       (ख)  $R \cup Q$       (ग)  $Q \cup R$       (घ)  $P \cup R$   
 (ङ)  $R \cup P$       (छ)  $(P \cup Q) \cup R$       (ज)  $P \cup (Q \cup R)$

2. यदि  $U = \{12$  सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरू $\}, A = \{\text{जोर सङ्ख्याहरू}\}$  र  
 $B = \{\text{विजोर सङ्ख्याहरू}\}$  भए

(क) समूहहरू  $U, A$  र  $B$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

(ख) भेन चित्र बनाई निम्नानुसारका समूह पता लगाऊ ।

- (अ)  $A \cup B$       (आ)  $B \cup A$       (इ)  $B \cup B$       (ई)  $A \cup A$   
 (ग) प्रमाणित गर :

$$(अ) A \cup B = B \cup A \quad (\text{आ}) B \cup B = B \quad (\text{ई}) A \cup A = A \quad (\text{ई}) A \cup B = B \cup A = U$$

3. यदि  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  र  $A = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$  भए

(क)  $U \cup A$  लाई भेन चित्रमा देखाऊ । (ख)  $A \cup U = U \cup A = U$  प्रमाणित गरी देखाऊ ।

4. यदि  $M = \{8$  का गुणन खण्डहरू $\}$  र  $N = \{\} = \emptyset$  भए,

(क)  $M$  लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

(ख)  $M \cup N$  लाई भेन चित्रमा देखाऊ ।

(ग)  $N \cup M$  लाई सूचीकरण विधिबाट देखाऊ ।

(घ) के  $M \cup N = N \cup M$  लेखन सकिन्द्र ? प्रमाणित गरी देखाऊ ।

5. यदि  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}, E = \{a, b, c, d\}, F = \{e, f, g, h\}$  र

$G = \{a, b, c, e, f, g, i, j\}$  भए,

(क) निम्नानुसारका समूहहरूलाई भेन चित्रमा देखाऊ :

$$(अ) (E \cup F) \cup G \quad (\text{आ}) E \cup (F \cup G)$$

(ख) के  $(E \cup F) \cup G = E \cup (F \cup G)$  लेखन सकिन्द्र ? प्रमाणित गरी देखाऊ ।

## 11.6 समूहहरूको प्रतिच्छेदन (Intersection of Sets)

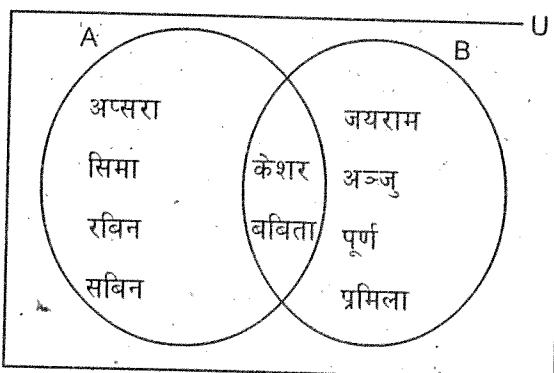
कक्षा 7 मा पढ्ने 10 जना विद्यार्थीले गीत गाउने र नाच्ने प्रतियोगितामा भाग लिएका छन्।

गीत गाउनेको विद्यार्थीहरूको समूहलाई A र नाच्ने विद्यार्थीको समूहलाई B मानिएको छ।

गीत गाउने (A) = {अप्सरा, बविता, सिमा, केशर, रविन, सविन}

नाच्ने (B) = {केशर, जयराम, बविता, अञ्जु, पूर्ण, प्रमिला}

अब, गीत गाउने विद्यार्थीको समूह र नाच्ने विद्यार्थीको समूहलाई भेन चित्रमा देखाउँदा,



(क) दुवै क्रियाकलाप मन पराउने विद्यार्थी कुन कुन रहेछन् ? भन्न सक्छौ ?

(ख) दुवै क्रियाकलाप मन पराउने विद्यार्थी पर्ने क्षेत्रलाई छाया पारेर देखाऊ।

(ग) के गीत गाउने मात्र विद्यार्थीको समूह बनाउन सक्छौ ?

(घ) के, नाच्ने जान्ने विद्यार्थी मात्रको समूह बनाउन सक्छौ ?

A र B दुई ओटा समूहहरू छन्। समूहहरू A र B का साभा सदस्यहरूका समूहलाई समूहको प्रतिच्छेदन (Intersection of sets) भनिन्छ। यसलाई  $\cap$  ले जनाइन्छ। अर्थात्,  $A \cap B$  लाई A प्रतिच्छेदन B (A intersection B) भनि पढ्नुपर्छ।

### उदाहरण 1

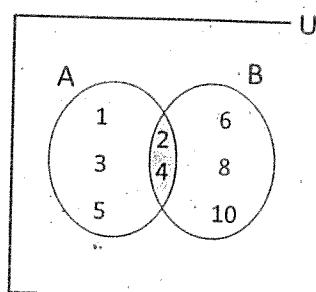
यदि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  र  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  भए  $A \cap B$  समूह निर्माण गरी भेन चित्रमा छाया पारी देखाऊ।

समाधान

यहाँ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  र  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  छन्।

अब,  $A \cap B$  भनेको दुवै समूहमा पर्ने साभा सदस्यहरू हुन्।

अतः  $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{2, 4\}$



### उदाहरण 2

यदि  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  र  $B = \{1, 9\}$  भए  $A \cap B$  लाई

भेन चित्रमा छाया पारी देखाऊ ।

समाधान : यहाँ,

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  र  $B = \{1, 9\}$  छन् ।

$$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{1, 9\} = \{1, 9\}$$

### उदाहरण 3

यदि  $A = \{a, b, c, d, e\}$  र  $B = \{x, y, z\}$  भए  $A \cap B$  लाई

भेन चित्रमा छाया पारी देखाऊ ।

समाधान

यहाँ,  $A = \{a, b, c, d, e\}$  र  $B = \{x, y, z\}$

अब,  $A$  र  $B$  मा कुनै पनि सदस्य साझा नभएकाले  $A \cap B$  खाली समूह हो ।

त्वसैले छाया पारी देखाउन सकिएन । त्वसैले  $A \cap B = \{\}$  वा  $\emptyset$  हुन्छ ।

### उदाहरण 4

यदि सर्वव्यापक समूह  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  र  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  भए  $A \cap B$

पता लगाई भेन चित्रमा देखाऊ ।

समाधान

$$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 3, 5\}$$

### अभ्यास 11.6

1. दिइएको भेन चित्रबाट तल दिइएका समूहहरू पता लगाऊ :

- (क)  $A \cap B$
- (ख)  $B \cap A$
- (ग)  $A \cap A$
- (घ)  $U \cap A$
- (ङ)  $U \cap B$

2. यदि  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 6\}$  र  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  भए  $A \cap B$  पता लगाऊ र भेन चित्रमा पनि प्रस्तुत गर ।

3. यदि  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{3, 6, 9\}$  र  $C = \{2, 4, 6, 10\}$  भए

- (क)  $A \cap B$
- (ख)  $B \cap C$
- (ग)  $A \cap C$

पता लगाई प्रत्येकलाई भेन चित्रमा पनि देखाऊ ।

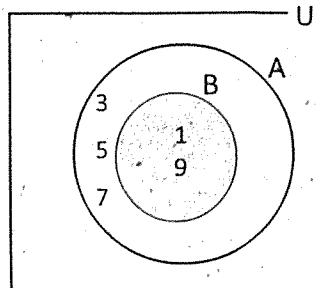
4. यदि  $P = \{a, b, c, d, e\}$  र  $Q = \{a, b, c\}$  भए  $P \cap Q$  पता लगाई भेन चित्र पनि बनाऊ ।

5. यदि  $U = \{10\}$  भन्दा साना प्राकृतिक संख्याहरू},  $M = \{2$  का अपवर्त्यहरू},  $N = \{8$  का गुणन खण्डहरू} र  $O = \{\text{जोर संख्या}\}$  भए,

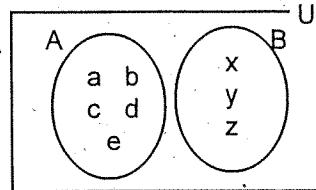
- (क) माथिका समूहहरूलाई भेन चित्रमा देखाऊ । (ख)  $M \cap N$  पता लगाऊ ।

- (ग) के  $M \cap (N \cap O) = (M \cap N) \cap O$  लेख्न सकिन्छ ? प्रमाणित गरी देखाऊ ।

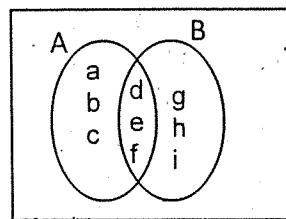
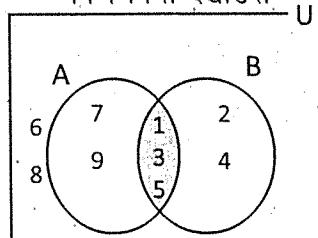
भेन चित्रमा देखाउँदा



भेन चित्रमा देखाउँदा



भेन चित्रमा देखाउँदा



## एकाइ 12 पूर्ण संख्या (Whole Number)

### 12.1 संख्याको वर्ग र वर्गमूल (Square and Square Root of the number)

#### 1. संख्याको वर्ग

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

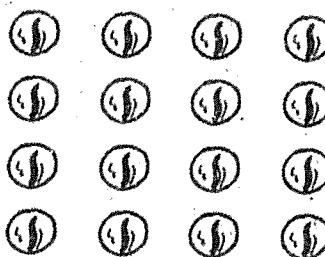
लहरमा 4 ओटा र पडकितमा 4 ओटा

गुच्चाहरू राखौं । जम्मा गुच्चाहरू कति भए ?

यहाँ, दुवै लहर र पडकितमा चार चार ओटा गुच्चाहरू छन् ।

त्यसैले  $4 \times 4 = 16$  हुन्छ । त्यसैले 4 को वर्ग संख्या 16 हुन्छ ।

माथिको क्रियाकलापबाट वर्गको परिभाषा लेख ।



कुनै पूर्ण संख्यालाई आफैसँग गुणन गर्दा आउने गुणन फललाई नै वर्ग संख्या भनिन्छ । वर्ग संख्या निकाल्दा दिएको संख्यालाई त्यही संख्याले गुणन गर्नुपर्छ । जस्तै : 4 को वर्ग संख्या  $4 \times 4 = 16$  हुन्छ । 4 को वर्गलाई  $4^2 = 4 \times 4 = 16$  लेख्न सकिन्छ ।

नोट : कुनै संख्या मानौ 5 को वर्ग भन्नाले 5 एकाइ लम्बाइ भएको एउटा वर्गको क्षेत्रफल भन्ने बुझ्नुपर्छ ।

अतः  $5^2 = 5 \times 5 = 25$  भएको हो ।

#### उदाहरण 1

तल दिइएका संख्याको वर्ग संख्या निकाल :

- (क) 5    (ख) 12    (ग)  $\frac{1}{2}$     (घ) 0.04

#### समाधान

(क) 5 को वर्ग संख्या  $= 5^2 = 5 \times 5 = 25$     (ख) 12 को वर्ग संख्या  $= 12^2 = 12 \times 12 = 144$

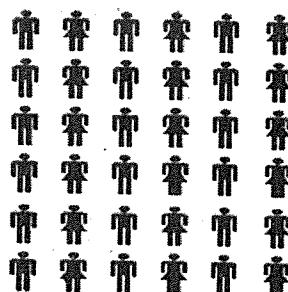
(ग)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$  को वर्ग संख्या  $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$     (घ)  $(0.04)^2$  को वर्ग संख्या  $= (0.04)^2 = 0.04 \times 0.04 = 0.0016$

#### 2. संख्याको वर्गमूल

##### (क) वर्गमूलको परिचय

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(अ) एउटा विद्यालयको कक्षा 7 मा जम्मा 36 जना विद्यार्थीहरू छन् । तिनीहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाएर राखौं । प्रत्येक किनारामा कति कति विद्यार्थी पर्छन् ?



यहाँ, एउटा किनारामा 6 जना विद्यार्थीहरू परेका छन् ।  $36 = 6 \times 6$  हुन्छ ।

त्यसैले हरेक किनारामा  $6/6$  जना पर्ने गरी मिलाइएको रहेछ ।

अब, 36 को वर्गमूल 6 हुन्छ । वर्गमूललाई हांमी (.) चिह्नले जनाउँदूँ ।

(आ) भार्थिको क्रियाकलापका आधारमा वर्गमूलको परिभासा लेख्न सक्छौः साधारणम छुनफल गरी तेष्यसि परिभाषालाई तबको परिभाषासँग तुलना भरेर हेर ।

कुनै वर्ग सदृख्याको दुई योटा उत्तरात्तर गुणन खण्डहरू लेख्न भन तो गुणन खण्डहरूमध्ये एउटालाई त्यस सबैगामी वर्गमूल भनिन्छ । वर्गमूलाई ( $\sqrt{}$ ) पिहेमा गणि रेखिका भएकै  $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$  हुँदै ।

(ख) गुणन खण्ड विधिबाट वर्गमूल निकाले तरिका

गुणन खण्ड विधिबाट वर्गमूल निकाल्दा निम्नानुसारको प्रक्रिया अपनाउनुपर्छ :

1. दिइएको सदृख्याको रूढ गुणन खण्ड निकाल्ने
2. रूढ गुणन खण्डलाई  $\sqrt{}$  चिह्न भित्र राख्ने
3. जोडा जोडा सदृख्यालाई धाताङ्कको रूपमा लेख्ने
4. प्रत्येक जोडाको एउटा सदृख्या लेख्ने र गुणन गर्ने
5. प्राप्त गुणन फल नै सो सदृख्याको वर्गमूल हुन्छ ।

### उदाहरण 2

81 को वर्गमूल निकाल ।

समाधान : यहाँ 81 का रूढ गुणन खण्डहरू निकाल्दा,

3	81
3	27
3	9
	3

तसर्व  $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

अब, 81 को वर्गमूल निकाल्दा,

81 को वर्गमूल

$$\begin{aligned} &= \sqrt{81} \\ &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt{3^2 \times 3^2} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

### उदाहरण 3

कुनै एउटा विद्यालयका कक्षा 7 मा पढ्ने विद्यार्थीहरूले लार्मवनी भ्रमणका लागि विद्यार्थी सदृख्या जीत छ त्यति नै रुपियाँ जम्मा गर्दा ह । 15,625 जम्मा भाएँछ भने सो कक्षाको विद्यार्थी सदृख्या निकाल ।

समाधान : यहाँ आवश्यक विद्यार्थी सदृख्या = 15,625 को वर्गमूल हुन्छ । त्यसैले सर्वप्रथम 15,625 को रूढ गुणन खण्डहरू निकालौ ।

15625 को रूढ गुणन खण्ड निकाल्दा,

5.	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
	5

$$\therefore 15625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

अतः उक्त विद्यालयमा कक्षा 7 मा पढ्ने विद्यार्थी 125 जना रहेछन् ।

अब, 15,625 को वर्गमूल निकाल्दा

$$\begin{aligned} \sqrt{15625} &= \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= \sqrt{5^2 \times 5^2 \times 5^2} \\ &= 5 \times 5 \times 5 \\ &= 125 \end{aligned}$$

### (पा) भाग विधिवारा वर्गमूल निकालने तरिका

तल भाग विधिवाट केवल सिक्केसे उपयोग र उदाहरण अध्ययन गरी छलफल गर .

#### उदाहरण 4

1764 को भाग विधिवारा वर्गमूल निकालने प्रयास गरौ ।

#### तरिका

- सदृख्याको एक स्थानवाट जोडा मिलाउदै जानुपर्दै । जास्तै : 1764
- पहिलो जोडा 17 लाई वर्ग सदृख्यामा विचार गर्दा 17 भन्दा सानो तर सबैभन्दा ठुलो वर्ग सदृख्या 16 हुन्दै । यसको वर्गमूल 4 आउने गरी हिसाब गरिन्दै ।
- 4 लाई तत्त्वमाथि राखेर गुणन फल 17 को तत्पर्टट राखी घटाउनुपर्दै । अनि अंगाडिको 4 र 4 लाई जोड चिह्न राखी जोडनुपर्दै ।
- शेष आएको 1 सँग अर्को जोडा सदृख्याहरू 64 लाई तल फार्नुपर्दै । अब भाज्य 164 हुन्दै ।
- अब, -82 को दसको स्थानको सदृख्याले भाज्य 164 को दसको स्थान र सधै स्थानको सदृख्या 16 लाई भाग जानि भागफल अनुगान गर्नुपर्दै र नजिकको सदृख्याले गुणन गर्नुपर्दै , यहाँ 16 लाई 8 ले 2 पटक भाग जान्दै ।
- अब, शेष 0 आएकाले 1764 को वर्गमूल 42 हुन्दै ।

#### उदाहरण 5

11025 को भाग विधिवाट वर्गमूल निकाल ।

समाधान : 11025 को भाग विधिवाट वर्गमूल निकालदा,

	105
1	11025
+1	-1
205	01025
+ 5	-1025
210	0000

∴ 11025 को वर्गमूल 105 हुन्दै ।

#### नोट :

- यहाँ 11025 लाई एकको स्थानवाट जोडी मिलाउदा 11025 हुन्दै ।
- पहिलो पटक 10 फार्नुपर्दै । तर 2 पछि कुनै अड्क राख्दा 10 लाई भाग गर्न मिल्दैन । त्यसैले एउटा भागनास्ती शून्य (0) थपी 25 पछि कारेर 1025 बनाइएको छ ।
- भागफलमा शून्य थपेपछि भाजकमा पनि शून्य थप्नुपर्दै ।

### (घ) भिन्न भएका सदृख्याको वर्गमूल निकालने तरिका

तल दिइएको मिन्नको वर्गमूल निकालने तरिका र उदाहरण अध्ययन गरी छलफल गर :

#### उदाहरण 6

$\frac{49}{81}$  को वर्गमूल निकाल ।

भिन्नको वर्गमूल निकालने तरिका

- सर्वप्रथम हर र अंशको छुट्टाछुट्टै वर्गमूल निकाल्नुपर्दै ।
- भिन्नको सरल गरी उत्तर निकाल्नु पर्दै ।

$$\text{यहाँ, } \frac{49}{81} \text{ को वर्गमूल} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7 \times 7}{3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \sqrt{\frac{7^2}{3^2 \times 3^2}} = \frac{7}{3 \times 3} = \frac{7}{9}$$

त्यसैले,  $\frac{49}{81}$  को वर्गमूल  $\frac{7}{9}$  हुन्छ।

### उदाहरण 6

$1\frac{399}{625}$  को वर्गमूल निकाल।

समाधान

$$1\frac{399}{625} = \frac{1 \times 625 + 399}{625} = \frac{1024}{625} \text{ को वर्गमूल} = \sqrt{\frac{1024}{625}} = \sqrt{\frac{32 \times 32}{25 \times 25}} = \frac{32}{25} = 1\frac{7}{25}$$

त्यसैले,  $1\frac{399}{625}$  को वर्गमूल  $= 1\frac{7}{25}$  हुन्छ।

### अभ्यास 12.1

(क) तल दिइएका सङ्ख्याको रूढ गुणन खण्ड विधिद्वारा वर्गमूल निकाल :

- |                      |                                    |                                   |                     |         |
|----------------------|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---------|
| 1. 64                | 2. 196                             | 3. 324                            | 4. 400              | 5. 1225 |
| 6. $2916$            | 7. $5625$                          | 8. $11664$                        | 9. $121 \times 169$ |         |
| 10. $343 \times 112$ | 11. $\sqrt{144} \times \sqrt{196}$ | 12. $\sqrt{25} \times \sqrt{625}$ |                     |         |

(ख) तल दिइएका सङ्ख्याहरूको वर्ग सङ्ख्या निकाल :

- |       |        |        |         |       |       |
|-------|--------|--------|---------|-------|-------|
| 1. 8  | 2. 12  | 3. 15  | 4. 19   | 5. 25 | 6. 77 |
| 7. 95 | 8. 100 | 9. 205 | 10. 500 |       |       |

(ग) तल दिइएका सङ्ख्याहरूको भाग विधिद्वारा वर्गमूल निकाल :

- |            |            |             |             |               |
|------------|------------|-------------|-------------|---------------|
| 1. 169     | 2. 625     | 3. 2304     | 4. 8836     | 5. 9801       |
| 6. $11025$ | 7. $95481$ | 8. $166464$ | 9. $646416$ | 10. $1024144$ |

(घ) तल दिइएका भिन्नको वर्गमूल निकाल :

- |                      |                       |                        |                       |                       |
|----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $\frac{144}{169}$ | 2. $\frac{625}{1024}$ | 3. $\frac{1225}{2916}$ | 4. $1\frac{91}{2025}$ | 5. $8\frac{568}{729}$ |
|----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|

(ङ) तलका प्रश्नहरू समाधान गर :

1. एउटा वर्गाकार जग्गाको लम्बाई  $20m$  भए त्यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाउ।
2. एउटा वर्गाकार सेमिनार हलको क्षेत्रफल  $625m^2$  भए त्यसको लम्बाई पत्ता लगाउ।

## 12.2 सदृख्याको घन र घनमूल (Cube and Cube Roots)

### 1. सदृख्याको घन

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) 2 लाई तिन पटक गुणन गरेर हेरौं ।

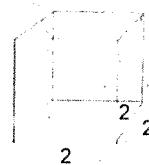
$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

(ख) त्यस्तै 3 र 4 लाई पनि तिन तिन पटक गुणन गरेर हेरौं ।

$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ र } 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ हुन्दै ।}$$

यहाँ, 2 को घन सदृख्या 8 हो । त्यस्तै 3 र 4 का घन सदृख्याहरू क्रमशः 27 र 64 हुन् ।

(ग) चित्रमा प्रत्येक भुजा 2 एकाइ भएको घनाकार वस्तु देखाइएको छ । यस घनाकार वस्तुको आयतन  $(V) = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$  घन एकाइ हुन्दै ।



माथिको क्रियाकलापका आधारमा घन सदृख्याको परिभाषा लेख । साथीसँग छलफल गरी तिमीले लेखेको परिभाषा तलको परिभाषासँग दाँजेर हेर ।

तिन ओटा उही सदृख्याको गुणन फललाई घन सदृख्या भनिन्दै । जस्तै : कुनै सदृख्या 2 भए 2 को घन सदृख्या  $2^3$  हुन्दै । त्यस्तै कुनै सदृख्या  $a$  भए  $a$  को घन सदृख्या  $a^3$  हुन्दै ।

#### उदाहरण 1

1, 7 र 10 को घन सदृख्या निकाल ।

समाधान

$$1 \text{ को घन सदृख्या} = 1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$7 \text{ को घन सदृख्या} = 7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

$$10 \text{ को घन सदृख्या} = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

#### उदाहरण 2

तिम्रो विद्यालयमा खानेपानीका लागि एउटा 5 एकाइ लामो, 5 एकाइ चौडा र 5 एकाइ अग्लो ट्याइकी जमिनमुनि निर्माण गर्ने कर्ति घन एकाइको खाल्डो आवश्यकता पर्ला ?

समाधान

यहाँ, 5 को घन सदृख्या नै आवश्यक समाधान हो, किन ?

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ घन एकाइ हुन्दै ।}$$

तसर्थ, आवश्यक खाल्डो बराबर 125 घन एकाइ ।

## 2. सदृख्याको घनमूल

क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गरः

घन सदृख्याको जानकारी लिइसकेपछि अब हामी ती घन सदृख्याको रूढ़ गुणन खण्ड निकाली हेरौँ ।

$$1 = 1 \times 1 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 4 \times 4$$

यहाँ, हामी के भन्न संक्षें भने,

1 को घनमूल 1 हुन्छ ।

8 को घनमूल 2 हुन्छ ।

त्यसै, 27 र 64 को घनमूल क्रमशः 3 र 4 हुन्छन् ।

अब, के तिमीहरूले घनमूलको परिभाषा लेख्न वा भन्न संक्षौ ? लेख र साथीसँग छलफल गर ।

कुनै घन सदृख्याका तिन ओटा उसै गुणन खण्डहरूमध्ये एउटालाई उक्त घन सदृख्याको घनमूल भनिन्छ ।

घनमूललाई  $\sqrt[3]{\quad}$  ले जनाइन्छ । जसै  $a^3$  घन सदृख्या हो भने  $a^3$  को घनमूल  $\sqrt[3]{a^3} = a$  हुन्छ ।

### उदाहरण 3

तलका घन सदृख्याको घनमूल निकाल :

- (क) 216      (ख) 512      (ग) 1728

समाधान

$$(क) 216 \text{ को घन सदृख्या} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 2 \times 3 = 6$$

$$(ख) 512 \text{ को घन सदृख्या} = \sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(ग) 1728 \text{ को घन सदृख्या} = \sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 3^3} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

## अभ्यास 12.2

1. तल दिइएका सड्ख्याहरूको घन सड्ख्या निकाल :  
(क) 6      (ख) 11      (ग) 13      (घ) 15      (ङ) 18      (च) 24  
(छ) 30      (ज) 45      (झ) 80      (ञ) 100
2. तल दिइएका सड्ख्याको घनमूल निकाल :  
(क) 8      (ख) 125      (ग) 343      (घ) 1000      (ङ) 3375
3. एउटा घनाकार बाकसको लम्बाई 12 मिटर छ भने सो बाकसको आयतन निकाल ।
4. 45m लम्बाई भएको एउटा घनाकार घरको आयतन कति हुन्छ हीला ?
5. खानेपानी आयोजनाले 25m लम्बाई भएको घनाकार ट्याइकी निर्माण गरेछ भने त्यो ट्याइकीको क्षमता कति होला ? [यदि  $1m^3 = 1000l$ ] ]
6. एउटा घनाकार कोठामा  $4096m^3$  हावा अटाउँछ भने सो कोठाको उचाइ निकाल ।
7. एउटा घनाकार खानेपानी ट्याइकीको जम्मा क्षमता  $64,000l$  छ भने सो ट्याइकीको लम्बाई निकाल ।

### 12.3 महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor - HCF)

#### 1. महत्तम समापवर्तकको परिचय

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

मानौं, दुई ओटा सङ्ख्या 24 र 36 छन् ।

यहाँ, सङ्ख्या 24 का गुणन खण्डको समूह बनाओँ ।

$$F_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

त्यसै सङ्ख्या 36 का गुणन खण्डको समूह बनाओँ ।

$$F_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

अब, 24 र 36 का साभा गुणन खण्डको समूह बनाओँ ।

साभा गुणन खण्डको समूह  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  छ । यसमा सबैभन्दा ठुलो साभा गुणन खण्ड = 12 छ ।

त्यसैले, महत्तम समापवर्तक (म.स.) = 12 हुन्छ ।

माथिको क्रियाकलापका आधारमा म.स. को परिभाषा लेख र तल दिइएको म.स. को परिभाषासँग तुलना गरी हेर ।

दिइएका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको साभा गुणन खण्डहरूमध्ये सबैभन्दा ठुलो गुणन खण्डलाई महत्तम समापवर्तक (highest common factor) भनिन्छ । यसलाई छोटकरीमा म.स. (H.C.F.) लेखिन्छ ।

#### 2. भाग विधिबाट म.स. निकाल्ने तरिका

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

माथि दिइएकै सङ्ख्याहरू 24 र 36 को भाग विधिबाट म.स. निकाल्ने प्रयास गरौँ :

1. सर्वप्रथम सबैभन्दा सानो सङ्ख्या र सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुपर्छ । यहाँ सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 2 र सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 36 छ ।
2. सानो सङ्ख्याले ठुलो सङ्ख्यालाई भाग गर्दै जानुपर्छ । (भाजकभन्दा सानो शेष नआएसम्म)
3. शेषले भाज्यलाई भाजक मानी भाग गर्दै जानुपर्छ ।

सानो सङ्ख्या 24 ले 36 लाई भाग गर्दा,

$$24) 36 (1$$

$$\begin{array}{r} - 24 \\ \hline 12 \end{array}$$

शेष 12 ले भाज्य 24 लाई भाग गर्दा,

$$12) 24 (2$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

यहाँ, निःशेष भाग लगाउने भाजक 12 नै सङ्ख्या 24 र 36 को सबैभन्दा ठुलो साभा गुणन खण्ड हो ।

त्यसैले, 24 र 36 को म.स. = 12 हुन्छ ।

माथिको प्रक्रियालाई एकै ठाउँमा राखी निम्नानुसार म.स. निकालन सकिन्छ ।

24 र 36 को म.स. निकाल्दा,

$$24) 36 (1$$

-24

$$\frac{12) 24}{24}$$

- 24

$$\frac{0}{}$$

त्यसैले, म.स. = 12 हुन्छ ।

### उदाहरण 1

35 र 60 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या कुन हो ?

समाधान

यहाँ, आवश्यक सङ्ख्या 35 र 60 को म.स. हुन्छ ।

अब 35 र 60 को भाग विधिबाट म.स. निकाल्दा,

$$35) 60 (1$$

-35

$$\frac{25) 35}{35}$$

-25

$$\frac{10) 25}{25}$$

-20

$$\frac{5) 10}{10}$$

10

$$\frac{0}{}$$

यहाँ, 35 र 60 को म.स. = 5 छ ।

त्यसैले, 35 र 60 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 5 हुन्छ ।

### उदाहरण 2

40 ओटा किताब, 50 ओटा कापी र 60 ओटा कलमहरू बढीमा कति जना विद्यार्थीहरूलाई बरावर गरी बाँड्न सकिएला ? प्रत्येकले कति कति ओटा पाउलान् ? पत्ता लगाऊ ।

समाधान

यहाँ, आवश्यक सङ्ख्या 40, 50 र 60 को म.स. हुन्छ । प्रत्येक म.स.ले प्रत्येक सङ्ख्यालाई भाग गर्दा आउने भागफल नै सबै विद्यार्थीहरूले बरावर सङ्ख्यामा पाउने हुन्छ ।

40 रु 50 का म.स. निकाल्या।

40) 50 (1)

- 40

10) 40 (4)

- 40

0

अब, भागक 10 से अको सटाया 60 लाई।

भाग गर्ने।

10) 60 (6)

- 60

0

∴ म.स. = 10 हुन्दै।

त्यस कारण, 40 किताब, 50 कापी र 60 कलम बढीमा 10 जना विद्यार्थीहरूलाई बराबर गरी बाँडन सकिन्छ।

प्रत्येकले  $40 \div 10 = 4$  ओटा किताब,  $50 \div 10 = 5$  ओटा कापी र  $60 \div 10 = 6$  ओटा कलम पाउँछन्।

### अभ्यास 12.3

1. तल दिइएका सदृख्याहरूको गुणन खण्डको सम्मूह बनाएर म.स. पता लगाऊ :

- (क) 3, 6    (ख) 8, 10    (ग) 15, 18    (घ) 9, 12    (ङ) 12, 18  
(च) 9, 18    (छ) 21, 28, 35    (ज) 16, 20, 28    (झ) 20, 35, 55    (ञ) 14, 26, 54

2. तल दिइएका सदृख्याहरूको भाग विधिवाट म.स. निकाल :

- (क) 18, 24    (ख) 36, 42    (ग) 40, 50    (घ) 25, 35    (ङ) 48, 64  
(च) 60, 72    (छ) 54, 72    (ज) 12, 15, 18    (झ) 20, 35, 40

3. 72 ओटा गुच्चा र 99 ओटा चक्केट बढीमा कर्ति जनालाई बराबर हुने गरी बाँडन सकिएला र प्रत्येकले कर्ति कोने ओटा विस्कुट र चक्केट पाउँछन् होला ? पता लगाऊ।

4. 125 ओटा सुन्तला, 150 ओटा मौसम र 225 ओटा अम्वा बढीमा कर्ति विद्यार्थीलाई बराबर हुने गरी बाँडन सकिन्छ ? प्रत्येकले हरेक फलफुल कर्ति कर्ति ओटा प्राप्त गर्दैन् होला ? पता लगाऊ।

5. एउटा वृक्षधारामा 80 ओटा कम्बल, 90 ओटा स्वेटर र 120 ओटा न्यानो ज्याकेट वितरणका लागि व्यवस्था गरिएका। ती कपडाहरू बढीमा कर्ति जनालाई बराबर भाग लाग्ने गरी बाँडन सकिन्छ ? प्रत्येकले हरेक कपडा कर्ति कर्ति सदृख्यामा प्राप्त गर्दैन् होला ? पता लगाऊ।

6. कक्षा 7 की छात्रा पुनर्गले आफ्नो जन्मदिनको अवसरमा 60 ओटा लड्डु, 72 ओटा पेडा र 108 ओटा वर्षीयाँ बाँडिएका। उक्त मिठाईहरू बढीमा कर्ति जनालाई बराबर गरी बाँडिन् होला ? पता लगाऊ।

## 12.4 लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple - LCM)

### 1. लघुत्तम समापवर्त्यको परिचय

तलका किणाकलनाहरू अध्यगत गरी छनफल गर :

(क) दुई ओटा सदृख्याहरू 6 र 8 का अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर हेरेँ।

सदृख्या 6 का अपवर्त्यहरूको समूह ( $M_6$ ) = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 ...}

सदृख्या 8 का अपवर्त्यहरूको समूह ( $M_8$ ) = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80 ...}

अब, सदृख्या 6 र 8 का माफा अपवर्त्यहरूको समूह = {24, 48, ...}

यद्या 6 र 8 को सबैभन्दा मानो अपवर्त्य 24 छ। त्यसैले 24 लाई सदृख्या 6 र 8 को लघुत्तम समापवर्त्य भनिन्छ।

(ख) अब, माथिका  $M_6$  र  $M_8$  का प्रत्येक अपवर्त्यहरूलाई 6 र 8 ले क्रूटाल्कूटै भाग गमेर हेर विमनाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ ? त्रेख।

(ग) के 6 र 8 ले 24 लाई परि क्रूटाल्कूटै भाग जान्छ ? भाग गरी हेर।

रुपै परि दुई का दुईभन्दा बढी प्राकृतिक सदृख्याले निश्चय भाग जाने सबैभन्दा मानो प्राकृतिक मदृख्यालाई तो सदृख्याहरूको लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple - L.C.M.) भनिन्छ।

### 2. भाग विधिवाट ल.स. निकाल्ने तरिका

सदृख्याहरू 48 र 64 को भाग विधिवाट ल.स. निकाल्ने प्रयास गरो।

#### ल.स. निकाल्ने तरिका प्रक्रिया

- दिइएका सबै गदृख्याहरूलाई पडुवित (row) मा अर्धविराम (.) राखेर मिलाएर राख्ने।
- सबैभन्दा मानो माफा रूट गुणन खण्डद्वारा भाग गर्दै जाने।
- दिइएका सदृख्याहरूमध्ये कमीमा दुई ओटालाई पूर्ण रूपमा रूढ गुणन-खण्ड नआएम्यम भाग गर्दै जाने।
- सबै भाजेका रूट गुणन खण्डहरू र अन्तिम पडुवितका वोका गदृख्याहरूको गुणन फल निकाल्ने। यही गुणन फल दिइएका सदृख्याहरूको ल.स. हुन्छ।

#### भाग विधिवाट ल.स. निकाल्ना

2	48, 64
2	24, 32
2	12, 16
2	6, 8
	3, 4

यहाँ ल.स. =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 4 = 192$

अतः त्यही गुणन फल 192 दिइएका मदृख्याहरू 48 र 64 को ल.स. हुन्छ।

### उदाहरण 1

9 र 12 को ल.स. निकाल :

- (क) अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर      (ख) भाग विधिवाट

समाधान

(क) समूह बनाएर 9 र 12 को ल.स. निकाल्दा,

$$9 \text{ का अपवर्त्यहरूको समूह } (M_9) = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, \dots\}$$

$$12 \text{ का अपवर्त्यहरूको समूह } (M_{12}) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, \dots\}$$

अब, अपवर्त्यहरूको समूहमा तुलना गरेर हेर्दा 9 र 12 का अपवर्त्यहरूमध्ये सबभन्दा सानो अपवर्त्य = 36 हो। त्यसैले सदृख्याहरू 9 र 12 को ल.स. = 36 हुन्छ।

(ख) भाग विधिवाट 9 र 12 को ल.स. निकाल्दा,

3	9, 12
	3    4

$$\text{अब, ल.स.} = 3 \times 3 \times 4 = 36 \text{ हुन्छ।}$$

### उदाहरण 2

15, 18, 24 र 30 ले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सदृख्या पत्ता लगाउ। (भाग विधिवाट)

समाधान

यहाँ दिइएका सदृख्याहरूले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सदृख्या दिइएका सदृख्याहरूको ल.स. हुन्छ।

त्यसैले भाग विधिवाट 15, 18, 24 र 30 को ल.स. निकाल्दा,

2	15, 18, 24, 30
3	15, 9, 12, 15
5	5, 3, 4, 5
	1, 3, 4, 1

$$\text{अब, ल.स.} = 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 4 = 360$$

यसर्थ 15, 18, 24 र 30 ले ठिक भाग जाने सबैभन्दा सानो सदृख्या 360 हुन्छ।

### उदाहरण 3

कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूलाई पहिलो 5/5 जनामा, दोस्रो 6/6 जनामा र तेस्रो 10/10 जनामा समूह बनाएर सामुदायिक/परियोजना कार्य गर्न लगाइएको रहेछ। अब विद्यार्थीहरू कम्तीमा कति जना भएमा प्रत्येक कार्यमा विद्यार्थीहरू बाँकी नहुने गरी समूह बनाउन सकिएला? पत्ता लगाउ।

## समाधान

यहाँ, आवश्यक समूह सदृश्या भन्नाले प्रत्येक समूहका विद्यार्थी सदृश्या क्रमशः 5, 6 र 10 को ल.स. हुन्छ ।

अब, 5, 6 र 10 को भाग विधिवाट ल.स. निकाल्दा,

2	5, 6, 10
5	5, 3, 5

1, 3, 1

$$\text{अब } \text{l.s.} = 2 \times 5 \times 3 = 30$$

त्यसैले कम्तीमा 30 जना विद्यार्थीहरू भएमा क्रमशः पहिलो 5/5 जना, दोस्रो 6/6 जना र तेस्रो 10/10 जनाको समूह बनाई समूह कार्य गर्न सकिन्दै ।

## अभ्यास 12.4

- तलका प्रत्येक सदृश्याहरूको अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर तथा भाग विधि गरी दुवै तरिकाले ल.स. निकाल :

  - (क) 18 र 48
  - (ख) 12 र 30
  - (ग) 36 र 48
  - (घ) 49 र 35
  - (ड) 15, 20 र 25
  - (च) 30, 40 र 50
  - (छ) 28, 42 र 56
  - (ज) 36, 54 र 72
  - (फ) 210, 280, 420 र 530
  - (अ) 100, 200, 300 र 400

- 30, 36, 48 र 60 ले ठिकं भाग जाने सबभन्दा सानो सदृश्या पत्ता लगाऊ ।
- तिन ओटा मेजरिड टेपहरू क्रमशः 24cm, 35cm र 54cm लम्बाइका छन् । अब कुनचाहिँ सबैभन्दा छोटो लम्बाइ सबै टेपले ठिक भाग जाने गरी (ठिकक हुने गरी) नाप्न सकिएला ? पत्ता लगाऊ ।
- त्यो सबैभन्दा सानो सदृश्या पत्ता लगाऊ, जसबाट तिन घटाउँदा आउने घटाउ फललाई 18, 24 र 36 ले निःशेष भाग जान्दै ।
- त्यो सबैभन्दा सानो सदृश्या पत्ता लगाऊ, जसमा 7 जोड्दा आउने योगफललाई 32, 64 र 192 ले ठिक भाग लाग्दै ।
- माथी प्रश्न 1 देखि 5 सम्म दिइए जस्तै समस्याहरू बनाई साथीसँग साटेर समाधान गरी शिक्षकलाई देखाऊ ।

## 12.5. द्विआधार र पञ्चआधार संख्या पद्धति (Binary and Quinary Number System)

### 1. द्विआधार संख्या पद्धतिको परिचय

दशमलव संख्या पद्धतिका बारेमा हामीले अधिल्ला कक्षाहरूमा पढिसकेका छौं। दशमलव अर्थात् हिन्दु अरेविक संख्या पद्धतिमा 0 देखि 9 सम्मका 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 गरी जस्ता 10 अडकहरू हुन्छन्। हिन्दु अरेविक संख्या पद्धतिमा संख्यालाई 10 को घाताङ्कका रूपमा व्यक्त गरिन्छ।

जस्तै :  $24 = 2 \times 10 + 4 = 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$576 = 5 \times 100 + 7 \times 10 + 6 = 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

अब हामी द्विआधार संख्या पद्धतिका बारेमा छलफल गरौँ।

विज्ञान तथा सूचना प्रविधिको विकासले कम्प्युटर प्रविधिको माध्यमबाट छोटो समयमै जटिलभन्दा जटिल गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न सकिने भएको छ। कम्प्युटरमा विद्युतीय सर्किट (electrical circuit) खोल्ने र बन्द गर्ने (on and off) दुई ओटा प्रक्रियालाई क्रमशः संखेके 0 र 1 ले जनाइएको हुन्छ।

यसरी द्विआधार संख्या पद्धतिमा 0 र 1 गरी दुई ओटा मात्र संख्याहरू प्रयोग गरिएका हुन्छन्।

दशमलव संख्या पद्धतिमा दस ओटा अडक प्रयोग भए जस्तै द्विआधार संख्या पद्धतिमा दुई ओटा 0 र 1 मात्र प्रयोग हुन्छन्। द्विआधार संख्या पद्धतिमा संख्याहरू 2 को घाताङ्कमा लेखिन्छ।

### 2. दशमलव संख्या पद्धतिबाट द्विआधार संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण

अब हामी दशमलव संख्या पद्धतिबाट द्विआधार संख्या पद्धतिमा बदल्ने तरिका बारेमा छलफल गरौँ।

दशमलवमा भएको संख्यालाई 2 ले भाग गर्दै जाने र भागफलमा 0 नआएसम्म भाग गरिरहनुपर्दछ। अनि शेषलाई दायाँतर्फ लेख्ने जानुपर्दछ र अन्त्यमा तलपटटिवाट माथितिर क्रमशः शेषलाई मिलाएर लेख्नुपर्दछ।

#### उदाहरण 1

25 लाई द्विआधार संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर।

#### समाधान

यहाँ, 25 लाई द्विआधार संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्दा,

2	25
2	12
2	6
2	3
2	1
0	1

तसर्थ,  $25 = 11001_2$  हुन्छ।

### 3. द्विभाधार सड्ख्या पद्धतिबाट दशमलव सड्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

$$0_2 = 0 = 0$$

$$1_2 = 2^0 = 1$$

$$10_2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2$$

$$11_2 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 3$$

$$100_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$$

$$101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$$

द्विभाधार सड्ख्या पद्धतिलाई छुट्याउन पछाडि 2 राखेर  $11_2$  अथवा  $101_2$  लेख्ने गरिन्छ ।

#### उदाहरण 2

$1001_2$  र  $1111_2$  लाई दशमलव सड्ख्या पद्धतिमा बदल :

समाधान

$$1001_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 0 + 0 + 1 = 9$$

$$1111_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 4 + 2 + 1$$

$$= 15$$

### 4. पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिको परिचय

दशमलव सड्ख्या पद्धतिमा दस ओटा अड्कहरू, द्विभाधार सड्ख्या पद्धतिमा दुई ओटा अड्क भए जस्तै पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिमा 0, 1, 2, 3, 4 गरी पाँच ओटा अड्कहरू प्रयोग गरिन्छन् ।

पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिमा सड्ख्यालाई 5 को घातका रूपमा लेखिन्छ ।

तलको तालिका अध्ययन गरी छलफल गर :

5 को स्थानमान	$5^6$	$5^4$	$5^3$	$5^2$	$5^1$	$5^0$
दशाआधार	3125	625	125	25	5	1

### 5. दशमलव सड्ख्या पद्धतिबाट पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण

अब हामी दशमलव सड्ख्या पद्धतिबाट पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिमा बदल्ने तरिकाबारेमा छलफल गरौं ।

सर्वप्रथम दशमलवमा भएको सड्ख्यालाई 5 ले भागफलमा 0 नआएसम्म भाग गरिरहनुपर्छ । अनि शेषलाई दायाँतर्फ लेख्दै जानुपर्छ । अन्त्यमा तलपटिबाट माथितिर क्रमशः शेषलाई मिलाएर लेख्नुपर्छ ।

#### उदाहरण 3

432 लाई पञ्चआधार सड्ख्या पद्धतिमा बदल :

## समाधान

यहाँ 432 लाई पञ्चआधार संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्दा,

$$\begin{array}{r} 432 \\ \hline 5 \quad | \quad 86 \quad 2 \\ 5 \quad | \quad 17 \quad 1 \\ 5 \quad | \quad 3 \quad 2 \\ \hline 0 \quad 3 \\ 432 = 3212_5 \end{array}$$

## 6. पञ्चआधार पद्धतिबाट दशमलव संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

$$0_5 = 0 = 0$$

$$1_5 = 5^0 = 1$$

$$10_5 = 1 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = 5$$

$$11_5 = 1 \times 5^1 + 1 \times 5^0 = 6$$

$$100_5 = 1 \times 5^2 + 0 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = 25$$

$$101_5 = 1 \times 5^2 + 0 \times 5^1 + 1 \times 5^0 = 26$$

पञ्चआधार संख्या पद्धतिलाई छुट्याउन संख्याका पछाडि 5 राखेर  $11_5$  लेख्ने गरिन्छ ।

### उदाहरण 4

माथिको स्थानमान तालिका हेरेर  $234_5$  लाई दशमलव संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर ।

## समाधान

$$\begin{aligned} 234_5 &= 2 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 \\ &= 2 \times 25 + 3 \times 5 + 4 \times 1 \\ &= 50 + 15 + 4 \\ &= 69 \end{aligned}$$

### अभ्यास 12.5

- तल दिएका दशमलव पद्धतिको संख्यालाई द्विआधार संख्या पद्धतिमा बदल :  
 (क)  $11_5$  (ख)  $25_5$  (ग)  $79_5$  (घ)  $104_5$  (ङ)  $250_5$  (च)  $366_5$
- तलका प्रत्येक द्विआधार संख्यालाई दशमलव संख्या पद्धतिमा बदल :  
 (क)  $11_2$  (ख)  $101_2$  (ग)  $111_2$  (घ)  $10101_2$  (ङ)  $11001_2$   
 (च)  $11111_2$  (छ)  $110011_2$  (ज)  $100000_2$  (झ)  $1000011_2$  (ञ)  $1111001_2$
- तलका प्रत्येक दशमलव पद्धतिका संख्यालाई पञ्चआधार संख्या पद्धतिमा बदल :  
 (क)  $21_5$  (ख)  $55_5$  (ग)  $112_5$  (घ)  $650_5$  (ङ)  $1128_5$  (च)  $3650_5$
- तलका प्रत्येक पञ्चआधार संख्यालाई दशमलव संख्या पद्धतिमा बदल :  
 (क)  $21_5$  (ख)  $34_5$  (ग)  $123_5$  (घ)  $343_5$  (ङ)  $2113_5$  (च)  $1234_5$

## 13.1 पूर्णाङ्कका चार साधारण नियम

## 1. पूर्णाङ्कको परिचय

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

(क)  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  लाई हामी कुन संख्याहरूको समूह भन्दैँ ?

(ख)  $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  लाई हामी कुन संख्याहरूको समूह भन्दैँ ?

पहिलोलाई प्राकृतिक संख्याहरू (natural numbers) को समूह र दोस्रोलाई पूर्ण संख्याहरू (whole numbers) को समूह भनिन्छ ।

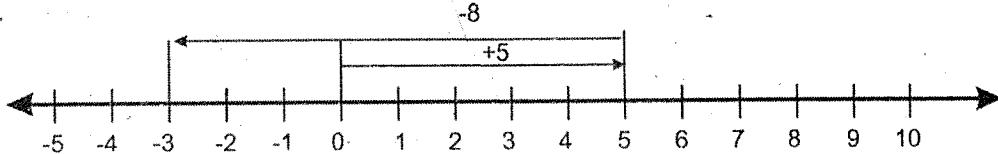
(ग) पूर्ण संख्यामा भएका कुनै दुई ओटा संख्या 5 र 8 लिँ ।

$5 + 8 = 13$ , के पूर्ण संख्यामा पर्दै ?

$8 - 5 = 3$ , के पूर्ण संख्यामा पर्दै ?

$8 \times 5 = 40$ , के पूर्ण संख्यामा पर्दै ?

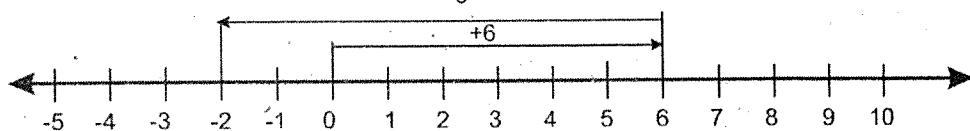
(घ) अब 5 र 8 को घटाउ फल (5-8) निकाल्ने कोसिस गरौ । यसलाई संख्या रेखाबाट घटाएर हेरौ ।



घटाउ फल (5-8) जुन 0 भन्दा 3 एकाइ बायाँ पर्दै । 0 भन्दा बाया पर्ने संख्या त पूर्ण संख्यामा पर्दैन । यसलाई -3 लेखिन्छ । -3 पूर्णाङ्कमा पर्दछ ।

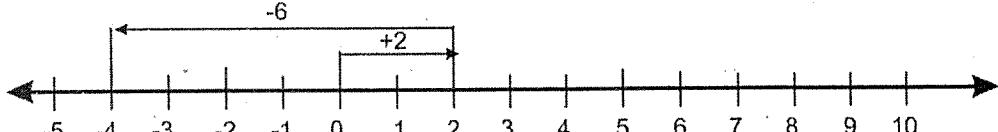
(ड) अब, (6-8), (2-6), (1-2), (4-5) लाई पनि संख्या रेखामा देखाएर हेरौ ।

1. (6-8) लाई संख्या रेखामा देखाउँदा,



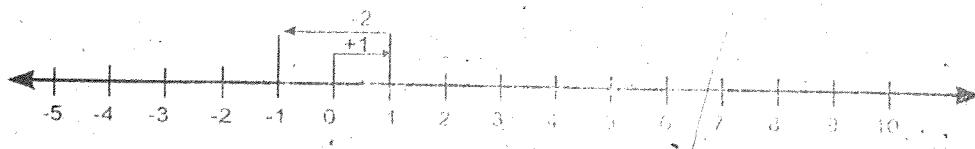
यहाँ (6-8), जुन 0 भन्दा 2 एकाइ बायाँ पर्यो । त्यसैले (6-8) = -2 हुन्छ ।

2. (2-6) लाई संख्या रेखामा देखाउँदा,



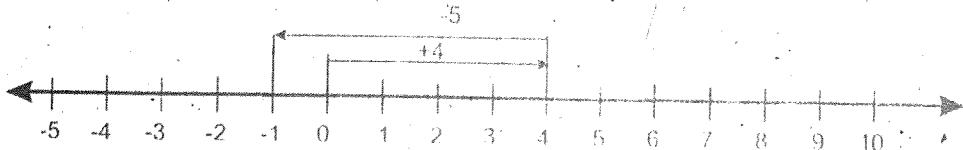
यहाँ, (2-6) जुन 0 भन्दा 4 एकाइ बायाँ पर्यो । त्यसैले (2-6) = -4 हुन्छ ।

3. (1-2) लाई सदृश्या रेखामा देखाउंदा,



यहाँ (1-2) जुन 0 भन्दा 1 एकाइ बायाँ पर्यो । त्यसैले (1-2) = -1 हुँदूँ ।

4. (4-5) लाई सदृश्या रेखामा देखाउंदा,



यहाँ, (4-5) जुन 0 भन्दा 1 एकाइ बायाँ परेको छ । त्यसैले (4-5) = -1 हुँदूँ ।

अब, हामी भन्न सक्छौं -1, -2, -3, -4, ..., आदि 0 भन्दा बायाँ र +1, +2, +3, +4, ..., आदि 0 भन्दा दायाँ हुँच्हन् ।

0 भन्दा बायाँका सदृश्याहरू 0 भन्दा माना हुँच्हन् ।

0 भन्दा दायाँका सदृश्याहरू 0 भन्दा ठिका हुँच्हन् ।

त्यसैले 0 सहितका सबै धनात्मक र वृणात्मक सदृश्याहरू पूर्णाङ्क ग्रन्तिका ग्रन्तिका । असकाई Z ले जनाउँछ ।

2. पूर्णाङ्कहरूका प्रकार र तुलना

(क) पूर्णाङ्कका प्रकार

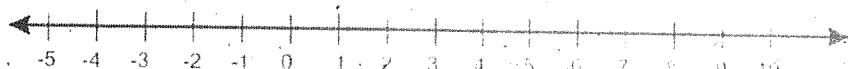
तलका विभिन्न प्रकारका पूर्णाङ्कहरूको अध्ययन गरी कलफल गर ।

पूर्णाङ्क (Z) = { ..... -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ..... }

धनात्मक पूर्णाङ्क (Z+) = {+1, +2, +3, ..... } र

वृणात्मक पूर्णाङ्क (Z-) = {-1, -2, -3, -4, ..... }

(ख) पूर्णाङ्कहरूविचको तुलना



माथिको सदृश्या रेखाका आधारमा 5 जोडी सदृश्याहरूलाई (< र >) चिह्न प्रयोग गरी लेख ।

जस्तै : (5<10) र (5>-2)

(ग) विसुध पूर्णाङ्क

पूर्णाङ्क +2 र पूर्णाङ्क -2 को तुलना गरी हेरौँ ।

पूर्णाङ्क +2 ले उदगम विन्दु 0 बाट दायाँतिर रहेको पूर्णाङ्कवाई जनाउँछ । त्यसै, -2 ले 0 बाट उत्तिकै दुरीमा रहेको बायाँतिरको सदृश्या जनाउँछ ।

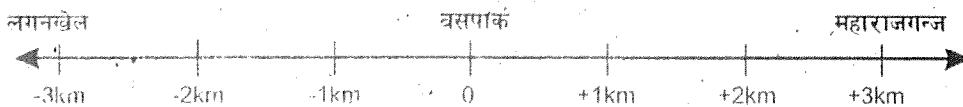
त्यसैले +2 र -2 लाई आपसमा विमुख पूर्णांडकहरू भनिन्छ ।

कृपै पूर्णांडक सङ्ख्या रेखाको उदगम विन्दू शून्यवाट जस्ति दुरीमा छ ठिक त्यति नै दुरीमा रहेको अर्को विपरीत रिशाको पूर्णांडकहाई त्यो पूर्णांडकहो विमुख भनिन्छ ।

-x को विमुख पूर्णांडक +x हुन्छ । अब -5 को विमुख पूर्णांडक कति होला ?

### 3. पूर्णांडकको निरपेक्षमान (Absolute Value of Integer).

तलको सङ्ख्या रेखा हेरी छलफल गर ।



यहाँ, उदगम विन्दू वसपार्क हो । वसपार्कवाट लगनखेल 3km पश्चिम अर्थात् दायाँ छ । महाराजगञ्ज 3km पूर्व अर्थात् दायाँ छ । अब भन त, महाराजगञ्जदेखि लगनखेलको दुरी कति छ ?

के  $(-3\text{km}) + (+3\text{km}) = 0\text{km}$  हुन्छ ? पक्कै हुन्दैन ।

अथवा  $3\text{km} + 3\text{km} = 6\text{km}$  हुन्छ ।

हो,  $3\text{km} = 3\text{km}$  र  $+3\text{km} = 3\text{km}$  मान्ने हो भने दुई स्थानविचको दुरी  $3\text{km} + 3\text{km} = 6\text{km}$  हुन्छ ।

त्यसैले -3 र +3 दबैको निरपेक्ष मान 3 हुन्छ ।

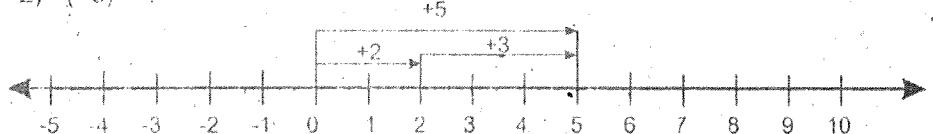
**कृपै परि पूर्णांडकको धनात्मक साङ्ख्यिक मानलाई निरपेक्षमान भनिन्छ । त्यसैले  $|+x| = |-x| = x$  हुन्छ ।**

### 3.1 पूर्णांडकको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Integers)

#### (क) पूर्णांडकको जोड (Addition of Integers)

तल दिइएका सङ्ख्या रेखाका आधारमा गरिएका पूर्णांडकको जोड अध्ययन गरी छलफल गर ।

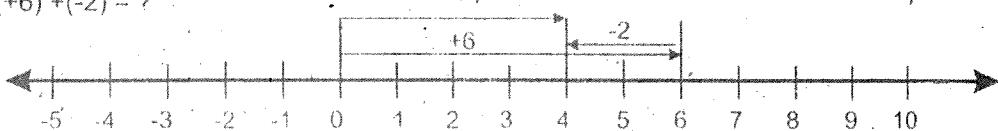
$$1. (+2) + (-3) = ?$$



+2 एकाइ दायाँ गएर +3 एकाइ दायाँ नै जाँदा कहाँ पुगिन्छ ? हो +5 एकाइ दायाँ पुगिन्छ ।

अतः  $(+2) + (-3) = +5$  हुन्छ ।

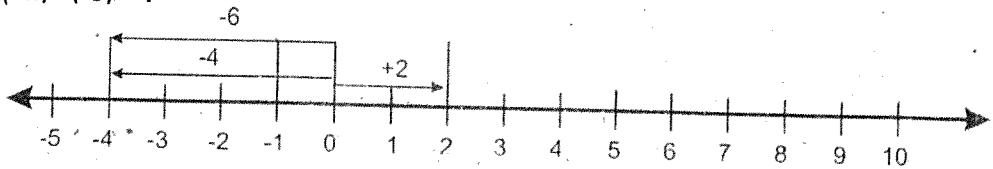
$$2. (+6) + (-2) = ?$$



त्यसैले  $(+6) + (-2) = +4$  हुन्छ ।

यहाँ, उदगम विन्दूवाट 6 एकाइ दायाँ र 2 एकाइ दायाँ आएपछि हामी 0 वाट 4 एकाइ दायाँ पुँछौं ।

3.  $(+2) + (-6) = ?$



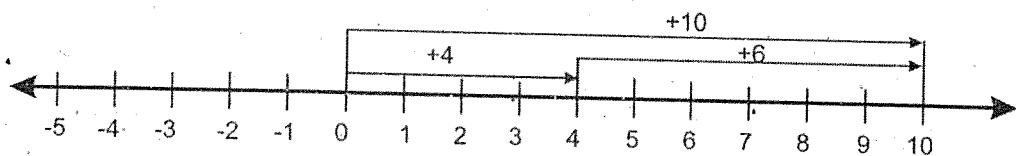
० बाट २ एकाइ दायाँर +2 बाट ६ एकाइ बायाँ जादाँ ४ एकाइ ० बाट बायाँ पुगिन्छ ।

त्यसैले,  $(+2) + (-6) = -4$  हुन्छ ।

### उदाहरण १

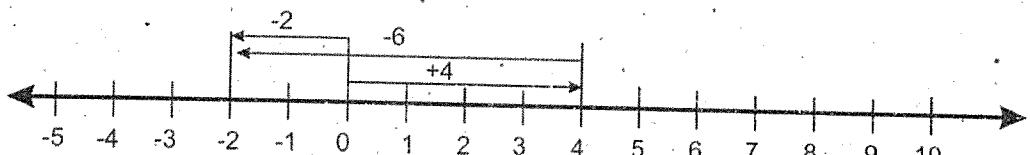
सङ्ख्या रेखा प्रयोग गरी जोड गर (क)  $(+4) + (+6)$  (ख)  $(+4) + (-6)$  (ग)  $(-4) + (+6)$   
समाधान

(क)  $(+4) + (+6)$



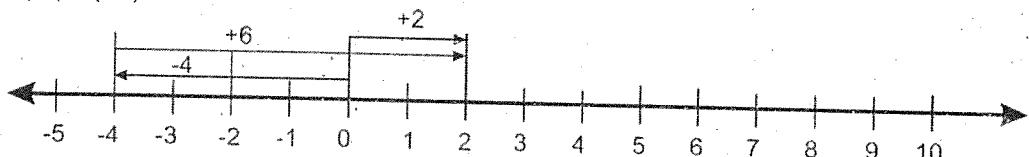
अतः  $(+4) + (+6) = +10$  हुन्छ ।

(ख)  $(+4) + (-6)$



अतः  $(+4) + (-6) = -2$  हुन्छ ।

(ग)  $(-4) + (+6)$



अतः  $(-4) + (+6) = (+2)$  हुन्छ ।

### (ख) पूर्णांकको जोडका नियम

पूर्णांकको जोडका केही महत्त्वपूर्ण नियमहरूलाई तल बुँदागत रूपमा उल्लेख गरिएको छ ।

#### १. विनियम नियम (Commutative Law)

पूर्णांकहरूको जोडफल निकालदा पूर्णांकहरूलाई जुनसुकै कममा राखेर पनि परिणाम एउटै निस्कने नियमलाई पूर्णांकको जोडको विनियम नियम भनिन्छ । जस्तै :  $a + b = b + a$  जहाँ  $a$  र  $b$  दुवै पूर्णांकहरू हुन् ।

## 2. सङ्गीय नियम (Associative Law)

तिन ओटा पूर्णांकहरूलाई जोड्दा पहिला जुनसुकै 2 ओटा पूर्णांक जोडेर आएको जोडफलमा तेस्रो पूर्णांक जोड्दा पनि जोडफल बरावर आउँछ भने त्यस्तो नियमलाई पूर्णांकको जोडको सङ्गीय नियम भनिन्छ ।

जस्तै :  $(a+b)+c = a+(b+c) = (a+c)+b$  जहाँ : a, b र c पूर्णांकहरू हुन् ।

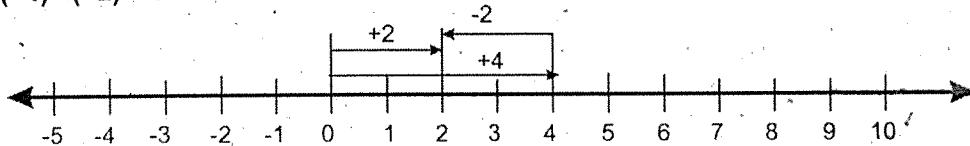
## 3. विपरीत परिणाम (Inverse Quantity)

यदि कुनै दुई ओटा पूर्णांकहरू जोड्दा जोडफल 0 हुन्छ भने त्यस नियमलाई पूर्णांकको जोडको विपरीत परिणाम भनिन्छ । जस्तै :  $+a$  र  $-a$  आपसमा विपरीत परिणाम हुन् । जहाँ  $(+a)+(-a)=0$  हुन्छ र  $a$  एउटा पूर्णांक हो ।

### (ग) पूर्णांकको घटाउ (Subtraction of Integer)

तलको सङ्ख्या रेखाका आधारमा देखाइएका पूर्णांकका घटाउ सम्बन्धी क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

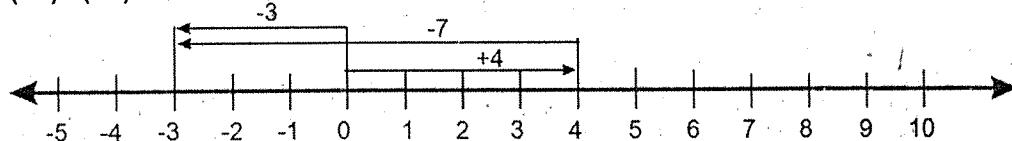
1.  $(+4) - (+2) = ?$



$(+4)$  एकाइ दायाँ गएर  $-2$  एकाइ बायाँ जाँदा कहाँ पुगिन्छ? 2 एकाइ दायाँ पुगिन्छ ।

त्यसैले,  $(+4) - (+2) = (+2)$  हुन्छ ।

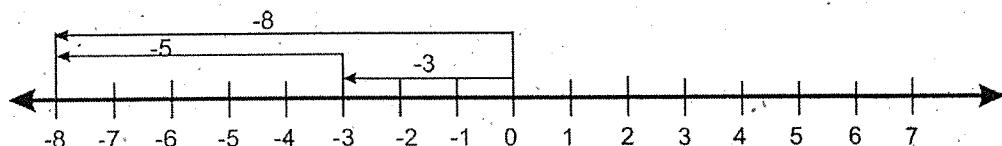
2.  $(+4) - (-7) = ?$



0 बाट  $(+4)$  एकाइ दायाँ गएर  $-7$  एकाइ बायाँ जाँदा कहाँ पुगिन्छ? 3 एकाइ बायाँ पुगिन्छ ।

त्यसैले,  $(+4) - (-7) = (-3)$  हुन्छ ।

3.  $(-3) + (-5) = ?$



0 बाट  $(-3)$  एकाइ बायाँ गएर 5 एकाइ बायाँ नै जाँदा कहाँ पुगिन्छ?  $(-8)$  एकाइ बायाँ नै पुगिन्छ ।

त्यसैले,  $(-3) + (-5) = (-8)$  हुन्छ ।

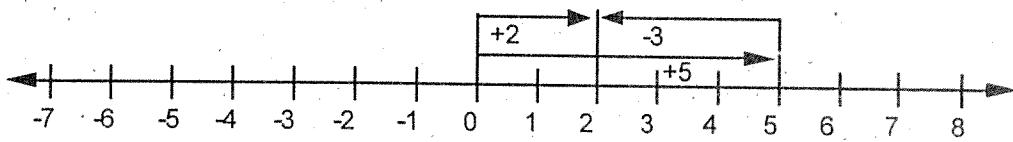
## उदाहरण 2

सरल गर :

(क)  $(+5) - (+3)$  (ख)  $(+2) - (+5)$  (ग)  $(-2) - (+5)$

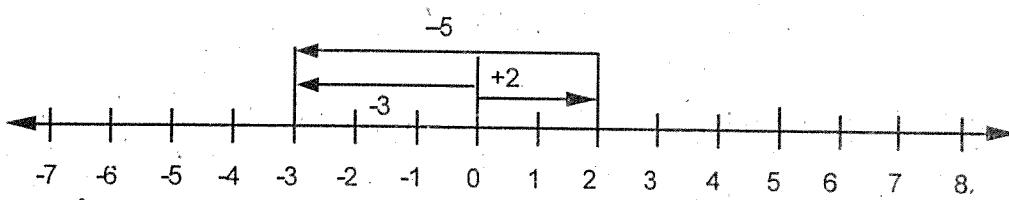
समाधान

(क)  $(+5) - (+3)$  लाई सदृश्या रेखामा देखाउँदा,



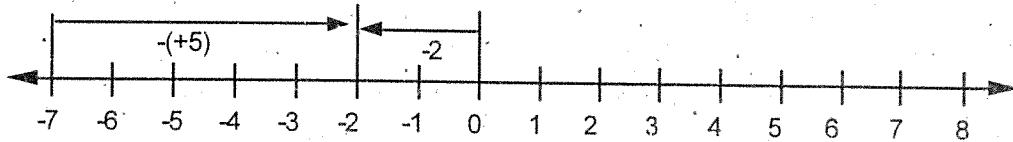
तसर्थ  $(+5) - (+3) = (+2)$

(ख)  $(+2) - (+5)$  लाई सदृश्या रेखामा देखाउँदा,



तसर्थ  $(+2) - (+5) = -3$

(ग)  $(-2) - (+5)$  लाई सदृश्या र रेखामा देखाउँदा,



तसर्थ  $(-2) - (+5) = -7$

## अभ्यास 13.1

1. तल दिइएका पूर्णाङ्कका क्रियाहरूलाई सदृश्या रेखामा देखाऊ :

(क)  $(+3) + (+4)$  (ख)  $(+7) + (-4)$  (ग)  $(-5) + (+2)$  (घ)  $(-4) + (-3)$

(ड)  $(-6) - (+2)$  (च)  $(+6) - (+2)$  (छ)  $(+6) - (-2)$  (ज)  $(-5) + (+7)$

(झ)  $(-4) - (-6)$  (ञ)  $(+3) + (-5)$

2. तल दिइएका पूर्णाङ्कहरूको 10 एकाइ दायाँ र 10 एकाइ बायाँ पर्ने पूर्णाङ्क लेख :

(क)  $(-5)$  (ख)  $(-3)$  (ग)  $0$  (घ)  $+4$  (ड)  $(+7)$  (च)  $(+10)$

3. तल दिइएका पूर्णाङ्गकहरूको विमुख पूर्णाङ्गक लेख :

- (क) (+4) (ख) (+1) (ग) (-3) (घ) (-5) (ड) 0 (च) (+7)

4. तल दिइएका पूर्णाङ्गकहरूको निरपेक्ष मान निकाल :

- (क) |+6| (ख) |-4| (ग) |+10| (घ) |-3| (ड) |-5| (च) |-7|

5. सरल गर :

- (क)  $(+6) + (+4) + (+3)$  (ख)  $(+8) + (-4) + (+3)$  (ग)  $(-7) + (+6) + (-5)$   
(घ)  $(-12) - (-10) + (+6)$  (ड)  $(+15) - (+10) - (-3)$  (च)  $(-35) + (+25) + (+10)$   
(छ)  $(+24) + (-20) + (-15)$  (ज)  $(-10) - (+10) - (+10)$

6. विनियम नियम प्रयोग गरी जोड गर :

- (क)  $(+17) + (+12) + (+20)$  (ख)  $(+20) + (-10) + (-10)$  (ग)  $(+25) + (20) + (-15)$   
(घ)  $(+35) + (+24) + (-18)$  (ड)  $(-46) + (+58) + (-44)$

7.  $(+25)$  मा कति जोडदा  $(-25)$  हुन्छ ?

8.  $(-35)$  बाट कति घटाउँदा  $(-20)$  हुन्छ ?

9. सुजनलाई सुन्तला बेचेर रु. 145 नाफा भएको छ। जुनार बेचेर रु. 74 नोकसान भएछ। कुल कारोबारबाट सुजनलाई नाफा वा नोकसान के भएछ र कति भएछ? पत्ता लगाऊ।

10. दुई ओटा बसहरू एकै स्थानबाट एकै समयमा छुटेछन्। एउटा बसले  $127\text{ km}$  पूर्व यात्रा गयो र अर्को बसले  $139\text{ km}$  पश्चिम यात्रा गयो। ती दुई बसविचको दुरी पत्ता लगाऊ।

11. कुनै दुई ओटा पूर्णाङ्गकहरूको योगफल  $-119$  छ। यदि ठुलो पूर्णाङ्गक  $177$  भए सानो पूर्णाङ्गक कति होला? पत्ता लगाऊ।

12. सद्धीय नियम प्रयोग गरी सरल गर :

- (क)  $(+7) + (-25) - (-65)$  (ख)  $(+45) + (-146) + (+209)$

13. क्रम विनियम प्रयोग गरी सरल गर :

- (क)  $(-5) - (+2)$  (ख)  $(+2) - (-5)$

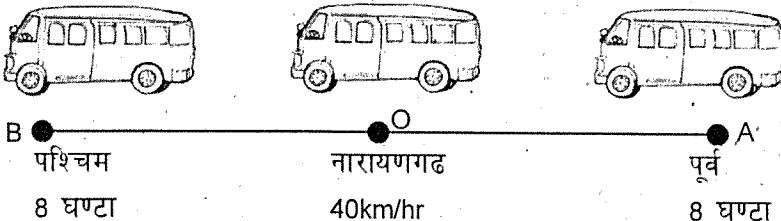
14. सरल गर :

- (क)  $-4 + 14 + 15 + (-52)$  (ख)  $(-13) + (+7) - 8 + 14 - 40$

### 13.2 पूर्णांडकको गुणन र भाग (Multiplication and Division of Integers)

#### 1. पूर्णांडकको गुणन

(क) तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :



पश्चिमवाट पूर्वतर्फ 40km प्रति घण्टाका दरले गुडिरहेको बस नारायणगढबाट 8 घण्टा पूर्व र 8 घण्टा पश्चिमको बसको स्थिति भन्न सक्छौ ।

$$(क) 8 \text{ घण्टाको पश्चिमको स्थिति} = (40\text{km/hr}) \times (8\text{hr}) = (320)\text{km} = 320\text{km पूर्व}$$

$$(ख) 8 \text{ घण्टा अघिको पूर्वको स्थिति} = (40\text{km/hr}) \times (8\text{hr}) = (320)\text{km} = 320\text{km पश्चिम}$$

नोट : पूर्वका स्थितिलाई (+) र पश्चिमको स्थितिलाई (-) मान्दा,

त्यसैले,	धनात्मक पूर्णांडक (+)	धनात्मक पूर्णांडक (+)	= धनात्मक पूर्णांडक (+)
	धनात्मक पूर्णांडक (+)	ऋणात्मक पूर्णांडक (-)	= ऋणात्मक पूर्णांडक (-)

(ख) तल दिइएको पूर्णांडकको गुणनको ढाँचा अध्ययन गर :

$$(+3) \times (-3) = -9$$

$$(+2) \times (-3) = -6$$

$$(+1) \times (-3) = -3$$

$$(0) \times (-3) = 0$$

$$(-1) \times (-3) = +3$$

$$(-2) \times (-3) = +6$$

$$(-3) \times (-3) = +9$$

त्यसैले, ऋणात्मक पूर्णांडक  $\times$  ऋणात्मक पूर्णांडक = धनात्मक पूर्णांडक हुन्छ ।

#### उदाहरण 1

$$\text{गुणन गर} (क) (+4) \times (+6) (ख) (+7) \times (-6) (ग) (-5) \times (+8) (घ) (-7) \times (-7)$$

समाधान

$$(क) (+4) \times (+6) = (+24) \quad (ख) (+7) \times (-6) = (-42)$$

$$(ग) (-5) \times (+8) = (-40) \quad (घ) (-7) \times (-7) = (+49)$$

## 2. पूर्णांकका गुणनका नियमहरू (Properties of multiplication of Integers)

पूर्णांकका गुणनका केही महत्वपूर्ण नियमहरूलाई तल बुँदागत रूपमा उल्लेख गरिएको छ ।

### 1. विनिमय नियम (Commutative Property) : $a \times b = b \times a$

कुनै दुई ओटा पूर्णांकहरूको गुणन फल तिनीहरूका स्थान बदल्दा हुने गुणन फलसँग वरावर हुन्छ ।

$$\text{जस्तै : } (+2) \times (+4) = (+4) \times (+2) = +8, (-3) \times (+7) = (+7) \times (-3) = -21 \text{ र } (-8) \times (-6) = (-6) \times (-8) \\ = +48 \text{ हुन्छ ।}$$

अतः यदि  $a$  र  $b$  दुई ओटा पूर्णांकहरू हुन् भने  $a \times b = b \times a$  हुन्छ ।

### 2. सङ्घीय नियम (Associative Property) : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

कुनै तिन ओटा पूर्णांकहरूको गुणन फल तिनीहरूको पहिला दुई र अन्तिमको गुणनसँग र पहिलो र अन्तिम दुई गुणन गर्दा आउने गुणन फलसँग वरावर हुन्छ ।

$$\text{जस्तै : } [(+2) \times (+3)] \times (+4) = (+2) \times [(+3) \times (+4)] \text{ हुन्छ ।} \\ [(+5) \times (-2)] \times (-7) = (+5) \times [(-2) \times (-7)] \text{ हुन्छ ।}$$

अतः यदि  $a$ ,  $b$  र  $c$  तिन ओटा पूर्णांकहरू हुन् भने  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

### 3. पद विच्छेदन नियम (Distributive Property) : $a(b+c) = ab+ac$

$$\text{जस्तै : } (+6) [(+5)+(+3)] \\ = (+6) \times (+5) + (+6) \times (+3) \\ = (+30) + (+18) \\ = (+48)$$

त्यस्तै,  $(+6) \times [(-5) + (+3)] = (+6) \times (-5) + (+6) \times (+3) = (-30) + (18) = -12$  हुन्छ ।

यदि  $a$ ,  $b$  र  $c$  तिन ओटा पूर्णांकहरू छन् भने  $a(b+c) = ab + ac$  हुन्छ ।

### 4. 1 को गुणन नियम (Multiplicative Property of 1)

जस्तै,  $(+y) \times 1 = +y$

$(-5) \times 1 = -5$

$1 \times (+9) = 9$  हुन्छ ।

यदि  $a$  एउटा पूर्णांक हो भने  $a \times (+1) = (+1) \times (a) = a$  हुन्छ ।

### 5. 0 को गुणन नियम (Multiplicative Property of 0)

जस्तै :  $2 \times 0 = 0$

$0 \times 2 = 0$

$100 \times 0 = 0$

यदि  $a$  एउटा पूर्णांक हो भने  $a \times 0 = 0 \times a = 0$  हुन्छ ।  $0 \times 0$  कति हुन्छ होला ?

### उदाहरण 2

गुणन गर :  $[(-8) \times (-5)] \times (-4)$

समाधान

$$[(-8) \times (-5)] \times (-4) = (+40) \times (-4) = -160$$

### उदाहरण 3

सद्व्यीय नियम प्रयोग गरी गुणन गर :  $(+6) \times [(-15) \times (12)]$

समाधान

$$(+6) \times [(-15) \times (12)]$$

$$= [(+6) \times (-15)] \times (12)$$

$$= (-90) \times 12$$

$$= -1080$$

## 2. पूर्णांकको भाग (Division of Integers)

भाग क्रिया गुणन क्रियाको विपरीत क्रिया (inverse operation) हो। त्यसैले भाग क्रियामा पनि गुणन क्रियाकै नियम लागु हुन्छन्।

तलका उदाहरणहरू हेरौँ :

$$(क) (+12) \times (+3) = (+36)$$

$$(+36) \div (3) = (+12)$$

$$(+36) \div (12) = (+3)$$

$$(ख) (-8) \times (+4) = (-32)$$

$$(-32) \div (+4) = (-8)$$

$$(-32) \div (-8) = (+4)$$

त्यसैले,

धनात्मक पूर्णांकलाई धनात्मक पूर्णांकले भाग गर्दा भागफल धनात्मक हुन्छ।

धनात्मक पूर्णांकलाई ऋणात्मक पूर्णांकले भाग गर्दा भागफल ऋणात्मक हुन्छ।

ऋणात्मक पूर्णांकलाई ऋणात्मक पूर्णांकले भाग गर्दा भागफल धनात्मक हुन्छ।

ऋणात्मक पूर्णांकलाई धनात्मक पूर्णांकले भाग गर्दा भागफल ऋणात्मक हुन्छ।

## अभ्यास 13.2

### 1. गुणन गरे।

$$(क) (+5) \times (+5)$$

$$(ख) (+5) \times (-8)$$

$$(ग) (-7) \times (+8)$$

$$(घ) (-9) \times (-8)$$

$$(ड) (+4) \times (+6) \times (+5)$$

$$(च) (+7) \times (+8) \times (-6)$$

$$(छ) (+12) \times (-8) \times (+2)$$

$$(ज) (+7) \times (-5) \times (+4)$$

(म)  $(+6) \times (+4) \times (-3) \times (-2)$  (न)  $(+5) \times (-4) \times (-3) \times (-3)$

२. भागफलको सारांशीय विधि प्रयोग गरी द्वै तरिकाले गुणन फल निकाल :

(क)  $(+5) \times (+6) \times (+7)$  (ख)  $(+7) \times (-5) \times (-3)$  (ग)  $(-3) \times (-3) \times (-3)$

(घ)  $(+4) \times (+6) \times (-5)$  (ड)  $(+8) \times (+6) \times (-7)$

३. गुणनको पदविच्छेदन नियम प्रयोग गरी सरल गर :

(क)  $(+6) \times [(-18) + (30)]$  (ख)  $(-5) \times [(+24) - (-6)]$  (ग)  $(+7) \times [(-12) - (+6)]$

(घ)  $(+12) \times [(-30) + (+45)]$  (ड)  $(-16) \times [(-13) + (-5)]$

४. भागफल निकाल :

(क)  $(+30) \div (+6)$  (ख)  $(-25) \div (+5)$  (ग)  $(+48) \div (-6)$

(घ)  $(+95) \div (-19)$  (ड)  $(-100) \div (-20)$  (च)  $(+120) \div (20)$

५. दुई ओटा पूर्णाङ्कहरूका गुणन फल  $(+49)$  छ। एउटा पूर्णाङ्क  $(+7)$  भए अर्को पूर्णाङ्क पत्ता लगाउ ।

६. दुई ओटा पूर्णाङ्कहरूका गुणन फल  $(+60)$  छ। एउटा पूर्णाङ्क  $(+5)$  भए अर्को पूर्णाङ्क पत्ता लगाउ ।

७.  $(-5)$  लाई करिले गुणन गरे गुणन फल  $(+80)$  हुन्छ ?

८.  $(+72)$  लाई करिले भाग गरे भाग फल  $(+9)$  हुन्छ ?

९. गुणन फल  $(-225)$  बनाउन  $(15)$  लाई करि पटक गुणन गर्नुपर्छ ?

१०.  $(-96)$  लाई  $(-24)$  ले करि पटक भाग गर्न सकिन्छ ?

### 13.3 चार साधारण नियमको सरलीकरण (Simplification of Four Operations)

जोड, घटाउ, गुणन र भाग यी चार ओटा गणितका आधारभूत क्रियाहरू हुन्। यिनीहरूको कम मिलाएर सरल गर्नुपर्छ ।

सरलीकरण सम्बन्धी तलका नियमहरू याद गर :

- (क) जोड, घटाउ तथा गुणन मिश्रित समस्यामा पहिला गुणनको काम गर्नुपर्छ ।
- (ख) जोड, घटाउ तथा भाग क्रिया समावेश भएका समस्याको समाधान गर्दा सबैभन्दा पहिला भाग क्रिया गर्नुपर्छ ।
- (ग) गुणन र भाग समावेश भएका समस्यामा पहिला भाग क्रिया गर्ने वा वायाँबाट दायात्रिर सरल गर्दै जाँदा जुन चिह्न पहिला अगाडि आउँछ त्यही क्रिया पहिला गर्नुपर्छ ।

#### उदाहरण 1

सरल गर ।

$$\begin{aligned}
 & (+10) + (-5) + (+25) ÷ (-5) - (-6) \times (+8) \\
 & = (+10) + (-5) + (-5) - (-6) \times (+8) \\
 & = (+10) + (-5) + (-5) - (-48) \\
 & = (+5) + (-5) - (-48) \\
 & = 0 - (-48) \\
 & = (+48)
 \end{aligned}$$

#### उदाहरण 2

15 बाट 5 घटाई 4 ले गुन्दा कति हुन्छ ?

$$\begin{aligned}
 & \text{यहाँ दिइएको समस्यालाई गणितीय भाषामा व्यक्त गर्दा,} \\
 & (15-5) \times 4 \\
 & = 10 \times 4 \\
 & = 40 \\
 & \text{तसर्थ, आवश्यक सङ्ख्या} = 40 \text{ हुन्छ ।}
 \end{aligned}$$

#### अभ्यास 13.3

1. सरल गर :

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| (क) $20 ÷ 2 + 19$                           | (ख) $45 - 81 \times 5$             |
| (ग) $88 - 3 \times 20 ÷ 6$                  | (घ) $108 \times 3 - 55 ÷ 11 + 105$ |
| (ङ) $(-6) \times (-4) ÷ (+4) + (-3) - (-2)$ |                                    |

2. 55 बाट 3 को 6 गुणा घटाउँदा कति हुन्छ ?

3. 200 लाई 4 ले भाग गरी 33 जोड्दा कति हुन्छ ?

4. 25 को 2 गुणाको 10 भागबाट 2 घटाई 5 ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ?

5. 32 र 20 को फरकलाई 4 ले भाग गरी 15 जोड्दा कति हुन्छ ?

## 14.1 आनुपातिक र दशमलव संख्या (Rational and Decimal Number)

## 1. आनुपातिक संख्याहरू

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तल संख्याहरूका विभिन्न समूहहरू दिइएका छन् :

1. प्राकृतिक संख्याहरूको समूह (N) = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

2. पूर्ण संख्याहरूको समूह (W) = {0, 1, 2, 3, 4, ...}

3. पूर्णांकहरूको समूह (Z) = {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ...}

अब, कुनै दुई ओटा पूर्णांकहरू (-3) र (+4) लिऊँ। यिनीहरूबिच जोड, घटाउ, गुणन र भाग क्रिया गर्ने प्रयास गरौँ :

1. जोड क्रिया : (-3) र (+4) को योगफल  $(-3) + (+4) = +1$  हुन्छ। यहाँ +1 एउटा पूर्णांक हो।

2. घटाउ क्रिया : यहाँ (-3) र (+4) को घटाउ फल  $(-3) - (+4) = (-3) + (-4) = (-7)$  हुन्छ। यहाँ -7 पनि एउटा पूर्णांक हो।

3. गुणन क्रिया : (-3) र (+4) को गुणन फल  $(-3) \times (+4) = -12$  हुन्छ। यहाँ (-12) पनि एउटा पूर्णांक हो।

4. भाग क्रिया : (-3) र (+4) को भागफल  $(-3) \div (+4) = -\frac{3}{4}$  हुन्छ। यहाँ  $(-3) \div +4 = -\frac{3}{4}$  एउटा पूर्णांक होइन।

यसर्थ जोड, घटाउ र गुणनको क्रियाबाट प्राप्त हुने संख्या पूर्णांकमा पर्दछ भने भाग फल वा अनुपात पूर्णांकमा पर्दैन।

जस्तै :  $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}$  आदि पूर्णांक होइनन्। यिनीहरू  $\frac{a}{b}$  का रूपमा आउँछन्। त्यसैले यस्ता

संख्याहरू आनुपातिक संख्याहरू हुन्।

(ख) माथिको छलफलबाट आनुपातिक संख्याको परिभाषा लेख। आफ्नो लेखाइलाई कक्षामा छलफल गर। प्राप्त निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसंग तुलना गरेर हेर।

$a$  र  $b$  दुई ओटा पूर्णांकहरू हुन् र  $b \neq 0$  भए  $\frac{a}{b}$  का रूपमा व्यक्त गरिने संख्यालाई आनुपातिक संख्या (rational number) भनिन्छ र यसलाई  $Q$  ले जनाइन्छ।

अतः आनुपातिक संख्या ( $Q$ ) = { .....  $1, -\frac{1}{2}, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \dots$  .. }

त्यसैले, सबै पूर्णांकहरू आनुपातिक संख्यामा पर्ने भएकाले पूर्णांकको समूह आनुपातिक संख्याको उपसमूह हो। त्यसैले,  $Z \subset Q$  लेखन सकिन्छ।

## 2. दशमलव सङ्ख्याहरू

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तलको तालिका भर ।

क्र.सं.	अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या	अन्त्यहीन दशमलव सङ्ख्या	पुनरावृत्त दशमलव
1	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{7} = 0.285714285714$	$\frac{1}{3} = 0.3333\dots$
2.	$\frac{1}{4} = \dots$	$\frac{22}{7} = \dots$	$\frac{2}{3} = \dots$
3			
4.			

माथिको तालिकाका आधारमा थप 5/5 ओटा अन्त्य हुने, अन्त्यहीन र पुनरावृत्त हुने दशमलव सङ्ख्याहरू पत्ता लगाएर लेख ।

(ख) माथिको तालिकाका आधारमा के निष्कर्ष निकालन सक्छौ ? लेख । आफ्नो निष्कर्षलाई कक्षामा छलफल गर । प्राप्त निष्कर्षलाई तलको निष्कर्षसँग तुलना गरेर हेर ।

यसरी आनुपातिक सङ्ख्यालाई दशमलवमा व्यक्त गर्दा अन्त्य हुने, अन्त्यहीन र पुनरावृत्त हुने दशमलव सङ्ख्यामा व्यक्त गर्न सकिने रहेछ ।

माथि उदाहरणमा  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$  आदि अन्त्य हुने,  $\frac{2}{7}, \frac{22}{7}, \dots$  अन्त्यहीन र  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$  आदि पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्याहरू हुन् ।

### 3. दशमलव सङ्ख्याका प्रकार

माथिको उदाहरणका आधारमा दशमलव सङ्ख्याहरूका प्रकारलाई तल चर्चा गरिएको छ ।

(क) अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या (Terminating Decimal)

यदि आनुपातिक सङ्ख्याको हरले अंशलाई भाग गर्दा भागफलमा दशमलव पछाडिका सङ्ख्याहरू अन्त्य हुन्दै भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या भनिन्दै । जस्तै :  $\frac{1}{4} = 0.25$

(ख) अन्त्यहीन दशमलव सङ्ख्या (Non-terminating Decimal)

यदि आनुपातिक सङ्ख्याहरूको हरले अंशलाई भाग गर्दा भागफलमा दशमलव पछाडिका सङ्ख्याहरू कहिले पनि अन्त्य हुैनन् भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई अन्त्यहीन दशमलव सङ्ख्या भनिन्दै । जस्तै :  $\frac{2}{7} = 0.28571\dots$

### (ग) पुनरावृत दशमलव संख्या (Recurring Decimals)

यदि आनुपातिक संख्याहरूको हरले अंशलाई भाग गर्दा भागफलमा दशमलव पछाडिका संख्याहरूमा ऐसै संख्या दोहोराएर आइरहन्छन् भने त्यस्तो संख्यालाई पुनरावृत दशमलव संख्या भनिन्छ। जस्तै

$$\frac{2}{3} = 0.66666\dots$$

**नोट :**

- यदि आनुपातिक संख्याको हरमाँ 2 अथवा 5 वा रूढ गुणन खण्ड 2 र 5 हुन्छन् भने त्यो संख्या अन्त्य हुने दशमलव संख्या हुन्छ। जस्तै :  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{7}{10}, \frac{7}{25}, \frac{17}{30}, \dots$
- यदि आनुपातिक संख्याको हरमा 2 र 5 बाहेक अरू संख्या भएमा त्यस्ता दशमलव संख्या अन्त्यहीन वा पुनरावृत हुन्छन्। जस्तै :  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{2}{7}, \dots$

### 2. आनुपातिक संख्याका विशेषताहरू (Properties of Rational Numbers)

कक्षा 6 मा भिन्नको जोड, घटाउ, गुणन र भाग क्रियाका समस्याहरू समाधान गरिसकेका छौं। मानौ,  $a$ ,  $b$  र  $c$  कुनै आनुपातिक संख्याहरू हुन्।

आनुपातिक संख्याको जोड र गुणनका विशेषताहरू

तलका आनुपातिक संख्याहरूका विशेषताहरू अध्ययन गरी छलफल गर।

1. एकात्मक नियम (Identity Property) :  $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$  र  $\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

जोडको एकात्मक नियम	गुणनको एकात्मक नियम
$\frac{1}{2} + 0 = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 1 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
$\frac{2}{3} + 0 = 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} \times 1 = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$
$\frac{3}{7} + 0 = 0 + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$	$\frac{3}{7} \times 1 = 1 \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$
$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$
नियम : कुनै पनि आनुपातिक संख्यामा शून्य (०) जोड़दा आउने संख्या त्यही संख्या हुन्छ।	नियम : कुनै पनि आनुपातिक संख्यालाई एक (१) ले गुणन गर्दा त्यही नै संख्या आउँदछ।

## 2. विपरीत गुण (Inverse Property)

जोड़को विपरीत मुण	गुणनको विपरीत गुण
$-1 + 1 = 0$	$1 \times 1 = 1$
$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$	$2 \times \frac{1}{2} = 1$
$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
$-\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = 0$	$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$
नियम : कुनै पनि आनुपातिक सङ्ख्या $\frac{a}{b}$ मा $-\frac{a}{b}$ विद्यमान भई $\frac{a}{b} + (-\frac{a}{b}) = 0$ आउँछ भने यस्तो गुणनलाई जोड़को विपरीत गुण भनिन्छ ।	नियम : कुनै पनि आनुपातिक सङ्ख्या $\frac{a}{b}$ मा कुनै सङ्ख्या $\frac{b}{a}$ भई $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ आउँछ भने त्यस्तो गुणलाई गुणनको विपरीत गुण भनिन्छ ।

## 3. क्रम विनिमय गुण (Commutative Property)

जोड़को क्रम विनिमय गुण	गुणनको क्रम विनियम गुण
$2 + 3 = 3 + 2$	$2 \times 3 = 3 \times 2$
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$
$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} + \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$
नियम : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$ लाई जोड़को क्रम विनियम भनिन्छ ।	नियम : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$ लाई गुणनको क्रम विनिमय भनिन्छ ।

## 4. सङ्घीय नियम (Associative Property)

जोड़को सङ्घीय नियम	गुणनको सङ्घीय नियम
$2 + (5 + 7) = (2 + 5) + 7$	$2 \times (5 \times 7) = (2 \times 5) \times 7$
$\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{5}$	$\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5}$
$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$	$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f}$

$$\text{नियम : } \frac{a}{b} + \left( \frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \left( \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{e}{f}$$

लाई जोडको सद्विधीय नियम भनिन्छ ।

$$\text{नियम : } \frac{a}{b} \times \left( \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \right) = \left( \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{e}{f}$$

गुणनको सद्विधीय नियम भनिन्छ ।

### 5. निकटताको नियम (Closure Property)

जोडको निकटताको नियम	गुणनको निकटताको नियम
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ आनुपातिक सद्विधा हुन् । $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$ पनि आनुपातिक सद्विधा हो । $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ भए $\frac{e}{f}$ पनि आनुपातिक सद्विधा हो ।	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ आनुपातिक सद्विधा हुन् । $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$ पनि आनुपातिक सद्विधा हो ।
<b>नियम :</b> यदि $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ भए जोडफल $\frac{e}{f}$ पनि आनुपातिक सद्विधा हुन्छ ।	<b>नियम :</b> यदि $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ भए $\frac{e}{f}$ पनि आनुपातिक सद्विधा हुन्छ ।

#### अभ्यास 14.1

1. तलका प्रश्नको उत्तर लेख :

- (क) के सबै प्राकृतिक सद्विधा आनुपातिक सद्विधा हुन् ?
- (ख) के सबै पूर्ण सद्विधा आनुपातिक सद्विधा हुन् ?
- (ग) के सबै पूर्णांक आनुपातिक सद्विधा हुन् ?
- (घ) के शून्य (0) आनुपातिक सद्विधा हो ?
- (ङ) के सबै आनुपातिक सद्विधा पूर्णांक हुन् ?

2. तल दिइएका कुन कुन सद्विधाहरू अन्त्य हुने, अन्त्यहीन र पुनरावृत्त दशमलव सद्विधा हुन् छुट्ट्याऊ :

- |                     |                     |                     |                    |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| (क) $\frac{1}{2}$   | (ख) $\frac{3}{5}$   | (ग) $\frac{2}{7}$   | (घ) $\frac{15}{2}$ | (ङ) $\frac{17}{13}$ |
| (च) $\frac{55}{10}$ | (छ) $\frac{37}{20}$ | (ज) $\frac{25}{17}$ | (झ) $\frac{22}{7}$ | (ञ) $\frac{12}{25}$ |

3. तल दिइएका सद्विधाको जोडको विपरीत र गुणनको विपरीत सद्विधा पत्ता लगाऊ :

- |                   |                    |                    |                    |                     |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| (क) $\frac{2}{5}$ | (ख) $-\frac{5}{7}$ | (ग) $\frac{22}{7}$ | (घ) $\frac{12}{7}$ | (ङ) $-\frac{11}{8}$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|

4.  $\frac{1}{2}$  र  $\frac{3}{5}$  को बिचमा कुनै दुई ओटा आनुपातिक सद्विधा लेख ।

## एकाइ 15 अनानुपातिक संख्या (Irrational Number)

### अनानुपातिक संख्याको परिचय (Introduction of Irrational Number)

#### 1. अनानुपातिक संख्या

(क) तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

$$4 \text{ को वर्गमूल } = \sqrt{4} = 2 \text{ (आनुपातिक संख्या)}$$

$$9 \text{ को वर्गमूल } \sqrt{9} = 3 \text{ (आनुपातिक संख्या)}$$

$$\frac{9}{16} \text{ को वर्गमूल } = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \text{ (आनुपातिक संख्या)}$$

2 को वर्गमूल  $\sqrt{2} = 1.4421\dots$  यो आनुपातिक संख्या होइन, किने ?

अथवा  $\sqrt{2}$  लाई  $\frac{a}{b}$  को रूपमा व्यक्त गर्न सकिदैन।

(ख) माथिको छलफलका आधारमा अनानुपातिक संख्याको परिभाषा लेख।

$\frac{a}{b}$  को रूपमा व्यक्त गर्न नसकिने संख्यालाई अनानुपातिक संख्या भनिन्छ।

अर्थात्, अनानुपातिक संख्यामा नपर्ने संख्यालाई अनानुपातिक संख्या भनिन्छ।

जस्तै :  $\left\{ \dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{7}, \sqrt[3]{10}, \dots \right\}$  आदि अनानुपातिक संख्याहरू हुन्।

अनानुपातिक संख्यालाई  $\text{Irr}$  ले जनाइन्छ। त्यसैले  $\mathbb{Q} \cap \text{Irr} = \emptyset$  हुन्छ। अतः  $\mathbb{Q} \cap \text{Irr} = \emptyset$  हुन्छ।

#### अभ्यास 15.1

1. तल दिइएका संख्या अनुपातिक संख्या वा अनानुपातिक संख्या के हुन् ? छुट्याउ।

(क)  $\frac{3}{4}$       (ख)  $\sqrt{2}$       (ग)  $\sqrt{5}$       (घ)  $\frac{2}{5}$       (ङ)  $\frac{10}{20}$

(च)  $\frac{1}{3}$       (छ)  $\frac{25}{10}$       (ज)  $\frac{40}{50}$       (झ) 0.735

2. के सबै अनुपातिक संख्याहरू अनानुपातिक संख्या हुन् ?

3. के सबै पूर्णाङ्क अनानुपातिक संख्या हुन् ?

4. के आनुपातिक संख्या र अनानुपातिक संख्या अलगिगएका समूह हुन् ?

## 16.1 भिन्नका शाब्दिक समस्या (Word Problems on Fraction)

हामीले कक्षा 6 मा विद्यार्थीहरू, भिन्नका जोड र घटाउ, गुणन र सरलीकरणका बारेमा छलफल गारसकेका छौं। अब हामी भिन्नका शाब्दिक समस्याहरूका बारेमा छलफल गर्दै छौं।

तलका उदाहरण अध्ययन गरी आफूले पनि अभ्यास गर।

## उदाहरण 1

दीपकले प्रत्येक महिना ₹ 12,000 कमाउँछ। उसको आमदानीको तिन भागको एक भाग शिक्षामा खर्च गर्दै। त्यसै चार भागको एक भाग खानामा खर्च गर्दै। अब उसले जम्मा कति भाग खर्च गर्दै? जम्मा कति रकम खर्च गर्दै?

## समाधान

दीपकको शिक्षामा खर्च तिन भागको एक भाग र खानामा खर्च चार भागको एक भाग हुन्छ। अब जम्मा खर्च निकालदा दुवै खर्च जोड्नुपर्छ।

$$\text{जम्मा खर्च} = \text{शिक्षाको खर्च} + \text{खानाको खर्च} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4 \times 1 + 3 \times 1}{12}$$

$$= \frac{4 + 3}{12}$$

$$\frac{7}{12} \text{ भाग}$$

$$\text{अब, } 3 \text{ र } 4 \text{ हरमा भएका सङ्ख्याको ल.स.} = 12$$

अनि, प्रत्येक हरले ल.स. लाई भाग गरौं र भागफलले अंशलाई गुणन गरौं र सरल गरौं।

दीपकले जम्मा 12 भागको 7 भाग खर्च गरेको रहेछ। यसर्थ उसले आफ्नो आमदानीको  $\frac{7}{12}$  भाग खर्च गर्दै अब दीपकको जम्मा वास्तविक खर्च = ₹. 12,000 को  $\frac{7}{12} = ₹ 12,000 \times \frac{7}{12} = ₹ 7000$ । यसर्थ दीपकको जम्मा खर्च = ₹. 7000 हुन्छ।

## उदाहरण 2

एउटा कक्षाका 42 जना विद्यार्थीहरूमध्ये तिन भागको दुई भाग केटा र बाँकी केटी थिए भने केटी कति जना रहेछन्? पत्ता लगाऊ।

## समाधान

## तरिका 1

यहाँ, केटाको सङ्ख्या = जम्मा विद्यार्थीको  $\frac{2}{3}$  भाग छ, त्यसैले केटाको वास्तविक सङ्ख्या = 42 जनाको  $\frac{2}{3}$  भाग  
 $= 42 \text{ जना} \times \frac{2}{3} = 28 \text{ जना}$ ।

यसर्थ जम्मा केटा 28 जना रहेछन्।

अब, केटीको सङ्ख्या = जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या - केटाको सङ्ख्या = (42-28) जना = 14 जना

तसर्थ, केटी 14 जना रहेछन्।

### तरिका 2

यहाँ केटाको सङ्ख्या = जम्मा विद्यार्थीको  $\frac{2}{3}$  भाग छ। सो कक्षामा केटा र केटीको सङ्ख्याको योगफल बराबर पुरा विद्यार्थी सङ्ख्या हुन्छ। वा 1 भाग हुन्छ। त्यसैले, केटीको सङ्ख्या =  $1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$  भाग

अब, केटीको सङ्ख्या = 42 जनाको  $\frac{1}{3}$  भाग =  $42 \times \frac{1}{3} = 14$  जना

### उदाहरण 3

आइतेलाई उसको बुवाले रु. 6,000 दिनुभयो। उसले तिन भागमा एक भागको किताब किन्यो। चार भागमा एक भागको कपडा किन्यो। पाँच भागमा एक भागको यात्रा गरी खर्च गयो भने कति रकम बचत गरेछ?

अथवा

आइतेलाई उसको बुवाले रु. 6,000 दिनुभयो। उसले  $\frac{1}{3}$  भागको किताब किन्यो।  $\frac{1}{4}$  भागको कपडा किन्यो।  $\frac{1}{5}$  भागको यात्रा गरी खर्च गयो भने कति रुपियाँ बचत गरेछ?

### समाधान

यहाँ, आइतेसँग भएको जम्मा रुपियाँ = रु. 6,000

किताब किन्न खर्च =  $\frac{1}{3}$  भाग, कपडा किन्न खर्च =  $\frac{1}{4}$  भाग र यात्रा गरेर खर्च =  $\frac{1}{5}$  भाग

जम्मा खर्च =  $(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5})$  भाग =  $\frac{20+15+12}{60}$  भाग =  $\frac{47}{60}$  भाग

उसको बचत =  $1 - \frac{47}{60}$  भाग =  $\frac{60-47}{60}$  भाग =  $\frac{13}{60}$  भाग

आइतेको बचत रुपियाँ = रु. 6000 को  $\frac{13}{60}$  भाग = रु.  $6000 \times \frac{13}{60}$  = रु. 1300

तसर्थ आइतेले जम्मा रु. 1300 बचाएछ।

### उदाहरण 4

सञ्जु, अञ्जु र सन्दीपले जन्मदिनको अवसरमा एउटा केक किनेछन्। सञ्जुले  $\frac{1}{2}$  भाग, अञ्जुले  $\frac{1}{3}$  भाग

र सन्दीपले  $\frac{1}{6}$  भाग खाएछन्। सबैभन्दा धेरै केक कसले खाएछ?

समाधान : यहाँ दिइएनुसार, सञ्जुले खाएको  $\frac{1}{2}$  भाग, अञ्जुले खाएको  $\frac{1}{3}$  भाग र सन्दीपले खाएको  $\frac{1}{6}$  भाग छ।

अब तिनै जनाको भिन्नको हरमा भएका अड्कको ल.स. निकालौँ । ल.स. = 6

अब सबै भिन्नको हर 6 बनाउँ :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

अब अंशमा सबैभन्दा ठुलो 3 भएकोले  $\frac{1}{2}$  भाग खाने सञ्जुले सबभन्दा धेरै केक खाइन्छन् ।

### अन्यास 16.1

- जाडो महिनाको एक दिन कक्षा 7 का जम्मा 70 जना विद्यार्थीमध्ये तिन भागको एक भाग मात्र उपस्थित भएछन् भने कति भाग अनुपस्थित भएछन् ? पत्ता लगाऊ ।
- प्रगति शिक्षा सदनमा कक्षा 7 मा जम्मा 42 जना विद्यार्थी थिए । 24 जना केटा थिए भने केटा कति भाग थिए ? केटी कति भाग थिए ? पत्ता लगाऊ ।
- सुजनको मासिक आन्दाजी रु. 9,000 छ । उसले  $\frac{1}{5}$  भाग खाजामा खर्च गर्दै ।  $\frac{3}{10}$  भाग कपडामा खर्च गर्दै ।  $\frac{2}{5}$  भाग यातायातमा खर्च गर्दै । कति भाग बचत गर्दै र कति रुपियाँ बचत गर्दै ? पत्ता लगाऊ ।
- बुटवल औद्योगिक मेलामा कमलाले आफूसँग भएको रुपियाँको  $\frac{1}{5}$  भाग मनोरञ्जनमा खर्च गरिन् ।  $\frac{1}{2}$  भाग खानाको लागि खर्च गरिन् ।  $\frac{3}{10}$  भाग लत्ता कपडामा खर्च गरिन् । सबैभन्दा धेरै कुन शीर्षकमा खर्च गरेकी रहिन्छन् ? पत्ता लगाऊ ।
- कुनै सदृख्याको  $\frac{3}{5}$  भाग 90 हुन्छ भने सो सदृख्या पत्ता लगाऊ ।
- कुनै रुपियाँको  $\frac{4}{5}$  भाग रु. 600 हुन्छ भने  $\frac{3}{4}$  भाग बराबर कति हुन्छ ? पत्ता लगाऊ ।
- राष्ट्रिय वाणिज्य बैड्कमो सुन्दरप्रसादले 10 प्रतिशत प्रति वर्षका दरले एक वर्षको व्याज बुझाउँदा रु. 30000 तिर्नुपर्यो । उसले जम्मा कति रकम ऋण लिएको रहेछ ?
- एउटा पानी ट्याइड्कीको  $\frac{1}{5}$  भाग भर्दा 700 लिटर पानी जम्मा भएछ भने ट्याइड्कीको क्षमता कति रहेछ ? पत्ता लगाऊ ।
- प्रकृतिकी आमाले उनलाई दिनहुँ एउटा बट्टाको  $\frac{3}{10}$  भाग हर्लिक्स खुवाउनुहुन्छ । 30 बट्टा हर्लिक्सले उनलाई जम्मा कति दिनलाई पुरला ? पत्ता लगाऊ ।

## 16.2 दशमलवको सरलीकरण र शाब्दिक समस्याहरू (Simplification and Word Problems on Decimal)

### उदाहरण 1

सरल गर :  $5.24 + 3.01 - 1.92 - 5.67$

समाधान

$$\begin{aligned} & 5.24 + 3.01 - 1.92 - 5.67 \\ & = 8.25 - 7.59 \\ & = 0.66 \end{aligned}$$

(1) जोड चिह्न, जोड चिह्न र घटाउ चिह्न, घटाउ चिह्न मिलाएर एक ठाउँमा राख्ने ।

चरण 1	चरण 2
(2)    5.24              1.92	8.25
+ 3.01              + 5.67	- 7.59
<hr/> 8.25	<hr/> 7.59
	0.66

### उदाहरण 2 सरल गर :

समाधान

$$\begin{aligned} & (64.32 - 40.64) \times 2.22 \\ & = (64.32 - 40.64) \times 2.22 \\ & = 23.68 \times 2.22 \\ & = 52.5696 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 23.68 \\ \times 2.22 \\ \hline 4736 \\ 4736 \\ \hline 52.5606 \end{array}$$

### उदाहरण 3

आयतकार रुमालको लम्बाइ  $5.2\text{ cm}$  र चौडाइ  $4.8\text{ cm}$  रहेछ भने रुमालको परिमिति निकाल ।

समाधान

आयतकार रुमालको परिमिति  $2(l+b)$  हुन्छ ।

अब, लम्बाइ ( $l$ ) =  $5.2\text{ cm}$  र चौडाइ ( $b$ ) =  $4.8\text{ cm}$  छ ।

त्यसैले रुमालको परिमिति : =  $2(l+b)$

$$\begin{aligned} & = 2(5.2\text{cm} + 4.8\text{cm}) \\ & = 20\text{cm} \end{aligned}$$

### उदाहरण 4

एउटा  $0.45\text{ m}$  अर्धव्यास भएको साइकलको पाड्ग्राले  $100$  चक्कर लगाउँदा कृति दुरी पार गर्दछ ?

पत्ता लगाऊ । ( $\pi = 3.14$ )

समाधान

यहाँ साइकलको पाड्ग्राले एक चक्कर लगाउनु भनेको परिधि निकाल्नु हो । त्यसैले, पाड्ग्रालको एक चक्कर  
 $= 2\pi r$   
 $= 2\pi \times 0.45\text{m}$   
 $= 2 \times 3.14 \times 0.45\text{m}$

$$= 6.28 \times 0.45 \text{ m}$$

$$= 2.826 \text{ m}$$

पाढ्याले एक चक्कर लगाउँदा  $2.826 \text{ m}$  दुरी पार गर्दै।  $100$  चक्कर लगाउँदा  $= 100 \times 2.826 \text{ m}$

$= 282.6 \text{ m}$  दुरी पार गर्दै।

### अभ्यास 16.2

1. सरल गर :

$$(क) (7.87 - 12.09) \times (-3.44)$$

$$(ख) (1.44 + 1.2) + 6.2$$

$$(ग) \{(6.48 \div 2.7) \times 0.05 + 8.32\} - 4.009$$

$$(घ) 2(12.75 - 6.28) \times 2(5.13 - 4.73) + 6.63$$

$$(ङ) 5.7 - 4.37 + (1.07 + 0.68) \times 0.21$$

$$(च) 64.27 + 1.1 + 14.24 + 6.37 - 44.44$$

$$(झ) \frac{0.44 + 5.76 + 3.24}{2.44 + 6.32 - 3.32}$$

$$(ज) \frac{5.8 \times 5.8 - 4.2 \times 4.2}{5.8 - 4.2}$$

$$(झ) \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) \times 6.25 - 15.39 + 61.09$$

2. त्रिभुजको क्षेत्रफल  $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ हुन्छ}$ । यदि एउटा त्रिभुजको आधार  $25.75 \text{ cm}$  र उचाइ  $30.15 \text{ cm}$  भए क्षेत्रफल पत्ता लगाउ ।

3. एउटा आयताकार बगैंचा  $22.65 \text{ m}$  लामो र  $15.65 \text{ m}$  चौडा छ । सो बगैंचाको परिमिति पत्ता लगाऊ ।

4. एउटा मोटरसाइकलको पाढ्याको परिधि  $3.45 \text{ m}$  छ ।  $80$  चक्कर लगाउँदा पाढ्याले जम्मा कर्ति दुरी पार गर्दै ।

5. वर्गाकार टेबुलको परिमिति  $242 \text{ मिटर}$  छ । टेबुलको लम्बाइ पत्ता लगाऊ ।

6. आयताकार जग्गाको क्षेत्रफल  $215.66 \text{ m}^2$  छ । यदि सो जग्गा  $67.35 \text{ m}$  लामो भए कर्ति फराकिलो होला ?

7. एउटा भोजमा  $12.5 \text{ cm}$  व्यास भएको वृत्ताकार थालको प्रयोग गरिएको थियो । यदि एउटा थालसँग अर्को थाल जोडी लहरै मिलाएर राख्दा  $9.375 \text{ m}$  दुरी ढाकिएछ । त्यो भोजमा जम्मा कर्ति थाल प्रयोग गरिएको थियो ? पत्ता लगाऊ ।

## अनुपात, समानुपात र प्रतिशत (Ratio, Proportion and Percent)

### 17.1 प्रतिशतका सरल समस्याहरू (Simple Problems on Percentage)

प्रतिशत भनेको प्रति सयमा हिसाब गर्नु हो ।

अतः हरमा 100 भएको भिन्न नै प्रतिशत हो ।

जस्तै : 20% भनेको 100 मा 20 अर्थात्  $\frac{20}{100}$  हुन्छ ।

75% भनेको 100 मा 75 अर्थात्  $\frac{75}{100}$  हुन्छ ।

$$\text{त्यस्तै, } \frac{12}{100} = \frac{12}{100} \times 100\% = 12\%$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$

भिन्नलाई प्रतिशतमा बदल्दा 100 ले गुणन गरी % चिह्न राख्नुपर्छ । प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा 100 ले भाग गरी % लाई हटाउनुपर्छ ।

#### उदाहरण 1

रु. 150 को 20% कति हुन्छ ?

**समाधान**

यहाँ रु. 150 को 20%

$$\text{रु. } 150 \times \frac{20}{100} (\% \text{ लाई भिन्नमा बदल्दा } 100 \text{ ले भाग गरेको})$$

$$= \text{रु. } 30$$

अतः रु. 150 को 20% भनेको रु. 30 हुन्छ ।

#### उदाहरण 2

20 को 15 कति % हुन्छ ?

**समाधान**

यहाँ 20 भागमध्ये 15 भाग छ । त्यसैले प्रतिशतमा व्यक्त गर्दा  $\frac{15}{20} \times 100\%$  हुन्छ ।

20 को 15 लाई भिन्नमा लेख्दा  $\frac{15}{20}$  हुन्छ ।

$$\frac{15}{20} \text{ लाई } \% \text{ मा बदल्दा } = \frac{15}{20} \times 100\% = 75\%$$

अतः 20 को 15 भनेको 75% हुन्छ ।

अकों तरिका,

आवश्यक प्रतिशतलाई  $x\%$  मान्दा

$$20 \text{ को } x\% = 15$$

$$\text{अथवा, } 20 \times \frac{x}{100} = 15$$

$$\text{अथवा, } \frac{x}{5} = 15$$

$$\text{अथवा, } x = 15 \times 5$$

$$\therefore x = 75\%$$

त्यसैले, 20 को 75 % = 15 हुन्छ ।

### उदाहरण 3

कति रुपियाँको 25% ले रु 350 हुन्छ ?

समाधान

यहाँ, आवश्यक रुपियाँलाई  $x$  मानौँ ।

$$x \text{ को } 25\% = \text{रु. } 350$$

$$\text{अथवा, } x \times \frac{25}{100} = \text{रु. } 350$$

$$\text{अथवा, } \frac{x}{4} = \text{रु. } 350$$

$$\text{अथवा, } x = 4 \times \text{रु. } 350$$

$$x = \text{रु. } 1400$$

अतः रु. 1400 रुपियाँको 25% ले रु. 350 हुने रहेछ ।

### उदाहरण 4

पुनमले 20 पूर्णाङ्गिकको परीक्षामा 16 अड्क प्राप्त गरिन् भने उनले कति % प्राप्त गरिछन् ?

समाधान

माथिको समस्यालाई गणितीय भाषामा लेख्दा,  $\frac{16}{20}$  हुन्छ ।

$$\frac{16}{20} \text{ लाई } \% \text{ मा बदल्दा } \frac{16}{20} \times 100\% = 80\% \text{ हुन्छ ।}$$

अतः पुनमले 80% अड्क प्राप्त गरिछन् ।

## उदाहरण 5

प्रह्लादले आफूसँग भएको रु. 2000 मध्ये 22% खर्च गरेछन् भने कति बचाएछन् ?

समाधान

यहाँ, प्रह्लादले गरेको खर्च रुपियाँ रु. 2000 को  $22\% = \text{रु. } 2,000 \times \frac{22}{100} = \text{रु. } 440$

अब, प्रह्लादको बचत रुपियाँ = जम्मा आमदानी - खर्च = रु. 2000 - रु. 440 = रु. 1560

अर्को तरिका,

प्रह्लादको बचत % =  $100\% - 22\% = 78\%$

प्रह्लादको बचत रुपियाँ = रु 2000 को  $78\% = \text{रु. } 2,000 \times \frac{78}{100} = \text{रु. } 1560$

## अभ्यास 17.1

1. मान पत्ता लगाऊ :

- (क) रु. 50 को 4%      (ख) 99 को 15%      (ग) 560kg को 80%  
(घ) 875 ltr. को 60%      (ड) 1560 विद्यार्थीको 75%

2. प्रतिशतमा बदल :

- (क) 120 को 40      (ख) 246 को 123      (ग) 30 जनामा 18 जना  
(घ) 25km मा 5km      (ड) रु. 650 मा रु. 32.5

3. जाडो महिनाको कुनै दिन 40 जना विद्यार्थी मध्ये 24 जना मात्र उपस्थित भएछन् ।

- (क) कति प्रतिशत उपस्थित भएछन् ?      (ख) कति प्रतिशत अनुपस्थित भएछन् ?

4. एउटा कार्यालयमा पुरुष कामदार 32 जना र महिला कामदार 18 जना रहेछन् ।

- (क) पुरुष कामदार कति प्रतिशत रहेछन् ?      (ख) महिला कामदार कति प्रतिशत रहेछन् ?

5. कक्षा 6 को अन्तिम परीक्षामा सुमनले 750 पूर्णाङ्कमा 90% अड्क प्राप्त गरेका रहेछन् । उनले कति अड्क प्राप्त गरेछन् ?

6. दिपकको 1 महिनाको आमदानी रु. 12750 मध्ये 20% खर्च गरेछन् भने कति रकम बचाएछन् ?

7. सुदेशको तलब रु. 1200 बाट बढेर रु. 1500 पुगेछ । सुदेशको तलब कति प्रतिशतले बढेछ ?

8. निर्मलको मासिक आमदानी रु. 14760 छ । उनले 20% शिक्षामा, 10% यातायातमा र 25% घर भाडामा खर्च गर्दछन् । जम्मा कति रुपियाँ बचत गर्दछन् ?

9. एक जना विद्यार्थी 250 पूर्णाङ्कमा 90 अड्क प्राप्त गरी 10 अड्कले फेल भएछ । उसलाई पास हुन कति प्रतिशत अड्क आवश्यक पर्दै ?

10. सुन्तलीको तलब 10% वृद्धि भएपछि रु. 22000 भएछ भने सुरुमा कति तलब रहेछ ?

## 17.2 अनुपात र समानुपातका सरल समस्याहरू

### (Simple Problems on Ratio and Proportion)

#### 1. अनुपात (Ratio)

के अनुपातको परिभाषा भन्न सक्छौ ?

12 र 15 को अनुपात लेख्ने प्रयास गर,

$$\text{हो, } 12 \text{ र } 15 \text{ को अनुपात } \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 4:5 \text{ हुन्छ।}$$

दुई ओटा उस्ताउस्तै परिमाणहरू a र b को अनुपात  $\frac{a}{b}$  वा a:b हुन्छ। जहाँ a र b लाई क्रमशः a पहिलो पद अंश (antecedent) र b लाई दोस्रो पद हर (consequent) भनिन्छ।

$$16 \text{ र } 20 \text{ को अनुपात } \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 4:5 \text{ हुन्छ।}$$

$$20 \text{ र } 25 \text{ को अनुपात } \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 4:5 \text{ हुन्छ।}$$

$$\frac{12}{15}, \frac{16}{20} \text{ र } \frac{20}{25} \text{ को अनुपात एउटै भएकाले } \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} \dots\dots \text{ आदि समतुल्य भिन्नहरू हुन्।}$$

#### उदाहरण 1

18 लिटर दुधमा 15 लिटर शुद्ध दूध र बाँकी पानी मिसाइएको रहेछ भन्ने

(क) पानी र दुधको अनुपात कति होला ? (ख) पानी र शुद्ध दूधको अनुपात कति होला ?

#### समाधान

18 लिटर दुधमा 15 लिटर शुद्ध दूध छ।

पानीको मात्रा = 18 लिटर - 15 लिटर = 3 लिटर

(क) पानी र दुधको अनुपात

$$= \frac{3 \text{ लिटर}}{18 \text{ लिटर}} = \frac{1}{6} = 1 : 6$$

(ख) पानी र शुद्ध दूधको अनुपात

$$= \frac{3 \text{ लिटर}}{15 \text{ लिटर}} = \frac{1}{5} = 1 : 5$$

### उदाहरण 2

सुजन र सिफललाई आमाले 90 रुपियाँ 2:3 को अनुपातमा बांडेर लिन भन्नुभयो भने प्रत्येकले कति कति रुपियाँ पाएछन् ?

#### समाधान

यहाँ, 90 रुपियाँलाई लगाउनुपर्ने भाग =  $2 + 3 = 5$  भाग

मानौं, सुजनले प्राप्त गर्ने रुपियाँ =  $2x$  सिफलले प्राप्त गर्ने रुपियाँ =  $3x$

$$\text{अब, } 2x + 3x = \text{रु. } 90$$

$$\text{अथवा, } 5x = \text{रु. } 90$$

$$\text{अथवा, } x = \text{रु. } \frac{90}{5}$$

$$\therefore x = \text{रु. } 18$$

अब, सुजनले पाएको रकम

$$= 2x = 2 \times \text{रु. } 18 = \text{रु. } 36 \text{ हुँच्छ।}$$

सिफलले पाएको रकम

$$= 3x = 3 \times \text{रु. } 18 = \text{रु. } 54$$

अर्को तरिका,

सुजनले प्राप्त गर्ने रकम

$$= \text{रु. } 90 \text{ को } \frac{2}{5} \text{ भाग}$$

$$= \text{रु. } 90 \times \frac{2}{5} = \text{रु. } 36$$

सिफलले प्राप्त गरेको रकम = रु. 90 को  $\frac{3}{5}$  भाग

$$= \text{रु. } 90 \times \frac{3}{5} = \text{रु. } 54$$

### उदाहरण 3

मीना र पेम्बाको मासिक आमदानीको अनुपात 3:4 छ। यदि पेम्बाको मासिक आमदानी रु. 2,400 भए मीनाको मासिक आमदानी कति होला ?

#### समाधान

यहाँ, मीनाको मासिक आमदानी रु.  $x$  मानौं।

मीनाको मासिक आमदानी र पेम्बाको मासिक आमदानीको अनुपात = 3:4

$$\text{अथवा, } \text{रु. } \frac{x}{2400} = \frac{3}{4}$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{3}{4} \times 2400 = (3 \times 600) = 1800$$

$$\therefore x = \text{रु. } 1800$$

त्यसैले मीनाको मासिक आमदानी रु. 1800 रहेछ।

## 2. समानुपात (Proportion)

दीपेन्द्रले गणितको 30 पूर्णाङ्कको परीक्षामा 25 अड्क प्राप्त गरेछन् । त्यस्तै गरी विज्ञानको 24 पूर्णाङ्कको परीक्षामा 20 अड्क प्राप्त गरेछन् ।

$$\text{अब, दीपेन्द्रले गणितमा प्राप्त गरेको अड्कको अनुपात} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\text{दीपेन्द्रले विज्ञानमा प्राप्त गरेको अड्कको अनुपात} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\text{अतः } \frac{25}{30} = \frac{20}{24} \text{ हुन्छ ।}$$

दुई ओटा अनुपातहरू बराबर भएकाले यी अनुपातलाई समानुपात भनिन्छ । अब, 25 लाई पहिलो पद, 30 लाई दोस्रो पद, 20 लाई तेस्रो पद र 24 लाई चौथो पद भनिन्छ ।

चार ओटा उस्तै प्रकारका परिमाण वा सङ्ख्याहरू  $a, b, c$  र  $d$  को अनुपातमा  $a$  र  $b$  को अनुपात  $c$  र  $d$  को अनुपातसँग बराबर भएको अवस्थालाई समानुपात (proportion) भनिन्छ ।

$$\text{यसलाई } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ वा } a:b::c:d \text{ लेखिन्छ ।}$$

$$\text{वा, } a \times d = b \times c \text{ हुन्छ ।}$$

### उदाहरण 4

के 3, 4, 9 र 12 समानुपातमा छन् ?

#### समाधान

यहाँ, 3, 4, 9 र 12 लाई समानुपातको रूपमा लेख्दा,

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\text{अथवा, } 3 \times 12 = 4 \times 9.$$

$$\text{अथवा, } 36 = 36$$

द्वैतिर बराबर भएकाले 3, 4, 9 र 12 समानुपातमा छन् ।

### उदाहरण 5

4, 7, 20 र  $x$  समानुपातमा भए चौथो पद  $x$  को मान पत्ता लगाऊ ।

समाधान : यहाँ, 4, 7, 20 र  $x$  समानुपातमा भएकाले,

$$\text{यदि पहिलो, दोस्रो, तेस्रो र चौथो पद क्रमशः } \frac{4}{7} = \frac{20}{x} \text{ हुन्छ ।}$$

अथवा,  $4 \times x = 7 \times 20$

$$\text{अथवा, } x = \frac{7 \times 20}{4}$$

$$\therefore x = 35$$

अतः चौथो पद  $x = 35$  हुन्छ ।

### उदाहरण 6

10 ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 30 पर्द्ध भने कति ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 9 पर्द्ध ?

समाधान : यहाँ, आवश्यक सिसाकलम =  $x$  मात्राई

समानुपातको रूपमा लेख्दा,

$$\frac{10}{30} = \frac{x}{9}$$

अथवा,  $10 \times 9 = 30 \times x$

$$\text{अथवा, } \frac{10 \times 9}{30} = x$$

$$\text{अथवा, } x = 3$$

अतः आवश्यक सिसाकलमको सङ्ख्या = 3

### अभ्यास 17.2

- तलका प्रत्यक्को अनुपात लेख र लघुत्तम पदमा रूपान्तरण गरे  
(क) 10cm र 2m    (ख) रु. 18 र रु. 24    (ग) 540g र 2kg  
(घ) 8 घण्टा र 2 दिन    (ड) 250ml र 11
- 36 लिटर दुधको मिश्रणमा 30 लिटर शुद्ध दुध र वाँकी पानी मिसिएको छ भने पानी र दुधको मिश्रणको अनुपात निकाल ।
- रु. 250 लाई राम र सीताले क्रमशः 2:3 को अनुपातमा बाँड्दा प्रत्येक व्यक्तिले कति कति रुपियाँ प्राप्त गर्दछन् होला ?
- दुई ओटा सङ्ख्याहरूको अनुपात 5:6 छ । पहिलो सङ्ख्या 90 भए दोस्रो सङ्ख्या पता लगाऊ ।
- शोभा र किरणको मासिक आमदानीको अनुपात 5:9 छ । यदि किरणको मासिक आमदानी रु. 18,000 भए शोभाको मासिक आमदानी कति होला ?

6. तल दिइएका चार ओटा पदहरू समानुपातमा भए  $x$  को मान निकाल :  
(क)  $2, 4, 6, x$       (ख)  $6, 10, x, 5$       (ग)  $18, x, 30, 45$   
(घ)  $50, 150, x, 15$       (ड)  $x, 40, 30, 20$
7. आदर्श उ.मा.वि.मा शिक्षक र महिला शिक्षकको सङ्ख्याको अनुपात  $3:4$  छ । यदि शिक्षकको सङ्ख्या 12 भए महिला शिक्षकको सङ्ख्या प्रत्ता लगाऊ ।
8. 7 ओटा क्याल्कुलेटरको मूल्य रु. 1750 पर्द्ध भने 12 ओटा क्याल्कुलेटरको मूल्य कति पर्ला ?
9. एउटा बस  $160\text{ km}$  यात्रा गर्न 4 घण्टा लगाउँछ भने 6 घण्टामा कति यात्रा पार गर्दै होला ?
10. आदर्श उ.मा.वि.को छात्रावासमा 600 जना विद्यार्थीका लागि 45 दिनको खाना छ । 450 जना विद्यार्थीका लागि सो खाना कति दिनलाई पुग्ला ?

## नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)

### 18.1 प्रतिशतसहितका नाफा र नोक्सानका समस्याहरू

हामीले कक्षा 6 मा प्रतिशत समावेश नभएका नाफा र नोक्सानका समस्याका बारेमा छलफल गरिसकेका छौं। अब हामी प्रतिशतसहितका नाफा र नोक्सानका समस्यामा छलफल गर्ने छौं।

तलको प्रश्नमा आधारित प्रस्तुतिको अध्ययन गरी छलफल गर :

एक जना घडी व्यापारीले 10 ओटा घडी प्रत्येकलाई रु. 75 का दरले किन्यो र रु. 80 का दरले सबै घडी बेच्यो। उसलाई नाफा वा नोक्सान के भयो होला?

यहाँ, एउटा घडीको क्रय मूल्य (C.P.) = रु. 75

$$10 \text{ ओटा घडीको क्रय मूल्य} (C.P.) = \text{रु. } 75 \times 10 = \text{रु. } 750$$

एउटा घडीको विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 80

$$10 \text{ ओटा घडीको विक्रय मूल्य} (S.P.) = \text{रु. } 80 \times 10 = \text{रु. } 800$$

यहाँ, क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य धेरै भएकाले उक्त घडी व्यापारीलाई नाफा हुन्छ।

अब, सूत्रानुसार, नाफा = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य = रु. 800 - रु. 750 = रु. 50

अतः सो व्यापारीलाई जम्मा रु. 50 नाफा भएछ।

माथिको छलफलबाट नाफा र नोक्सानको सूत्र पत्ता लगाई लेख। तलको सूत्रहरूसँग तुलना गरी हेर।

1. विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य भएमा नाफा हुन्छ।

$$\text{नाफा} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

2. क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य भएमा नोक्सान हुन्छ।

$$\text{नोक्सान} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

उक्त घडी व्यापारीलाई कति प्रतिशत नाफा भयो होला?

व्यापारीलाई प्राप्त नाफा = रु. 50

उसको सबै घडीको क्रय मूल्य = रु. 750

उसले रु. 750 मा रु. 50 नाफा गच्यो। यस भनाइलाई प्रतिशतमा बदल्दा,

नाफालाई भिन्नमा लेखा  $\frac{50}{750} \times 100\%$  हुन्छ।

नाफालाई प्रतिशतमा बदल्दा  $\frac{50}{750} \times 100\%$

$$\text{जम्मा नाफा प्रतिशत} = \frac{50}{750} \times 100\% = \frac{20}{3}\% = 6\frac{2}{3}\%$$

अर्थात्, रु. 750 को रु. 50 भनेको  $6\frac{2}{3}\%$  हुन्छ।

माथिको छलफल र प्रस्तुतिका आधारमा नाफा र नोक्सान प्रतिशत तलको सूत्रहरूबाट पत्ता लगाइन्छ :

$$1. \text{ नाफा \%} = \frac{\text{वास्तविक नाफा}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100\%$$

$$2. \text{ नोक्सान \%} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100\%$$

### उदाहरण 1

यदि कुनै घडीको क्रय मूल्य = रु. 500, नाफा % = 5% भए विक्रय मूल्य पत्ता लगाऊ।

समाधान

यहाँ, उक्त घडीको क्रय मूल्य रु. 500 मा नाफा 5% निकालेर जोड्नु नै विक्रय मूल्य हुन्छ।

$$\text{अब, वास्तविक नाफा} = \text{रु. } 500 \text{ को } 5\% = \text{रु. } 500 \times \frac{5}{100} = \text{रु. } 25$$

$$\text{सूत्रानुसार क्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} + \text{नाफा} = \text{रु. } 500 + \text{रु. } 25 = \text{रु. } 525$$

$$\text{त्यसैले उक्त घडीको विक्रय मूल्य} = \text{रु. } 525$$

### उदाहरण 2

राजुले एउटा टेलिभिजन रु. 13,500 मा किनेर रु. 12,195 मा बेच्दा उसलाई कति प्रतिशत नोक्सान हुन्छ?

समाधान

यहाँ दिइएनुसार एउटा टेलिभिजनको क्रय मूल्य = रु. 13,550 र टेलिभिजनको विक्रय मूल्य = रु. 12,195

$$\text{सूत्रानुसार जम्मा नोक्सान} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} = \text{रु. } 13,550 - \text{रु. } 12,195 = \text{रु. } 1,355$$

अब,

$$\text{नोक्सान \%} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100\%$$

$$= \frac{\text{रु. } 1355}{\text{रु. } 13,550} \times 100\% = 10\%$$

तसर्थ, राजुलाई उक्त टेलिभिजनमा जम्मा 10% नोक्सान हुन्छ।

### उदाहरण 3

मोबाइल पसलेले एउटा मोबाइल रु. 3750 मा वेचेर 25% नाफा गरेछ भने

(क) क्रय मूल्य कति रहेछ ?

(ख) 30% नाफा गर्न कतिमा बेच्नुपर्यो ?

समाधान : यहाँ, मोबाइलको विक्रय मूल्य = रु. 3750 र मोबाइलमा नाफा % = 25% छ।

(क) मोबाइलको क्रय मूल्य =  $x$  (मानाई)

अब, सूत्रानुसार विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + नाफा हुन्छ।

त्यसैले, रु. 3750 =  $x + x$  को 25 %

$$\text{अथवा, } \text{रु. } 3750 = x + x \times \frac{25}{100}$$

$$\text{अथवा, } \text{रु. } 3750 = x + \frac{x}{4}$$

$$\text{अथवा, } \text{रु. } 3750 = \frac{4x + x}{4}$$

$$\text{अथवा, } \text{रु. } 3750 \times 4 = 5x$$

$$\text{अथवा, } \text{रु. } x = \frac{3750 \times 4}{5}$$

$$\text{अथवा, } \text{रु. } x = 3000$$

अतः उक्त मोबाइल रु. 3000 मा किनेको रहेछ।

(ख) 30% नाफा गर्नका लागि बेच्नुपर्ने मूल्य (विक्रय मूल्य) निकाल्दा,

सूत्रानुसार, विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + नाफा

$$= \text{रु. } 3000 + \text{रु. } 3000 \text{ को } 30\%$$

$$= \text{रु. } 3000 + \text{रु. } 3000 \times \frac{30}{100}$$

$$= \text{रु. } 3000 + \text{रु. } 900$$

$$= \text{रु. } 3900$$

अतः 30% नाफा गर्न सो मोबाइल रु. 3900 मा बेच्नुपर्दछ।

## अभ्यास 18.1

1. तल दिइएको अवस्थाहरूमा नाफा वा नोक्सान प्रतिशत के हुन्छ ? पत्ता लगाऊ :

क्र.सं.	क्रय मूल्य (रु.)	विक्रय मूल्य (रु.)
(क)	300	330
(ख)	550	495
(ग)	640	832
(घ)	720	540
(ङ)	1200	1500

- एउटा व्यापारीले एउटा दराज रु. 3950 मा किनेर 10% नाफा गरी बेच्दा दराज कति मूल्यमा विक्री गर्नुपर्छ ।
- एउटा फलफुल पसलेले प्रतिकिलो रु. 12 का दरले 15 किलो सुन्तला किनेछ । रु. 15 का दरले सबै सुन्तला बेच्दा पसलेलाई कति प्रतिशत नाफा हुन्छ ?
- मुनाले एउटा क्यामरा रु. 1300 मा किनिन् । उनले 15% नोक्सानमा बेचिन् । मुनाले क्यामरालाई कतिमा बेचिन् होला ?
- राजेशले 100 ओटा बल्बहरू प्रत्येकलाई रु. 25 का दरले किनेछन् । पाकेट खोली हेर्दा 20 ओटा बल्बहरू फुटेका रहेछन् । वाँकी बल्बहरू रु. 30 का दरले बेच्दा राजेशलाई नाफा वा नोक्सान प्रतिशत के भयो ? पत्ता लगाऊ ।
- एउटा टेलिभिजनलाई रु. 16,000 मा किनेर 15% नाफा गरी बेच्दा कतिमा बेच्नुपर्ला ?
- एक जना पुस्तक पसलेले 250 ओटा कापी प्रत्येकको रु. 25 का दरले किनेछ । 30 ओटा कापी मुसाले नष्ट गरिदैछन् । अब, वाँकी कापीलाई प्रत्येकको रु. 35 का दरले बेच्दा उक्त पसलेलाई नाफा वा नोक्सान के भएछ ? प्रतिशतमा पत्ता लगाऊ ।
- रु. 1,500 मा बेचेको एउटा साडीमा 25% नाफा भएछ भने उक्त साडीको क्रय मूल्य कति रहेछ ?
- एउटा ज्याकेट 12% नोक्सान खाएर रु. 1,540 बेच्यो भने सो ज्याकेट कतिमा किनिएको रहेछ ? यदि 5% नाफा गर्न सो सामान कतिमा बेच्नुपर्यो ?
- चिया पसले साहुनी ज्योतिले 150 ओटा ग्लास किनेकी रहिछन् । तिनीहरूमध्ये 50 ओटा फुटेछन् । वाँकी ग्लासहरूलाई प्रत्येकको रु. 75 मा बेच्दा उनलाई 25% नाफा भएछ भने 150 ओटा ग्लासलाई कतिमा किनेकी रहिछन् ?

## ऐकिक नियम (Unitary Method)

### 19.1 प्रत्यक्ष परिवर्तन (विचरण) मा आधारित ऐकिक नियमका समस्याहरू

#### प्रत्यक्ष परिवर्तन (Direct Variation)

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तलको तालिकामा सिसाकलम र मूल्य दिइएको छ। उक्त तालिका पुरा गर :

सिसाकलमको सङ्ख्या	5	1	3	7	10
मूल्य रु:	30	?	?	?	?

माथि दिइएको तालिकामा सिसाकलमको सङ्ख्या र मूल्य प्रत्यक्ष परिवर्तनसँग सम्बन्धित छन्।

माथिको तालिकाका आधारमा 5 ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 30 हुँदा एउटा सिसाकलमलाई कति पर्छ? प्रत्ता लगाउँ।

ऐकिक नियम प्रयोग गरी मूल्य निकाल्दा,

$$5 \text{ ओटा सिसाकलमको मूल्य} = \text{रु. } 30$$

$$\text{एउटा (1 ओटा) सिसाकलमको मूल्य} = \text{रु. } \frac{30}{5} = \text{रु. } 6 \text{ हुन्छ।}$$

$$3 \text{ ओटा सिसाकलमको मूल्य} = \text{रु. } 6 \times 3 = \text{रु. } 18 \text{ पर्छ।}$$

हो, 5 ओटा सिसाकलमलाई रु. 30 पर्छ भने एउटा सिसाकलमलाई थोरै (कम) पर्छ त्यसैले रु. 30 लाई 5 ले भाग गर्दा एउटा सिसाकलमको मूल्य आउँछ।

3 ओटा सिसाकलमको मूल्य एउटाको मूल्यभन्दा धेरै पर्छ, त्यसैले एउटाको मूल्यलाई सङ्ख्या 3 ले गुणन गर्नुपर्छ।

(ख) 6 ओटा सिसाकलमको मूल्य कति पर्ला ?

यसरी मूल्य थोरै पर्छ वा कम हुन्छ भने भाग गर्नुपर्छ। धेरै पर्छ वा बढी हुन्छ भने गुणन गर्नुपर्छ।

दुई परिमाणहरूमा एउटामा भएको वृद्धि (वा कमी) ले अर्कोमा पनि त्यही अनुपातमा वृद्धि (वा कमी) हुन्छ भने त्यस्तो परिमाणलाई प्रत्यक्ष परिवर्तन विचरण (direct variation) भएको भनिन्छ।

#### उदाहरण 1

12 ओटा सुन्तलाको मूल्य रु. 36 पर्छ भने,

(क) एउटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्छ ?

(ख) 5 ओटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्ला ?

(ग) 20 ओटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्ला ?

#### समाधान

यहाँ 12 ओटा सुन्तलाको मूल्यभन्दा एउटा (1 ओटा) को मूल्य कम पर्छ। त्यसैले उक्त सुन्तलाको जम्मा मूल्यलाई सङ्ख्याले भाग गर्नुपर्छ।

दिइएअनुसार, 12 ओटा सुन्तलाको मूल्य = रु. 36 पर्छ।

$$\text{एउटा (1 ओटा) सुन्तलाको मूल्य} = \text{रु. } \frac{36}{12} = \text{रु. } 3 \text{ पर्छ।}$$

5 ओटाको मूल्य 1 ओटा सुन्तलाभन्दा बढी पर्छ त्यसैले सङ्ख्या 5 ले गुणन गर्नुपर्छ।

$$5 \text{ ओटा सुन्तलाको मूल्य} = \text{रु. } 3 \times 5 = \text{रु. } 15$$

$$20 \text{ ओटा सुन्तलाको मूल्य} = \text{रु. } 3 \times 20 = \text{रु. } 60 \text{ पर्छ।}$$

#### उदाहरण 2

5 लिटर पेट्रोलले एउटा कारमा 60 km यात्रा गर्न सकिन्छ। 36 km यात्रा गर्न कति लिटर पेट्रोल आवश्यकता पर्ला ?

#### समाधान

60km यात्रा गर्नुभन्दा 36km यात्रा गर्न कम पेट्रोल आवश्यकता पर्छ। त्यसैले यो प्रत्यक्ष परिवर्तन हो।

60km यात्रा गर्न 5 लिटर पेट्रोल चाहिन्छ।

$$1\text{km यात्रा गर्न } \frac{5}{60} \text{ लिटर पेट्रोल चाहिन्छ।}$$

$$36\text{km यात्रा गर्न } \frac{5}{60} \times 36 = 3 \text{ लिटर पेट्रोल चाहिन्छ।}$$

अतः 36km यात्रा गर्न 3 लिटर पेट्रोल आवश्यकता पर्छ।

#### 19.2. अप्रत्यक्ष परिवर्तन/विचरण (Indirect Variation) मा आधारित ऐकिक नियमका समस्या

तलको तालिकामा 5 जना मानिसले गाई पालन व्यवसायको टहरो बनाउन 15 दिन लगाउँछन् भन्ने कुरा दिइएको छ। साथीसँग छलफल गरी तालिका भर :

मानिस (जना)	5	1	.3
दिन	15	?	?

5 जना मानिसले एउटा उक्त टहरो बनाउन 15 दिन लाग्छ भने 1 जना मानिसले सो टहरो बनाउन धैरे दिन लाग्छ। त्यसैले दिनलाई मानिसको सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्छ।

मानिस	5	1	3
दिन	15	$5 \times 15 = 75$	?

त्यस्तै एक जनालाई 75 दिन लाग्छ. भने 3 जनाले काम गर्दा टहरो बनाउन कम दिन लाग्छ।

त्यसैले एक जनाले काम गर्ने दिनलाई मानिसको सङ्ख्याले भाग गर्नुपर्छ।

मानिस	5	1	3
दिन	15	75	$75 \div 3 = 25$

अतः 3 जना मिलेर सो टहरो बनाउन 25 दिन लगाउँछन्।

दुई परिमाणहरूमा एउटामा भएको वृद्धि वा कमीले अर्कोमा पनि त्यही अनुपातमा कमी वा वृद्धि हुन्छ भने त्यस्तो परिमाणलाई अप्रत्यक्ष परिवर्तन/विचरण भएको भनिन्छ।

### उदाहरण 3

12 जना मानिसले कुनै काम गर्न 20 दिन लगाउँछन् भने 16 जना मानिसले सोही काम पुरा गर्न कति दिन लगाउलान्?

समाधान

12 जना मानिसबाट 16 जना मानिस वृद्धि भएको छ।

12 जना मानिसले 20 दिन लगाउँदा 16 जना मानिसले कम दिन लगाउँछन्।

एउटामम वृद्धि हुँदा अर्कोमा कमी भएकोले यो अप्रत्यक्ष विचरण हो।

12 जना मानिसले एक काम पुरा गर्न 20 दिन लगाउँछन्।

1 जना मानिसले एक काम पुरा गर्न  $20 \times 12$  दिन लगाउँछन्।

16 जना मानिसले एक काम पुरा गर्न  $\frac{20 \times 12}{16} = 15$  दिन लगाउँछन्।

अतः 16 जना मानिसले सो काम पुरा गर्न 15 दिन लगाउँछन्।

### उदाहरण 4

एउटा छावावासमा राखिएको खाना कति दिनमा 180 जनाले सक्छन् जबकि 150 जनाले सो खाना सिध्याउन 60 दिन लगाउँछन्।

समाधान

यहाँ, मानिसको सङ्ख्या बढ्दा खाना खाने दिन घट्छ।

मानिसको सङ्ख्या घट्दा खाना खाने दिन बढ्छ।

त्यसैले यो अप्रत्यक्ष विचरण हो।

150 जनालाई खाना सिध्याउन 60 दिन लाग्छ।

1 जनालाई खाना सिध्याउन  $60 \times 150$  दिन लाग्छ।

$$180 \text{ जनालाई खाना सिध्याउन } \frac{60 \times 150}{180} = 50 \text{ दिन लाग्छ।}$$

अतः 180 जनालाई सो खाना सिध्याउन 50 दिन चाहिन्छ।

### अभ्यास 19.1

तलका प्रश्नको उत्तर लेख :

1. तलका प्रत्येक उदाहरणहरू प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष परिवर्तनमध्ये के हुन् ? छट्ट्याऊ।  
 (क) हात र औलाको सझ्या  
 (ख) बराबर क्षेत्रफल भएको आयतको लम्बाइ र चौडाइ  
 (ग) मानिसको सझ्या र काम गर्ने लाग्ने दिन  
 (घ) खानेपानीको पाइपको पानी भर्ने क्षमता र लाग्ने समय  
 (ङ) गाडीको गति र निश्चित दुरी पार गर्ने लाग्ने समय
2. 3 K.g. चिनीको मूल्य रु. 120 पर्द्ध भने 5 Kg. चिनीको मूल्य कति पर्द्ध।
3. 15 ओटा सुन्तलाको मूल्य रु. 75 पर्द्ध भने 12 ओटा सुन्तलाको मुख्य कति पर्द्ध ?
4. काठमाडौँको बागबजारको एउटा पसलको 4 महिनाको भाडा रु. 8,000 हुन्छ। 1 वर्षको भाडा जम्मा कति तिर्नुपर्ला ?
5. एउटा मोटरसाइकल 12 लिटर पेट्रोलले 240 km. गुड्छ। 60 km. यात्रा गर्ने कति लिटर पेट्रोलको आवश्यकता पर्ला ?
6. यदि 15 kg. चिनीले 12 kg. मिश्री सादृत सकिन्छ भने 60 kg. मिश्रीले कति kg चिनी सादृत सकिन्छ ?
7. 5 जना मानिसले एउटा काम गर्ने 12 दिन लगाउँछन् भने 15 जना मानिसले सो काम गर्ने कति दिन लगाउनलान् ?
8. 12 जना मानिसले एउटा खेत खन्ने 20 दिन लगाउँछन् भने सोही खेत 8 जनाले खन्ने कति दिन लगाउनलान् ?
9. एउटा बसले काठमाडौँबाट नेपालगञ्ज 40km. प्रति घण्टाका दरले गुड्दा 15 घण्टामा पुऱ्याउँछ। यदि गति बढाएर 50 km प्रति घण्टाका दरले गुडाउँदा कति घण्टामा यात्रा पुरा हुन्छ ?
10. एउटा ब्यारेकमा 250 जना सैनिक जवानको लागि 45 दिनको खाना सञ्चित छ। यदि 300 जना सैनिक जवानले खाने हो भने सोही खाना कति दिनलाई पुरला ?
11. एउटा ठेकेदारले एउटा काम 35 दिनमा पुरा गर्ने 32 जना कामदार काममा लगाएछ। यदि उसले 40 जना कामदार लगाएको भए सो काम कति दिनमा पुरा हुन्यो होला ?
12. माथि प्रश्न नं. 1 मा दिइए जस्तै गरी 2/2 ओटा समस्याहरू बनाई/खोजी समाधान गर।

### 20.1 साधारण व्याज (Simple Interest)

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

दिपकले राष्ट्रिय वाणिज्य बैंकमा रु. 5,000 बचत खातामा जम्मा गरेछ । 2 वर्षपछि उनलाई बैंकले रु. 1000 थपेर जम्मा रु. 6,000 फिर्ता दिएछ ।

#### 1. साधारण व्याजसम्बन्धी शब्दावलीको परिचय

यहाँ, (क) दीपकले बैंकमा जम्मा गरेको रकम रु. 5,000 सावाँ (Principal -P) हो ।

(ख) बैंकले थपेर दिएको रकम रु. 1000 व्याज (Interest -I) हो ।

(ग) बैंकले थपेर जम्मा दिएको रकम रु. 6,000 मिश्रधन (Amount -A) हो ।

(घ) बैंकले रु. 5,000 मा रु. 1000 थपेर दिएको 2 वर्ष समय (Time -T) हो ।

(ङ) बैंकले रु. 5000 मा रु. 1000 थप्यो भने कति प्रतिशत थप्यो होला ?

$$\text{थपेको प्रतिशत (\%)} = \frac{\text{रु. } 1000}{\text{रु. } 5000} \times 100\%.$$

$$= 20\%$$

**प्रत्येक रु. 100 मा 1 वर्षमा थप्ने रकमलाई व्याजदर (Interest rate-R) भनिन्छ ।**

#### 2. ऐकिक नियमबाट व्याज निकाल्ने तरिका

रु. 100 को 1 वर्षमा हुने व्याज = रु 20

रु. 100 को 2 वर्षमा हुने व्याज = रु.  $2 \times 20$

$$\text{रु. 1 को 2 वर्षमा हुने व्याज} = \text{रु. } \frac{2 \times 20}{100}$$

$$\text{रु. 6,000 को 2 वर्षमा हुने व्याज} = \text{रु. } \frac{6000 \times 2 \times 20}{100}$$

यसलाई व्याज I, रु. 6000 लाई सावाँ P, 2 वर्षलाई समय T, 20 लाई दर R ले जनाउने हो भने

$$\text{व्याज } I = \frac{\text{PTR}}{100} \text{ हुन्छ ।}$$

अब माथिका क्रियाकलापहरूबाट र सूत्रबाट साँचा (P), समय (T), ब्याजदर (R), मिश्रधन (A) पत्ता लगाउने सूत्र पत्ता लगाऊ ।

1. ब्याज (I) =  $\frac{PTR}{100}$
2. साँचा (P) =  $\frac{I \times 100}{TR}$
3. समय (T) =  $\frac{I \times 100}{PR}$
4. ब्याजदर (R) =  $\frac{I \times 100}{PT}$
5. मिश्रधन (A) = P + I

#### उदाहरण 1

रु. 2,500 को 2 वर्षमा 10% का दरले हुन आउने ब्याज र मिश्रधन पत्ता लगाऊ ।

समाधान : यहाँ, साँचा (P) = रु. 2,500, समय (T) = 2 वर्ष, ब्याजदर (R) = 10%, ब्याज (I) = ?

मिश्रधन (A) = ?

$$\text{ब्याज (I)} = \frac{PTR}{100} = \frac{\text{रु. } 2,500 \times 2 \times 10}{100} = \text{रु. } 500$$

$$\text{मिश्रधन (A)} = P + I = \text{रु. } 2500 + \text{रु. } 500 = \text{रु. } 3000$$

त्यसैले, ब्याज रु. 500 र मिश्रधन र 3000 हुन्छ ।

#### उदाहरण 2

प्रतिवर्ष 12% का दरले 3 वर्षमा रु. 720 ब्याज पाउन कति रकम जम्मा गर्नुपर्छ ?

समाधान : यहाँ, ब्याजदर (R) = 12%, समय (T) = 3 वर्ष, ब्याज (I) = रु. 720, साँचा (P) = ? छ ।

अब,

$$\text{साँचा (P)} = \frac{I \times 100}{TR} = \frac{\text{रु. } 720 \times 100}{3 \times 12} = \text{रु. } 2,000$$

अतः साँचा = रु. 2000 जम्मा गर्नुपर्छ ।

#### उदाहरण 3

सृजनाले नेपाल बैंकमा रु 1200 जम्मा गरिछन् । 2 वर्ष 6 महिनापछि एकमुष्ठ रु. 1500 फिर्ता पाइछन् भने कति प्रतिशत ब्याजदर बैंकले दिएछ ।

### समाधान

सावाँ (P) = रु. 1200

$$\text{समय (T)} = 2 \text{ वर्ष} \cdot 6 \text{ महिना} = 30 \text{ महिना} = \frac{30}{12} \text{ वर्ष} = \frac{5}{2} \text{ वर्ष} = 2\frac{1}{2} \text{ वर्ष}$$

मिश्रधन (A) = रु. 1500

व्याजदर (R) = ?

यहाँ, सूत्रानुसार व्याज (I) = A - P

$$= \text{रु. } 1500 - \text{रु. } 1200$$

$$= \text{रु. } 300$$

$$\text{व्याजदर (R)} = \frac{I \times 100}{PT} = \frac{\text{रु. } 300 \times 100}{\text{रु. } 1200 \times \frac{5}{2}} = \frac{300 \times 100 \times 2}{1200 \times 5} = 10\%$$

अतः बैंडकले 10% व्याजदर दिएको रहेछ।

### उदाहरण 4

कति समयपछि र 3000 को मिश्रधन वार्षिक 15% व्याजका दरले रु. 3900 हुन्छ?

### समाधान

यहाँ, सावाँ (P) = रु. 3000

व्याजदर (R) = 15%

मिश्रधन (A) = रु. 3900

व्याज (I) = A - P = रु. 3900 - रु. 3000 = रु. 900

समय (T) = ?

$$\text{सूत्रानुसार, समय (T)} = \frac{I \times 100}{PR} = \frac{\text{रु. } 900 \times 100}{\text{रु. } 3000 \times 15} = 2 \text{ वर्ष}$$

अतः आवश्यक समय = 2 वर्ष।

## अध्यास 20.1

1. तलका सूचनाहरूका आधारमा साधारण ब्याज कति हुन्छ ? पत्ता लगाऊ :

क्र.सं.	सावाँ	ब्याजदर	समय
(क)	रु.450	5% प्रतिवर्ष	2 वर्ष
(ख)	रु.900	10% प्रतिवर्ष	3 वर्ष
(ग)	रु.2000	12% प्रतिवर्ष	1 वर्ष 6 महिना
(घ)	रु.3500	$3\frac{1}{3}\%$ प्रतिवर्ष	2 वर्ष

2. ब्याजदर कति हुन्छ ? पत्ता लगाऊ :

क्र.सं.	सावाँ	ब्याज	समय
(क)	रु. 600	रु.90	5 वर्ष
(ख)	रु. 1500	रु. 150	2 वर्ष
(ग)	रु. 6000	रु. 2000	1 वर्ष 6 महिना

3. समय पत्ता लगाऊ :

क्र.सं.	सावाँ	ब्याज	ब्याजदर (प्रतिवर्ष)
(क)	रु. 800	रु. 120	6%
(ख)	रु. 2000	रु. 360	9%
(ग)	रु. 7,000	रु. 2520	12%

4. सावाँ पत्ता लगाऊ :

क्र.सं.	समय	ब्याजदर (प्रतिवर्ष)	ब्याज
(क)	5 वर्ष	6%	रु. 120
(ख)	3 वर्ष	12%	रु.360
(ग)	2 वर्ष 6 महिना	8%	रु. 1,200

5. रु. 1,750 को 4 वर्षमा वार्षिक 10% प्रति वर्षका दरले ब्याज र मिश्रधन कति कति हुन्छ ?

6. कति ब्याजका दरले रु. 1,050 को 5 वर्षमा मिश्रधन रु. 1575 हुन्छ ?

7. कति समयपछि रु. 6,500 को मिश्रधन 12% प्रतिवर्ष ब्याजका दरले रु.8,450 हुन्छ ?

8. सुजनले श्यामसँग रु. 2,400 वार्षिक 6% का दरले 5 वर्षका लागि ऋण लिए । सोही रु. 2,400 सृजनलाई वार्षिक 10% का दरले 4 वर्षका लागि सापटी दिए । यसरी सृजनलाई नाफा वा नोकसान के भयो ? र कति भयो ? पत्ता लगाऊ ।

### 21.1 सञ्चित बारम्बारता तालिका (Cumulative Frequency Table)

सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाउनुपर्व सर्वप्रथम कुनै पनि तथ्याङ्कको सङ्कलन गरिन्छ । यस क्रममा मिलान चिह्नको प्रयोग गरी बारम्बारता निकालिन्छ । यसरी प्राप्त गरी व्यवस्थित गरिएको तथ्याङ्कलाई तथ्याङ्कका गुणहरूको आधारमा छुट्टाउनुपर्छ । यस कार्यलाई तथ्याङ्कको तालिकीकरण र प्रस्तुतीकरण भनिन्छ । अब हामी यहाँ सञ्चित बारम्बारता तालिकाको बारेमा छलफल गर्दै छौं ।

सञ्चित बारम्बारता तालिका भनेको प्राप्त तथ्याङ्कहरूलाई बारम्बारतामा प्रस्तुत गरिसकेपछि क्रमशः बारम्बारताहरू जोड्दै जाँदा बन्ने बारम्बारहरूको योग वा जोड हो ।

#### 1. असमूहगत तथ्याङ्कको सञ्चित बारम्बारता तालिका

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर ।

मानौं कुनै एउटा विद्यार्थ्यको कक्षा 7 को 30 जना विद्यार्थीहरूको समूह एकाइको 10 पूर्णाङ्कको एकाइ परीक्षामा प्राप्ताङ्क निम्नानुसारको पाइयो :

6, 8, 10, 6, 2, 8, 4, 6, 8, 2, 4, 6, 8, 6, 8, 6, 10, 2, 4, 6, 8, 4, 2, 4, 8, 6, 4, 6, 8, 6, 10, 6

माथिको कोरा (Raw) तथ्याङ्कलाई बारम्बारता तालिकामा देखाउँदा

क्र.सं.	प्राप्ताङ्क	बारम्बारता	मिलान चिह्न
1.	2	4	
2.	4	6	
3.	6	10	
4.	8	7	
5.	10	3	
<b>जम्मा</b>		<b>30 जना</b>	

यहाँ 30 जना विद्यार्थीले प्राप्त गरेको अङ्कलाई बारम्बारता तालिकामा देखाइएको छ ।

माथिको बारम्बारता तालिकामा बारम्बारताहरूलाई सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाई क्रमशः अधिल्ला बारम्बारताहरू जोड्दै जाँदा बन्ने सञ्चित बारम्बारतालाई प्रक्रियासहित तल प्रस्तुत गरिएको छ ।

माथिको तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारतामा लेख्दा,

सञ्चित बारम्बारता निकालने तरिका

प्राप्ताङ्क (x)	बारम्बारता (f)	सञ्चित बारम्बारता (cf)
2	4	4
4	6	$4 + 6 = 10$
6	10	$10 + 10 = 20$
8	7	$20 + 7 = 27$
10	3	$27 + 3 = 30$

- सञ्चित बारम्बारताको पहिलो पद्धतिमा पहिलो तथ्याङ्कको बारम्बारता लेख्नुपर्छ । जस्तै : प्राप्ताङ्क 2 को बारम्बारता 4 छ । त्यसैले सञ्चित बारम्बारताको पहिलो लहरमा 4 लेखिएको छ ।
- दोस्रो तथ्याङ्कको सञ्चित बारम्बारताको दोस्रो लहरमा पहिलो र दोस्रो बारम्बारता जोडेर लेख्नुपर्छ । जस्तै :  $4 + 6 = 10$
- यसै गरी क्रमशः सञ्चित बारम्बारताको तेस्रो, चौथो ... लहरमा बारम्बारताहरू जोड्दै जानुपर्छ ।

### उदाहरण 1

तल दिइएको तथ्याङ्कबाट सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाउँ :

प्राप्ताङ्क (x)	बारम्बारता (f)
10	2
20	5
30	12
40	7
50	1

समाधान

माथिको तथ्याङ्कको आधारमा सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाउँदा,

प्राप्ताङ्क(x)	बारम्बारता(f)	सञ्चित बारम्बारता (cf)
10	2	2
20	5	$2 + 5 = 7$
30	12	$7 + 12 = 19$
40	7	$19 + 7 = 26$
50	1	$26 + 1 = 27$

### उदाहरण 2

तल दिइएको आँकडाको आधारमा भन्दा कम सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाउँ :

प्राप्ताङ्क	10	20	30	40	50	60
बारम्बारता	5	9	15	12	6	3

समाधान :

यहाँ, भन्दा कमको सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाउँदा,

प्राप्ताङ्क (x)	सञ्चित बारम्बारता (cf)
10 भन्दा कम	5
20 भन्दा कम	$9 + 5 = 14$
30 भन्दा कम	$14 + 15 = 29$
40 भन्दा कम	$29 + 12 = 41$
50 भन्दा कम	$41 + 6 = 47$
60 भन्दा कम	$47 + 3 = 50$

## 2. समूहगत तथ्याङ्कको सञ्चित बारम्बारता तालिका

उपयुक्त श्रेणीअन्तर राखी सङ्कलन गरिएको तथ्याङ्कको बारम्बारता तालिकावाट बनाइएको सञ्चित बारम्बारता तालिकालाई समूहगत सञ्चित बारम्बारता तालिका भनिन्छ । यसको उदाहरणलाई तल प्रस्तुत गरिएको छ ।

श्रेणीअन्तर निकालदा तथ्याङ्कहरूको सङ्ख्या कति छ त्यसलाई ध्यान दिनुपर्छ । सामान्यतया 5, 10, 20 आदि राखेर श्रेणीअन्तर निकाल्दा सजिलो हुन जान्छ । तैपनि तथ्याङ्कहरूको विस्तार थोरै छ भने श्रेणीअन्तर सानो सङ्ख्यामा पनि राखिन्छ । त्यसैगरी यदि विस्तार धेरै छ भने श्रेणीअन्तर ठुलो सङ्ख्यामा राखिन्छ । तल श्रेणीअन्तर 10 भएको उदाहरण प्रस्तुत गरिएको छ ।

### उदाहरण 1

तल दिइएको आधारमा सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाऊ :

प्राप्ताङ्क	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
विद्यार्थी सङ्ख्या	3	5	12	7	3

समाधान :

यहाँ दिइएको तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

प्राप्ताङ्क(x)	विद्यार्थी सङ्ख्या(f)	सञ्चित बारम्बारता(cf)
0 - 10	3	3
10 - 20	5	$3 + 5 = 8$
20 - 30	12	$8 + 12 = 20$
30 - 40	7	$20 + 7 = 27$
40 - 50	3	$27 + 3 = 30$

### अन्यास 21.1

तल दिइएको तथ्याङ्कको आधारमा सञ्चित बारम्बारता तालिका बनाऊ :

1.	प्राप्ताङ्क	3	6	9	12	15
	विद्यार्थी सङ्ख्या	2	5	8	6	4

2.	प्राप्ताङ्क	5	10	15	20	25	30
	विद्यार्थी सङ्ख्या	4	6	10	10	7	3

3.	खेल	भलिवल	फुटबल	क्रिकेट	टेबलटेनिस	क्यारमबोर्ड	चेस
	विद्यार्थी संख्या	15	22	30	25	18	10
4.	ज्याला (रुपियाँमा)	10	20	30	40	50	
	कामदार संख्या	3	7	10	8	7	
5.	प्राप्ताङ्क	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	
	विद्यार्थी संख्या	5	8	15	12	7	
6.	प्राप्ताङ्क	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	
	विद्यार्थी संख्या	6	8	15	10	6	
7.	प्राप्ताङ्क	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	
	विद्यार्थी संख्या	15	22	30	20	10	
8.	ज्याला (रु.)	0 - 100	100 - 200	200 - 300	300 - 400	400 - 500	
	कामदार संख्या	6	12	18	14	7	
9.	उमेर (वर्ष)	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	
	विरामी संख्या	40	30	50	20	10	

## 21.2 बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Diagram)

हामीले साधारण स्तम्भ चित्रका बारेमा अधिल्ला कक्षाहरूमा छलफल गरिसकेका छौं। कुनै पनि तथ्याङ्कहरूको सङ्कलन गरिसकेपछि प्रस्तुतीकरणलाई आकर्षक र छिटै अध्ययन गर्न सकिने बनाउने उपायहरूमध्ये बहुस्तम्भ चित्र पनि एक हो। यसलाई तलको उदाहरणहरूमा प्रस्तुत गरिएको छ।

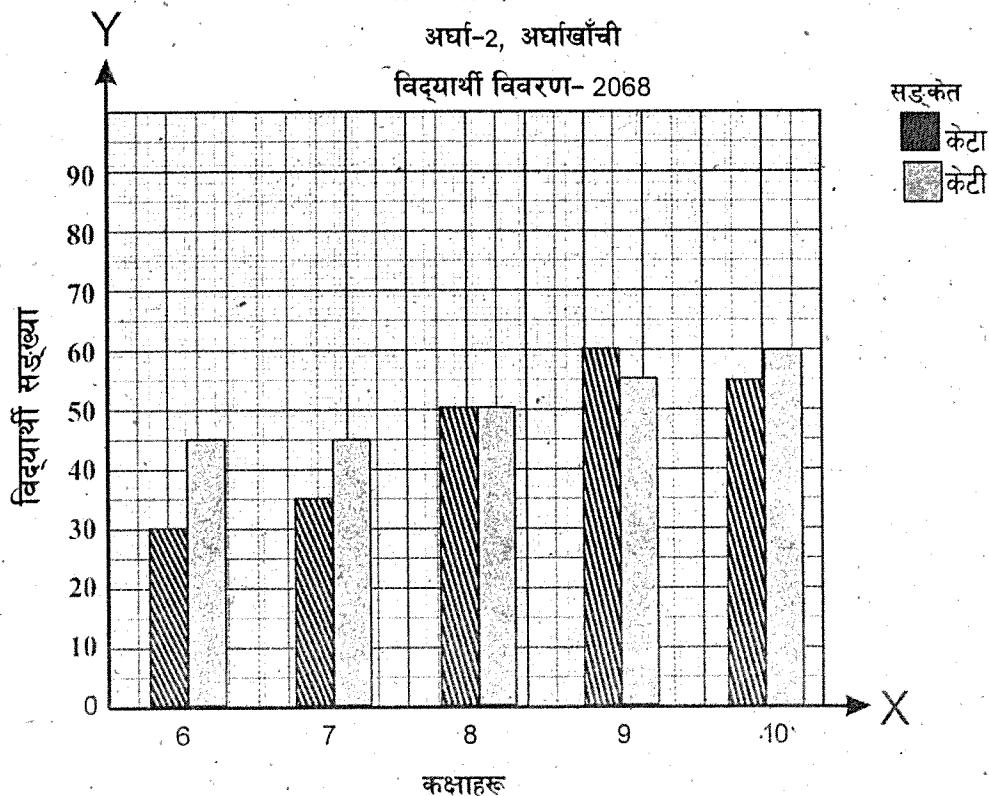
### उदाहरण 1

एउटा विद्यालयका कक्षा 6 देखि 10 सम्मका विद्यार्थीहरूको छात्रा र छात्र सङ्ख्यालाई तलको बहुस्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ। यसको अध्ययन गरी दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गर।

श्री अर्धा रजस्थल मा.वि.

अर्धा-2, अर्धाखाँची

विद्यार्थी विवरण- 2068



माथिको तालिकाका आधारमा निम्न लिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर :

- बहुस्तम्भ चित्र के कस्तो विषयमा रहेछ ?
- बहुस्तम्भ चित्रका रेखाहरूमा ठाडो र तेस्रो लहरमा रहेका सङ्ख्याहरूले के के जनाएका छन् ?
- कुन स्तम्भले केटा र कुनले केटीको सङ्ख्या जनाउँछ ?
- बहुस्तम्भ चित्रको प्रत्येक ठाडोतिरको ठुलो कोठा एउटा कोठाले कति विद्यार्थी जनाएको छ ?
- कक्षा 6 मा जम्मा विद्यार्थी कति रहेछन् ?

6. सबभन्दा बढी र सबभन्दा कम विद्यार्थी कुन कुन कक्षामा रहेछन् ?
7. कुन कुन कक्षामा छात्रभन्दा छात्राको सङ्ख्या बढी रहेछ ?
8. कुन कुन कक्षामा छात्रा भन्दा छात्रको सङ्ख्या बढी रहेछ ?
9. माथिको बहुस्तम्भ लेखाचित्रबाट अन्य के के सूचनाहरू प्राप्त गर्न सक्छौ ?

एकभन्दा बढी आपसमा सम्बन्धित सूचना तथा तथ्याङ्कहरूलाई प्रस्तुत गरिएको चित्रलाई बहुस्तम्भ चित्र भनिन्छ । बहुस्तम्भ चित्रको रचना गर्दा साधारण स्तम्भ चित्रमा जस्तै प्रत्येक स्तम्भको चौडाइ बराबर हुनुपर्छ । बहुस्तम्भ चित्रहरूको उचाइले सङ्ख्या जनाउँदछ ।

## उदाहरण 2

श्री भानु मा.वि. ताप्लेजुड्गे 2067 सालमा सञ्चालन भएको आँखा, कान, सामान्य चिकित्सा र दाँत परीक्षण शिविरमा दर्ता भई स्वास्थ्य परीक्षण गराउने व्यक्तिहरूको तथ्याङ्क यसप्रकार पाइयो :

स्वास्थ्य सेवाका नाम	आँखा		कान		सामान्य चिकित्सा		दाँत	
	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष	महिला	पुरुष
परीक्षण सङ्ख्या	21	30	22	13	85	56	28	38

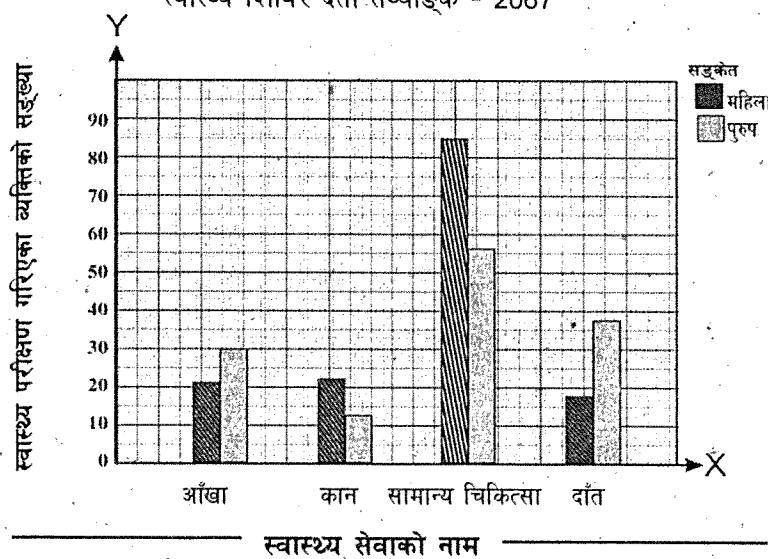
उक्त तथ्याङ्कलाई ग्राफ पेपरमा बहुस्तम्भ चित्रद्वारा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, तथ्याङ्कको तल्लो सीमा 13 र माथिल्लो सीमा 85 छ । त्यसैले ग्राफको प्रत्येक सानो कोठा बराबर एकजना व्यक्ति ठुलो कोठा बराबर 10 जना मानेर बहुस्तम्भ चित्र बनाई तल प्रस्तुत गरिएको छ :

श्री भानु माध्यमिक विद्यालय, ताप्लेजुड्ग

स्वास्थ्य शिविर दर्ता तथ्याङ्क - 2067



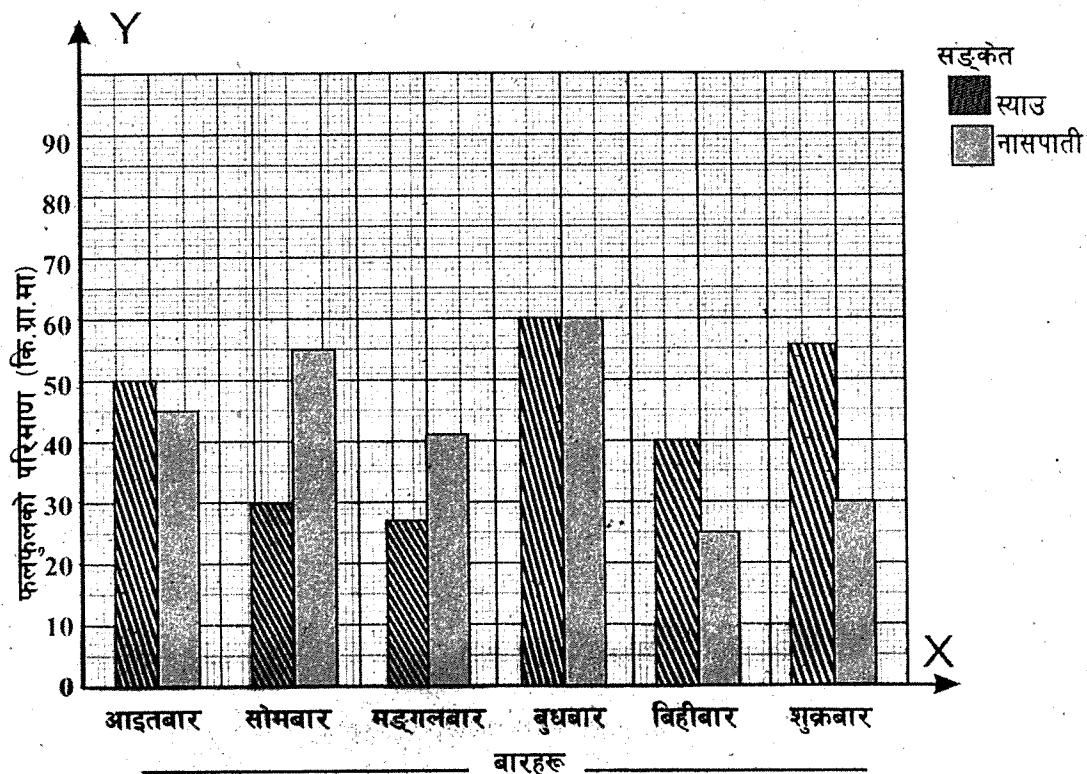
### क्रियाकलाप

- (क) तिमो विद्यालयमा भएको वा कुनै अन्य स्रोतबाट प्राप्त बहुसंभव चित्र लिएर त्यसका मुख्य सूचनाहरूलाई लेखेर कक्षामा छलफल गर ।
- (ख) तिमो विद्यालयमा भएको वा कुनै अन्य स्रोतबाट प्राप्त सूचना तथा तथ्याङ्कहरू सङ्कलन गरी एउटा बहुसंभव चित्र बनाई कक्षामा छलफल गर ।

### अन्यास 21.2

- बहुसंभव चित्र केलाई भनिन्छ ? बहुसंभव चित्रमा कुन कुन विषय वस्तु समावेश गरिएका हुन्छन् ?
- तल एउटा फलफुल पसलेले 6 दिनमा वैचेको स्याउ र नासपातीको परिमाणलाई बहुसंभव चित्रमा देखाइएको छ :

सानुमाया फलफुल स्टोर  
इलाम न.पा. - ३, इलाम



अब माथिको चित्रका आधारमा निम्न लिखित प्रश्नहरूको उत्तर लेख :

- (क) आइतबार स्याउ र नासपाती कति कति परिमाण बिक्री भएको रहेछ ?

- (ख) सोमबार स्याउ र नासपातीमा कुन कति परिमाणमा बढी विक्री भएको रहेछ ?
- (ग) स्याउ सबभन्दा बढी र सबभन्दा कम कुन कुन बारमा कति कति परिमाणमा विक्री भएको रहेछ ?
- (घ) माथिको बहुस्तम्भ चित्रबाट प्राप्त हुने अन्य कुनै दुई ओटा सुचनाहरू लेख ।
3. नेपालको कुनै एउटा पर्यटक क्षेत्रमा आएका पर्यटकहरूमध्ये भारत र अन्य मुलुकका गरी दुई वर्गका तथ्याङ्क निम्नानुसार सङ्कलन गरिएको रहेछ ।

साल (वि.सं.)	2064		2065		2066		2067	
पर्यटक सङ्ख्या	भारत	अ.मु.	भारत	अ.मु.	भारत	अ.मु.	भारत	अ.मु.
(सयमा)	12	28	15	35	19	36	20	38

माथिको तथ्याङ्कलाई उपयुक्त स्केल दिएर ग्राफ पेपर/ग्राफ कापीमा बहुस्तम्भ चित्र बनाऊ ।

4. सरस्वती मा.वि., धनुषामा विद्यार्थीहरू आउँदा सवारी साधन प्रयोग गरी तथा हिँडेर आउने गरेको तथ्याङ्कलाई तल दिइएको छ :

विद्यालय आउने साधन	हिँडेर		बस		मोटर साइकल		साइकल	
विद्यार्थी सङ्ख्या	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा
	35	25	80	42	20	34	85	60

माथिको तथ्याङ्कलाई उपयुक्त स्केल दिएर ग्राफ पेपर/ग्राफ कापीमा बहुस्तम्भ लेखा चित्र बनाऊ ।

5. अमर बिस्कुट फ्याक्ट्री बुटवलले गुलियो र नुनिलो गरी दुई प्रकारका बिस्कुटहरू उत्पादन गर्दै रहेछ । वैशाख महिनाको पहिलो 5 दिनमा गरेको उत्पादनलाई तल तालिकामा दिइएको छ :

उत्पादन वार	आइतबार		सोमबार		मङ्गलबार		बुधबार		विहीबार	
उत्पादित परिमाण किलोग्राममा	गुलियो	नुनिलो	गुलियो	नुनिलो	गुलियो	नुनिलो	गुलियो	नुनिलो	गुलियो	नुनिलो
	30	29	45	56	71	65	77	59	79	55

माथिको तथ्याङ्कलाई उपर्युक्त स्केल दिएर ग्राफ पेपर/ग्राफ कापीमा बहुस्तम्भ लेखा चित्र बनाऊ ।

6. तिमो विद्यालयका कक्षा 1 देखि 5 सम्मका विद्यार्थीहरूको छात्र र छात्राहरूको तथ्याङ्क सङ्कलन गरी बहुस्तम्भ चित्र बनाऊ । आफूले बनाएको बहुस्तम्भ चित्रलाई कक्षामा प्रस्तुत गर ।

### 21.3 असमूहगत तथा समूहगत आँकडा (Ungrouped and Grouped Data)

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर ।

जनजागृति मा.वि., बुटवलका कक्षा 7 का 20 जना विद्यार्थीहरूले 20 पूर्णाङ्कमा प्राप्त गरेको अड्क :

8, 15, 17, 8, 13, 15, 8, 17, 8, 13, 13, 15, 18, 10, 12, 10, 12, 10, 13, 13

(क) यस प्राप्ताङ्कलाई मिलान चिह्नमा प्रस्तुत गरेर हेराँ ।

प्राप्ताङ्क	मिलान चिह्न	बारम्बारता
8		4
10		3
12		2
13		5
15		3
17		2
18		1

माथिको तालिकामा दिइएका तथ्याङ्कहरू असमूहगत तथ्याङ्कहरू हुन् । यदि कुनै पनि तथ्याङ्कमा भएका राशिहरूको सबभन्दा ठुलो मान र सबभन्दा सानो मानको फरक ठुलो भएमा असमूहगत तथ्याङ्कबाट बारम्बारता तालिका निकाल्न भन्नक्टिलो र गाहो हुन्छ । धेरै भएको आँकडालाई समूह बनाई तालिका बनाउन सकिन्दछ ।

माथिकै तालिकाबाट समूहगत तथ्याङ्कको बारम्बारता तालिका बनाउँदा,

सर्वप्रथम सबभन्दा ठुलो मान र सबभन्दा सानो मानको अन्तर निकाल्नुपर्छ ।

अतः सबभन्दा ठुलो मान - सबभन्दा सानो मान = 18 - 8 = 10 हुन्छ ।

यहाँ अन्तर 10 छ । त्यसैले यदि 4 ओटा श्रेणी सङ्ख्या बनाउने हो भने वर्गान्तर  $\frac{10}{4} = 2.5$  = करिब 3

को अन्तरमा बनाउनुपर्छ ।

माथिको तथ्याङ्कलाई 3 को अन्तरमा वर्गान्तर गरी तल दिइएनुसार समूहगत बारम्बार तालिकामा

प्रस्तुत गर्न सकिन्दछ ।

वर्गान्तर	मिलान चिह्न	बारम्बारता
8 - 11		7
11 - 14		7
14 - 17		5
17 - 20		3

समूहगत आँकडा बनाउँदा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू ।

(क) सबभन्दा ठुलो मान र सबभन्दा सानो मानको फरक निकाल्ने

- (ख) सबभन्दा ठुलो ३ - नदा सानो मानको फरकलाई वर्गान्तरले भाग गर्ने । (वर्गान्तर आफैले छान्ने वा छान्नी) :
- (ग) वर्गान्तरको तल्ला सीमा (lower limit) सोही वर्गान्तरमा पर्दै भने साथिल्लो सीमा (upper limit) अधिल्लो वा अर्को वर्गान्तरमा पर्दै ।
- (घ) मिलान चिह्नले दिइको मानलाई बारम्बारतामा राख्ने ।

#### उदाहरण 1

कक्षा 7. का 40 जना विद्यार्थीहरूको तौल तल दिइएको छ । यसबाट असमूहगत तथ्याङ्क बनाऊ ।

38, 37, 36, 35, 34, 33, 38, 34, 35, 32, 30, 31, 34, 30, 31, 32, 30, 33, 32, 30, 33, 31, 37, 36, 35, 34, 32, 31, 30, 39, 38, 37, 30, 31, 32, 37, 30, 32, 37, 39

तौल (कि.ग्रा.मा)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
30		7
31		5
32		6
33		3
34		4
35		3
36		2
37		5
38		3
39		2

#### उदाहरण 2

तल दिइएको तथ्याङ्कको आधारमा समूहगत तथ्याङ्कको बारम्बारता तालिका बनाऊ :

5, 19, 14, 17, 20, 21, 35, 39, 30, 31, 6, 8, 14, 28, 27, 39, 30, 31, 32, 25, 26, 10, 11, 12, 15, 28, 30, 31, 24, 22

समाधान : अन्तर = ठुलो मान - सानो मान =  $39 - 5 = 34$

वर्गान्तर	मिलान चिह्न	बारम्बारता
5 - 10		3
10 - 15		5
15 - 20		3
20 - 25		4
25 - 30		5
30 - 35		7
35 - 40		3

### अभ्यास 21.3

1. तल दिइएको आँकडाबाट असमूहगत तथ्याङ्कको बारम्बारता बनाऊ :

(क) कक्षा 7 को गणित विषयको एउटा एकाइ परीक्षामा 22 जना विद्यार्थीले 10 पूर्णाङ्कमा प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्क :

4, 6, 5, 3, 2, 4, 5, 6, 3, 2, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 4, 3, 6, 8, 9, 3

(ख) कक्षा 7 का 20 जना विद्यार्थीको तौल (कि.ग्रा.मा) :

25, 27, 30, 25, 32, 36, 27, 30, 25, 32, 30, 25, 36, 30, 36, 32, 27, 27, 25, 30

(ग) कक्षा 7 का 20 जना विद्यार्थीको उचाइ (से.मि.मा) :

130, 148, 135, 130, 142, 148, 142, 135, 130, 142, 48, 135, 130, 142, 130, 135,  
135, 142, 148, 130

(घ) 40 जना विद्यार्थीको जेठ महिनाको उपस्थिति दिन :

17, 18, 22, 25, 24, 16, 17, 22, 25, 18, 17, 16, 10, 17, 16, 22, 25, 16, 17, 22, 24,  
25, 22, 18, 17, 10, 16, 22, 18, 17, 25, 25, 16, 17, 24, 22, 17, 16, 18, 10

2. तल दिइएको आँकडाबाट समूहगत बारम्बारता बनाऊ :

(क) 15 जना विद्यार्थीले 20 पूर्णाङ्कको परीक्षामा प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्क :

4, 14, 13, 18, 19, 7, 6, 3, 10, 12, 15, 16, 18, 14, 9

(ख) 20 जना विद्यार्थीको उमेर (वर्षमा) :

12, 13, 15, 14, 12, 12, 13, 14, 12, 10, 8, 16, 18, 19, 12, 13, 14, 15, 16, 8, 15

(ग) कक्षा 7 को गणित विषयको 20 पूर्णाङ्कमा प्राप्त गरको प्राप्ताङ्क :

10, 14, 16, 14, 12, 15, 12, 14, 10, 12, 14, 15, 8, 7, 10, 12, 18, 19, 14, 10, 16,  
12, 4, 7, 9, 8, 13, 12, 14, 16

(घ) कुनै उद्योगमा कार्यरत 40 जना कामदारको दैनिक ज्याला रु. मा :

70, 75, 80, 70, 90, 95, 100, 110, 80, 85, 115, 80, 75, 85, 70, 95, 105, 115, 100, 90

80, 70, 60, 75, 80, 65, 65, 60, 70, 75, 90, 100, 115, 105, 110, 75, 85, 90, 90, 95

#### 21.4 असमूहगत औँकडाको अद्दक गणितीय मध्यक (Arithmetic Mean of Ungrouped Data)

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गर र छलफल गर

सुजन र सुमनले गणित, अङ्ग्रेजी, विज्ञान र नेपालीमा 100 पूर्णाङ्कमा प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्क तल दिइएको छ :

	गणित	अङ्ग्रेजी	विज्ञान	नेपाली	जम्मा
सुजन	85	80	75	72	312
सुमन	70	85	60	77	292

दिइएका विषयमा सुजन र सुमन कसले राख्न गरेका रहेछन् ।

सुजनको औसत अद्दक कति रहेछ ? साथीसँग छलफल गर ।

सुमनको औसत अद्दक कति रहेछ ? साथीसँग छलफल गर ।

$$\text{सुजनको औसत अद्दक} = \frac{312}{4} = 78$$

$$\text{सुमनको औसत अद्दक} = \frac{292}{4} = 73$$

यसरी चार ओटा विषयमा प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्कको आधारमा सुजनको औसत अद्दक 78 सुमनको औसत अद्दक 73 भन्दा धेरै भएकाले सुजनको नतिजा राख्न छ भन्न सकिन्दछ । यही औसत अद्दकलाई अद्दक गणितीय मध्यक (Arithmetic mean) भनिन्दछ । अद्दक गणितीय मध्यकलाई साधारणतया मध्यक (mean) पनि भनिन्दछ ।

$$\text{अतः मध्यक } (\bar{x}) = \frac{\text{जम्मा परिणाम } (\sum x)}{\text{परिणाम सङ्ख्या } (N)}$$

#### उदाहरण 1

तल दिइएको कक्षा 7 का 10 जना विद्यार्थीले गणित विषयको 20 पूर्णाङ्कको परीक्षामा प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्क निम्नानुसार छ । यो तथ्याङ्कबाट मध्यक पत्ता लगाऊ ।

15, 16, 12, 10, 8, 4, 15, 19, 17, 12

समाधान :

यहाँ 10 जना विद्यार्थीले प्राप्त गरेको प्राप्ताङ्कलाई जोड्दा,

$$\text{जम्मा परिणाम } \sum x = 15 + 16 + 12 + 10 + 8 + 4 + 15 + 19 + 17 + 12 = 128$$

$$\text{विद्यार्थी सङ्ख्या } (N) = 10$$

$$\text{मध्यक } (\bar{x}) = \frac{\sum x}{N} = \frac{128}{10} = 12.8$$

### उदाहरण 2

कक्षा 7 का 20 जना विद्यार्थीको तौल (kg मा) तल दिइएको छ। यो आँकडाबाट वारम्बारता तालिका बनाई मध्यक पत्ता लगाऊ ।

20, 22, 30, 34, 25, 26, 20, 20, 22, 25, 26, 30, 22, 25, 26, 26, 25, 20, 22, 25

समाधान दिइएको आँकडालाई वारम्बारता तालिकामा देखाउँदा

तौल ( $x$ )	मिलान चिह्न	बारम्बारता (f)	$fx$
20		4	$20 \times 4 = 80$
22		4	$22 \times 4 = 88$
25		5	$25 \times 5 = 125$
26		4	$26 \times 4 = 104$
30		2	$30 \times 2 = 60$
34		1	$34 \times 1 = 34$
जम्मा		= 20	$fx = 491$

$$\text{त्यसैले, मध्यक } (\bar{x}) = \frac{\text{जम्मा योगफल } (\sum fx)}{\text{विद्यार्थी संख्या } (\sum f)}$$

### उदाहरण 3

तल दिइएको वारम्बारता तालिकाको आधारमा मध्यक निकाल :

प्राप्ताङ्क (x)	40	50	55	62	75	80
विद्यार्थी संख्या (N)	4	6	10	8	5	2

समाधान :

तालिकालाई ठाढा रूपमा लेख्दा,

प्राप्ताङ्क (x)	विद्यार्थी संख्या (f)	$fx$
40	4	$40 \times 4 = 160$
50	6	$50 \times 6 = 300$
55	10	$55 \times 10 = 550$
62	8	$62 \times 8 = 496$
75	5	$75 \times 5 = 375$
80	2	$80 \times 2 = 160$
जम्मा	$N = \sum f = 35$	$fx = 2041$

$$\text{त्यसैले, मध्यक } (\bar{x}) = \frac{\text{जम्मा प्राप्ताङ्क } (\sum f_x)}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या } (\sum f)} = \frac{2041}{35} = 58.31$$

### अभ्यास 21.4

1. तल दिइएको आँकडाबाट अङ्क गणितीय मध्यक निकाल :

- (क) 4, 6, 7, 5, 8, 4, 3, 9, 8, 6      (ख) 5, 7, 12, 15, 11, 10, 15, 19, 10, 8  
 (ग) 6, 7, 8, 5, 4, 6, 7, 8, 3, 6, 9, 7      (घ) 16, 20, 25, 22, 21, 16, 17, 18, 25, 20,  
 (ङ) 40, 50, 60, 70, 80, 90

2. तल दिइएको विद्यार्थीको प्राप्ताङ्कबाट बारम्बारता तालिका बनाई मध्यक पत्ता लगाऊ :

- (क) 1, 5, 6, 9, 8, 4, 1, 9, 8, 4, 5, 4, 5, 6, 5, 4, 1, 5, 4, 6  
 (ख) 9, 8, 12, 15, 20, 22, 24, 22, 15, 9, 12, 8, 9, 20, 8, 12, 8, 15, 20, 24, 22, 15, 12, 9, 8  
 (ग) 10, 20, 20, 40, 50, 20, 20, 30, 30, 30, 40, 50, 30, 20, 40, 30.  
 (घ) 30, 32, 33, 32, 31, 33, 33, 31, 30, 31, 32, 33, 32, 30, 30, 33, 31, 30  
 (ङ) 120, 130, 120, 125, 125, 130, 135, 120, 130, 120, 135, 130

3. तल दिइएको बारम्बारता तालिकाको अङ्क गणितीय मध्यक निकाल :

(क)	प्राप्ताङ्क ( $x$ )	4	8	12	16	20
	बारम्बारता ( $f$ )	2	3	5	4	1

(ख)	प्राप्ताङ्क ( $x$ )	5	10	15	20	25	30
	विद्यार्थी सङ्ख्या ( $f$ )	4	7	10	8	6	5

(ग)	तौल (कि. ग्रा. मा) ( $x$ )	30	31	32	33	34	35
	विद्यार्थी सङ्ख्या ( $f$ )	5	8	15	14	9	5

(घ)	उचाइ ( $x$ )	120	125	130	135	140
	विद्यार्थी सङ्ख्या ( $f$ )	2	5	8	4	1

(ङ)	ज्याला ( $x$ )	80	90	100	110	120	130
	कामदार सङ्ख्या ( $f$ )	95	95	10	12	20	15

4. तल दिइएको 45 जना कामदारको दैनिक ज्यालाको आधारमा उनीहरूको औसत दैनिक ज्याला संपियाँमा पत्ता लगाऊ। (असमूहगत आँकडाको अङ्क गणितीय मध्यकका आधारमा)

80, 90, 110, 105, 95, 95, 110, 95, 85, 80, 80, 85, 90, 105, 100, 100, 100, 95, 85, 80,  
 110, 105, 80, 90, 95, 95, 100, 105, 110, 110, 90, 80, 85, 90, 95, 80, 85, 90, 90, 95,  
 100, 110, 105, 80, 90

## बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)

### 22.1 बहुपदीयको परिचय तथा वर्गीकरण

(Introduction and Classification of Algebraic Expression)

पदका आधारमा बहुपदीयको वर्गीकरण

तलको तालिका अध्ययन गरी दिइएका प्रश्नमा छलफल गर्ने :

क्र.सं.	एक पदीय	द्विपदीय	त्रिपदीय	बहुपदीय नहुने
1.	$2x$	$2x + 5$	$x^2 - 7x + 6$	$\frac{2x+5}{x^2}$
2.	$xy$	$x^2 + y$	$x^2 + y^2 + z^2$	$x^2 + 4 \frac{1}{x^3}$
3.	$-y^2z, x^0$	$x + y^3$	$x^4 + 8x^3 + 6x^2$	$x^2 - 7x + \frac{6}{x^2}$

- (क) माथि दिइएका सबै गणितीय सङ्केतहरूलाई के भनिन्छ ?
- (ख) माथिका पहिलो चार ओटै अभिव्यञ्जकका उदाहरणहरूमा के के समानता र फरक पाउँछौ ।
- (ग) एक पदीय अभिव्यञ्जकमा कति ओटा पदहरू छन् ?
- (घ) द्विपदीय र त्रिपदीय अभिव्यञ्जकमा कति कति ओटा पदहरू छन् ?
- (ङ) बहुपदीयको अभिव्यञ्जकमा कति ओटासम्म पदहरू छन् ?
- (च) किन अन्तिमका उदाहरण अभिव्यञ्जक भएनन् होला ?

माथि दिइएका सबै उदाहरणहरूमा सङ्ख्या र चलराशिहरू समावेश भएका छन् । त्यसैले यी सबै बीजीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् । बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका पदको सङ्ख्याका आधारमा बीजीय अभिव्यञ्जक एक पदीय तथा बहुपदीय हुन्छन् । बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरू पनि द्विपदीय, त्रिपदीय, ..... आदि हुन्छन् ।

(छ) माथिको छलफलका आधारमा बीजीय अभिव्यञ्जकको परिचय (अर्थ) र यससँग सम्बन्धित तथ्यहरू पत्ता लगाई लेख र तलका तथ्यहरूसँग तुलना गरी हेर ।

#### केही महत्त्वपूर्ण तथ्यहरू

- चल वा अचल राशिका विचमा गणितीय क्रियासूचक चिह्नहरू प्रयोग भई गणितीय सङ्केतमा लेखिएका भनाइहरूलाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ ।
- एउटा मात्र पद भएको बीजीय अभिव्यञ्जकलाई एक पदीय अभिव्यञ्जक (monomial expression) भनिन्छ ।

3. दुई ओटा मात्र पद भएको अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जक (binomial expression) भनिन्छ । त्यस्तै तिन ओटा पद भएको अभिव्यञ्जकलाई त्रिपदीय अभिव्यञ्जक (trinomial expression) भनिन्छ ।
4. एक वा एकभन्दा बढी पदहरू भएको बीजीय अभिव्यञ्जकमा चलहरूको घाताङ्क पूर्ण सङ्ख्या भएमा त्यस्तो अभिव्यञ्जकलाई बहुपदीय अभिव्यञ्जक (polynomial expression) भनिन्छ । यसरी बहुपदीयलाई पदका आधारमा एक पदीय, द्विपदीय, तिन पदीय .... गरी वर्गीकरण गर्न सकिन्छ ।
5. बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरू पनि दुई पदीय, त्रिपदीय ..... आदि हुन्छन् ।

## 2. डिग्रीका आधारमा बीजीय अभिव्यञ्जकहरू

तलको तालिका अध्ययन गरी दिइएका प्रश्नमा छलफल गरौँ :

डिग्री 1	डिग्री 2	डिग्री 3	.....
$2x$	$4m^2$	$5p^3$	.....
$-5y$	$2m+7mn$	$7p^2 + 5p^2q + 9q^2$	.....
$\frac{3z}{2} + 2$	$3m^2 + 6mn + 4n^2$	$5x^3 + 7xy^2 + \frac{2}{3}y^3$	.....

(क) डिग्री 1 मा प्रत्येक पदको चल ( $x, y$  र  $z$ ) को घाताङ्कहरू कति कति छन् ?

(ख) डिग्री 2 मा प्रत्येक पदको चलका घाताङ्कहरू कति कति छन् ?

(ग)  $2m + 7mn$  कसरी 2 डिग्रीको भएको होला ?

(घ)  $(7p^2 + 5p^2q + 9q^2)$  कसरी डिग्री 3 को बीजीय अभिव्यञ्जक भयो होला ?

- माथि डिग्री 1 मा सबै बीजीय अभिव्यञ्जक  $2x, -5y, \frac{3z}{2} + 2$  का चलराशिहरूका घाताङ्कहरूको मान 1 छ । त्यसैले यिनीहरू डिग्री 1 का बीजीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् ।
- $7mn$  मा चलहरू  $m$  र  $n$  को घाताङ्कको योग  $1+1=2$  छ । त्यसैले  $2m+7mn$  डिग्री 2 को बीजीय अभिव्यञ्जक भयो ।
- $7p^2 + 5p^2q + 9q^2$  मा  $5p^2q$  पदको डिग्री सबभन्दा बढी  $= 2+1=3$  छ । त्यसैले यसको डिग्री 3 हुन्छ ।

### केही महत्त्वपूर्ण तथ्यहरू

1. कुनै पनि बीजीय अभिव्यञ्जकका पदहरूका चलराशिहरूको अधिकतम घाताङ्कको मानलाई त्यस अभिव्यञ्जकको डिग्री भनिन्छ ।
2. यदि चलहरू कुनै एउटा पदमा 2 वा 2 भन्दा बढी छन् भने तिनीहरूको घाताङ्कलाई जोडेर डिग्री पता लगाइन्छ ।
3. यदि दुई वा दुईभन्दा बढी पद भएको बीजीय अभिव्यञ्जक छ भने जुन पदको डिग्री सबभन्दा बढी छ त्यही डिग्री नै सो बीजीय अभिव्यञ्जकको डिग्री हुन्छ ।

### उदाहरण 1

तलका दिइएका प्रत्येक बहुपदीयहरू, एक पदीय, द्विपदीय वा तिन पदीय के हन् ? छुट्याएर लेख :

- (क)  $a^3$       (ख)  $4a^2 + 2a$       (ग)  $3x^2 + 7x^2y + 9y^2$

समाधान :

(क)  $a^3$  मा एउटा मात्र पद छ। त्यसैले  $a^3$  एक पदीय अभिव्यञ्जक हो।

(ख)  $4a^2 + 2a$  मा  $4a^2$  र  $+2a$  गरी दुई ओटा पदहरू छन्। त्यसैले  $4a^2 + 2a$  दुई पदीय अभिव्यञ्जक हो।

(ग)  $3x^2 + 7x^2y + 9y^2$  गरी 3 ओटा पदहरू छन्। त्यसैले  $3x^2 + 7x^2y + 9y^2$  त्रिपदीय अभिव्यञ्जक हो।

### उदाहरण 2

$5x^3 + 7x^2y^2 + 7y^3$  को डिग्री पत्ता लगाउ।

समाधान :  $5x^3 + 7x^2y^2 + 7y^3$  मा सबभन्दा धेरै घाताङ्क  $(2+2) = 4$  भएको पद  $7x^2y^2$  छ। त्यसैले  $5x^3 + 7x^2y^2 + 7y^3$  को डिग्री 4 भयो।

### उदाहरण 3

$6x^4y^2 + 8x^2y^5z + 7xy^5$  को डिग्री पत्ता लगाउ।

समाधान :

यहाँ प्रत्येक पंदको घाताङ्कको जोड निकालौ।

$6x^4y^2$  मा घाताङ्कहरूको जोड  $= 4 + 2 = 6$

$8x^2y^5z$  मा घाताङ्कहरूको जोड  $= 2 + 5 + 1 = 8$

र  $7xy^5$  मा घाताङ्कहरूको जोड  $= 1 + 5 = 6$

सबभन्दा धेरै घाताङ्कको योग 8 भयो। तसर्थ  $6x^4y^2 + 8x^2y^5z + 7xy^5$  को डिग्री 8 हुन्छ।

### अभ्यास 22.1

1. तलका अभिव्यञ्जकहरू कुन प्रकारका बहुपदीय हन् छुट्याउ र लेख :

- (क)  $5x^4 + 7x - 18$       (ख)  $-12x^2y^2$       (ग)  $x^2 + 6x$

- (घ)  $3x + xy - 8y^2$       (ङ)  $5x - 4y + 3z$       (च)  $\frac{7a^4 - 5}{8x^4}$

(छ) 5/5 ओटा बहुपर्दीय भाएका र बहुपर्दीय नभएका अभिव्यञ्जकहरूलेख र साथीसँग छलफल गर।

2. तल दिइएका बहुपदीयको डिग्री पत्ता लगाउ :

- (क)  $5x^2 + 6x^2y + 7y^2$       (ख)  $7x^3 + 8xy^4 + y^2$

- (ग)  $a^3y^4 + 3a^5y + y^6$       (घ)  $9xy^4 + 10x^6y^2 + y^{12}$

- (ङ) डिग्री 1 देखि डिग्री 5 सम्मका 2/2 ओटा बहुपदीय लेख।

3. एक/एक ओटा एक पदीय, दुई पदीय, त्रिपदीय अभिव्यञ्जकहरू लेख।

## 22.2 बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन (Multiplication of Algebraic Expressions)

1. द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्ने

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) दिइएको चित्रमा MNOP एउटा आयत छ ।

यसको क्षेत्रफल कति होला ?

(ख) आयत MNOP को क्षेत्रफल  $= (a+b)(c+d)$  हुन्छ, कसरी ?

(ग) MTSQ को क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।

(घ) त्यस्तै TSRP, QNUS र SUOR को क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।

(ङ) यहाँ, आयत MNOP को क्षेत्रफल  $= 4$  ओटा आयतहरू

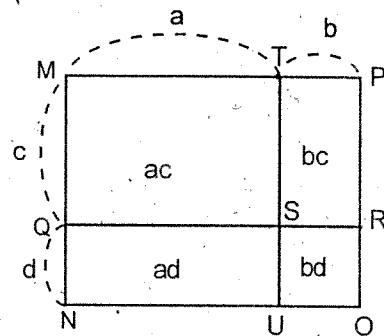
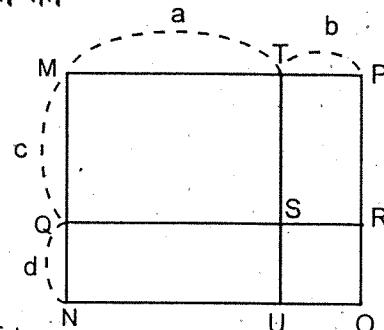
MTSQ, TSRP, QNUS र SUOR को

क्षेत्रफलहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ, कसरी ?

अथवा  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  हुन्छ ।

अब,  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  को

सम्बन्ध खोजौ ।



यहाँ,  $(a+b)$  ले  $(c+d)$  लाई गुणन गर्नु भनेको  $a$  ले  $(c+d)$  लाई  $+b$  ले  $(c+d)$  लाई गुणन गर्नु भनेको हो ।

बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनको प्रक्रियालाई तल प्रस्तुत गरिएको छ :

चरण 1 र 2 :  $a(c+d) = ac + ad$

चरण 3 र 4 :  $+b(c+d) = bc + bd$

तसर्थ,  $(a+b)(c+d) = ac + ad +$

$bc + bd$  हुन्छ ।

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

च. 1  
च. 2  
च. 3  
च. 4

तसर्थ,  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

दुई पदीय अभिव्यञ्जकले दुई पदीय अभिव्यञ्जकलाई गुणन गर्दा एउटा अभिव्यञ्जकको प्रत्येक दुई पदले अको अभिव्यञ्जकको त्यक पदलाई क्रमशः गुणन गर्दै जानुपर्छ । अनि सबै पदलाई एकै ठाउँमा जम्मा गर्नुपर्छ । यस्तो अवस्था ना गुणनको पद विच्छेदन नियम (distributive law of multiplication) प्रयोग गरिन्छ ।

2. त्रिपदीय अभिव्यञ्जकलाई द्विपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्ने

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर्ने :

(क) दिइएको आयत PQRS को जम्मा लम्बाई र चौडाई कति

कति होला ?

(ख) आयत PQRS लाई कति भागमा बाँडिएको छ ?

(ग) प्रत्येक भागको क्षेत्रफल निकाल र प्रत्येक कोठाभित्र लेख ।

(घ) आयत PQRS को क्षेत्रफल कसरी निकालिन्दछ ? कति होला ?

- माथिको आयत PQRS मा लम्बाई  $(a+b+c)$  र चौडाई  $(x+y)$  छ ।

- चित्रबाट आयत PQRS को क्षेत्रफल

= 6 ओटा कोठाको क्षेत्रफल  $ax + bx + cx + ay + by + cy$  हुन्छ ।

- यसरी छलफल गर्दा,

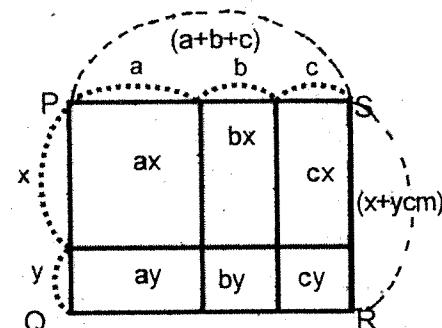
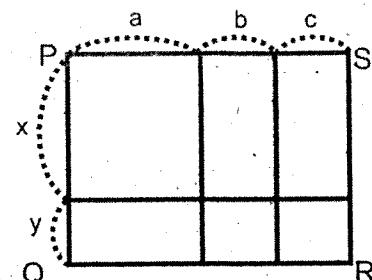
$$(x+y)(a+b+c)$$

$$= x(a+b+c) + y(a+b+c)$$

$$= ax + bx + cx + ay + by + cy$$

तसर्थ, आयत PQRS को क्षेत्रफल

$$= (ax + bx + cx + ay + by + cy) \text{cm}^2$$



द्विपदीय अभिव्यञ्जकले त्रिपदीय अभिव्यञ्जकलाई गुणन गर्दा द्विपदीयका प्रत्येक पदले त्रिपदीयको प्रत्येक पदलाई अलग अलग गुणन गरिन्छ । अनि सबै पदहरूलाई एकै ठाउँमा जम्मा पारिन्छ ।

गुणन गर्ने प्रक्रिया

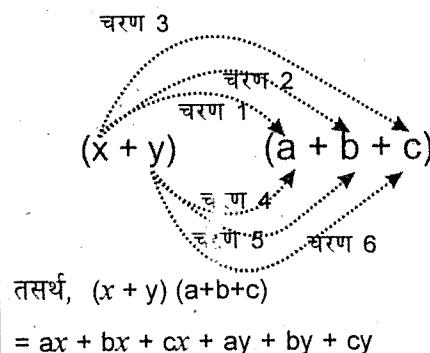
चरण 1, 2 र 3 :  $x(a+b+c) = ax + bx + cx$

चरण 4, 5 र 6 :  $y(a+b+c) = ay + by + cy$

तसर्थ,

$$(x+y)(a+b+c)$$

$$= ax + bx + cx + ay + by + cy$$



### उदाहरण 1

गुणन गर :  $(2x + 3y)(5x - 2y)$

समाधान

$$\begin{aligned}
 & (2x + 3y)(5x - 2y) \\
 &= 2x(5x - 2y) + 3y(5x - 2y) \\
 &= 10x^2 - 4xy + 15xy - 6y^2 \\
 &= 10x^2 + 11xy - 6y^2
 \end{aligned}$$

### उदाहरण 2

गुणन गर :  $(3a - 2b)(6a + 7b - 8c)$

समाधान

$$\begin{aligned}
 & (3a - 2b)(6a + 7b - 8c) \\
 &= 3a(6a + 7b - 8c) - 2b(6a + 7b - 8c) \\
 &= 18a^2 + 21ab - 24ac - 12ab - 14b^2 + 16bc \\
 &= 18a^2 + 21ab - 12ab - 24ac + 16bc - 14b^2 \\
 &= 18a^2 + 9ab - 24ac + 16bc - 14b^2
 \end{aligned}$$

### उदाहरण 3

एउटा आयतकार नर्सरीको लम्बाइ  $(12x - 2y)m$  र चौडाइ  $(6x - 4y)m$  छ, भने त्यस नर्सरीको क्षेत्रफल पत्ता लगाउ ।

समाधान

यहाँ, आयतको लम्बाइ (l) =  $(12x - 2y)m$ , चौडाइ (b) =  $(6x - 4y)m$  र क्षेत्रफल (A) = ?

$$\begin{aligned}
 \text{सूत्रअनुसार, आयतको क्षेत्रफल (A)} &= l \times b \\
 &= (12x - 2y)(6x - 4y)m^2 \\
 &= 12x(6x - 4y) - 2y(6x - 4y)m^2 \\
 &= (72x^2 - 48xy - 12xy + 8y^2)m^2 \\
 &= (72x^2 - 60xy + 8y^2)m^2
 \end{aligned}$$

तसर्थ, उक्त नर्सरीको क्षेत्रफल  $(72x^2 - 60xy + 8y^2)m^2$  हुन्छ ।

### उदाहरण 4

एउटा आयतकार कक्षा कोठाको लम्बाइ  $(5x + 2y - 5)$  र चौडाइ  $(3x - y)$  छ, भने त्यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ आयतको लम्बाइ (l) =  $(5x + 2y - 5)$ , चौडाइ (b) =  $(3x - y)$  र क्षेत्रफल (A) = ?

$$\begin{aligned}
 \text{सूत्रअनुसार, आयतको क्षेत्रफल } (A) &= l \times b \\
 &= (3x - y)(5x + 2y - 5) \\
 &= 3x(5x + 2y - 5) - y(5x + 2y - 5) \\
 &= 15x^2 + 6xy - 15x - 5xy - 2y^2 + 5y \\
 &= 15x^2 + 6xy - 5xy - 15x + 5y - 2y^2 \\
 &= 15x^2 + xy - 15x + 5y - 2y^2
 \end{aligned}$$

तर्सर्थ उक्त कक्षा कोठाको क्षेत्रफल  $(15x^2 + xy - 15x + 5y - 2y^2)$  वर्ग एकाइ हुन्छ ।

### अभ्यास 22.2

1. गुणन गर :

(क)  $a(3a - 2b)$       (ख)  $\frac{2}{3}x(x^2 - y^2)$       (ग)  $c\left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}b\right)$       (घ)  $(2m - 3n) \times 3p$

2. सरल गर :

(क)  $5x^2(2x + 3) + 6x(2x - 3)$       (ख)  $\frac{1}{2}m(m - 3) + 2m\left(\frac{5}{3}m - 2\right)$   
 (ग)  $6y - 3(5-y) + 7(3x - y)$       (घ)  $p^2(q^2 - r^2) + q^2(r^2 - p^2) + r^2(p^2 - q^2)$ .

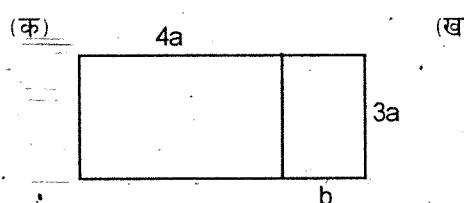
3. गुणन गर :

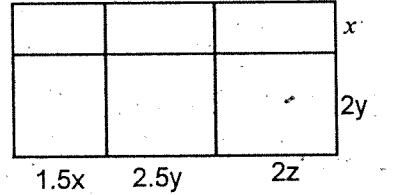
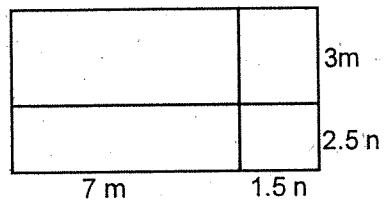
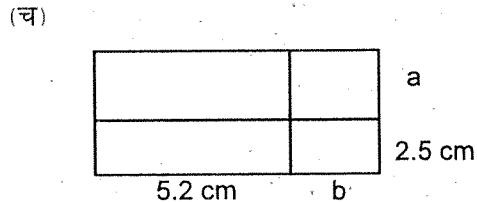
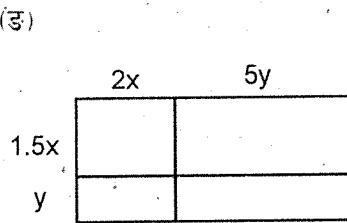
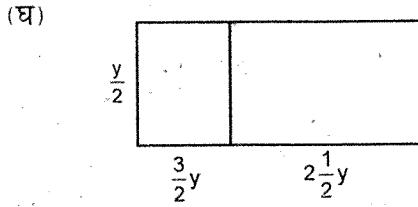
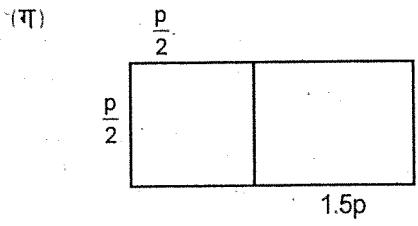
(क)  $(x+y)(x+y)$       (ख)  $(p-q)(p-q)$       (ग)  $(m+n)(m-n)$   
 (घ)  $(3x + 5y)(3x - 5y)$       (ज)  $(a^2 + b^2)(2a - 3b)$       (च)  $(3c - 5d)(5c - 3d)$   
 (छ)  $\left(\frac{k}{3} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{k}{3} - \frac{1}{2}\right)$       (झ)  $(2.5a^2 + 5.2b^2)(6.2a^2 + 2.6b^2)$   
 (झ)  $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$       (ऋ)  $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

4.  $(5p + 3) \text{ र } (3p - 2)$  को गुणन फल निकाल । यदि  $p = 2$  भए उक्त गुणन फलको मान कर्ति हुन्छ ?

5.  $(5a^2 - 4b^2)(2a + 5b)$  को गुणन फल निकाल । यदि  $a = 2$  र  $b = -3$  भए उक्त गुणन फलको वास्तविक मान कर्ति होला ?

6. तलका प्रत्येक चित्रका आधारमा आयतकार वस्तुको क्षेत्रफल पता लगाऊ :





7. एउटा आयतकार कोठाको लम्बाई  $(5a + 2b)m$  र चौडाइ  $(4a - b)m$  रहेक्छ भने

(क) त्यस कोठाको क्षेत्रफल निकाल ।

(ख) यदि  $a = 3m$  र  $b = 2m$  भए त्यस कोठाको वास्तविक क्षेत्रफल पत्ता लगाउ ।

8. एउटा आयतकार करेसाबारीको लम्बाई  $(12a - 3b)m$  र चौडाइ  $(6a - 2b - 2c)m$  छ भने,

(क) त्यस करेसाबारीको क्षेत्रफल निकाल ।

(ख) यदि  $a = 5$ ,  $b = 2$  र  $c = -1$  भए त्यस करेसाबारीको वास्तविक क्षेत्रफल पत्ता लगाउ ।

## 22.3 बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको भाग (Division of Algebraic Expression)

1. दुई पदीय अभिव्यञ्जकले बहुपदीय अभिव्यञ्जकलाई भाग गर्ने

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

एउटा आयतकार जग्गाको क्षेत्रफल  $(a^2 + 5a + 6)$  वर्ग एकाइ र लम्बाइ  $(a+3)$  एकाइ रहेछ भने चौडाइ पत्ता लगाउने कोसिस गरौँ ।

(क) माथिको समस्या जनाउने चित्र तयार गरी विचार गरौँ ।

यहाँ दिएअनुसार, क्षेत्रफल (A) =  $(a^2 + 6a + 6)$ ; लम्बाइ =  $(a+3)$  र b = ? छ ।

<p>माथिको समस्यामा चौडाइ (b) पत्ता लगाउनु छ । आयतकार वस्तुको क्षेत्रफल <math>A = l \times b</math> अथवा <math>b = \frac{A}{l}</math> हुन्छ । त्यसैले यो समस्या भागसँग सम्बन्धित छ ।</p>	$l = (a+3)$ $b = ?$ $A = (a^2 + 5a + 6)$
---	--

(ख) अब, सूत्रअनुसार चौडाइ (b) =  $\frac{A}{l} = \frac{a^2 + 5a + 6}{a+3}$  हुन्छ ।

अथवा  $b = (a^2 + 5a + 6) \div (a+3)$  हुन्छ ।

चौडाइ पत्ता लगाउन लम्बाइ  $(a+3)$  ले क्षेत्रफल  $(a^2 + 5a + 6)$  लाई भाग गर्नुपर्दछ ।

(घ) अब चरणअनुसार भाग गर्दै जाओँ,

चरणहरू	
$a+3 \overline{) a^2 + 5a + 6}$	चरण 1 : a ले $a^2$ लाई कति पटक भाग जाला ?
$a^2 + 3a$	चरण 2 : $(a+3) \times a = ?$
$2a + 6$	चरण 3 : अब $2a$ लाई a ले कति पटक भाग जाला ?
$2a + 6$	चरण 4 : $(a+3) \times 2 = ?$
0	

अतः उक्त जग्गाको चौडाइ =  $(a+2)$  एकाइ हुन्छ ।

(घ) अब जाँचेर हेरौँ :

$$(a+3)(a+2) = a(a+2) + 3(a+2) = a^2 + 2a + 3a + 6 = a^2 + 5a + 6$$

दिइएको जग्गाको क्षेत्रफल आयो । त्यसैले हाम्रो भाग गरेको हिसाव मिल्यो ।

(इ) यदि  $a = 15$  मिटर भए उक्त जग्गाको लम्बाइ, चौडाइ र क्षेत्रफल निकाल्ने प्रयोग गरौँ ।

लम्बाइ	चौडाइ	क्षेत्रफल
$(a+3)$	$(a+2)$	$(a^2 + 5a + 6)$
$= (15+3)m$	$= (15+2)m$	$= (15^2 + 5 \times 15 + 6)m$
$= 18m$	$= 17m$	$= (225 + 75 + 6)m$
		$= 306m$

### उदाहरण 1

$(m^2 - 7m + 12)$  लाई  $(m-3)$  ले भाग गर र जाँचेर पनि हेर ।

समाधान

भाग गरेर हेर्दा,

$$\begin{array}{r} m - 4 \\ m - 3) \underline{m^2 - 7m + 12} \\ m^2 - 3m \\ \underline{- \quad +} \\ - 4m + 12 \\ \underline{- \quad +} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &\text{जाँचेर हेर्दा,} \\ &(m-3)(m-4) \\ &= m(m-4) - 3(m-4) \\ &= m^2 - 4m - 3m + 12 \\ &= m^2 - 7m + 12 \end{aligned}$$

जाँच्दा मिल्यो । त्यसैले भाग गरेको ठिक छ ।

तसर्थ  $m^2 - 7m + 12$  लाई  $m-3$  ले भाग गर्दा  $(m-4)$  हुन्छ ।

### उदाहरण 2

(क)  $(4y^2 - 13y - 21)$  लाई  $(y - 8)$  ले भाग गर ।

(ख) भागफल र शेष छुट्याएर लेख ।

(ग) समाधानलाई जाँचेर पनि हेर ।

(घ) यदि  $(y = 2\text{cm})$  भए  $4y^2 - 13y - 21$  को मान निकाल ।

समाधान

(क) भाग गर्दा

$$\begin{array}{r} 4y + 19 \\ y - 8) \underline{4y^2 - 13y - 21} \\ 4y^2 - 32y \\ \underline{- \quad +} \\ 0 + 19y - 21 \\ 19y - 152 \\ \underline{- \quad +} \\ 0 + 131 \end{array}$$

(ख) जाँचेर हेर्दा

$$\begin{aligned} &(y - 8)(4y + 19) + 131 \\ &= y(4y + 19) - 8(4y + 19) + 131 \\ &= 4y^2 + 19y - 32y - 152 + 131 \\ &= 4y^2 - 13y - 21 \end{aligned}$$

$4y^2 - 13y - 21$  प्रश्नमा दिइएको भाज्य हो ।

अतः भागफल  $= (4y+19)$  र शेष  $= 131$

अतः हाम्रो भाग गरेको हिसाब मिलेको छ ।

अब माथिको उदाहरणका आधारमा बीजीय अभिव्यञ्जकको भागमा भाज्य, भाजक, भागफल र शेषको सम्बन्ध पत्ता लगाऊ ।

$$\text{भाज्य} = (\text{भाजक} \times \text{भागफल}) + \text{शेष}$$

जहाँ, शेषको डिग्री < भाजकको डिग्री हुन्छ ।

(घ) अब  $y = 2\text{cm}$  मानलाई  $(4y^2 - 13y - 21)$  मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$4y^2 - 13y - 21 = (4 \times 2^2 - 13 \times 2 - 21)\text{cm} = (4 \times 4 - 26 - 21)\text{cm} = (16 - 47)\text{cm} = -31\text{cm}$$

### उदाहरण 3

यदि  $(m+8)$  जनालाई रु.  $(2m^2 + 13m - 24)$  बराबर गरी बांडियो भने,

(क) प्रत्येकले कति कति रकम पाउँदान् ?

(ख) यदि  $m = \text{Rs } 10$  भए प्रत्येकले जम्मा कतिका दरले रकम पाएँदैन् ?

(ग) जम्मा रकम कति रहेछ ?

**समाधान**

माथि दिइएको समस्या भागको समस्या हो ।

अब भाग गरी हेर्दा

$$\begin{array}{r} 2m - 3 \\ \hline m+8) 2m^2 + 13m - 24 \\ 2m^2 + 16m \\ \hline 0 - 3m - 24 \\ - 3m + 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

चरणहरू

1.  $(m+8) \times 2m = 2m^2 + 16m$
2.  $+13m - 16m = -3m$
3.  $(m+8)(-3) = -3m - 24$
4.  $(-3m - 24) - (-3m - 24) = 0$

(क) त्यसैले प्रत्येकले रु.  $(2m - 3)$  रकम पाउँदैन् ।

(ख) यदि  $m = \text{रु. } 10$  भए प्रत्येकले पाउने रकम = रु.  $(2m - 3) = \text{रु. } (2 \times 10 - 3) = \text{रु. } (20 - 3) = \text{रु. } 17$  हुन्छ ।

(ग) जम्मा रकम = रु.  $(2m^2 + 13m - 24) = \text{रु. } (2 \times 10^2 + 13 \times 10 - 24)$

$$= \text{रु. } (2 \times 100 + 130 - 24) = \text{रु. } (200 + 106)$$

$$= \text{रु. } 306$$

### अभ्यास 22.3

1. भाग गर :

(क)  $\frac{10a - 15b + 30}{5}$

(ख)  $\frac{5m^6 - 3m^5 + 5m^3}{m^3}$

(ग)  $(4x^2 + 12x) \div (2x + 6)$

(घ)  $(m^2 + 4m + 4) \div (m+2)$

(ङ)  $(a^2 + 7a + 12) \div (a+3)$

(च)  $(3m^2 - 5m - 28) \div (3m+7)$

(छ)  $(2y^2 + 13y + 15) \div (y + 5)$

(ज)  $(16p^2 + 24pq + 9q^2) \div (4p + 3q)$

(झ)  $(2l^3 - 5l^2 - 24l - 18) \div (2l + 3)$

(ञ) माथि दिए जस्तै गरी एक पदीय, द्विपदीय र बहुपदीयले भाग गर्ने  $2/2$  औंटा समस्याहरू बनाई/खोजी समाधान गर . साथीसँग एक आपसमा साटेर समाधान गरी उत्तर जाँचेर हेर ।

2. एउटा सलाईको एउटा आयतकार सतह क्षेत्रफल  $15x^2 + 12x$  वर्ग एकाइ छ । त्यसको एउटा भुजाको लम्बाइ  $3x$  एकाइ भए,

(क) अर्को भुजाको चौडाइ कति होला ?

(ख) यदि  $x = 5\text{cm}$  भए उक्त सतहको क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाऊ ।

3. एउटा टेबलको माथिल्लो सतहको चौडाइ  $4x - 3y$  र क्षेत्रफल  $24x^2y - 18xy^2$  रहेछ भने,

(क) लम्बाइ पत्ता लगाऊ,

(ख) यदि  $x = 12\text{cm}$  र  $y = 6\text{cm}$  भए उक्त सतहको क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइको वास्तविक मान निकाल ।

4. यदि  $(x+2)$  जनालाई रु.  $(x^2 + 6x + 8)$  बराबर गरी बाडियो भने,

(क) प्रत्येकले कति कति रकम पाउलान् ?

(ख) यदि  $x = \text{रु. } 15$  भए वास्तविक जम्मा रकम, मानिसको सङ्ख्या र प्रत्येकको भागमा परेको रकम पत्ता लगाऊ ।

5. एउटा आयतकार घडेरीको लम्बाइ  $(5x + 10)m$  र क्षेत्रफल  $(x^2 - 25x - 70)m^2$  रहेछ भने ।

(क) चौडाइ पत्ता लगाऊ ।

(ख) यदि  $x = 10m$  भए उक्त घडेरीको वास्तविक लम्बाइ, चौडाइ र क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।

## 22.4 $(a \pm b)^2$ को ज्यामितीय धारणा र प्रयोग

[Geometrical Concept and Application of  $(a \pm b)^2$ ]

### 1. $(a+b)^2$ को ज्यामितीय धारणा

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

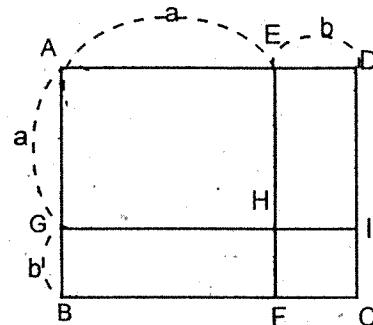
- (क) कुनै एउटा वर्ग ABCD खिचौं ।
- (ख) वर्ग ABCD को लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला ? पत्ता लगाऊ ।
- (ग) अब प्रत्येक आयत र वर्गको क्षेत्रफल निकालेर चित्रमा भर ।
- (घ) अब वर्ग ABCD को जम्मा क्षेत्रफल  $= (a+b)(a+b) = (a+b)^2 = ?$

माथिको चित्रमा वर्ग ABCD का प्रत्येक भुजाको लम्बाइ  $(a+b)$  छ । अर्थात् लम्बाइ  $= (a+b)$  तै छ । प्रत्येक भित्री वर्ग र आयतलाई तलको चित्रमा भरेर देखाइएको छ । अतः वर्ग ABCD को क्षेत्रफल

$$(A) = (a+b)^2 = (a^2 + ab + ab + b^2) = (a^2 + 2ab + b^2) \text{ हुन्छ ।}$$

जाँचेर हेरौं अतः सूत्र  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

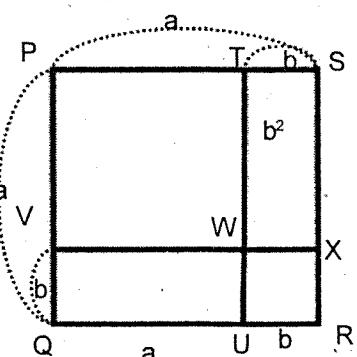
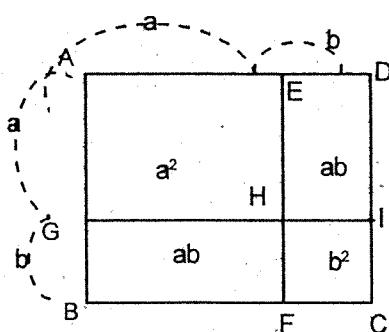
$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a(a+b) + b(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \text{ प्रमाणित भयो ।} \end{aligned}$$



### 2. $(a-b)^2$ को ज्यामितीय धारणा

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

- (क) एउटा भुजा  $a$  एकाइ भएको वर्ग PQRS खिच ।
- (ख) भुजा PS =  $a$  मा TS =  $b$  तथा भुजा QR =  $b$  हुने गरी काट र अब T र U जोड ।
- (ग) त्यस्तै अर्को भुजा PQ =  $a$  मा VQ =  $b$  हुने गरी काट । अब V र X जोड ।
- (घ) TU र VX ले आपसमा काटिएको विन्दुलाई W नाम देउ ।



(ङ) अब तलका प्रत्येक ज्यामितीय चित्रको नाप पत्ता लगाई चित्रमा भर :

- |                     |              |                     |              |
|---------------------|--------------|---------------------|--------------|
| 1. $PV = ?$         | 2. $VW = ?$  | 3. $TW = ?$         | 4. $PT = ?$  |
| 5. $WU = ?$         | 6. $UR = ?$  | 7. $WX = ?$         | 8. $XR = ?$  |
| 9. $SX = ?$         | 10. $QV = ?$ | 11. $QU = ?$        | 12. $TS = ?$ |
| 13. वर्ग $PVWT = ?$ |              | 14. आयत $TWX S = ?$ |              |
| 15. आयत $VQUW = ?$  |              |                     |              |
| 16. वर्ग $WURX = ?$ |              | 17. वर्ग $PQRS = ?$ |              |

(च) अब  $(a-b)^2$  लाई छाया पारेर देखाऊ ।

(छ)  $(a-b)^2$  बराबर कति हुन्छ होला ? चित्रका आधारमा पत्ता लगाऊ ।

माथिको चित्रमा  $PV = VW = TW = PT = (a-b)$  हुन्छ । वर्ग  $PVWT$  को क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $(a-b)^2$  वर्ग एकाइ हुन्छ । त्यसैले आयत  $TWX S$  को क्षेत्रफल =  $b(a-b)$  वर्ग एकाइ, आयत  $VQUW$  को क्षेत्रफल =  $b(a-b)$  वर्ग एकाइ र वर्ग  $WURX$  को क्षेत्रफल =  $b^2$  वर्ग एकाइ हुन्छ । त्यसै वर्ग  $PQRS$  को क्षेत्रफल =  $a^2$  वर्ग एकाइ हुन्छ ।

अब, ठुलो वर्ग  $PQRS$  = वर्ग  $PVWT$  + आयत  $VQUW$  + आयत  $TWX S$  + वर्ग  $WURX$  हुन्छ ।

अथवा  $a^2 = (a-b)^2 + b(a-b) + b(a-b) + b^2$

अथवा,  $a^2 = (a-b)^2 + ab - b^2 + ab - b^2 + b^2$

अथवा,  $a^2 = (a-b)^2 + 2ab - b^2$

अथवा,  $-(a-b)^2 = -a^2 + 2ab - b^2$

अथवा,  $(a-b)^2 = -(-a^2 + 2ab - b^2)$

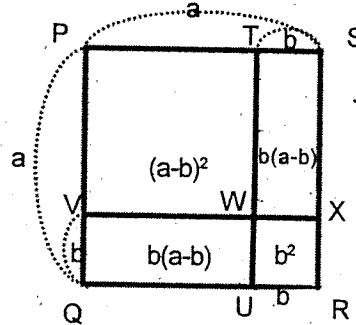
अतः सूत्र :  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  लाई जाँचिए होरौँ :

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$  प्रमाणित भयो ।

केही महत्वपूर्ण सूत्रहरू

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$(2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab$$



### उदाहरण 1

$(x + 3)$  को वर्ग निकाल :

(क) सूत्र प्रयोग गरेर

(ग)  $(x+3)$  लाई ज्यामितीय चित्रमा देखाउ ।

समाधान

(क) सूत्र प्रयोग गरेर

$$x+3 \text{ को वर्ग} = (x+3)^2$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \quad [\text{किनकि } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

(ग) ज्यामितीय चित्रमा देखाउँदा

$$(x+3)^2 = x^2 + x + x + x + x + x + x + 1 + 1 \\ + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$\text{अतः } (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \text{ प्रमाणित भयो ।}$$

(ख) सूत्र प्रयोग नगरिकन

$$(x + 3) \text{ को वर्ग} = (x+3)(x+3)$$

$$= x(x+3) + 3(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

x	1	1	1
$x^2$	x	x	x
1	x		
1	x		
1	x		

### उदाहरण 2

$(3x - 2y^2)$  को वर्ग निकाल :

समाधान

$$(3x - 2y^2) \text{ को वर्ग} = (3x - 2y^2)^2 \\ = [(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y^2 + (2y^2)^2] \\ = 9x^2 - 12xy^2 + 4y^4$$

### उदाहरण 3

$(a+b+c)$  को वर्ग निकाल :

(क) सूत्र प्रयोग गरेर

(ख) सूत्र प्रयोग नगरिकन

समाधान

$$(क) (a+b+c) \text{ को वर्ग} = (a+b+c)^2 = [(a+b)+c]^2 \\ = [(a+b)^2 + 2(a+b) \times c + c^2] \\ = [a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2] \\ = (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc)$$

$$(ख) (a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) \\ = a(a+b+c) + b(a+b+c) + c(a+b+c) \\ = a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 \\ = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

#### उदाहरण 4

$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)$  को वर्ग निकाल :

$$\text{समाधान : } x^2 - \frac{1}{x} \text{ को वर्ग} = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^2 = \left[(x^2)^2 - 2 \times x^2 \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right] = x^4 - 2x + \frac{1}{x^2}$$

#### उदाहरण 5

$$\text{यदि } p + \frac{1}{p} = 4 \text{ भए मान पत्ता लगाऊ (क) } \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \quad (\text{ख}) \quad p^2 + \frac{1}{p^2}$$

समाधान

$$(\text{क}) \left(p + \frac{1}{p}\right) \text{ को वर्ग} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 4^2 = 16$$

$$(\text{ख}) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = p^2 + 2 \times p \times \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2\right]$$

$$\text{अथवा, } 4^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \times p \times \frac{1}{p}$$

$$\text{अथवा, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 = 16$$

$$\text{अथवा, } p^2 + \frac{1}{p^2} = 16 - 2$$

$$\text{अथवा, } p^2 + \frac{1}{p^2} = 14$$

$$\text{अतः } p^2 + \frac{1}{p^2} \text{ को मान } 14 \text{ हून्छ।}$$

#### उदाहरण 6

$$\text{यदि } x - \frac{1}{x} = 10 \text{ भए मान पत्ता लगाऊ : (क) } x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (\text{ख}) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

### समाधान

(क) यहाँ,  $x - \frac{1}{x} = 10$

अथवा,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 10^2$

अथवा,  $x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 100 + 2 = 102$

अथवा,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10^2$

(ख) यहाँ,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$= 102 + 2$$

$$= 104$$

तसर्थ,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 102$  र

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 104 \text{ हुन्दूँ।}$$

### उदाहरण 7

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = 5 \text{ भए, प्रमाणित गर : (क)} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 27 \quad (\text{ख}) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 29$$

### समाधान

(क)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left[x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right]$

अथवा,  $5^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)$

अथवा,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 + 2$

अथवा,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$  प्रमाणित भयो।

(ख)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \times x \times \frac{1}{x}$  [∵  $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ ]

अथवा,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (5)^2 + 4$

अथवा,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25 + 4$

अथवा,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 29$  प्रमाणित भयो।

### उदाहरण 8

सरल गर :

(क)  $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

(ख)  $(a-b)^2 - (a+b)^2$

समाधान

(क)  $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$= a(a^2 + ab + b^2) - b(a^2 + ab + b^2)$$

$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3$$

(ख)  $(a-b)^2 - (a+b)^2$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$$

$$= -4ab$$

#### अभ्यास 22.4

1. सूत्र प्रयोग गरेर र नगरिकन दुवै तरिकाले वर्ग पत्ता लगाउँ। ज्यामितीय चित्र पति बनाउँ :

- (क)  $(a+1)^2$       (ख)  $(b+2)^2$       (ग)  $(c-1)^2$       (घ)  $(c-5)^2$   
 (ड)  $(2p+3q)^2$       (च)  $(6m-5n)^2$

2. प्रश्न नं. 1 जस्तै गरी  $(a+b)^2$  र  $(a-b)^2$  रूपका दुई/दुई ओटा समस्या बनाई समाधान गर :  
 साथैसँग आपसमा समाधान गरी उत्तर जाँचेर हेर ।

3. विस्तार गर :

- (क)  $(a^2 - 3y)^2$       (ख)  $(xy + ab)^2$       (ग)  $(p^2q + q^2r)^2$       (घ)  $(-5p^4 - 6a)^2$   
 (ड)  $\left(m^2 - \frac{1}{m}\right)^2$       (च)  $\left(3q^3 + \frac{1}{6q^3}\right)^2$

4. यदि  $p + \frac{1}{p} = 7$  भए, मान निकाल :

- (क)  $p^2 + \frac{1}{p^2}$       (ख)  $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2$

5. यदि  $\left(x - \frac{1}{x}\right) = 12$  भए मान निकाल :

- (क)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$       (ख)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

6. सरल गर :

- (क)  $(3c + 2d)^2 + (5c - 6d)^2$       (ख)  $17(k-5)^2 - 21(k-5)(k+6)$

7. गुणन फल निकाल :

- (क)  $(g+h)(g^2 - gh + h^2)$       (ख)  $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$       (ग)  $(l-m)(l^2 + lm + m^2)$

8. यदि  $e + \frac{1}{e} = 11$  भए प्रमाणित गर :

- (क)  $e^2 + \frac{1}{e^2} = 119$       (ख)  $\left(e - \frac{1}{e}\right)^2 = 117$

9. यदि  $f - \frac{1}{f} = 15$  भए प्रमाणित गर :

- (क)  $f^2 + \frac{1}{f^2} = 227$       (ख)  $\left(f + \frac{1}{f}\right)^2 = 229$

## 23.1 घातांकका नियमहरू (Laws of Indices)

## 1. घात र घातांक

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

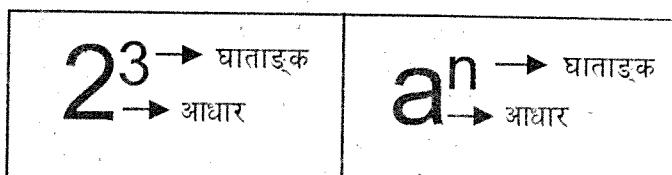
तल एउटै गुणन खण्डलाई लगातार गुणन गर्ने तरिका सम्बन्धी ढाँचा दिइएको छ, यसलाई पुरा गर ।

गुणन खण्ड	छोटकरी रूप	पढ्ने तरिका
$2 \times 2 = 4$ (दुई ओटा 2 को गुणन फल)	$2^2 = 4$	2 को घातांक 2
$2 \times 2 \times 2$ (तिन ओटा 2 को गुणन फल)	$2^3 = 8$	2 को घातांक 3
$2 \times 2 \times 2 \times 2$ (4 ओटा 2 को गुणन फल)	$2^4 = 16$	2 को घातांक 4
.....(.....)	... = ...	.....
.....(.....)	... = ...	.....
$2 \times 2 \times 2 \dots (n$ ओटा 2 को गुणन फल)	$2^n = 2^n$	2 को घातांक 2
$a \times a \times a \dots (n$ ओटा a को गुणन फल)	$a^n$	a को घातांक n

यहाँ  $2^3$  मा 2 आधार हो भने 3 घातांक हो ।

त्यस्तै  $a^n$  मा a आधार हो भने n घातांक हो ।

यसलाई तल अभि स्पष्टका साथ देखाइएको छ :



1. यसरी एउटै सङ्ख्या लगातार धेरै पटक गुणन गर्नुपर्ने क्रियालाई ज्ञाउन घातांक (exponents) का प्रयोग गरिन्छ ।
2.  $a^n$  मा a लाई आधार र n लाई घातांक भनिन्छ । त्यस्तै गरी  $a^n$  लाई घात (power) भनिन्छ । यहाँ a धनात्मक वा भिन्नात्मक जे हुन पनि सक्छ ।

## 2. घातांकका नियमहरू

नियम 1: एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन : ( $a^m \times a^n = a^{m+n}$ )

तलका क्रियाकलापको ढाँचा अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तल एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन गर्ने तरिकाको ढाँचा दिइएको छ, यसलाई पुरा गर ।

$2^1 \times 2^1 = 4 = 2^2 = 2^{1+1}$	$3^1 \times 3^1 = 9 = 3^2 = 3^{1+1}$
$2^1 \times 2^2 = 8 = 2^3 = 2^{1+2}$	$3^1 \times 3^2 = 27 = 3^3 = 3^{1+2}$
.....	.....
.....	.....
$2^1 \times 2^n = 2^{1+n} = 2^{n+1}$	$3^1 \times 3^n = 3^{1+n} = 3^{n+1}$
$a^1 \times a^n = a^{1+n}$	$b^1 \times b^n = b^{1+n} = \dots\dots\dots$
$a^m \times a^n = \dots\dots\dots$	$b^m \times b^n = \dots\dots\dots$

(ख) अब माथिको तालिकाका आधारमा एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन गर्दा बन्ने घातांकको नियम पत्ता लगाउ । आफ्नो नियमलाई साथीसँग छलफल गर र निष्कर्षलाई तलका नियमसँग दाँजेर हेर :

घातांकको नियम 1 :  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  हुन्छ । जहाँ m र n पूर्ण सद्व्याहुन् ।

एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन गर्दा आधार उही रहन्छ । तर घातांकहरू भने जोडिन्छन् ।

नियम 2: एउटै आधार भएका घातहरूको भाग : ( $a^m \div a^n = a^{m-n}$ )

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तल एउटै आधार भएका घातहरूको भाग गर्ने तरिकाको ढाँचा दिइएको छ । यसलाई पुरा गर ।

$2^2 \div 2^1 = \frac{2 \times 2}{2} = 2^1 = 2^{2-1}$	$3^2 \div 3^1 = \frac{3 \times 3}{3} = 3^1 = 3^{2-1}$
$2^3 \div 2^1 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2} = 2^2 = 2^{3-2}$	$3^3 \div 3^1 = \frac{3 \times 3 \times 3}{3} = 3^2 = 3^{3-1}$
.....	.....
.....	.....
$2^n \div 2^1 = \dots\dots\dots$	$3^n \div 3^1 = \dots\dots\dots$
$a^n \div a^1 = \dots\dots\dots$	$b^n \div b^1 = \dots\dots\dots$
$a^m \div a^n = \dots\dots\dots$	$b^m \div b^n = \dots\dots\dots$

अब माथिको तालिकाको आधारमा एउटै आधार भएका घातहरूको भाग गर्दा बन्ने घाताङ्कको नियम पत्ता लगाऊ ।

**घाताङ्कको नियम 2 :**  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  हुन्छ । जहाँ  $a \neq 0$ ,  $m \geq n$  तथा  $m$  र  $n$  दुवै धनात्मक सख्ख्या हुन् । एउटै आधार भएका घातहरूको भाग गर्दा आधार उही रहन्छ तर अंशको घाताङ्कबाट हरको घाताङ्क घटाइन्छन् ।

**नियम 3: शून्य घाताङ्क :** ( $a^0 = 1$ )

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तल एउटै आधार र शून्य घाताङ्कको ढाँचा दिइएको छ । यसलाई पुरा गर :

$2 \div 2 = \frac{2}{2} = 1 = 2^{1-1} = 2^0$	$3 \div 3 = \frac{3}{3} = 1 = 3^{1-1} = 3^0$
$2^2 \div 2^2 = \frac{2 \times 2}{2 \times 2} = 1 = 2^{2-2} = 2^0$	$3^2 \div 3^2 = \frac{3 \times 3}{3 \times 3} = 1 = 3^{2-2} = 3^0$
$2^3 \div 2^3 =$	$3^3 \div 3^3 =$
.....	.....
$2^m \div 2^m =$	$3^n \div 3^n =$
$a^m \div a^m =$	$b^n \div b^n =$

(ख) अब माथिको तालिकाको आधारमा घाताङ्क शून्य भएका घातको घाताङ्कको नियम पत्ता लगाऊ ।

**घाताङ्कको नियम 3 :**  $a^0 = 1$  हुन्छ । जहाँ  $a \neq 0$  छ । शून्यबाहेक कुनै पनि सख्ख्याको घाताङ्क शून्य छ भने त्यसको मान 1 हुन्छ ।

तलका उदाहरणहरू अध्ययन गरी आफूले पनि समाधान गर्ने प्रयास गर :

#### उदाहरण 1

तलका लगातार गुणन क्रियालाई घाताङ्कमा व्यक्त गर :

- (क)  $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$   
 (ख)  $(-5y) \times (-5y) \times (-5y) \times (-5y) \times (-5y) \times (-5y) \times (-5y) \times (-5y)$

समाधान

- (क)  $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^4 = (4)^4$  [ ∵ - लाई चार पटक गुणन गर्नु भनेको '+' हो । ]  
 (ख)  $(-5y) \times (-5y) = (-5y)^8 = -(5y)^3$   
 [ ∵ - लाई तिन पटक गुणन गर्दा '-' नै हुन्छ । ]

### उदाहरण 2

गुणनफल निकाल :

(क)  $3^5 \times 5^2$       (ख)  $(5a)^2 \times (2b)^3$

समाधान

(क)  $3^5 \times 5^2 = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5) = 243 \times 25 = 6075$

(ख)  $(5a)^2 \times (2b)^3 = (5a \times 5a) \times (2b \times 2b \times 2b) = 25a^2 \times 8b^3 = 200a^2b^3$

### उदाहरण 3

9000 लाई 10 को घातको रूपमा व्यक्त गर :

समाधान

यहाँ  $9000 = 9 \times 1000 = 9 \times (10)^3 = 9 \times 10^3$

### उदाहरण 4

864 लाई रुढ़ खण्डीकरण गरी घातको रूपमा व्यक्त गर :

समाधान

यहाँ, 864 को रुढ़ गुणन खण्ड निकालदा :

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 20px;">2</td><td style="width: 80px; text-align: right;">864</td></tr> <tr><td>2</td><td style="text-align: right;">432</td></tr> <tr><td>2</td><td style="text-align: right;">216</td></tr> <tr><td>2</td><td style="text-align: right;">108</td></tr> <tr><td>2</td><td style="text-align: right;">54</td></tr> <tr><td>3</td><td style="text-align: right;">27</td></tr> <tr><td>3</td><td style="text-align: right;">9</td></tr> <tr><td>3</td><td style="text-align: right;">3</td></tr> </table>	2	864	2	432	2	216	2	108	2	54	3	27	3	9	3	3	<p>यहाँ, <math>864 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3</math>  <math>= 2^6 \times 3^3</math></p>
2	864																
2	432																
2	216																
2	108																
2	54																
3	27																
3	9																
3	3																

### उदाहरण 5

घातांकको नियम प्रयोग गरी सरल गर :

(क)  $5q^2 \times 15q^9$       (ख)  $\frac{y^9 \times y^5}{y^8}$       (ग)  $\frac{15b^2 \times 20b^{10}}{55b^{12}}$

समाधान

(क)  $5q^2 \times 15q^9 = 75q^{2+9} = 75q^{11}$        $[\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$

$$(ख) \frac{y^9 \times y^5}{y^8} = \frac{y^{9+5}}{y^8} \quad [\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$$

$$= \frac{y^{14}}{y^8} = y^{14-8} \quad [\because a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= y^6$$

$$(ग) \frac{15b^2 \times 20b^{10}}{150b^{12}} \quad [\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$$

$$= 2b^{12-12} \quad [\because a^m + a^m = a^{m-n}]$$

$$= 2b^0$$

$$= 2 \times 1 \quad [\because a^0 = 1]$$

$$= 2$$

### उदाहरण 6

मान पत्ता लगाऊ :

$$(क) यदि z = 5 भए z^5 = ?$$

$$(ख) यदि a = 4 र b = 3 भए \frac{a^2 + b^2}{a+b}$$

$$(ग) यदि x = 15 र y = 20 भए \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x-y}$$

समाधान

$$(क) यहाँ z^5 = (5)^5 = 3125$$

$$(ख) यहाँ \frac{a^2 + b^2}{a+b} = \frac{4^2 + 3^2}{4+3} = \frac{16+9}{7} = \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$$

$$(ग) यहाँ, \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2}{(x-y)}$$

$$= (x-y)^{2-1} \quad [\because a^m + a^n = a^{m-n}]$$

$$= x - y$$

$$= 15 - 20$$

$$= -5$$

### अभ्यास 23.1

1. तलका हिसाबलाई घातांकका रूपमा व्यक्त गर :

(क)  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(ख)  $(-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15)$

(ग)  $(3x) \times (3x) \times (3x) \times (3x)$

(घ)  $(-64) \times (-64) \times (-64) \times (-64) \times (-64) \times (-64)$

2. तलका प्रत्येक घातलाई लगातार गुणन कियामा व्यक्त गर :

(क)  $6^3$  (ख)  $3^{15}$  (ग)  $(-6)^8$

(घ)  $(2x)^7$

(ङ)  $(-2b)^9$

3. तलका प्रत्येक सद्व्यालाई 10 को घातमा व्यक्त गर :

(क) 100 (ख) 200 (ग) 5000

(घ) 3,50000

(ङ) 6,90,00,000

4. मान पत्ता लगाऊ :

(क)  $2 \times 10^2$

(ख)  $5 \times 10^5$

(ग)  $15 \times (-10)^3$

(घ)  $18 \times (2^6)$

(ङ)  $5 \times (-5)^3$

(च)  $2^3 \times 4^2$

5. सानो र ठुलो छुट्ट्याऊ :

(क)  $3^2$  वा  $2^3$

(ख)  $5^3$  वा  $3^5$

(ग)  $3^4$  वा  $4^3$

(घ)  $2^{10}$  वा  $10^2$

(ङ)  $0^{100}$  वा  $100^1$

(च)  $2^8$  वा  $10^3$

6. रुढ खण्डीकरण गरी घातको रूपमा व्यक्त गर :

(क) 64

(ख) 500

(ग) 1256

(घ) 1728

(ङ) 864000

7. घातांकको नियमहरू प्रयोग गरी सरल गर र घातांकमै उत्तर लेख :

(क)  $3^5 \times 3^2$

(ख)  $5^8 \times 5^4$

(ग)  $x^3 \times x^6$

(घ)  $a^2 \times a^{(-3)}$

(ङ)  $(x)^3 \times (x)^6$

(च)  $(-b)^3 \times (-b)^5$

(छ)  $\frac{q^3 \times q^5}{q^3}$

(ज)  $\frac{(5x)^6 \times (5x)^7}{(5x)^{11}}$

8. तलका प्रत्येक अवस्थामा मान पत्ता लगाऊ :

(क)  $2^0$

(ख)  $2 \times 100^0$

(ग)  $(-5)^0$

(घ)  $x^0$

(ङ)  $105y^0$

(च)  $\frac{2m^{17} \times m^3}{m^{20}}$

9. मान पत्ता लगाऊ :

(क) यदि  $y = 3$  भए  $y^3 = ?$

(ख) यदि  $x = 5$  भए  $17x^2 = ?$

(ग) यदि  $a = 10, b = 2$  भए  $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a - b} = ?$

(घ) यदि  $x = 5$  र  $y = 3$   $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = ?$

(ङ) यदि  $l = 5$  भए  $\frac{l^2 \times l^{10} \times l^7}{l^{19}} = ?$

## 24.1 एक चलयुक्त रेखीय समीकरणका समस्या

## (Problems of linear Equation on in One Variables)

## 1. एक चलयुक्त रेखीय समीकरणको परिचय

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

(क)  $y + 5 = 7$  मा कति ओटा चल राशि छन् ? कति ओटा अचल राशि छन् ?

(ख) के  $y + 5 = 7$  गणितीय खुला वाक्य हो ? कसरी ?

(ग)  $y$  को मान कति हुँदा खुला वाक्य  $y + 5 = 7$  साँचो वाक्य हुन्छ ?

यहाँ,  $y + 5 = 7$  मा एउटा मात्र चल राशि  $y$  छ। (+5) र (+7) अचल राशि हुन्।  $y + 5 = 7$  गणितीय खुला वाक्य हो। यसमा  $y$  को घाताङ्क 1 छ।  $y + 5 = 7$  एउटा समीकरण पनि हो। यस्तो समीकरणलाई एक चलयुक्त रेखीय समीकरण भनिन्छ।

(घ) माथिको छलफलका आधारमा एक चलयुक्त रेखीय समीकरणको परिभाषा लेखन सक्छौ ? लेखेर साथीसँग छलफल गर। निष्कर्षलाई तलको परिभाषासँग दाँजेर हेर :

**बराबर चिह्न** : समावेश भएको, घाताङ्क 1 भएको तथा एउटा मात्र चल राशि भएको समीकरणलाई एक चलयुक्त रेखीय समीकरण भनिन्छ।

(ङ)  $y + 5 = 7$  जस्तै अन्य 5 ओटा एक चलयुक्त रेखीय समीकरण लेखेर देखाउ।

## 2. एक चलयुक्त रेखीय समीकरणको समाधान

कुनै एउटा एक चलयुक्त समीकरण  $y + 5 = 7$  लेउ।

(क)  $y$  को मान कति हुँदा  $y + 5 = 7$  हुन्छ ?

(ख) अब  $y + 5 = 7$  बाट  $y$  को मान निकाल्ने छोटो तरिका कुन होला ?

यहाँ  $y + 5 = 7$  छ।

अथवा,  $(y + 5) - 5 = 7 - 5$  [ दुवैतिर 5 घटाउँदा ]

अथवा,  $y + 5 - 5 = 2$

अथवा,  $y + 0 = 2$

अथवा,  $y = 2$

जाँचेर हेर्दा,

$y$  को मान 1, 2, 3, 4, 5 राख्ने जाओँ।

$y + 5 = 7$

$1 + 5 = 7$  मान्य भएन।

$2 + 5 = 7$  मान्य भयो।

$3 + 5 = 7$  मान्य भएन।

जाँचेर हेर्दा,

$y + 5 = 7$

अथवा  $2 + 5 = 7$

अथवा  $7 = 7$  प्रमाणित भयो।

### उदाहरण 1

हल गर र उत्तर जाँचेर हेर :  $17x - 5 = 15$

समाधान

हल गर्दा	जाँचेर हेदा
$17x - 5 = 19$	$17x - 5 = 29$
अथवा $(17x - 5) + 5 = 19 + 5$ [दुवै तिर 5 जोड़दा]	अथवा, $17 \times 2 - 5 = 29$
अथवा, $17x - 5 + 5 = 34$	अथवा, $34 - 5 = 29$
अथवा $17x = 34$	अथवा, $29 = 29$ प्रमाणित भयो ।
अथवा $\frac{17x}{17} = \frac{34}{17}$ [दुवैतिर 17 ले भाग गर्दा]	
अथवा $x = 2$	

### उदाहरण 2

तलको समस्या हल गर र उत्तर जाँचेर हेर :

$$17k - \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$$

समाधान

हल गर्दा	जाँचेर हेदा
$17k - \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$	$17k - \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$
अथवा, $17 - \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ [दुवैतिर $\frac{3}{5}$ जोड़दा]	अथवा, $17 \times \frac{2}{15} - \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$
अथवा, $17k = \frac{25+9}{15}$	अथवा, $\frac{34-9}{15} = \frac{5}{3}$ अथवा, $\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$
अथवा, $\frac{17k}{17} = \frac{34}{15 \times 17}$ [दुवैतिर 17 ले भाग गर्दा]	अथवा, $\frac{2}{15} = \frac{5}{3}$ प्रमाणित भयो ।
$k = \frac{2}{15}$	

**उदाहरण 3** हल गर र जाँचेर हेर :  $10n - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}n + \frac{2}{3}$

हल गर्दा	जाँचेर हेर्दा
समाधान : $10n - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}n + \frac{2}{3}$	$10n - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}n + \frac{1}{3}$
अथवा, $10n - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}n + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ [ दुवैतिर $\frac{1}{4}$ जोड्दा ]	अथवा, $10 \times \frac{11}{114} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{11}{114} + \frac{2}{3}$
अथवा, $10n = \frac{n}{2} + \frac{8+3}{12}$	अथवा, $\frac{220-57}{228} = \frac{11+152}{228}$
अथवा, $\frac{10n-n}{1} = (\frac{n}{2} + \frac{11}{12}) - \frac{n}{2}$ [ दुवैतिर $\frac{n}{2}$ घटाउँदा ]	अथवा, $\frac{163}{228} = \frac{163}{228}$
अथवा, $\frac{20n-n}{2} = \frac{11}{12}$	प्रमाणित भयो ।
अथवा, $\frac{19n}{2} \times \frac{2}{19} = \frac{11}{12} \times \frac{2}{19}$	
अथवा, $n = \frac{11}{6 \times 19} = \frac{11}{114}$	

**उदाहरण 4**

एउटा विद्यालयको कक्षा 7 मा जम्मा 27 विद्यार्थी रहेछन् । यदि छात्राको सङ्ख्या छात्रको भन्दा 3 ले बढी रहेछ भने,

- (क) विद्यार्थी सङ्ख्या जनाउने एउटा समीकरण लेख ।
- (ख) छात्र र छात्राको वास्तविक सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।

**समाधान**

यहाँ, मानौं छात्रको सङ्ख्या =  $x$  छ ।

त्यसैले छात्राको सङ्ख्या =  $x + 3$

(क) अब, छात्र + छात्रा = जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या

अथवा  $x + (x+3) = 27$

अथवा  $x + x + 3 = 27$

अथवा,  $2x + 3 = 27$  दिइएको समीकरण हो ।

(ख)  $2x + 3 = 27$  लाई हल गर्दा,

$$\text{अथवा, } 2x + 3 - 3 = 27 - 3 \quad [\text{दुवैतिर } 3 \text{ घटाउँदा}]$$

$$\text{अथवा, } 2x = 24$$

$$\text{अथवा, } \frac{2x}{2} = \frac{24}{2} \quad [\text{दुवैतिर } 2 \text{ ले भाग गर्दा}]$$

$$\text{अथवा, } x = 12$$

$$\text{त्यसैले छात्र सङ्ख्या} = 12 \text{ जना}$$

$$\text{छात्राको सङ्ख्या} = x + 3 = 12 + 3 = 15 \text{ जना}$$

### उदाहरण 5

एउटा आयतको चौडाइ लम्बाइ भन्दा  $5 \text{ cm}$  ले कम छ। यदि परिमिति  $30\text{cm}$  भए,

(क) सो आयतको लम्बाइ र चौडाइ जनाउने समीकरण लेख।

(ख) सो आयतको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाऊ।

(ग) सो आयतको क्षेत्रफल कति होला?

समाधान :

(क) यहाँ आयतको लम्बाइ ( $C$ )  $= x \text{ cm}$  (मानौं)

$$\text{त्यसैले चौडाइ } (b) = x - 5 \text{ हुन्छ।}$$

$$\text{परिमिति } (P) = 30 \text{ cm } \text{ छ।}$$

$$\text{अब सूत्र } P = 2(C + b) \text{ अनुसार}$$

$$\text{अथवा } 2\{x + (x - 5)\} = 30$$

$$\text{अथवा } 2(x + x - 5) = 30 \quad \text{अथवा, } 2(2x - 5) = 30$$

$$\text{अथवा, } 4x - 10 = 30$$

$$\text{अथवा, } 2x - 5 = 30 \text{ चाहिएको समीकरण हो।}$$

(ख)  $4x - 10 = 30$  लाई हल गर्दा,

$$\text{अथवा } 4x - 10 = 30$$

$$\text{अथवा, } 4x - 10 + 10 = 30 + 10 \quad [\text{दुवैतिर } 10 \text{ जोड्दा}]$$

$$\text{अथवा, } 4x = 40$$

$$\text{अथवा } \frac{4x}{4} = \frac{40}{4} \quad [\text{दुवैतिर } 4 \text{ ले भाग गर्दा}]$$

$$\text{अथवा, } x = 10 \text{ cm}$$

$$\text{त्यसैले लम्बाइ } (C) = x = 10 \text{ cm}$$

$$\text{अब चौडाइ } (b) = (x - 5) = (10 - 5) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

(ग) क्षेत्रफल ( $A$ ) = ?

सूत्रानुसार, आयतनको क्षेत्रफल ( $A$ ) =  $l \times b$

$$= (10 \text{ cm}) \times (5 \text{ cm}) = 50 \text{ cm}^2$$

### उदाहरण 6

दुई ओटा क्रमैसँग आउने पूर्ण सझख्याहरूको योगफल 21 छ. भने ती दुई सझख्याहरू कुन कुन रहेछन् ? पत्ता लगाऊ ।

समाधान

मानौं, एउटा सझख्या =  $x$  भए, अर्को सझख्या =  $x + 1$  हुन्छ ।

$$\text{दिएअनुसार } x + (x+1) = 21$$

$$\text{अथवा } 2x + 1 = 21$$

$$\text{अथवा } 2x = 21 - 1$$

$$\text{अथवा } x = \frac{20}{2}$$

$$\text{अथवा } x = 10$$

$$\text{अब, एउटा सझख्या, } x = 10$$

$$\text{अर्को सझख्या} = x+1 = 10+1 = 11$$

तसर्थ ती दुई सझख्याहरू 10 र 11 हुन् ।

### उदाहरण 7

आइते तामाड उसको बाबुभन्दा 22 वर्षले कान्छो छ । 5 वर्ष पहिले बाबुको उमेर उसको उमेरभन्दा दोब्बर थियो । अब उसको हालको उमेर पत्ता लगाऊ ।

समाधान

मानौं, आइतेको हालको उमेर =  $x$  वर्ष छ ।

त्यसैले बाबुको उमेर =  $x + 22$  वर्ष हुन्छ ।

5 वर्ष पहिले आइतेको उमेर =  $(x - 5)$  वर्ष

5 वर्ष पहिले बाबुको उमेर =  $x + 22 - 5 = x + 17$  वर्ष

$$\text{अतः } 2(x-5) = 1(x+17)$$

$$\text{अथवा, } 2x - 10 = x + 17$$

$$\text{अथवा, } x = 27 \text{ वर्ष}$$

तसर्थ, आइतेको हालको उमेर = 27 वर्ष

बाबुको उमेर =  $x + 22 = 27+22 = 49$  वर्ष

### अभ्यास 24.1

1. तलका समीकरणहरू बराबरी तथ्य प्रयोग गरी हल गर । उत्तर पनि जाँचेर देखाऊ :

(क)  $a + 3 = 15$       (ख)  $x - 7 = 78$       (ग)  $7m = 8m + 6$

(घ)  $-8x = 2x - 4$       (ङ)  $\frac{3}{5}y = 6 + 7y$       (च)  $1.2 + 6\ell = -2.1\ell - 1.2$

(छ)  $5.4x - 1 = \frac{x}{3} + 7.5$

2. हल गर र उत्तर पनि जाँचेर देखाऊ :

(क)  $5(p - 10) = 10 + 7p$       (ख)  $(10 - k)6 = -8k - 10$

(ग)  $4 \cdot 3 - 3(4r - 3) = 0 \cdot 7(6r - 10)$

(घ)  $\frac{2}{3}(3 - 5t) = \frac{6}{2}(-2 - t)$

3. तलका भन्नाइहरू सत्य वा असत्य के हुन् छुट्याऊ :

(क)  $x + 5 = 4$  मा  $x$  चल राशि हो ।

(ख)  $x - 2 = 5$  मा  $5$  र  $2$  चल राशिहरू हुन् ।

(ग)  $y + 10 = 0$  दुई चलयुक्त समीकरण हो ।

(घ)  $-2 + p = 3$  एक चलयुक्त खुला वाक्य हो ।

4. तलका प्रश्नहरूको जवाफ लेख :

(क) बराबर चिह्न प्रयोग भएको र एउटा मात्र चल राशि भएको समीकरणलाई के भनिन्छ ?

(ख) एक चलयुक्त समीकरणको अर्थ उदाहरणसहित लेख ।

(ग)  $a + 2 = 10$  मा  $a$  को घाताङ्क कति हुन्छ ?

(घ)  $b + 5 = 9$  साँचो वाक्य हुनका लागि  $b$  बराबर कति हुनुपर्ना ?

5. एउटा कक्षामा 28 जना विद्यार्थी रहेछन् । छात्राको सङ्ख्या छात्रको भन्दा 4 ले बढी रहेछ भने,

(क) सबै विद्यार्थीलाई जनाउने एउटा समीकरण लेख ।

(ख) समीकरण हल गरी छात्र छात्राको सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।

6. एउटा विद्यालयमा जन्मा विद्यार्थी सङ्ख्या 555 जना छन् । यदि छात्रको सङ्ख्या छात्राको भन्दा 55 ले बढी भए छात्र र छात्राको वास्तविक सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।

7. एउटा घरको आयताकार आँगनको लम्बाइ, चौडाइभन्दा  $2m$  ले बढी छ । यदि पुरा परिमिति  $132m^2$  भए,
- (क) सो आँगनको चल राशि प्रयोग गरी नमूना चित्र बनाऊ ।
  - (ख) परिमिति जनाउने समीकरण लेख ।
  - (ग) सो आँगनको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाऊ ।
  - (घ) सोही आँगनको क्षेत्रफल पनि पत्ता लगाऊ ।
8. एउटा क्षेत्रफल  $200m^2$  भएको पार्टी प्यालेसको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर रहेछ भने,
- (क) लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाऊ ।
  - (ख) परिमिति जनाउने चल राशि प्रयोग भएको नमूना चित्र बनाऊ ।
  - (ग) परिमिति जनाउने समीकरण लेख ।
  - (घ) परिमिति निकाल ।
9. एउटा विद्यालयमा अनुसन्धानको क्रममा एक दिनको हाजिरी अभिलेख हेरिएछ, जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्याको दुई तिहाई विद्यार्थी मात्र उपस्थित हुँदा  $6$  जना मात्र गयल भएका रहेछन् भने,
- (क) जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या जनाउने समीकरण लेख ।
  - (ख) उपस्थित भएका विद्यार्थीको सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।
10. दुई ओटा क्रमैसँग आउने पूर्ण सङ्ख्याहरूको योगफल  $51$  छ भने,
- (क) ती सङ्ख्या जनाउने समीकरण लेख ।
  - (ख) ती सङ्ख्याहरू कति कति होलान् ?
11. पेम्बाले आफ्नो जन्म दिनमा साथीलाई बाँडन दुई प्याकेट चक्कलेट किनेछन् । एउटा प्याकेटमा जति चक्कलेट छन्, त्यसको तेब्बर अर्को प्याकेटमा छन् । दुवै प्याकेटका चक्कलेट एकै ठाउमा जम्मा पार्दा  $120$  चक्कलेट भएछन् भने,
- (क) जम्मा चक्कलेट जनाउने समीकरण बनाऊ ।
  - (ख) प्रत्येक प्याकेटमा कति कति चक्कलेट रहेछन् ।
12. एउटा सङ्ख्या अर्को सङ्ख्याको तेब्बर छ । यदि दुवैको योगफल  $48$  भए,
- (क) दुवै सङ्ख्याको योगफल जनाउने समीकरण लेख ।
  - (ख) ती दुई सङ्ख्या कति कति होलान् ?
13. एउटा आयतकार रूमालको चौडाइ, लम्बाइभन्दा  $10cm$  कम रहेछ । यदि परिमिति  $110cm$  भए,
- (क) परिमिति जनाउने समीकरण लेख ।
  - (ख) लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाऊ ।
14. माथि प्रश्न नं. १ देखि ७ सम्म दिइए जस्तै एउटा/एउटा समस्या बनाऊ । साथीहरूसँग छलफल गरी समाधान गर ।

## 24.2 असमानतालाई सद्ब्या रेखामा देखाउने (Representation of Inequality in Number)

तलको क्रियाकलाप हेर र छलफल गर :

(क) यदि  $a$  र  $b$  दुई ओटा पूर्णाङ्क हुन भने  $a$  र  $b$  बिचमा को के गणितीय सम्बन्ध हुन सक्छ ?

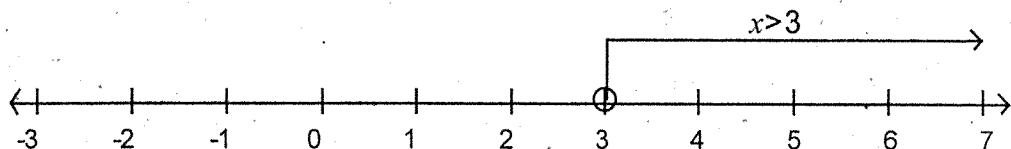
कि त  $a$  र  $b$  बराबर हुन्छ कि त  $a$  र  $b$  बराबर हुँदैन ।  $a$  र  $b$  बराबर हुँदैन भने कि त  $a > b$  हुन्छ कि  $a < b$  हुन्छ । कुनै पूर्णाङ्क 3 लिजौं, अब भन त 3 भन्दा ठुला कति सद्ब्या हुन सक्छन् ?

$$4 > 3, \quad 5 > 3$$

$$6 > 3, \quad 10 > 3$$

$$x > 3$$

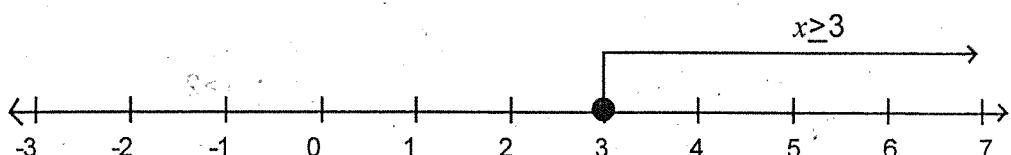
(ख)  $x > 3$  लाई सद्ब्या रेखामा देखाऊ :



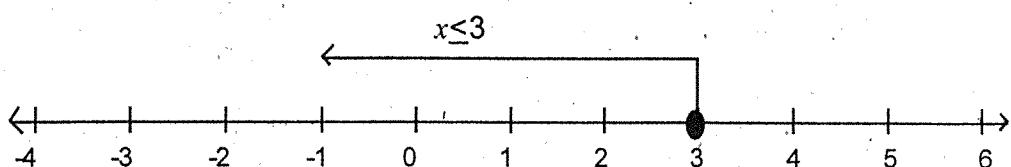
3 भन्दा ठुला सद्ब्यालाई  $x$  ले किन जनाइए होला ?  $x$  चल राशि भएको र 3 भन्दा ठुला धेरै सद्ब्या भएकाले  $x > 3$  लेखिएको हो । यहाँ  $x > 3$  मा 3 भन्दा ठुला सद्ब्याहरू मात्र पर्ने भएकाले 3 मा थोप्लो (O) मात्र लगाइएको छ ।

(ग)  $x \geq 3$  र  $x \leq 3$  लाई सद्ब्या रेखामा देखाऊ ।

यहाँ  $x \geq 3$  भनेको  $x$  चल राशी 3 वा 3 भन्दा ठुलो छ भन्ने बुझाउँछ । त्यसै,  $x \leq 3$  भनेको  $x$  चल राशी 3 वा 3 भन्दा सानो भन्ने बुझाउँछ । तलको सद्ब्या रेखामा हेरै ।



$x \geq 3$  मा 3 पनि पर्ने भएकाले सद्ब्या रेखाको 3 लाई गोलो थोप्ला लगाई रङ्गाइएको हो ।



$x \leq 3$  मा 3 पनि पर्ने भएकाले सद्ब्या रेखामा 3 लाई गोलो थोप्ला लगाई रङ्गाइएको हो ।

### महत्त्वपूर्ण तथ्यहरू

(क) यदि  $a$  र  $b$  दुई ओटा पूर्णाङ्क हुन् र जसमा  $a > b$  र  $c$  अर्को पूर्णाङ्क हो भने -

जोड तथ्य :  $(a + c) > (b + c)$

घटाउ तथ्य :  $(a - c) > (b - c)$

गुणन तथ्य :  $ac > bc$

जहाँ  $c$  धनात्मक छ ।

भाग तथ्य :  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, c \neq 0$

जहाँ  $c$  धनात्मक छ ।

$ac < bc$

जहाँ  $c$  क्रृष्णात्मक छ ।

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}, c \neq 0$$

जहाँ  $c$  क्रृष्णात्मक छ ।

(ट्रिकोटोमी (trichotomy)को < वा > चिह्न समावेश भएको गणितीय वाक्यको दुवैतिर क्रृष्णात्मक पूर्णाङ्कले गुणन वा भाग गर्दा वाक्यमा भएका चिह्नहरू (< वा >) बदलिन्छन् ।)

(ख) यदि दुई ओटा पूर्णाङ्क  $a$  र  $b$  मा  $a = b$  छ र अर्को कुनै पूर्णाङ्क  $c$  छ भने -

$(a + c) = (b + c)$  (बराबरी योग तथ्य)

$(a - c) = (b - c)$  (बराबरी घटाउ तथ्य)

$ac = bc$  (बराबरी गुणन तथ्य)

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c} \quad \text{जहाँ } c \neq 0 \quad (\text{बराबरी भाग तथ्य})$$

### उदाहरण 1

$x+1 > 3$  लाई हल गरी सङ्ख्या रेखामा देखाउँ :

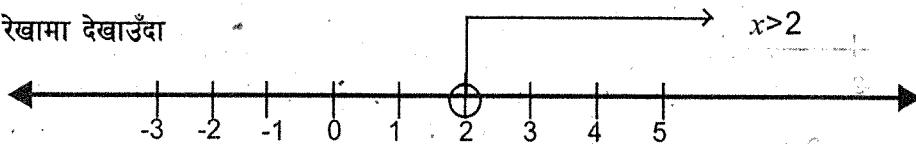
समाधान

यहाँ  $x+1 > 3$  छ । अब दुवैतिर 1 लाई घटाउँदा,

$$x+1 - 1 > 3 - 1$$

$$\text{or, } x > 2$$

सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा



### उदाहरण 2

$2x - 3 \leq -7$  लाई हल गर र सङ्ख्या रेखामा देखाऊँ :

समाधान

यहाँ,  $2x - 3 \leq -7$  छ । (दुवैतिर +3 जोडदा)

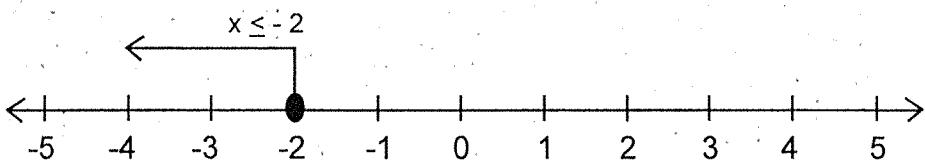
अथवा,  $2x - 3 + 3 \leq -7 + 3$

अथवा,  $2x \leq 4$

अथवा,  $\frac{2}{2}x \leq \frac{4}{2}$

अथवा,  $x \leq 2$

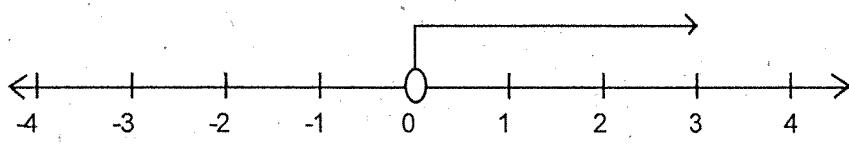
अब, सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा



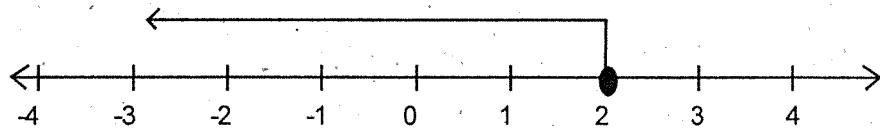
### उदाहरण 3

तल दिइएको सङ्ख्या रेखाका आधारमा असमानता लेख :

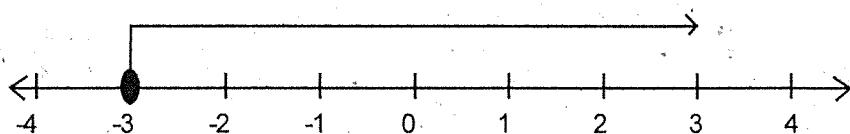
(क)



(ख)



(ग)



समाधान

यहाँ (क) मा 0 मा मात्र गोलो लगाईएको छ तर गोलो नरड्गाइएकाले 0 त्यस असमानतामा पर्दैन । अब यस सङ्ख्या रेखामा 0 भन्दा दायाँतिर Arrow दिइएकाले 0 भन्दा ठुला सङ्ख्या पर्दछन् । त्यसैले यसलाई असमानता चिह्न प्रयोग गर्दा  $x > 0$  लेखिन्छ ।

यहाँ (ख) मा 2 मा गोलो लगाई रड्गाइएकाले 2 पनि असमानतामा पर्दै । 2 भन्दा बायाँतिर Arrow लगाईएकाले 2 र 2 भन्दा साना सङ्ख्याहरू त्यस असमानतामा पर्दछन् ।

त्यसैले  $x \leq 2$  हुन्छ ।

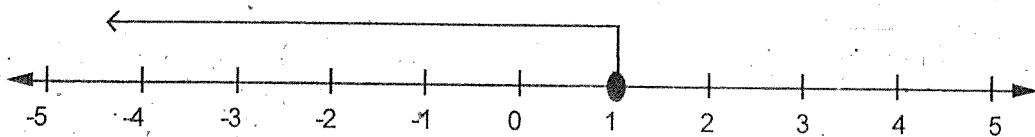
त्यसै (ग) मा -3 मा गोलो लगाई रड्गाइएकाले -3 र -3 भन्दा ठुला सङ्ख्याहरू त्यस असमानतामा पर्दछन् ।

त्यसैले  $x \geq -3$  हुन्छ ।

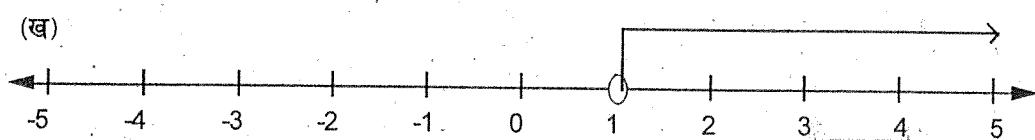
## अभ्यास 24.2

1. तलका प्रत्येक असमानतालाई छुट्टाछुट्टै सङ्ख्या रेखा बनाई सङ्ख्या रेखामा रड़ लगाई देखाऊँ :
- (क)  $x > 1$
  - (ख)  $x < -2$
  - (ग)  $x \geq 5$  (घ)  $x \leq -4$
  - (ङ)  $x + 5 > -1$
  - (च)  $x - 3 < 6$
  - (छ)  $2x + 5 \geq -1$  (ज)  $5x + 3 \leq 18$
  - (झ)  $3x + 2 \geq x + 6$
  - (ञ)  $2x - 5 \geq -x + 10$
2. तल दिइएका ट्रिकोटोमी (trichotomy) का नियमअनुसार तलका भनाइहरू ठिक वा बेरिक के हुन् छुट्पाऊँ :
- 2, 3 र -4 पूर्णाङ्कहरू हुन् भने,
- (क)  $2 + (-4) = 3 + (-4)$
  - (ख)  $2x(-4) = 3x(-4)$
  - (ग)  $2 + (-4) > 3 + (-4)$
  - (घ)  $2 + (-4) < 3 + (-4)$
  - (छ)  $2 - (-4) > 3 - (-4)$
  - (ज)  $2x(-4) > 3x(-4)$
  - (झ)  $2x(-4) < 3x(-4)$
  - (ञ)  $2 \div (-4) > 3 \div (-4)$
3. तल दिइएका सङ्ख्या रेखाका आधारमा असमानता लेख :

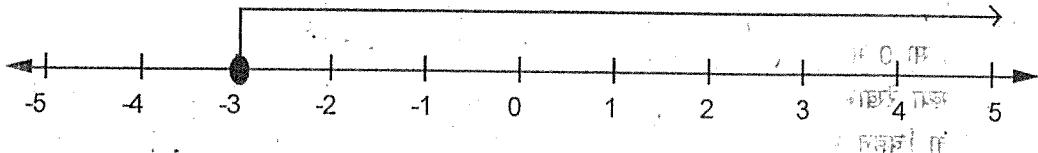
(क)



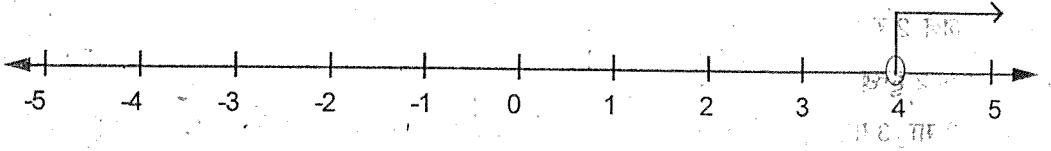
(ख)



(ग)



(घ)

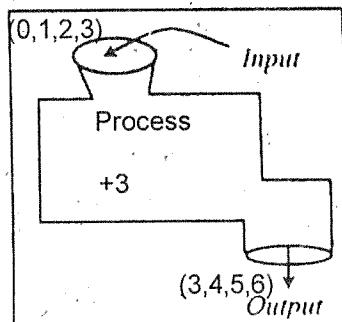


### 24.3 फलन यन्त्रबाट दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणमा चल राशिको सम्बन्ध

(Relation of Simultaneous Equations in Two Variables from Function Machine)

तलका क्रियाकलापहरू अध्ययन गरी छलफल गर :

(क) तल दिइएको मेसिनमा 0 राख्दा मेसिनले  $+3$  बनाएर निकाल्यो । त्यसै 1, 2, 3 राख्दा कमशः 4, 5, 6



निकाल्यो । यहाँ Input = {0, 1, 2, 3} र Output = {3, 4, 5, 6} हुन्छ ।

यहाँ के प्रक्रियाले गर्दा मेसिनले Inputs (0, 1, 2, 3) लाई Outputs (3, 4, 5, 6) बनाए होला ?

यहाँ, मेसिनले गरेको कार्य हेरौँ :

$$0+3 = 3$$

$$1+3 = 4$$

$$2+3 = 5$$

$$3+3 = 6$$

सबै Input मा 3 जोड्दा output आउँछ । यही जोड्ने क्रियालाई मेसिनको प्रक्रिया भनिन्छ । मेसिनमा राखेको अड्कलाई लगानी (input) भनिन्छ । मेसिनले दिइएको अड्कलाई उत्पादन (output), भनिन्छ ।

माथिको क्रियाकलापमा (input) लाई  $x$  ले जनाउने हो भने उत्पादन (output) लाई  $y$  ले जनाओँ ।

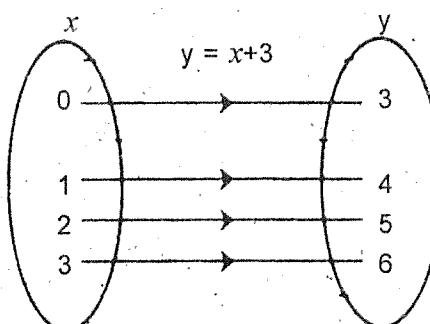
अब दुई चलयुक्त समीकरण

अब,  $y = x + 3$  हुन्छ, जहाँ  $x$  र  $y$  दुवै चल राशी हुन् ।

माथिको क्रियाकलापलाई तालिका बनाएर पनि देखाउन सकिन्छ । जस्तै :

$x$	0	1	2	3
$y$	3	4	5	6

त्यसै माथिको क्रियाकलापलाई Arrow चिह्न दिएर दुई समूह input लाई  $x$  र output लाई  $y$  बनाएर पनि देखाउन सकिन्छ । जस्तै :



### उदाहरण 1

चित्रमा देखाइएको फलन यन्त्रमा output के हुन्छ ?

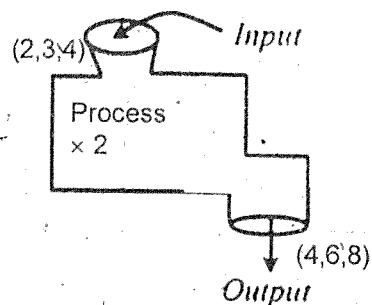
समाधान

यहाँ, Input मा 2, 3, 4 छन् ।

मैसिनले 2 गुणा वा  $x 2$  बनाएर output दिन्छ ।

2 लाई 2 ले गुणा गर्दा 4 हुन्छ । त्यसैले 2 को output 4 हुन्छ ।

4 को output  $4 \times 2 = 8$  हुन्छ । अतः output हरू 4, 6, 8 हन् ।



### उदाहरण 2

तल दिइएको Arrow चित्रबाट फलन यन्त्रको प्रक्रियालाई  $x$  र  $y$  को सम्बन्धको रूपमा लेख ।

समाधान : यहाँ, Input 2 दिँदा output 5 बन्यो ।

त्यसै Input 3 गर्दा output 8 बन्यो

यिनीहरूविचको सम्बन्ध हेरौँ,

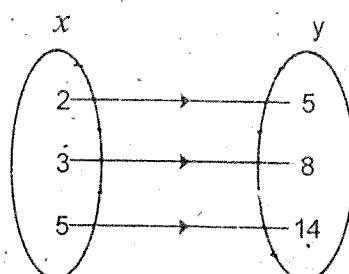
$$5 = 2 \times 3 - 1$$

$$8 = 3 \times 3 - 1$$

$$14 = 5 \times 3 - 1$$

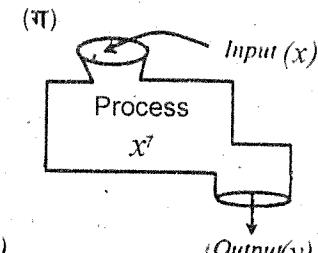
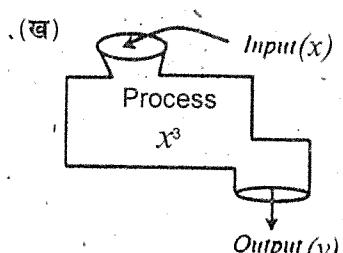
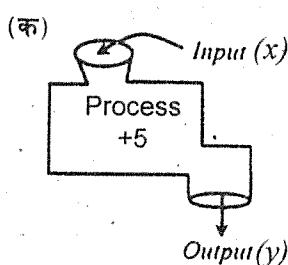
सबै Input हरूलाई 3 ले गुणन गरेर 1 घटाइएको छ ।

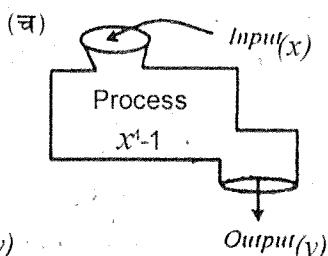
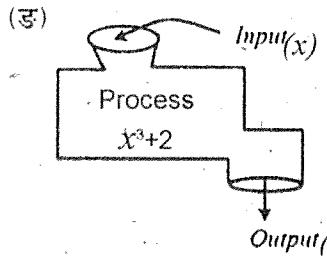
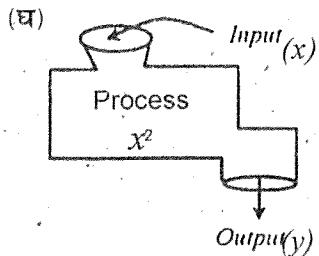
त्यसैले,  $y = 3x - 1$  हुन्छ ।



### अभ्यास 24.3

1. तलका प्रत्येक फलन यन्त्रमा 1 देखि 5 सम्मका सङ्ख्याहरू राख्दा आउने प्रतिफल (output) लाई तालिका बनाई व्यक्त गर :





2. प्रश्न नं. 1 मा Input गरेको सङ्ख्यालाई  $x$  र प्रतिफल (output) लाई  $y$  मानेर  $x$  र  $y$  बिचको सम्बन्ध गणितीय भाषामा लेखेर देखाउ ।
3. प्रश्न नं. 1 को सम्बन्धलाई Arrow चिन्ह खिचेर देखाउ ।
4. Input र output को आधारमा खाली ठाउँमा मिल्ने सङ्ख्या राख :

(क)	Inputs	1	2	3	4	5	8	10	15
	Outputs	3	4	5	6	?	?	12	?

(ख)	Inputs	2	3	4	6	9	12
	Outputs	0	1	2	?	?	10

(ग)	Inputs	4	5	6	1	2	3	9	10
	Outputs	8	10	12	?	?	?	18	?

(घ)	Inputs	2	3	4	6	5	7
	Outputs	7	10	13	?	?	?

(ङ)	Inputs	1	2	3	?	5	?	7	8
	Outputs	4	8	12	16	20	24	28	?

5. दिइएको सम्बन्धमा 1 देखि 5 सम्मका सङ्ख्या Input (x) गरी आउने output (y) पत्ता लगाउ :

- (क)  $y = x + 1$       (ख)  $y = x + 4$       (ग)  $y = x + 7$       (घ)  $y = 3x$       (ङ)  $y = 4x$   
 (च)  $y = 2x + 3$       (छ)  $y = 4x + 1$       (ज)  $y = 5x - 2$

## 24.4 दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणको लेखाचित्र

(Graph of Simultaneous Equation in Two Variables.)

तलका क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

### 1. चतुर्थांशहरू (Quadrants)

दिइएको चित्रमा  $XOX'$  र  $YOY'$  आपसमा लम्ब हुने गरी  $O$  बिन्दुमा काटिएका छन् ।

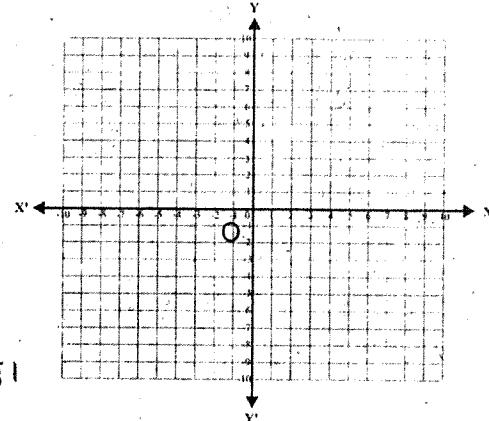
$XOX'$  लाई  $X$ -अक्ष भनिन्छ भने  $YOY'$  लाई  $Y$ -अक्ष भनिन्छ ।  $XOX'$  र  $YOY'$  काटिएको बिन्दु  $O$  लाई उद्गम बिन्दु भनिन्छ ।  $XX'$  र  $YY'$  ले आपसमा बाँडदा चार ओटा चतुर्थांशहरू बन्न ।

$XOY$  लाई पहिलो चतुर्थांश भनिन्छ ।

$X'CY$  लाई दोस्रो चतुर्थांश भनिन्छ ।

$X'COY$  लाई तेस्रो चतुर्थांश भनिन्छ ।

$Y'COX$  लाई चौथो चतुर्थांश भनिन्छ ।



### 2. क्रमजोडा (Orderd of Pairs)

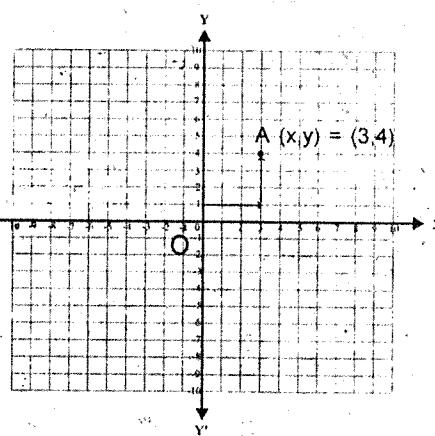
बिन्दु  $(3,4)$  लाई लेखाचित्रमा देखाउँदा,

उद्गम बिन्दुबाट  $X$ -अक्ष तिर तेस्रो दुरी र  $Y$ -अक्षतिर ठाडो दुरी जनाउने कुनै बिन्दु  $A$  को जोडीलाई  $A(x,y)$  को रूपमा देखिन्छ ।  $A(x,y)$  लाई क्रमजोडा भनिन्छ । जस्तै : बिन्दु  $A$  उद्गम बिन्दुबाट  $X$ -अक्षको दायाँ (+3) एकाइ र  $Y$ -अक्षको ठाडो रेखामा (+4) एकाइ दुरीमा पर्छन् भने यसलाई  $A(3,4)$  लेखिन्छ ।

$OX$  मा 3 एकाइ उद्गम बिन्दुबाट दायाँ र  $OX$  मा 4

एकाइ ठाडो लम्ब हुने रेखा  $OY$  को बिन्दु तै

हामीलाई चाहिएको बिन्दु हो ।



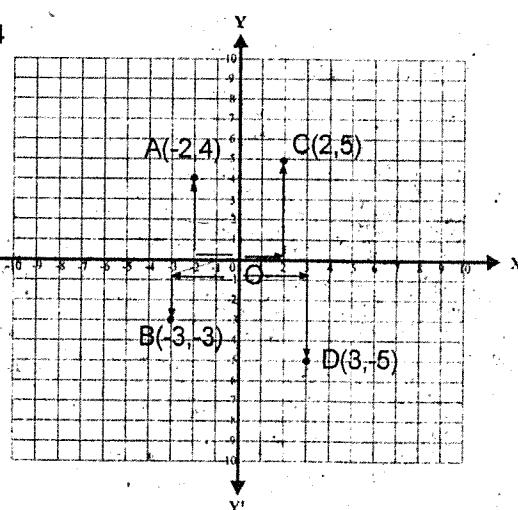
#### उदाहरण 1

बिन्दुहरू  $(2,5)$ ,  $(-2, 4)$ ,  $(-3, -3)$  र  $(3, -5)$  लाई लेखाचित्रमा देखाउँ :

माथिको लेखाचित्रमा,

(क)  $(-2, 4)$  लाई लेखाचित्रमा देखाउँदा

$OX$ -2 एकाइ बायाँमा जाऊ र त्यहींबाट 4



एकाइ ठाडो  $OY$  सँग समानान्तर बनाई जाऊ । त्यस बिन्दुलाई A नाम देऊ ।

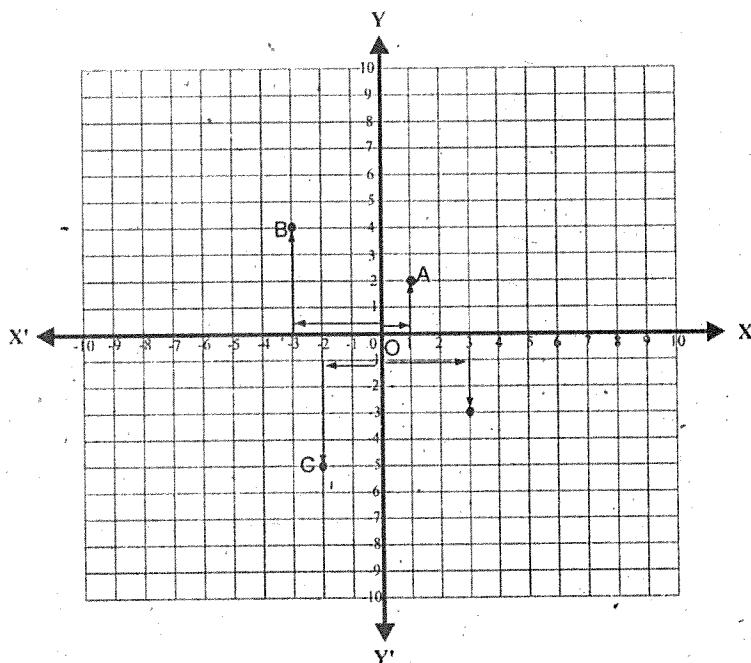
(ख) (-3, -3) मा पनि -3 एकाइ बायाँ  $OX'$  मा जाऊ । त्यसपछि -3 एकाइ तल जाऊ । त्यस बिन्दुलाई B नाम देऊ ।

(ग) बिन्दु (2,5) मा पनि 2 एकाइ उदगम बिन्दुबाट दायाँ  $OX$  तिर जाऊ । 5 एकाइ ठाडो जाऊ र त्यस बिन्दुलाई C नाम देऊ ।

(घ) बिन्दु (3, -5) मा पनि 3 एकाइ उदगम बिन्दुबाट दायाँ  $OX$  तिर जाऊ । -5 एकाइ तल  $OY'$  तिर जाऊ र त्यस बिन्दुलाई D नाम देऊ ।

### उदाहरण 2

लेखाचित्रमा दिइएको बिन्दुहरू A, B, C र D को निर्देशाङ्क पत्ता लगाऊ :



(क) उदगम बिन्दु O बाट  $XX'$  को दायाँ बिन्दु A सम्मको दुरी 1 एकाइ र उदगम बिन्दुबाट बिन्दु A को  $YY'$  को ठाडो रेखासम्मको दुरी 2 एकाइ छ । त्यसैले बिन्दु A को निर्देशाङ्क  $A(x,y) = A(1,2)$  हुन्छ ।

(ख) 'क' मा जस्तै गरी बिन्दु B को निर्देशाङ्क  $B(x,y) = B(-3, 4)$  हुन्छ ।

(ग) त्यसै गरी C बिन्दुको निर्देशाङ्क  $C(x,y) = C(-2, -5)$  हुन्छ ।

(घ) त्यसै गरी बिन्दु D को निर्देशाङ्क  $D(x,y) = D(3, -3)$  हुन्छ ।

### 3. दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणको लेखाचित्र

#### (Graph of Simultaneous Equation in Two Variables)

तलको क्रियाकलाप अध्ययन गरी छलफल गर :

मानौं कुनै दुई चलयुक्त समीकरण  $y = x + 1$  छ ।

(क) यसबाट  $x$  र  $y$  का मानहरूको तालिका बनाऊ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	1	2	3	4	5

यहाँ  $x$  को सदस्यमा 1 जोड्दा  $y$  को सदस्य आउँछ ।

समूह  $x$  मा जुनसुकै अझक राख्न सकिन्छ तर  $x$  को समूह नै दिइएको छ भने त्यही समूहका सदस्य मात्र राख्नुपर्दछ । त्यसैले समूह  $y$  का

सदस्य समूह  $x$  मा भएका सदस्यमा निर्भर गर्दछन् ।

अतः समूह  $X$  का सदस्यलाई स्वतन्त्र चल राशि (independent variables) र समूह  $Y$  का सदस्यलाई पराधीन चल राशि (dependent variables) भनिन्छ ।

अब,  $y = x + 1$  सम्बन्धमा,  $x$  को मान 0 राख्दा  $y$  को मान 1 हुन्छ ।

यहाँ,  $y$  को मान 1 हुन पहिला  $x$  को मान 0 हुनुपर्दछ । अन्यथा  $y$  को मान 1 हुन सक्दैनन् ।

माथिको तालिकाबाट बनेका क्रमजोडाहरू क्रमशः लेख : (0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,5) हुन् ।

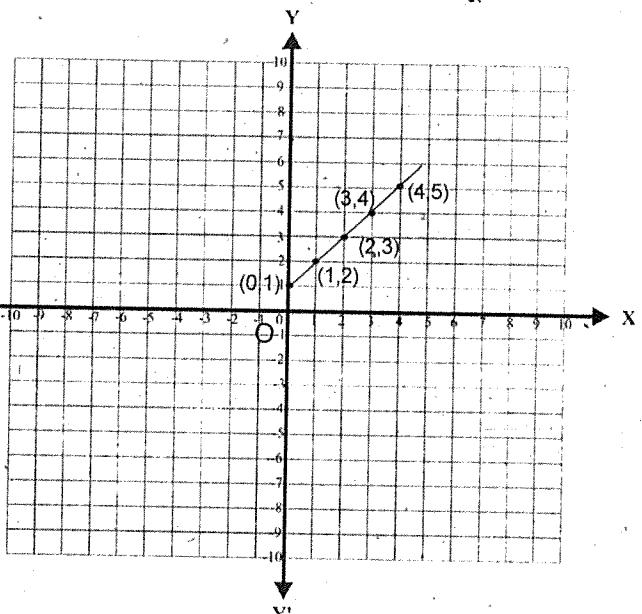
(ख) माथिका क्रमजोडालाई लेखाचित्रमा प्रस्तुत गरेर देखाऊ ।

#### उदाहरण 3

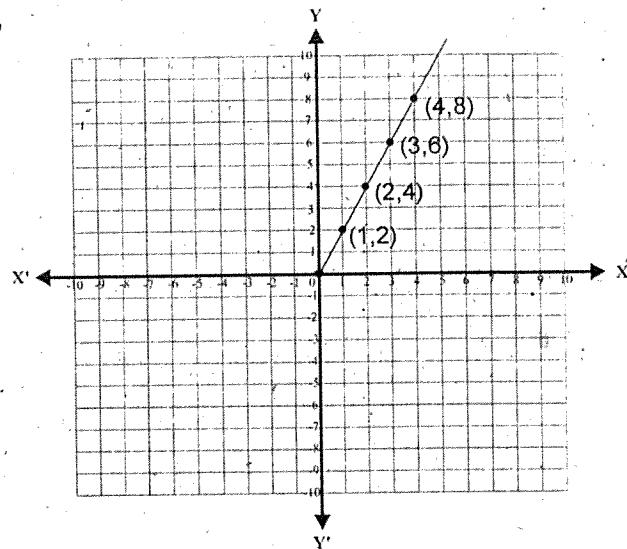
$y = 2x$  सम्बन्धलाई input ( $x$ ) 0 देखि 4 सम्म राखी output ( $y$ ) निकाल्दा बन्ने क्रमजोडालाई लेखाचित्रमा देखाऊ ।

समाधान यहाँ  $y = 2x$  लाई तालिका बनाऊ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	0	2	4	6	8



उक्त तालिकालाई लेखाचित्रमा देखाउँदा,

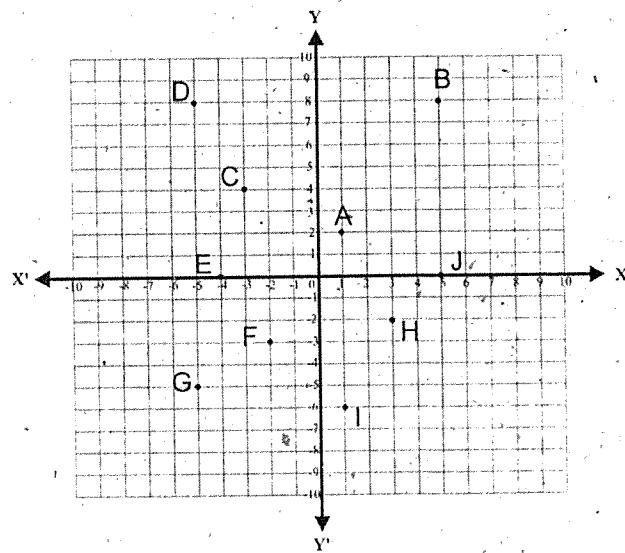


#### अभ्यास 24.4

1. तलका विन्दुहरूलाई लेखाचित्रमा देखाऊ :

- (क) A(3,2)
- (ख) B(-2,3)
- (ग) C(-5,2)
- (घ) D(-3,-4)
- (ङ) E(-6,-1)
- (च) F(0,6)
- (छ) G(-5,0)
- (ज) H(5,-2)
- (झ) I(4,1)
- (ञ) J(6,-6)

2. तल लेखाचित्रमा दिइएका विन्दुहरूका निर्देशाङ्क पत्ता लगाऊ :



3. तलका सम्बन्धमा input (x) 0 देखि 5 सम्म राखी लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर :

- (क)  $y = x + 3$
- (ख)  $y = x - 2$
- (ग)  $y = 2x$
- (घ)  $y = 3x$
- (ङ)  $y = 2x + 1$
- (च)  $y = 3x - 1$
- (छ)  $y = 2x - 3$
- (ज)  $y = 2x + 3$
- (झ)  $y = x + 8$
- (ञ)  $y = 4x - 1$

## उत्तर माला

अभ्यास 1.1

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.2

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.3

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.4

1. (क)  $a = 120^\circ$ ,  $x = 60^\circ$ ,  $y = 120^\circ$  (ख)  $x = 45^\circ$ ,  $y = 30^\circ$  (ग)  $x = 20^\circ$ ,  
(घ)  $x = 45^\circ$ ,  $a = 45^\circ$ ,  $z = 45^\circ$ ,  $y = 135^\circ$

2. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 2.1

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 2.2

1. (क) हुन्हन् (ख) हुदैनन् (ग) हुदैनन् (घ) मिल्डैनन्  
2. (क) सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्हन् । (ख) विकर्णहरू आपसमा समद्विभाजित हुन्हन् ।  
3. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ । 4. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ । 5. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 2.3

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 2.4

1. (क)  $60^\circ$  (ख)  $90^\circ$  (ग)  $108^\circ$  (घ)  $120^\circ$  (ड)  $135^\circ$  (च)  $140^\circ$  (छ)  $144^\circ$  (ज)  $150^\circ$   
2. (क)  $120^\circ$  (ख)  $90^\circ$  (ग)  $72^\circ$  (घ)  $60^\circ$  (ड)  $45^\circ$  (च)  $40^\circ$  (छ)  $36^\circ$  (ज)  $30^\circ$   
3. (क)  $50^\circ$  (ख)  $113^\circ$  (ग)  $85^\circ$  (घ)  $235^\circ$  (ड)  $72^\circ$  (च)  $110^\circ$  (छ)  $110^\circ$  (ज)  $98^\circ$   
(भ)  $60^\circ$   
4. (क)  $180^\circ$  (ख)  $120^\circ$  (ग)  $120^\circ$  (घ)  $60^\circ$  (ड)  $60^\circ$  (च) छ  
(छ) बाहिरी कोण = भिन्नी अनासन्न कोणको योग (ज)  $Y + Z$  (भ) QYZ सँग

अभ्यास 3.1

- (क) 1. समरूप छ 2. समरूप छ 3. छैनन् 4. छन् 5. छैनन् 6. छन् 7. छैनन्  
(ख) 1. छन् 2. छैनन् 3. छन् 4. छैनन् 5. छन् 6. छैनन् 7. छन् 8. छन्

(ग) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ । (घ) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ । (ड) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

- (च) 1. हुदैनन् 2. हुन्हन् 3. हुन्हन् 4. हुदैनन् 5. हुदैनन् 6. हुदैनन्  
(छ) शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 4.1

1. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ ।

2. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
3. वृत्तको केन्द्र बिन्दुदेखि परिधिसम्मको दुरीलाई अर्धव्यास भनिन्छ। चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
4. वृत्तको अर्धव्यास भनेको केन्द्रबिन्दुदेखि परिधिसम्मको दुरी वा लम्बाइ हो भने व्यास भनेको केन्द्रबिन्दु भाएर जाने जीवा हो। चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। वृत्तको व्यास सधैं अर्धव्यासको दोब्बर हुन्छ।
5. जीवा परिधिका कुनै दुई बिन्दुहरू जोइने रेखा हो तर अर्धव्यास वृत्तको केन्द्रबिन्दुपरिधिसम्मको दुरी हो। चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
6. सबै जीवा व्यास हुन सक्दैनन्। वृत्तको केन्द्रबिन्दु भाएर जाने जीवा मात्र व्यास हुन्छ।
7. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। प्रयोगात्मक कार्य शिक्षकलाई देखाऊ।

अभ्यास 5.1

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

अभ्यास 6.1

1.  $A(-5, 8)$ ,  $B(-5, -5)$ ,  $C(7, -5)$ ,  $D(-2, 0)$ ,  $E(4, 0)$ ,  $F(-5, -8)$

2. त्रिभुज :  $A(3, 4)$ ,  $B(-1, -2)$ ,  $C(4, -2)$ ,

आयत :  $D(-3, -6)$ ,  $E(-3, -9)$ ,  $F(4, -9)$ ,  $G(4, -6)$

वर्ग :  $P(-9, 4)$ ,  $Q(-9, -3)$ ,  $R(-3, -3)$ ,  $S(-3, -4)$

3. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

4. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

अभ्यास 6.2

1. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। 2.  $E \neq P, A \neq S, G \neq H$  तथा  $Q \neq B$  3.  $Q \neq G, F \neq H, R \neq E, B \neq S$

4. लेखाचित्र शिक्षकलाई देखाऊ। (क) त्रिभुज (ख) आयत (ग) नैपालको राष्ट्रिय झन्डा

5. (क)  $R(2, 0)$  (ख)  $PQ = 10$  एकाइ

6. (क) लेखाचित्र शिक्षकलाई देखाऊ (ख) लेखाचित्र शिक्षकलाई देखाऊ, बिन्दु  $J$  को निर्देशाङ्क  $J(5, 5)$  हुन्छ।

अभ्यास 7.1

1. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

2. (क)  $52\text{cm}$  (ख)  $72\text{cm}$  (ग)  $258\text{cm}$  (घ)  $16\text{m}$

3. (क)  $28\text{m}$  (ख)  $224\text{cm}$  4.  $56.25\text{cm}$  5.  $286\text{cm}$  6.  $120\text{m}$

7. (क)  $20\text{m}$  (ख)  $160\text{m}$

8. (क)  $88\text{m}$  (ख)  $352\text{m}$

9. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

अभ्यास 7.2

1. (क)  $103\text{cm}^2$  (ख)  $661.5\text{cm}^2$  (ग)  $20\text{cm}^2$  (घ)  $9\text{cm}^2$

2. (क)  $102\text{cm}^2$  (ख)  $170.12\text{cm}^2$

3. (क)  $216\text{cm}^2$  (ख)  $73.5\text{cm}^2$  (ग)  $864\text{cm}^2$

4. (क)  $\ell = 12\text{cm}$  (ख)  $h = 6.73\text{cm}$

5. (क) 10cm (ख) 30cm  
 6. (क) 0.5m (ख)  $0.75\text{m}^2$   
 7. (क)  $50650\text{cm}^2$  (ख)  $10625\text{cm}^2$   
 8. (क) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। (ख)  $1032\text{cm}^2$  (ग)  $180\text{cm}^2$  (घ) 852cm  
 9. (क) 10cm (ख)  $412\text{cm}^2$

#### अभ्यास 8.1

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 8.2

1. (क)  $360^\circ$  (ख)  $180^\circ$  (ग)  $90^\circ$  (घ)  $120^\circ$  (ड)  $270^\circ$   
 2. (क) 15 मिनेट घटी (ख) 30 मिनेट बढ़ी (ग) 1 घण्टा घटी (घ) 3 घण्टा बढ़ी (ड) 45 सेकेन्ड घटी  
 3. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।  
 4. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 8.3

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 9.1

1. (क) श्रेणी 2 (ख) श्रेणी 3 (ग) समर्मिति नहुने (घ) श्रेणी 4 (ड) श्रेणी 6  
 (च) श्रेणी 2 (छ) श्रेणी 4 (ज) श्रेणी 2 (झ) श्रेणी 3 (ञ) श्रेणी 6  
 2. परिक्रमणहरू शिक्षकलाई देखाऊ। (क) श्रेणी 1 (ख) श्रेणी 1 (ग) श्रेणी 1 (घ) श्रेणी 2 (ड) श्रेणी 2 (च) श्रेणी 2  
 3. रेखीय समर्मिति शिक्षकलाई देखाऊ। (क) श्रेणी 1 (ख) श्रेणी 2 (ग) श्रेणी 2 (घ) श्रेणी 2

#### अभ्यास 9.2

1. बहुभुजका ढाँचाहरू शिक्षकलाई देखाऊ।  
 2. (क) त्रिभुज (ख) त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुज (ग) त्रिभुज, वर्ग र पट्भुज (घ) त्रिभुज, पट्भुज, समलम्ब चतुर्भुज (ड) त्रिभुज, वर्ग र षट्भुज  
 3. शिक्षकलाई देखाऊ। 4. शिक्षकलाई देखाऊ। 5. शिक्षकलाई देखाऊ। 6. 3 प्रकारका। परिभाषा र उदाहरण शिक्षकलाई देखाऊ। 7. शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 10.1

1. (क) पश्चिम (ख) दक्षिण पश्चिम (ग) मिल्डैन। (घ) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।  
 2. (क) उत्तर पश्चिम (ख) पूर्व दक्षिण (ग) दक्षिण पश्चिम (घ) उत्तर पूर्व (ड) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।  
 3. (क) उत्तर (ख) पूर्व दक्षिण (ग) पश्चिम (घ) उत्तर पूर्व  
 4. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 10.2

1. चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। 2. चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।  
 3. 180 m 4. 52.5 m 5. 3.75 m  
 6. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

### अभ्यास 11.1

1. \* उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
2.  $U = \{30 \text{ सम्मका पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह}\}$
3.  $U = \{12 \text{ सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह}\}$

### अभ्यास 11.2

1. (क) देखि (घ) सम्म उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। (ड) 64 ओटा
  2. देखि 6. सम्म उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। 7. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
- उपर्युक्तको सङ्ख्या = 2<sup>n</sup>

### अभ्यास 11.3

1. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
2. भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
3. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

### अभ्यास 11.4

1. (क) A र B अलगिगएका समूहहरू  
 (ग) B र C खण्टिएका समूहहरू  
 (घ) A र E खण्टिएका समूहहरू  
 (च) B र E खण्टिएका समूहहरू  
 (झ) C र E खण्टिएका समूहहरू
  - (ख) A र C अलगिगएका समूहहरू  
 (घ) A र D खण्टिएका समूहहरू  
 (च) B र D खण्टिएका समूहहरू  
 (ज) C र D खण्टिएका समूहहरू
2. (क)  $B = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$   
 (ख)  $C = [0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20]$   
 (ग)  $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$       (घ)  $E = \{1, 2, 5, 10\}$   
 (छ) (अ) खण्टिएका = B र C, B र D, B र E, C र E      (आ) अलगिगएका = C र D
  3. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

### अभ्यास 11.5

1. भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
2. (क)  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$   
 (ख) (अ)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$   
 (आ)  $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$   
 (इ)  $B \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$   
 (ई)  $A \cup A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$   
 (ग) प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।
3. (क) भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।  
 (ख) प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।
4. (क)  $M = \{1, 2, 4, 8\}$     (ख) भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। (ग)  $M \cup N = \{1, 2, 4, 8\}$   
 (घ) सकिन्द्र। प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।

5. (क) भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।  
 (ख) सकिन्छ। प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 11.6

- (क)  $A \cap B = \{d, e, f\}$  (ख)  $B \cap A = \{d, e, f\}$  (ग)  $A \cap A = \{a, b, c, d, e, f\}$   
 (घ)  $U \cap A = \{a, b, c, d, e, f\}$  (ङ)  $U \cap B = \{d, e, f, g, h, i\}$
- (क)  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$  भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
- (क)  $A \cap B = \{3, 9\}$  (ख)  $B \cap C = \{6\}$  (ग)  $A \cap C = \{\}$  भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
- $P \cap Q = \{a, b, c\}$  भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ।
- (क) भेन चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। (ख)  $M \cap N = \{2, 4, 8\}$  (ग) सकिन्छ। प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 12.1

- |                        |                    |                    |                    |                    |         |
|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------|
| (क) 1. 8               | 2. 14              | 3. 18              | 4. 20              | 5. 35              | 6. 54   |
| 7. 75                  | 8. 108             | 9. 143             | 10. 196            | 11. 168            | 12. 125 |
| (ख) 1. 64              | 2. 144             | 3. 225             | 4. 361             | 5. 625             | 6. 5929 |
| 7. 9025                | 8. 10000           | 9. 42025           | 10. 250000         |                    |         |
| (ग) 1. 13              | 2. 25              | 3. 48              | 4. 94              | 5. 99              | 6. 105  |
| 7. 309                 | 8. 408             | 9. 804             | 10. 1012           |                    |         |
| (घ) 1. $\frac{12}{13}$ | 2. $\frac{25}{32}$ | 3. $\frac{35}{54}$ | 4. $\frac{46}{45}$ | 5. $\frac{80}{27}$ |         |
| (ङ) 1. $400m^2$        | 2. $25m$           |                    |                    |                    |         |

#### अभ्यास 12.2

- (क) 216 (ख) 1331 (ग) 2197 (घ) 3375 (ङ) 5832  
 (च) 13824 (छ) 27000 (ज) 91,125 (झ) 5,12,000 (ब) 10,00,000
- (क) 2 (ख) 5 (ग) 7 (घ) 10 (ङ) 15
3.  $1728m^3$  4.  $91,125m^3$  5.  $15,625m^3$  6.  $16m$  7.  $40m$

#### अभ्यास 12.3

- (क) 3 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 3 (ड) 6 (च) 9 (छ) 7 (ज) 4 (झ) 5 (ब) 2
- (क) 6 (ख) 6 (ग) 10 (घ) 5 (ड) 16 (च) 12 (छ) 18 (ज) 3 (झ) 5
3. 9 4. 25 जना विद्यार्थी, 5 ओटा सुन्तला, 6 ओटा मौसम र 9 ओटा अम्बा 5. 10 जना, 8 ओटा कम्बल, 9 स्टीटर र 12 प्याकेट 6. 12

#### अभ्यास 12.4

- (क) 144 (ख) 60 (ग) 144 (घ) 245 (ङ) 300 (च) 600  
 (छ) 168 (ज) 216 (झ) 44520 (ब) 1200 2. 720 3.  $7560 \text{ cm}$  4. 75
5. 185 6. शिक्षकलाई देखाऊ।

### अभ्यास 12.5

1. (क)  $1011_2$  (ख)  $11001_2$  (ग)  $1001111_2$  (घ)  $1101000_2$  (ङ)  $11111010_2$   
(च)  $101101110_2$
2. (क) 3 (ख) 5 (ग) 7 (घ) 21 (ङ) 25 (च) 31 (छ) 51 (ज) 32 (फ) 67 (ञ) 121
3. (क)  $41_5$  (ख)  $210_5$  (ग)  $422_5$  (घ)  $10100_5$  (ङ)  $14003_5$  (च)  $104100_5$
4. (क) 11 (ख) 19 (ग) 38 (घ) 98 (ङ) 283 (च) 194

### अभ्यास 13.1

1. सद्ब्या रेखा शिक्षकलाई देखाउ ।

1. (क) (+7) (ख) (+3) (ग) (-3) (घ) (-7) (ङ) (-8) (च) (+4) (छ) (+8) (ज) (+2) (फ) (+2) (ञ) -2
2. (क) (+5), (-15) (ख) (+7, -13) (ग) (+10), (-10) (घ) (+14), (-6) (ङ) (+17), (-3)  
(च) (20), 0
3. (क) (-4) (ख) (-1) (ग) (+3) (घ) (+5) (ङ) 0 (च) (-7)
4. (क) 6 (ख) 4 (ग) 10 (घ) 3 (ङ) 5 (च) 7
5. (क) 13 (ख) 7 (ग) -6 (घ) 4 (ङ) 8 (च) 0 (छ) -11 (ज) -30
6. (क) (+49) (ख) 0 (ग) (+30) (घ) (+41) (ङ) (-32)
7. (-50) 8. (-15) 9. नाफा रु. 71 10. 266km. 11. -296 12. (क) +47 (ख) +108
13. (क) (-7) (ख) (+7) 14. (क) -27 (ख) -40

### अभ्यास 13.2

1. (क) (+25) (ख) (-40) (ग) (-56) (घ) (+72) (ङ) (+120)  
(च) (-336) (छ) (-192) (ज) (-140) (फ) (+144) (ञ) (-480)
2. (क) (+210) (ख) (+105) (ग) (-27) (घ) (-120) (ङ) (-336)
3. (क) (+72) (ख) (-150) (ग) (-126) (घ) (+180) (ङ) (+288)
4. (क) (+5) (ख) (-5) (ग) (-8) (घ) (-5) (ङ) (+5) (च) (+6)
5. (7) 6. (+12) 7. (-16) 8. (+8) 9. (-15) 10. (+4)

### अभ्यास 13.3

1. (क) 29 (ख) -360 (ग) 78 (घ) 424 (ङ) 5
2. 37 3. 83 4. 15 5. 18

### अभ्यास 14.1

1. (क) हुन् (ख) हुन् (ग) हुन् (घ) हो (ङ) होइनन्
2. (क) अन्त्य (ख) अन्त्य (ग) पुनरावृत्त (घ) अन्त्य (ङ) पुनरावृत्त  
(च) अन्त्य (छ) अन्त्य (ज) अन्त्यहित (फ) पुनराकृत (ञ) अन्त्य
3. (क)  $\frac{-2}{5}, \frac{5}{2}$  (ख)  $\frac{5}{7}, \frac{-7}{5}$  (ग)  $\frac{-22}{7}, \frac{7}{22}$  (घ)  $\frac{-12}{7}, \frac{7}{12}$  (ङ)  $\frac{11}{8}, \frac{-8}{11}$
4. उत्तर शिक्षकलाई देखाउ ।

### अभ्यास 15.1

1. (क) अनुपातिक (ख) अनानुपातिक (ग) अनानुपातिक (घ) अनुपातिक  
(ङ) अनुपातिक (च) अनुपातिक (छ) अनुपातिक (ज) अनुपातिक (झ) अनुपातिक
2. होइनन्। 3. होइनन्। 4. हुन्।

### अभ्यास 16.1

1.  $\frac{2}{3}$  भाग 2. 4 भाग केटा 3 भाग केटी 3.  $\frac{1}{10}$  भाग र. 900 4. खानामा 5. 150
6. रु. 562.50 7. रु. 3,00,000 8. 3500 लीटर 9. 100 दिन

### अभ्यास 16.2

1. (क) 14.5168 (ख) 7.4 (ग) 4.431 (घ) 16.982 (ङ) 1.6975  
(च) 41.54 (छ) 1.735 (ज) 10 (झ) 51.6375 (ब) 66.73
2.  $388.18125 \text{ cm}^2$  3. 76.5m 4. 276m 5. 60.5 m 6. 3. 2.m
7. 75 ओटा

### अभ्यास 17.1

1. (क) 2 (ख) 14.85 (ग) 448kg (घ) 525 (ङ) 1170 जना
2. (क) 33.33% (ख) 50% (ग) 60% (घ) 20% (ङ) 5%
3. 60%, 40% 4. 64%, 36% 5. 675 अड्क 6. रु. 10,200 7. 25%
8. रु. 6,642 9. 40% 10. रु. 20,000

### अभ्यास 17.2

1. (क)  $\frac{1}{20}$  (ख) रु.  $\frac{3}{4}$  (ग)  $\frac{27}{100}$  (घ)  $\frac{1}{6}$  (ङ)  $\frac{1}{4}$
2. 1:5 3. रु. 100 रु. 150
4. 108 5. रु. 10,000 6. (क) 12 (ख) 3 (ग) 27 (घ) 5 (ङ) 60 7. 16 जना
8. रु. 3000 9. 240 km 10. 60 दिन

### अभ्यास 18.1

1. (क) नाफा 10% (ख) नोक्सान 10% (ग) नाफा 30% (घ) नोक्सान 25% (ङ) नाफा 25%
2. रु. 4345 3. 25% 4. रु. 1105 5. 4% नोक्सान 6. रु. 18400
7. 23.2% 8. रु. 1200 9. रु. 1750, रु. 1837.5 10. रु. 6000

### अभ्यास 19.1

1. (क) प्रत्यक्ष परिवर्तन (ख) प्रत्यक्ष परिवर्तन (ग) अप्रत्यक्ष परिवर्तन (घ) अप्रत्यक्ष परिवर्तन (ङ) प्रत्यक्ष परिवर्तन
2. रु 200 3. रु. 60 4. रु. 24,000 5. 3 लिटर 6. 75 kg. 7. 4 दिन 8. 30 दिन
9. 12 घण्टा 10. 37.5 दिन 11. 28 दिन

### अभ्यास 20

1. (क) रु. 45 (ख) रु. 270 (ग) रु. 360 (घ) रु. 233.33

2. (क) 3% (ख) 5% (ग) 22.22%  
 3. (क) 2 वर्ष 6 महिना (ख) 2 वर्ष (ग) 3 वर्ष  
 4. (क) ₹. 400 (ख) ₹. 1,000 (ग) ₹. 6,000  
 5. ₹. 700, ₹. 2450 6. 10% 7. 2 वर्ष 6 महिना 8. नाफा, ₹. 240

#### अभ्यास 21.1

संक्षिप्त बारम्बारता तालिका शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 21.2

1. शिक्षकलाई देखाऊ।  
 2. (क) स्थाउ 50 ओटा, नासपाती 45 ओटा (ख) स्थाउ 30 ओटा, नासपाती 55 ओटा  
 (ग) बुधवार सबभन्दा बढी 50 ओटा र मङ्गलवार सबभन्दा कम 27 ओटा स्थाउ  
 (घ) शिक्षकलाई देखाऊ।  
 3. शिक्षकलाई देखाऊ। 4. शिक्षकलाई देखाऊ। 5. शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 21.3

उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 21.4

1. (क) 6 (ख) 11.2 (ग) 6.33 (घ) 20 (ड) 65  
 2. (क) 5 (ख) 14.32 (ग) 30 (घ) 31.5 (ड) 93.33  
 3. (क) 11.73 (ख) 17.5 (ग) 32.5 (घ) 129.25 (ड) 92.39  
 4. 94

#### अभ्यास 22.1

1. (क) त्रिपदीय (ख) एक पदीय (ग) दुई पदीय (घ) त्रिपदीय (ड) त्रिपदीय (च) एक पदीय  
 2. (क) डिग्री 3 (ख) डिग्री 5 (ग) डिग्री 7 (घ) डिग्री 12 (ड) शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 22.2

1. (क)  $3a^2 - 2ab$  (ख)  $\frac{2}{3}(x^3 - xy^2)$  (ग)  $\frac{-2}{3}ac + \frac{1}{4}bc$  (घ)  $6mp - 9np$   
 2. (क)  $10x^3 + 27x^2 - 18x$  (ख)  $\frac{23}{6}m^2 - \frac{11}{2}m$  (ग)  $2y + 21x - 15$  (घ) 0  
 3. (क)  $x^2 + 2xy + y^2$  (ख)  $p^2 - 2pq + q^2$  (ग)  $m^2 - n^2$  (घ)  $9x^2 - 25y^2$   
 (ड)  $2a^3 - 3a^2b + 2ab^2 - 3b^3$  (च)  $15c^2 - 34cd + 15d^2$  (छ)  $k^2/9 - 1/4$   
 (ज)  $15.5a^4 + 38.74a^2b^2 + 13.52 b^4$   
 4.  $(15p^2 - p - 6), 22$  5.  $(10a^2 + 25 a^2b - 8ab^2 - 20b^3), 176$   
 6. (क)  $12a^2 + 3ab$  (ख)  $6x^2 + 13xy$  (ग)  $p^2$  (घ)  $2y^2$  (ड)  $3x^2 + 9.5xy + 5y^2$   
 (च)  $5.2a + 2.5b + ab + 13$  (छ)  $21m^2 + 20.75mn + 3.75n^2$   
 (ज)  $1.5x^2 + 5.5xy + 4yz + 2zx + 5y^2$

7. (क)  $(20a^2 + 3ab - 2b^2)m^2$  (ख)  $190m^2$   
 8. (क)  $(72a^2 - 42ab - 24ac + 6bc + 6b^2)m^2$  (ख)  $1512m^2$

### अभ्यास 22.3

- (क)  $2a - 3b + 6$  (ख)  $5m^3 - 3m^2 + 5$  (ग)  $2x$  (घ)  $(m+2)$  (ङ)  $(a + 4)$   
 (च)  $(m-4)$  (छ)  $(2y+3)$  (ज)  $(4p + 3q)$  (झ)  $t^2 - 4t - 6$  (अ) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
- (क)  $5x + 4$ , (ख)  $A = 335\text{cm}^2$ ,  $l = 15\text{cm}$   $b = 29\text{cm}$
- (क)  $l = 6xy$ ,  $A = 12960\text{cm}^2$   $l = 432\text{cm}$   $b = 30\text{cm}$
- (क) रु.  $(x+4)$  (ख) वास्तविक रकम = रु. 323, मानिसको सङ्ख्या = 17 जना, प्रत्येकको भागमा परेको रकम = रु. 19,
- (क)  $(x-7)$  (ख)  $l = 28\text{m}$ ,  $b = 3\text{m}$  /  $A = 84\text{m}^2$

### अभ्यास 22.4

- (क)  $(a^2 + 2a + 1)$  (ख)  $b^2 + 4b + 4$  (ग)  $c^2 - 2c + 1$  (घ)  $c^2 - 10c + 25$  (ङ)  $4p^2 + 12pq + 9q^2$   
 (च)  $36m^2 - 60mn + 25n^2$  2. उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
- (क)  $a^4 - 6a^2y + 9y^2$  (ख)  $x^2y^2 + 2abxy + a^2b^2$  (ग)  $p^4q^2 + 2p^2q^3r + q^4r^2$   
 (घ)  $25p^8 + 60p^4a + 36a^2$  (ङ)  $m^4 - 2m + 1/m^2$  (च)  $9q^6 + 1 + \frac{1}{36q^6}$
4. (क) 47 (ख) 49
5. (क) 146 (ख) 148
6. (क)  $34c^2 - 48cd + 40d^2$  (ख)  $(15k^2 - 172k + 485)$
7. (क)  $g^3 + h^3$  (ख)  $x^3 + y^3$  (ग)  $l^3 - m^3$
- 8 र 9. प्रमाणित गरेर शिक्षकलाई देखाऊ।

### अभ्यास 23.1

- (क)  $5^7$  (ख)  $(-15)^4$  (ग)  $(3x)^4$  (घ)  $(-64)^6$
- (क)  $6 \times 6 \times 6$  (ख)  $3 \times 3 \times 3$   
 (ग)  $(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)$  (घ)  $(2x) \times (2x) \times (2x) \times (2x) \times (2x) \times (2x) \times (2x)$   
 (ङ)  $(-2b) \times (-2b) \times (-2b) \times (-2b) \times (-2b) \times (-2b) \times (-2b) \times (-2b)$
- (क)  $10^2$  (ख)  $2 \times 10^2$  (ग)  $5 \times 10^3$  (घ)  $35 \times 10^4$  (ङ)  $69 \times 10^6$
- (क) 200 (ख) 5,00,000 (ग) -15,000 (घ) 1152 (ङ) -625 (च) 128
- (क)  $2^2$  सानो र  $3^2$  ठुलो (ख)  $5^3$  सानो र  $3^5$  ठुलो (ग)  $4^2$  सानो र  $3^4$  ठुलो (घ)  $10^2$  सानो र  $2^{10}$  ठुलो  
 (ङ)  $0^{100}$  सानो र  $100^1$  ठुलो (च)  $2^8$  सानो र  $10^3$  ठुलो
- (क)  $2^6$  (ख)  $2^2 \times 5^3$  (ग)  $157 \times 2^3$  (घ)  $2^6 \times 3^3$  (ङ)  $2^8 \times 3^3 \times 5^3$
- (क)  $3^7$  (ख)  $5^{12}$  (ग)  $x^8$  (घ)  $a^{-1}$  (ङ)  $x^9$  (च)  $(-b)^8$  (छ)  $q^5$  (ज)  $(5x)^2$
8. (क) 1 (ख) 2 (ग) 1 (घ) 1 (ङ) 105 (च) 2
9. (क) 27 (ख) 425 (ग) 18 (घ) 2 (ङ) 1

### अभ्यास 24.1

1. (क) 12 (ख) 85 (ग) -6 (घ)  $\frac{2}{5}$  (ङ)  $\frac{-15}{6}$  (च)  $\frac{-8}{27}$  (छ)  $\frac{255}{152}$
2. (क)  $p = -30$  (ख)  $k = -35$  (ग)  $r = 1.25$  (घ)  $t = 24$
3. (क) सत्य (ख) असत्य (ग) असत्य (घ) सत्य
4. (क) एक चलयुक्त समीकरण (ख) उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ। (ग) 1 (घ) 4
5.  $2x + 4 = 28$ , छात्र = 12 जना र छात्रा = 16 जना
6. छात्र = 305 जना र छात्रा = 250 जना
7. (क) नमुना चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। (ख)  $4x + 4 = 132$  (ग) लम्बाइ = 34m चौड़ाइ = 32m  
(घ) क्षेत्रफल =  $1088\text{m}^2$
8. (क) लम्बाइ = 20m चौड़ाइ = 10m (ख) नमुना चित्र शिक्षकलाई देखाऊ। (ग)  $6x + p = 0$   
(घ) परिमिति = 60m
9. (क)  $x - 18 = 0$  (ख) 12 जना 10. (क)  $2x + 1 = 51$  (ख) 25 र 26
11. (क)  $4x - 120 = 0$  (ख) 30 ओटा र 90 ओटा 12. (क)  $4x - 48 = 0$  (ख) 12 र 36
13. (क)  $4x - 20 = 110$  (ख) लम्बाइ =  $32.5\text{m}$  चौड़ाइ =  $22.5\text{m}$

#### अभ्यास 24.2

- उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।
- (क) बेठिक (ख) बेठिक (ग) बेठिक (घ) ठिक (ङ) बेठिक (च) ठिक (छ) बेठिक (ज) ठिक
- (क)  $x \leq 1$  (ख)  $x > -1$  (ग)  $x \geq -3$  (घ)  $x > 4$ .

#### अभ्यास 24.3

- 1-5 उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

#### अभ्यास 24.4

- शिक्षकलाई देखाऊ।
- $A(1,2), B(5,8), C(-3,4), D(-5,8), E(-4,0), F(-2,-3), G(-5,-5), H(3,-2), I(1,-6), J(5,0)$
- उत्तर शिक्षकलाई देखाऊ।

# कक्षा ७ को कक्षागत गीत

हत्केलामा भाटो राख्यौ हृदयमा रारा  
विहारीको घाम बनौ अँथेरीको नरा  
  
सुन फल्ने फाँटसैगे गुराँस फुल्ने पाखा  
एकताको माना गाँसी छुल्छौ सगरमाथा  
उन्नतिको बाटातिर नौला पाइला जाली  
चम्काउँछौं हाम्यो देश जानको दिग्गो बाली  
  
रीतिधिति, भाषा, धर्म, सम्झौतिका धनी  
भावनाले एकै हामी कति स्वाभिमानी  
जान सिकौं, सिप सिकौं काम लाग्ने गरी  
उन्नतिका ढोका खुल्छन् हाम्रै वरिपरि

रचना : अधिक वराल, नेपाल जवाली, दिवाकर हुड्गोल, सुदूरपश्चिम  
दड्गोल, गणेशासार भट्टराह, हरिहर तिमिल्सिना।



## प्रकाशक

नेपाल सरकार  
शिक्षा मन्त्रालय  
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र  
सानोठिमी, भक्तपुर



9 789937 601191