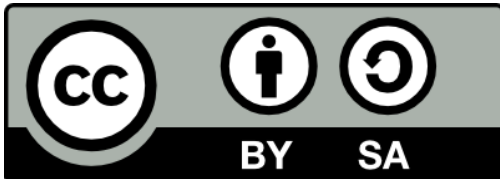




Laboratorio di Fondamenti di Automatica
Prima esercitazione

Modello dell'apparato da controllare



© 2005-2020 Alberto Leva, Marco Lovera, Maria Prandini, Silvano Seva, Danilo Sacconi, Chiara Cimino, Marco Lauricella, Michele Bolognini

Except where otherwise noted, this work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International Licence

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

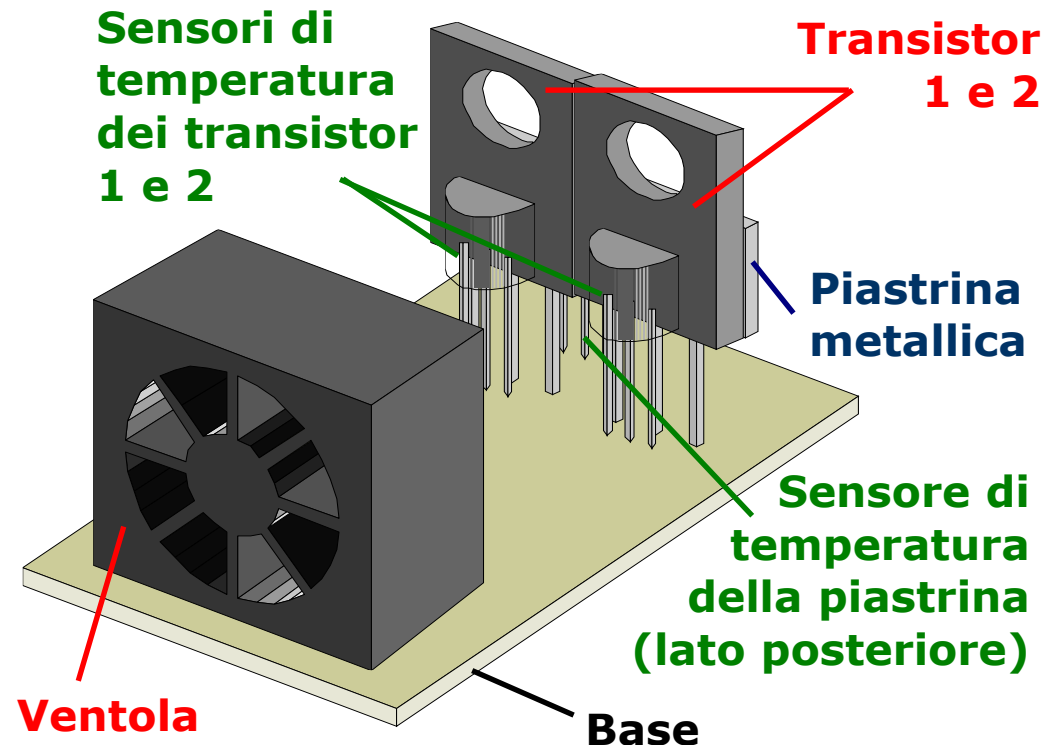
Creative Commons and the double C in a circle are registered trademarks of Creative Commons in the United States and other countries. Third party marks, logos and brands are the property of their respective holders.

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
ottenere, a partire da dati sperimentali, un modello di un apparato termico da laboratorio, adatto per il problema di controllo che in seguito risolveremo.
- Contenuto dell'esercitazione:
 - descrizione dell'apparato sperimentale;
 - posizione del problema di controllo che affronteremo;
 - scrittura di un suo modello basato su equazioni di bilancio;
 - derivazione di un modello adatto allo specifico problema;
 - parametrizzazione di tale modello a partire dai dati sperimentali che avremo nel frattempo raccolto;
 - conclusioni.

Il sistema simulato con OpenModelica riproduce fedelmente l'apparato sperimentale utilizzato gli anni scorsi.

Tale apparato è costituito da una piastrina metallica riscaldata da due transistor e da una ventola che, però, in questo esperimento non verrà utilizzata.

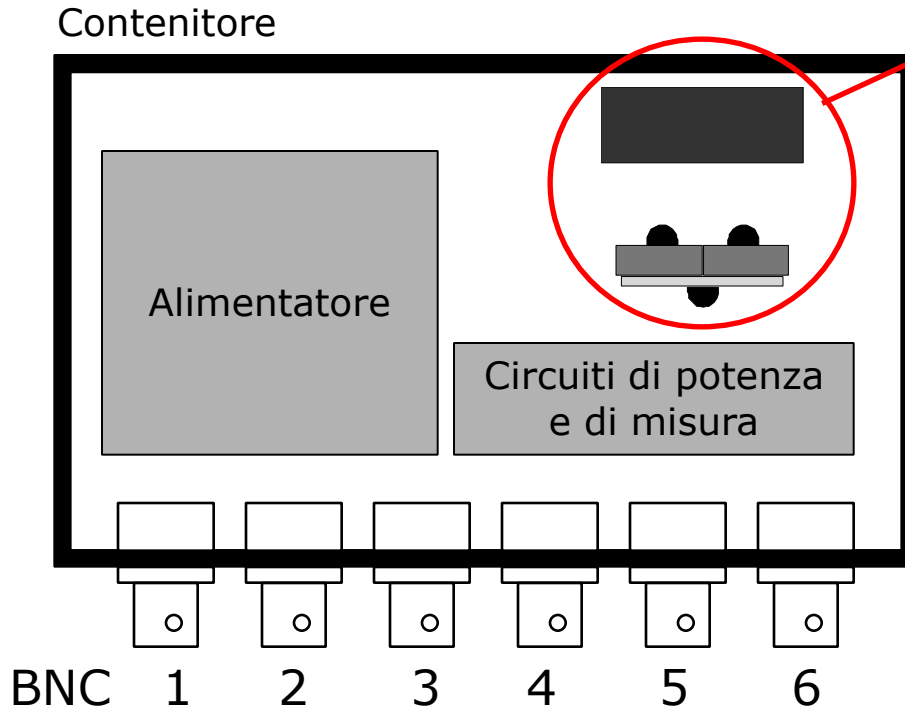
Tramite dei sensori è possibile misurare individualmente la temperatura di ciascun transistor e quella della piastrina metallica.



Descrizione dell'apparato sperimentale



L'impianto è alloggiato in un contenitore, dotato di fori per il passaggio dell'aria e dei necessari connettori:



Transistor, piastrina, sensori e ventola

Legenda dei connettori BNC:

1. Comando alla ventola
(0-100% di tempo di accensione su periodo fissato)
2. Comando al transistor 1
(0-5V per 0-100% della potenza)
3. Comando al transistor 2
(0-5V per 0-100% della potenza)
4. Misura temperatura transistor 1
(10 mV/°K)
5. Misura temperatura transistor 2
(10 mV/°K)
6. Misura temperatura piastrina
(10 mV/°K)

Controllare la temperatura della piastrina agendo sul comando al transistor 1, mentre il transistor 2 introduce un disturbo.

Ora, quindi, dobbiamo:

- evidenziare e comprendere, in forma semplificata ma sufficientemente precisa, i fenomeni in gioco nell'apparato sperimentale;
- tradurre questa comprensione in un modello dell'impianto;
- raccogliere, tramite opportuni esperimenti, i dati necessari a "mettere i numeri" in tale modello, dimodoché lo si possa poi usare per progettare il regolatore.

Modello dell'apparato - premessa



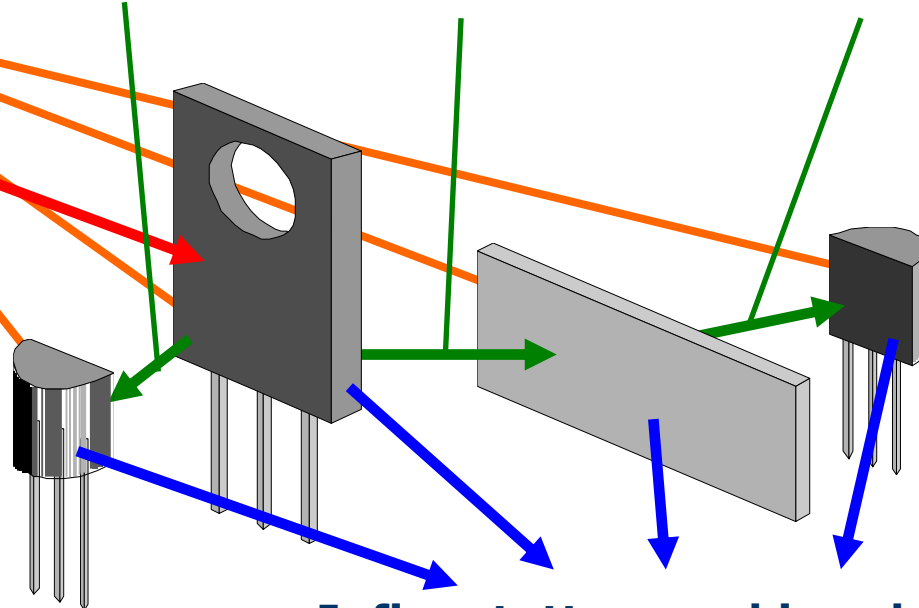
Dal nostro punto di vista i transistor possono essere considerati dei semplici riscaldatori elettrici, che generano una potenza termica variabile da zero ad un valore massimo, proporzionalmente al comando impartito loro.

Ciò premesso, i fenomeni che governano l'impianto sperimentale sono di natura termica:

Anzitutto, vi è generazione di potenza termica nei (due) transistor

Poi, tutti i corpi sono in grado di accumulare energia termica

**Inoltre, vi sono degli scambi termici interni:
transistor-sonde, transistor-piastra, piastra-sonda**



Infine, tutto scambia calore con l'aria

Dobbiamo introdurre le leggi che governano, in prima approssimazione, i fenomeni di generazione, accumulo e scambio:

- 1) L'energia termica accumulata in un corpo è pari ad una costante caratteristica del corpo stesso, detta **capacità termica**, moltiplicata per la temperatura del corpo:

$$E_{\text{termica}} = C_{\text{termica}} T$$

- 2) La derivata temporale dell'energia termica accumulata in un corpo k è pari alla somma (algebrica) della potenza termica generata entro quel corpo e delle potenze termiche trasferite ad esso da tutti gli altri corpi presenti nel sistema:

$$\frac{d}{dt} E_{\text{termica}}(\text{corpo } k) = P_{gk} + \sum_{i=1, i \neq k}^N P_{ik}$$

- 3) La potenza termica trasferita da un corpo i ad un corpo k è pari ad una costante propria dei due corpi e del modo in cui essi sono posti in contatto termico, detta **coefficiente di scambio termico**, moltiplicata per la differenza tra la temperatura del corpo i e quella del corpo k :

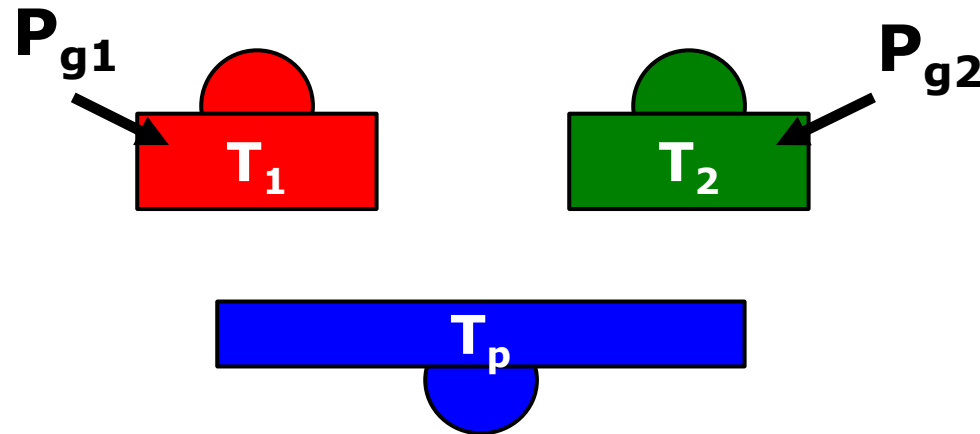
$$P_{ik} = \gamma_{ik} (T_i - T_k)$$

- 4) Il coefficiente di scambio termico tra due dati corpi solidi è sostanzialmente costante. Invece, se un dato corpo solido scambia calore con un dato aeriforme, il coefficiente di scambio termico tra i due cresce all'aumentare della velocità con cui l'aeriforme lambisce il solido.

Modello dell'apparato – ipotesi semplificative (1)



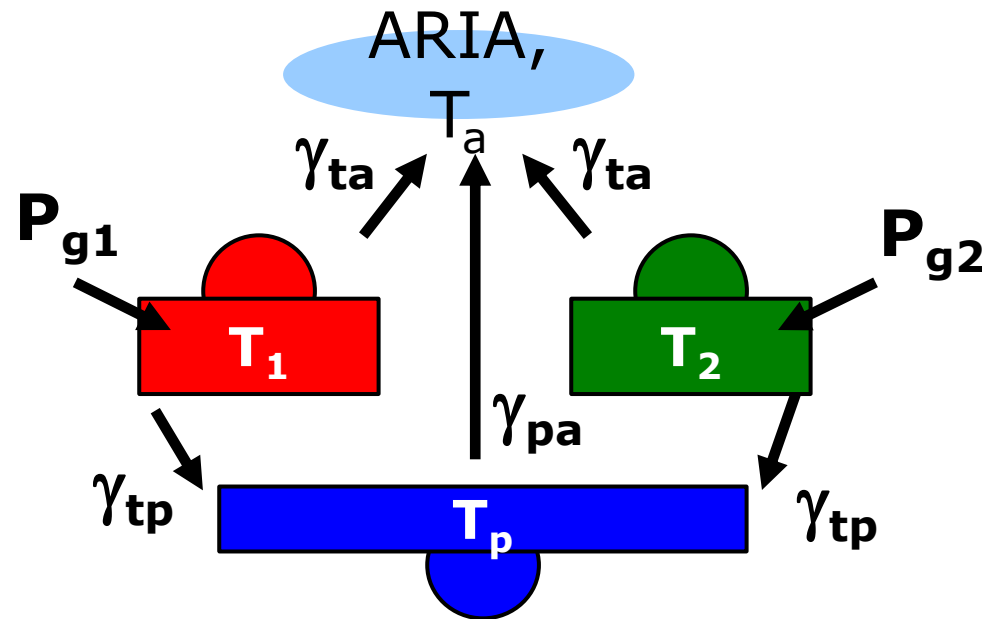
- 1) Gli insiemi transistor-sonda e piastra-sonda costituiscono dei corpi omogenei e assumiamo abbiano temperatura uniforme: così facendo abbiamo da considerare tre soli corpi, con temperature che chiameremo T_1 , T_2 e T_p .
- 2) Le capacità termiche dei due insiemi transistor-sonda sono uguali: le chiameremo C_t , mentre con C_p indicheremo quella dell'insieme piastra-sonda.
- 3) Le potenze P_{g1} e P_{g2} generate nei due transistor variano tra zero ed un massimo P_{max} , uguale per entrambi, dipendendo soltanto (in modo **quasi** lineare) dai comandi ad essi impartiti, che chiameremo Q_1 e Q_2 e assumiamo variabili tra 0 e 100.



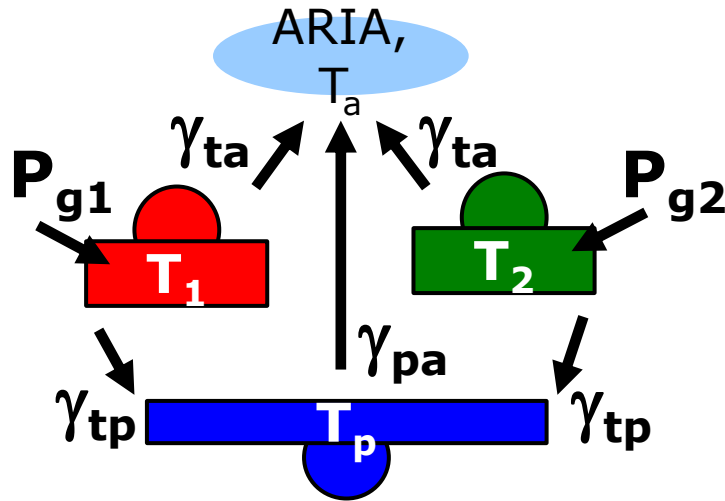
Modello dell'apparato – ipotesi semplificative (2)



- 4) I coefficienti di scambio γ_{tp} fra transistor e piastra sono costanti e uguali tra loro.
- 5) I coefficienti di scambio fra transistor e aria (γ_{ta}) sono uguali tra loro ma non costanti: essi, come quello (γ_{pa}) tra piastra ed aria, variano tra un minimo ed un massimo - in modo che supporremo lineare - quando il comando $\mathbf{V_R}$ alla ventola varia tra 0 e 100.
- 6) La temperatura $\mathbf{T_a}$ dell'aria è costante.



Modello dell'apparato – prima equazione



Potenza generata nel transistor 1

Potenza trasferita dal transistor 1
all'aria

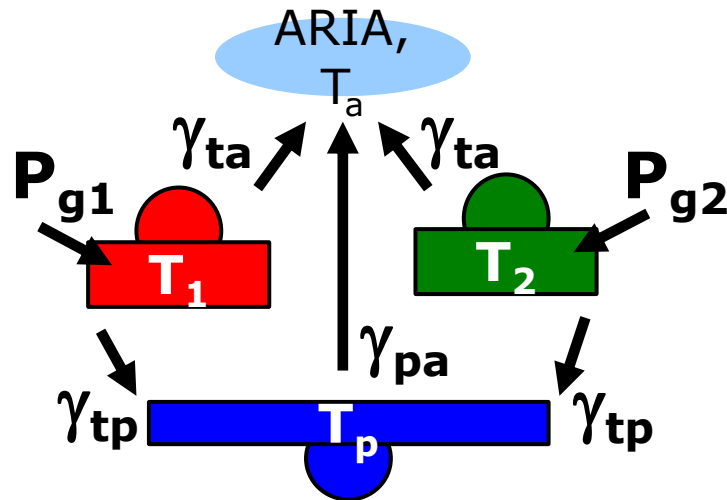
Potenza trasferita dal
transistor 1 alla piastra

**Bilancio
transistor 1**

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

Provate, adesso a, scrivere l'equazione di bilancio termico (dinamico) per il transistor 2.

Modello dell'apparato – seconda equazione



Potenza generata nel transistor

Potenza trasferita dal transistor all'aria

Potenza trasferita dal transistor alla piastra

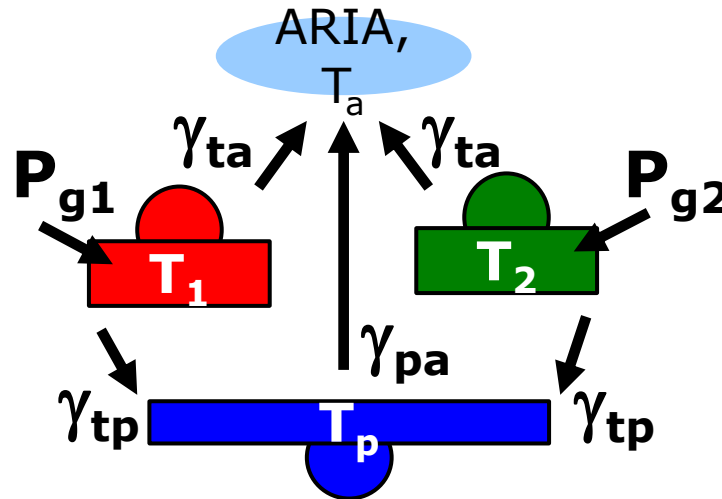
Bilancio transistor 1

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

Bilancio transistor 2

$$\frac{d}{dt} T_2 = \frac{1}{C_t} [P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p)]$$

Provate adesso a scrivere l'equazione di bilancio termico dinamico per la piastra (attenzione, qui non si genera potenza e c'è lo scambio con l'aria).



**Bilancio
transistor 1**

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

**Bilancio
transistor 2**

$$\frac{d}{dt} T_2 = \frac{1}{C_t} [P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p)]$$

**Bilancio
piastra**

$$\frac{d}{dt} T_p = \frac{1}{C_p} [\gamma_{tp}(T_1 - T_p) + \gamma_{tp}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a)]$$

Potenza
trasferita
dalla piastra
all'aria

Modello completo dell'apparato – equazioni



		Potenza generata nel transistor 1	
		Potenza trasferita dal transistor 1 all'aria	
		Potenza trasferita dal transistor 1 alla piastra	
Bilancio transistor 1	$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$		
Bilancio transistor 2	$\frac{d}{dt} T_2 = \frac{1}{C_t} [P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p)]$		Potenza trasferita dalla piastra all'aria
Bilancio piastra	$\frac{d}{dt} T_p = \frac{1}{C_p} [\gamma_{tp}(T_1 - T_p) + \gamma_{tp}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a)]$		

Completiamo il modello



Dipendenza delle γ da V_R

Dipendenza delle P_g da Q_1 e Q_2

$$\gamma_{ta} = \gamma_{tamin} + V_R(\gamma_{tamax} - \gamma_{tamin})/100$$

$$\gamma_{pa} = \gamma_{pamin} + V_R(\gamma_{pamax} - \gamma_{pamin})/100$$

$$P_{g1} = P_{max} Q_1 / 100$$

$$P_{g2} = P_{max} Q_2 / 100$$

Modello dell'apparato per il nostro problema



Abbiamo scritto il modello “completo” dell’impianto. A noi, però, interessa il caso in cui V_R e Q_2 sono nulli e si considera la sola uscita T_p . Adottiamo, allora, le semplificazioni del caso.

Anzitutto, se V_R è costante (per noi in particolare è nulla) anche γ_{ta} e γ_{pa} sono costanti, il modello è lineare e ne possiamo scrivere l’equazione di stato come:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & 0 & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ 0 & -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & -\frac{2\gamma_{tb} + \gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{P_{\max}}{100C_t} & 0 & \frac{\gamma_{ta}}{C_t} \\ 0 & \frac{P_{\max}}{100C_t} & \frac{\gamma_{ta}}{C_t} \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ T_a \end{bmatrix}$$

ovvero nella forma $\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t)$

Modello dell'apparato per il nostro problema



Poi, il modello ha tre ingressi. Se, però, di esso ci interessano solo l'ingresso Q_1 e l'uscita T_p , possiamo scriverlo (aggiungendogli 'opportuna equazione d'uscita) come:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} = \underset{\mathbf{A}}{\begin{bmatrix} -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & 0 & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ 0 & -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & -\frac{2\gamma_{tp} + \gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} + \underset{\mathbf{b}}{\begin{bmatrix} \frac{P_{max}}{100C_t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}} Q_1 \\ \\ T_p = \underset{\mathbf{C}}{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Calcoliamo la funzione di trasferimento da Q_1 a T_p :

$$P(s) = \frac{T_p(s)}{Q_1(s)} = c(sI - A)^{-1} b = \dots$$

$$\dots = \frac{\gamma_{tp} P_{\max} / 100}{C_t C_p s^2 + (2C_t \gamma_{tp} + C_p \gamma_{ta} + C_t \gamma_{pa} + C_p \gamma_{tp})s + \gamma_{tp} \gamma_{pa} + 2\gamma_{ta} \gamma_{tp} + \gamma_{ta} \gamma_{pa}}$$

Questa funzione di trasferimento è del secondo ordine, mentre noi sappiamo che l'ordine del modello è 3.

Ciò significa che nel modello c'è stata una cancellazione, dovuta al fatto che abbiamo assunto esservi delle "simmetrie" (capacità termiche uguali, coefficienti di scambio uguali e così via).

Non è infrequente che questo accada, anche perché assumere simmetrie è molto naturale se non si vogliono scrivere modelli esageratamente complessi. Delle cancellazioni nei modelli bisogna anzitutto sapersi accorgere (basta peraltro badare agli ordini), e poi occorre sapere come tenerne conto.

Accortici della cancellazione nel modello, allora, che conclusioni ne dobbiamo trarre?

Anzitutto, dovremmo vedere se la cancellazione è critica o no.

Non lo facciamo per ragioni di tempo, e anche perché possiamo affermare già col solo buon senso che non lo è: nei processi termici dinamiche instabili non ce ne sono praticamente mai.

Poi, dovremmo accertarci che veramente la cancellazione sia dovuta alle simmetrie che abbiamo assunto e non sia invece un fatto intrinseco alla fisica: dovremmo, cioè, accertarci che l'abbiamo introdotta nel modello e che non c'era "di per sé" nella realtà.

Per far questo basta rifare i conti ammettendo che le capacità termiche ed i coefficienti di scambio siano tutti diversi. Per brevità qui non lo facciamo, però succede esattamente ciò che ci si aspetta: si ottiene una funzione di trasferimento con tre poli e (ovviamente) uno zero.

Naturalmente, se davvero le simmetrie assunte ci fossero (per quanto ciò sia improbabile), allora la cancellazione nel modello rifletterebbe correttamente la realtà. In altre parole, per vedere se la funzione di trasferimento da usare è del second'ordine senza zeri o del terzo con uno zero dovremo guardare i dati.

Ricapitolando

In base alla fisica (perché siamo partiti da un modello in variabili di stato basato su equazioni di bilancio) abbiamo concluso che la funzione di trasferimento (stabile) da Q_1 a T_p può avere due strutture:

$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

se vi è simmetria di capacità termiche e coefficienti di scambio

$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

se tale simmetria non c'è

Sappiamo anche che il guadagno è positivo e che lo sono anche tutte le costanti di tempo (se no la cancellazione sarebbe critica).

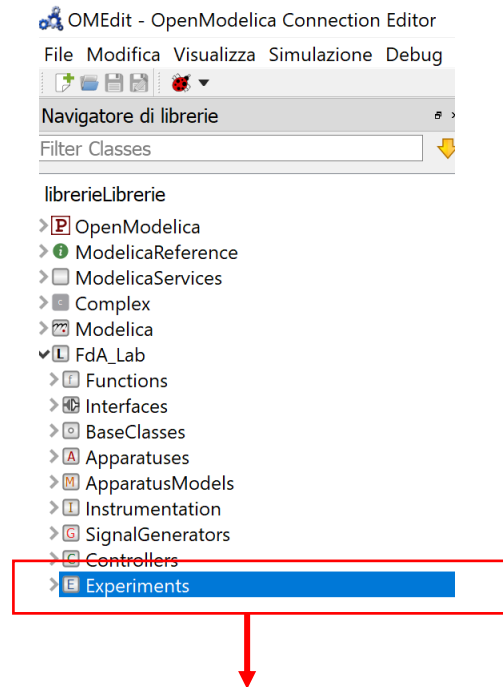
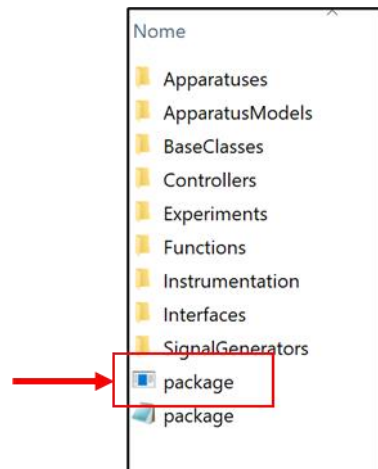
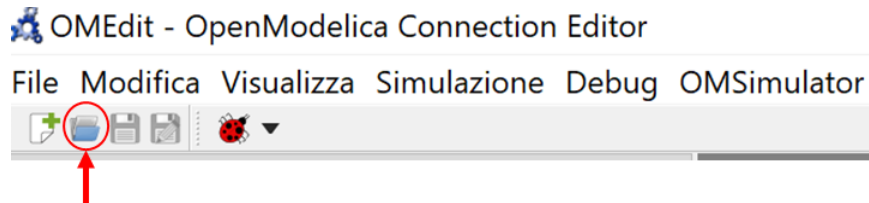
Per proseguire, esaminiamo i dati.

Identificare i parametri corretti da inserire all'interno dei modelli trovati

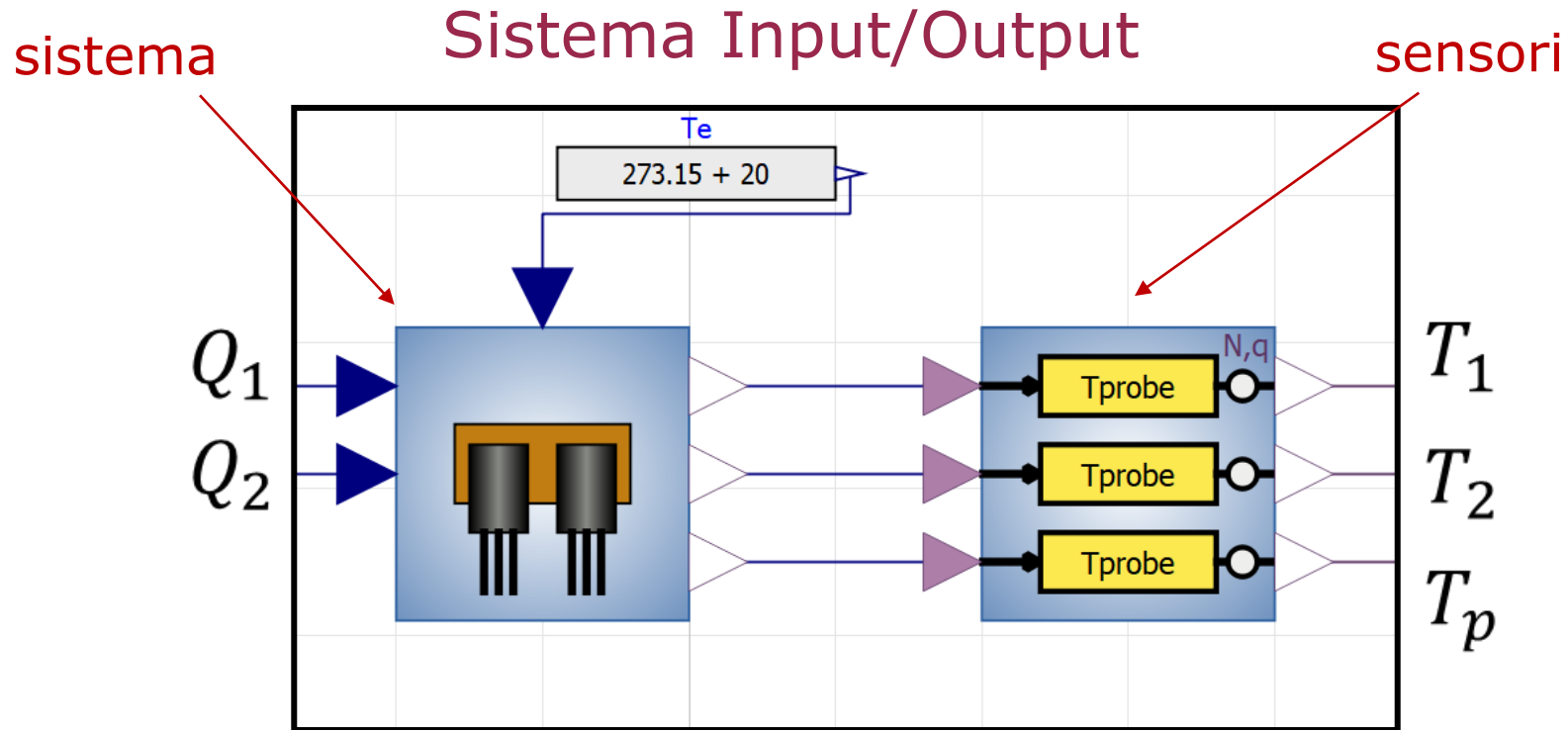
Ora, quindi, dobbiamo:

- Aprire Modelica
- Condurre una serie di esperimenti con diversi segnali in ingresso al Sistema
- Passare i dati ricavati dagli esperimenti su MATLAB
- Identificare quali sono i parametri dei modelli che abbiamo trovato prima per replicare la risposta ai diversi segnali

Lanciare l'applicazione



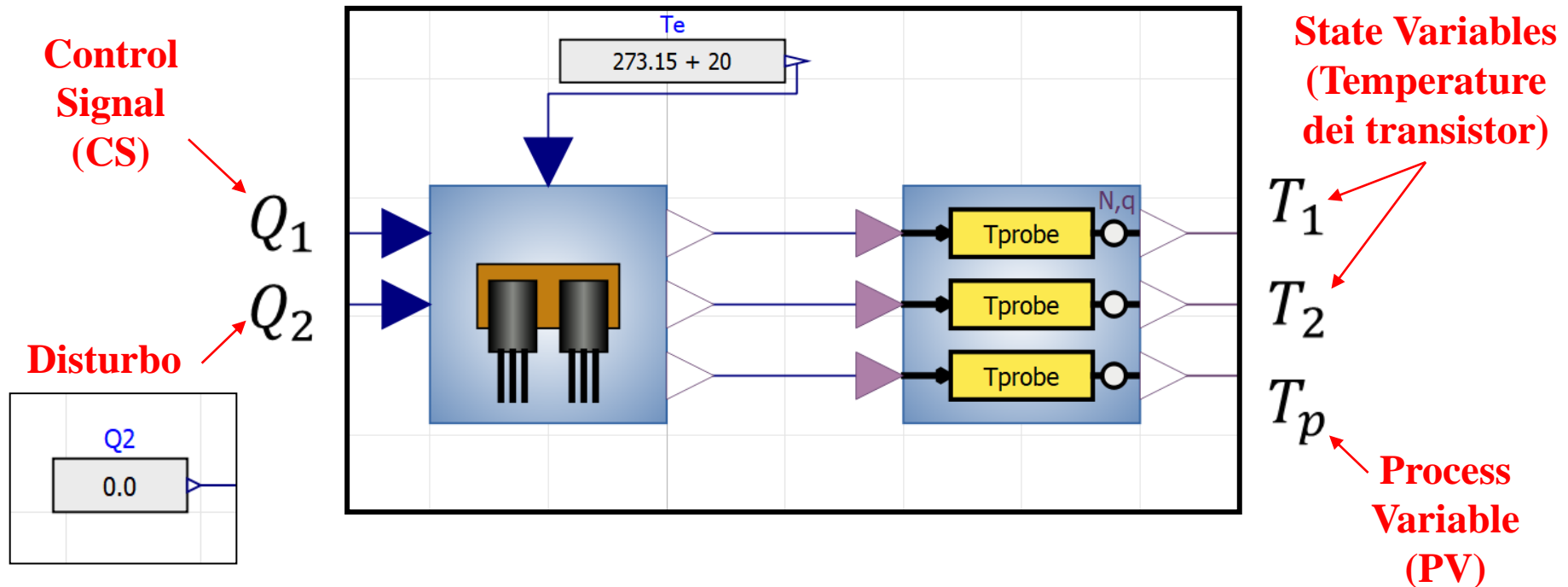
Elenco degli
esperimenti sui quali
ci concentriamo

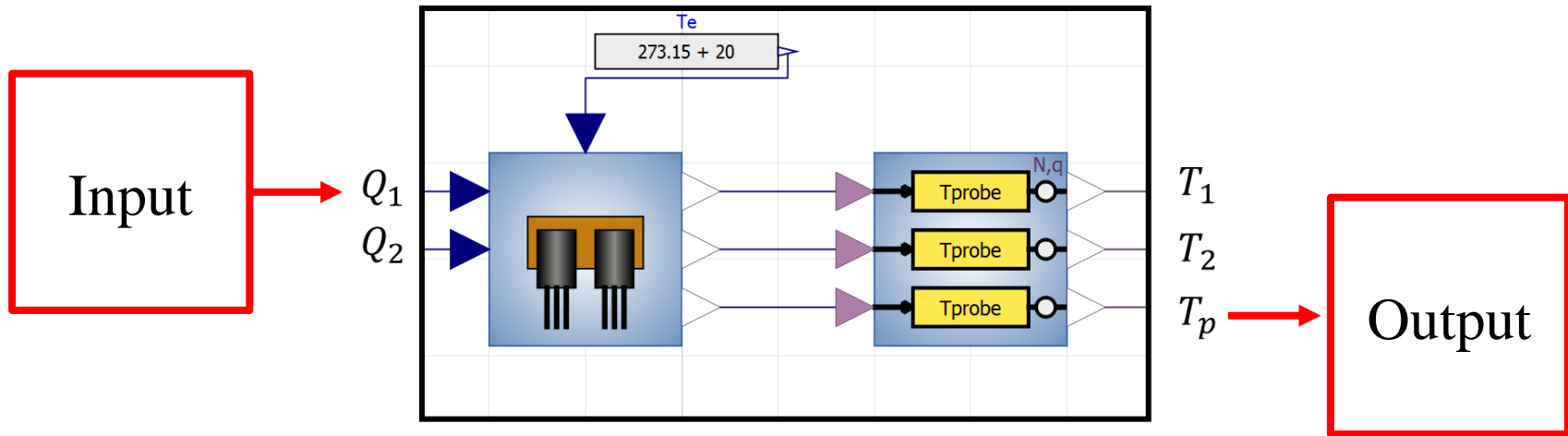


NON CAMBIARE I PARAMETRI DI QUESTI BLOCCHI

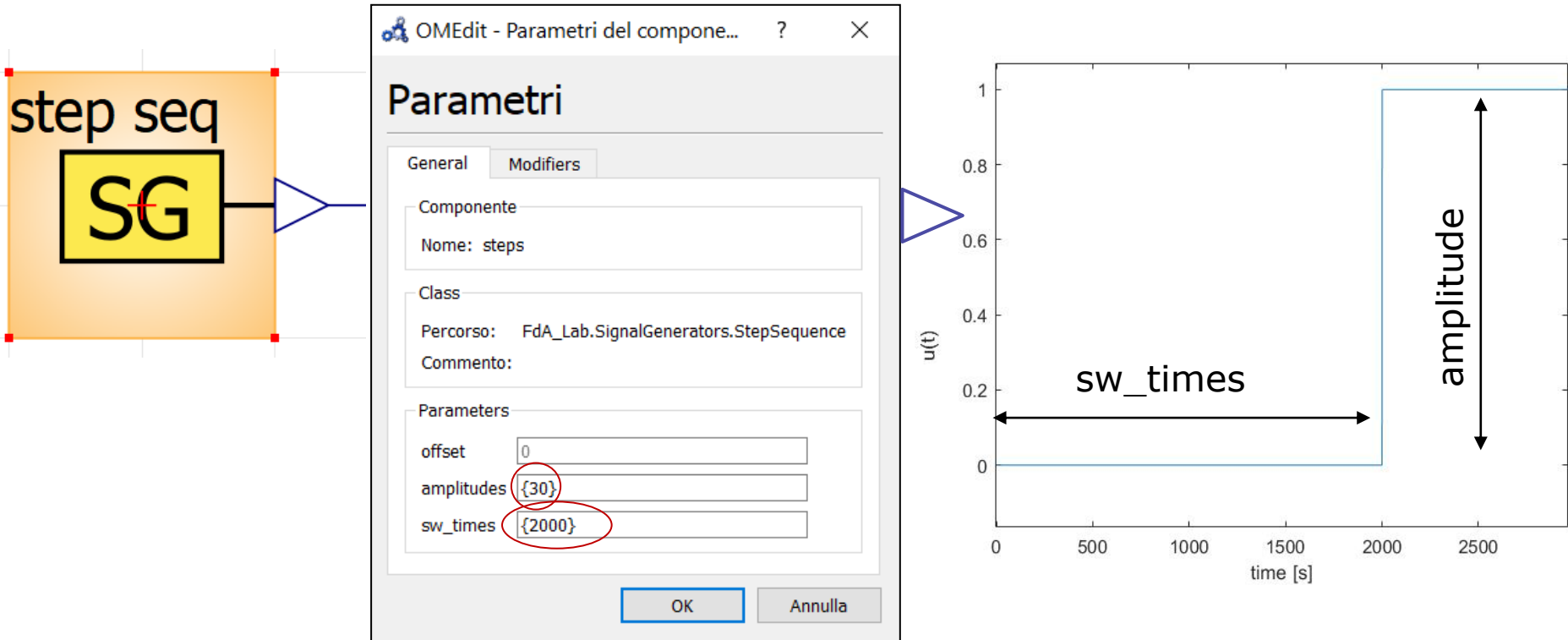
Obiettivo: modello per controllare la temperature della piastrina (T_p) agendo sul comando al transistor 1 (Q_1) e considerando il comando al transistor 2 come un disturbo (Q_2).

Sistema Input/Output



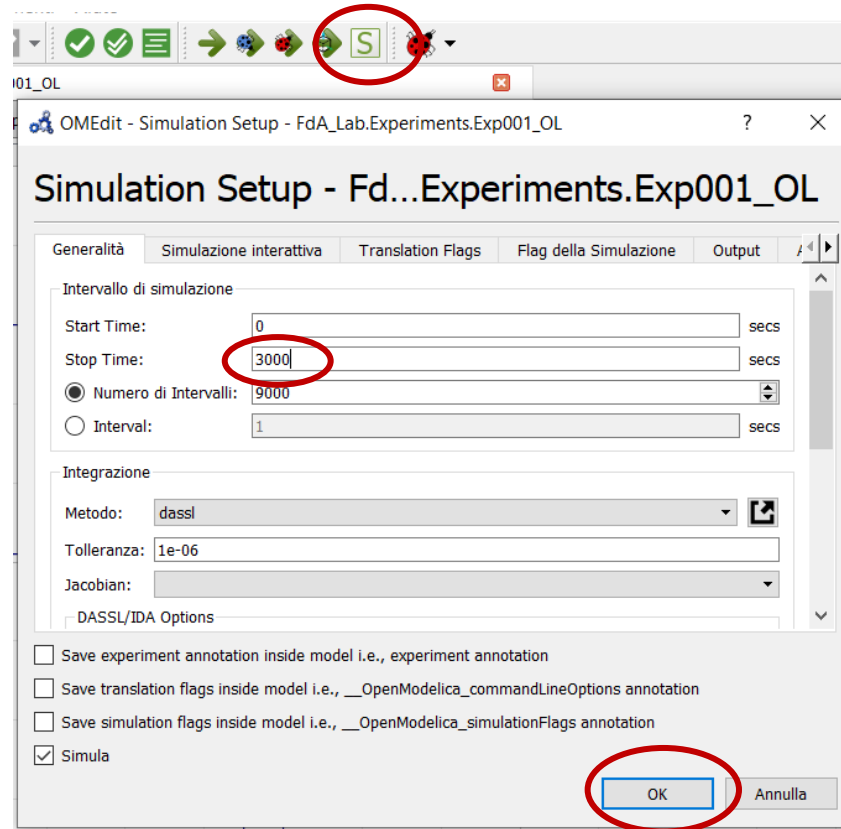


$$P = \frac{T_p}{Q_1} = \begin{cases} P_1(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)} \\ P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \\ P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)} \end{cases}$$

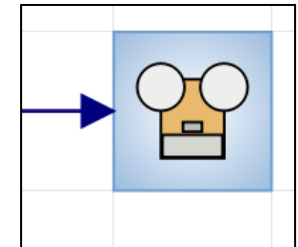


- Imponiamo in ingresso uno scalino di Q_1 (ossia CS) del 30% impostando ampiezza e istante di tempo.

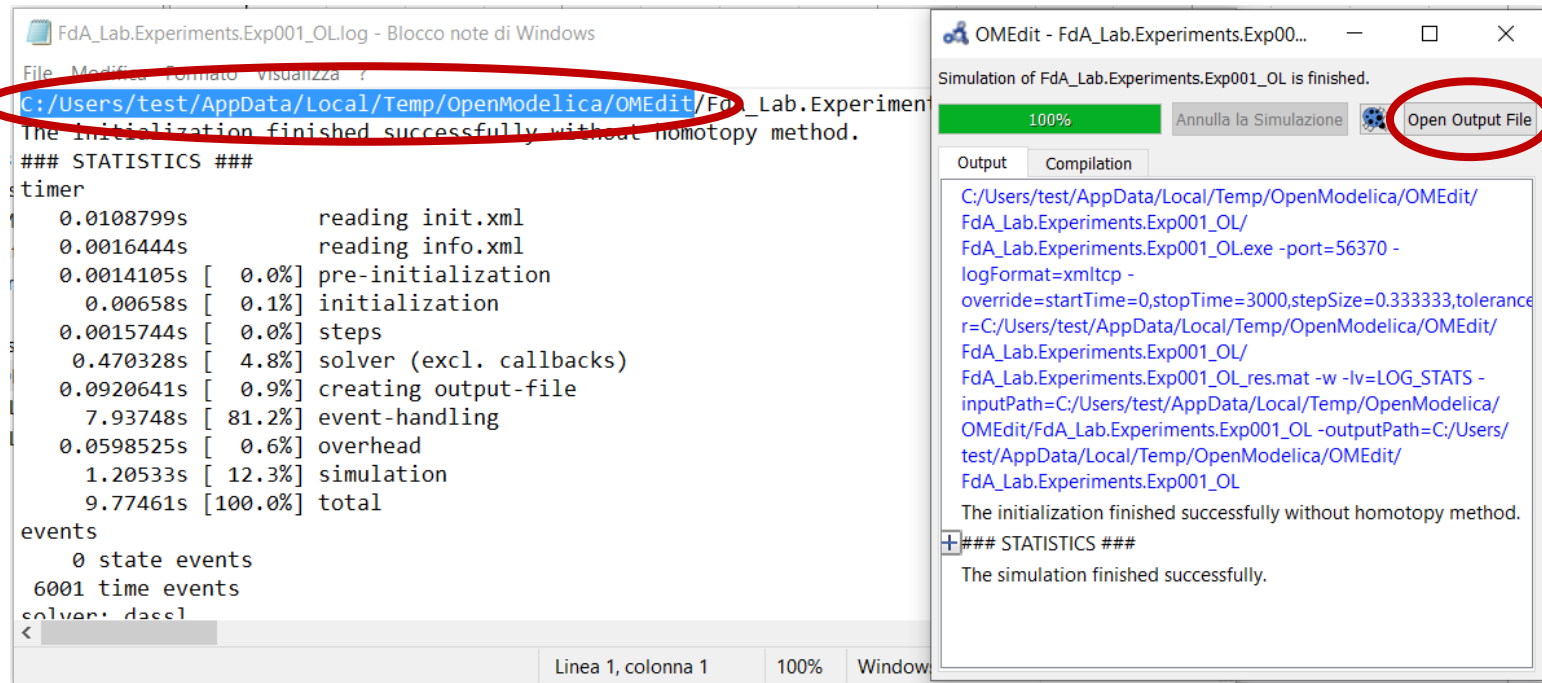
- Ora lanciamo la simulazione, simulando il sistema per 3000 secondi



- Registreremo la risposta di T_p (ossia PV) allo scalino di Q_1 (ossia CS) del 30%.



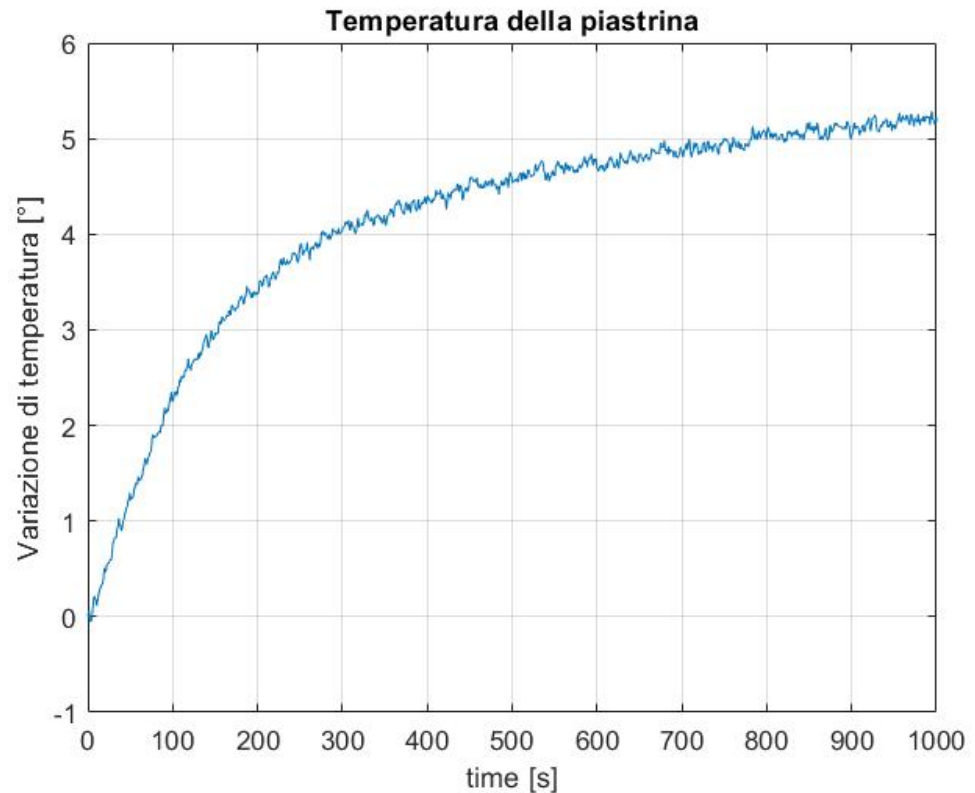
- Andiamo ad aprire l'Output file e verifichiamo il percorso nel quale i dati sono stati salvati.



- Apriamo il percorso indicato e troveremo il file **data.csv**
- Spostiamolo nella cartella che preferiamo e dove salveremo il nostro script Matlab

- Carichiamo i dati e basiamo il tempo all'istante dello scalino e la risposta a zero (ovvero consideriamo le *variazioni* delle variabili in gioco)

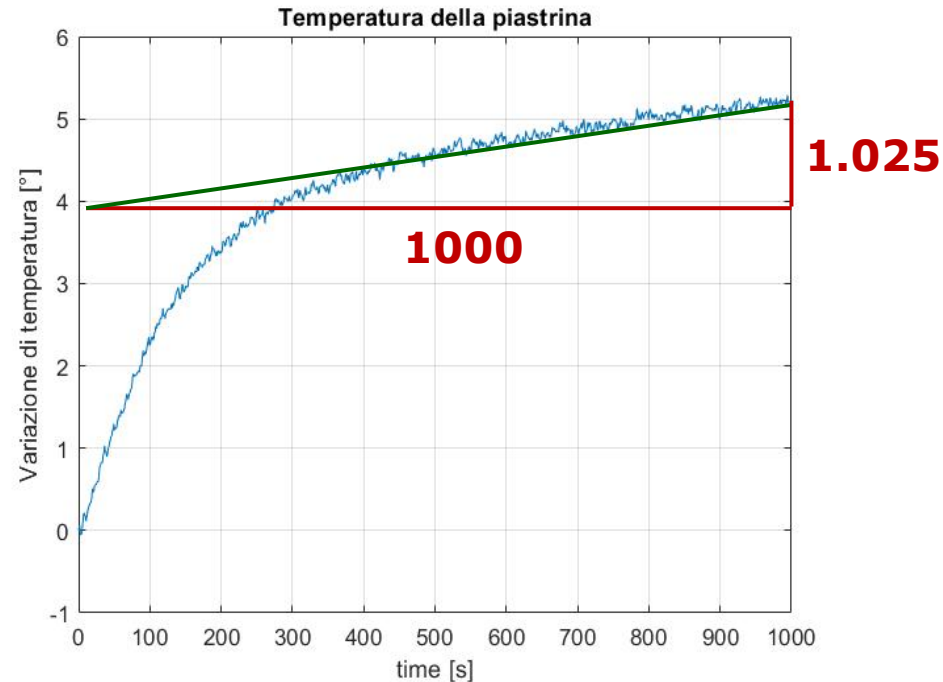
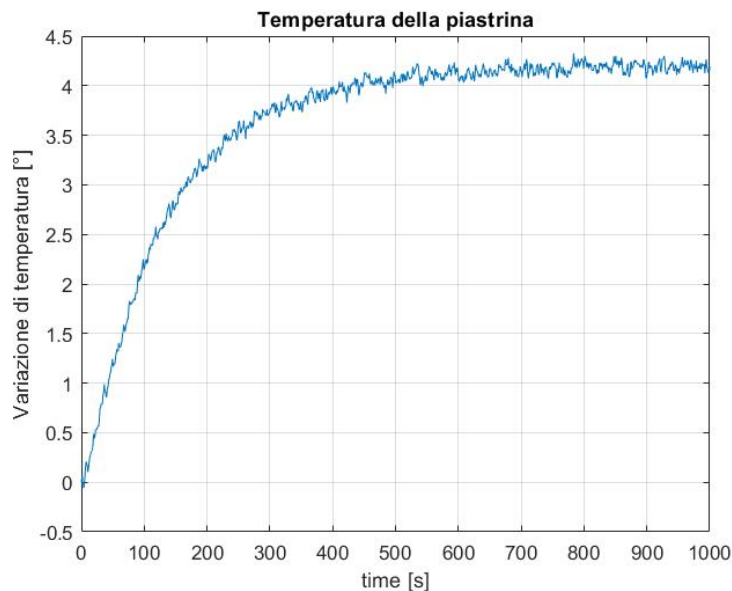
```
>>data = csvread('data.csv',1);  
>>t=data(:,1);  
>>Q1=data(:,2);  
>>Tp=data(:,6);  
  
>>dex=find(diff(Q1));  
>>t=t(dex:end)-t(dex);  
>>Tp=Tp(dex:end)-Tp(dex);  
>>Q1=Q1(dex:end)-Q1(dex);  
  
>>plot(t,Tp);
```



- Ora proveremo a determinare dei modelli utili al nostro problema di controllo usando la risposta a scalino che abbiamo registrato.
- Cercheremo di riprodurre tale risposta con delle funzioni di trasferimento, che saranno – ai fini della sintesi del controllo - possibili “funzioni di trasferimento da Q_1 a T_p ”.
- Come prima cosa dovremo “pulire” i dati per renderli idonei al processo di identificazione.

- Osserviamo che T_p pare continuare a salire, il che è dovuto al lento riscaldamento dell'aria nella scatola.
- Questo fenomeno non è d'interesse per il controllo e il modello non lo rappresenta, quindi va rimosso dai dati.
- Facciamolo:

```
>>Tp=Tp-t*1.025/1000;  
>>plot(t,Tp)
```



- Tentiamo di riprodurre i dati con un modello del prim'ordine con guadagno pari alla variazione a regime di T_p divisa per l'ampiezza dello scalino di Q_1 e costante di tempo pari a $1/5$ del tempo di assestamento.

$$P_1(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)}$$

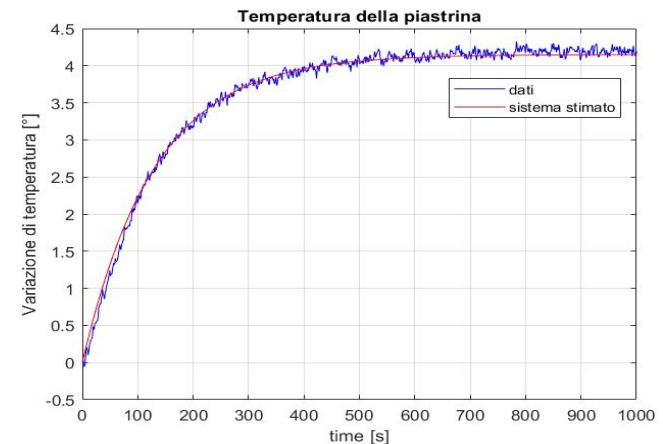
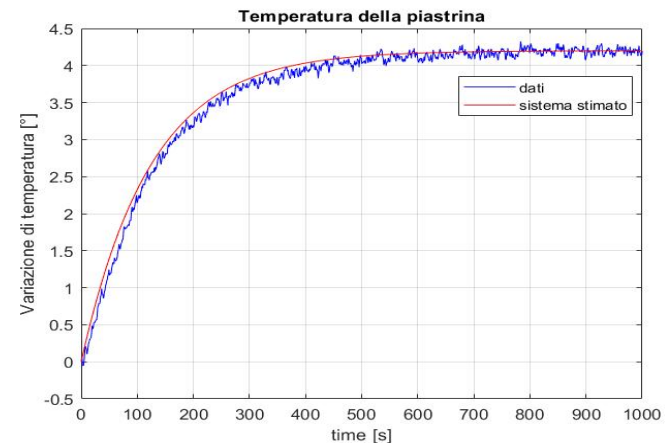
- Primo tentativo:

```
>>mu=4.15/30;  
>>T1=620/5;  
>>M1=tf(mu,[T1 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```

- Dopo un po' di prove:

```
>>M1=tf(4.15/30,[130 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```

Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati

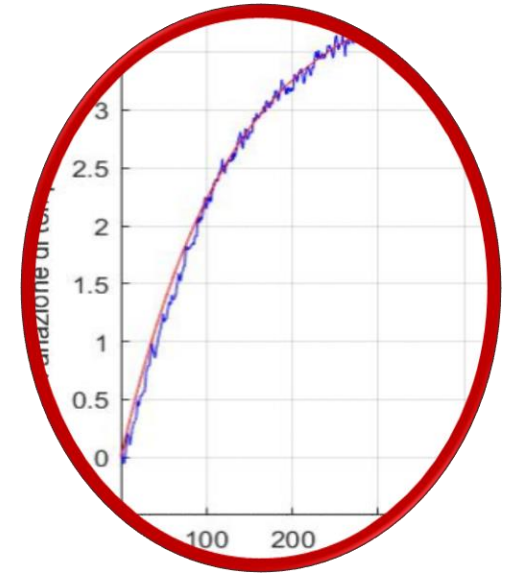


MATLAB - Identificazione parametri modello del secondo ordine (1)



- Si vede che l'ordine del modello è troppo basso (i primi istanti della risposta non sono riprodotti bene).
- Ora proveremo a usare un modello del second'ordine.

$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$



- Tentiamo allora di riprodurre la risposta a scalino con un modello del second'ordine senza zeri:
 - il guadagno (μ) lo sappiamo già;
 - la costante di tempo maggiore (T_1) resta la stessa del modello del prim'ordine e la più piccola ad un valore decisamente minore (diciamo $T_2 = 1/10 T_1$);
 - modifichiamole un po' di volte tentando di riprodurre sia il tempo di assestamento che la "partenza" della risposta.

MATLAB - Identificazione parametri modello del secondo ordine (2)



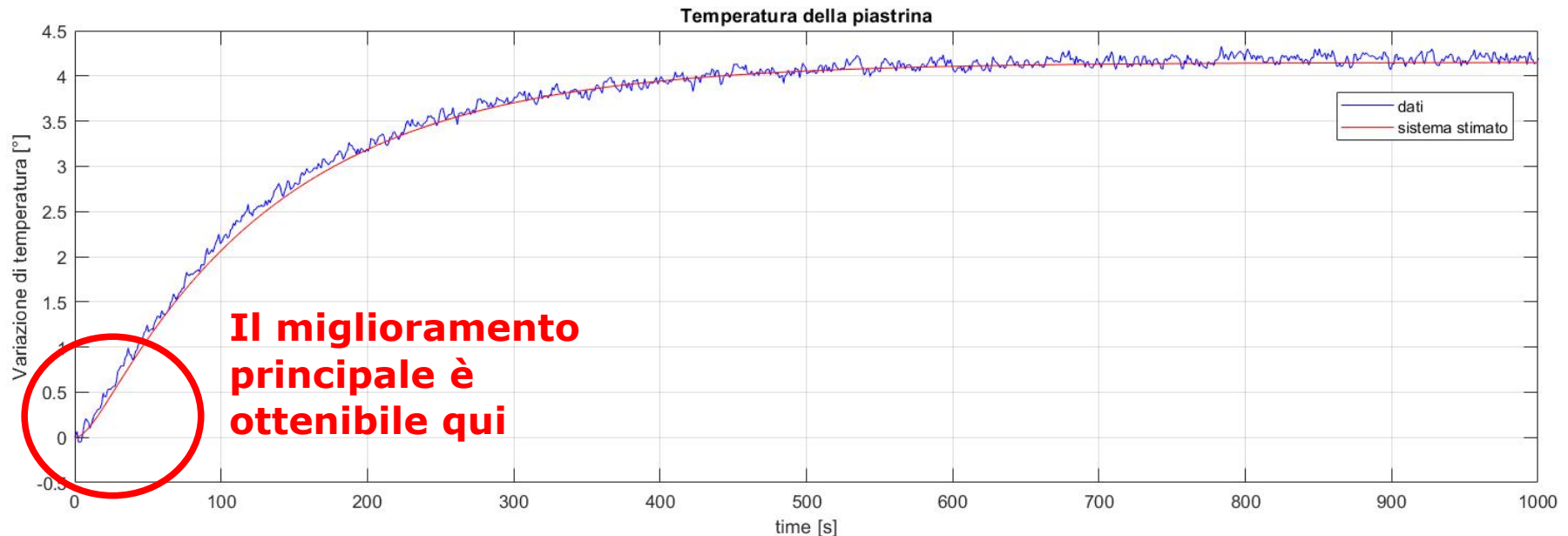
$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

- Un possibile risultato è

T_1

T_2

```
>>M2=tf(4.15/30,conv([650/5 1],[10 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M2,t),'r');
```



Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati

- Il modello va abbastanza bene.
- Tuttavia proviamo a usare un modello del terz'ordine con uno zero, struttura "suggerita dalla fisica" se l'apparato non è simmetrico:
 - il guadagno lo sappiamo;
 - Introduciamo un terzo polo con una "piccola" costante di tempo e poniamo quella dello zero ad un valore intermedio tra quelle dei poli;
 - Modifichiamo le costanti di tempo un po' di volte tentando di riprodurre il tempo di assestamento e la "partenza" della risposta; tentiamo anche di seguire bene il tratto intermedio del transitorio.

$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

MATLAB - Identificazione parametri modello del terzo ordine (1)



$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

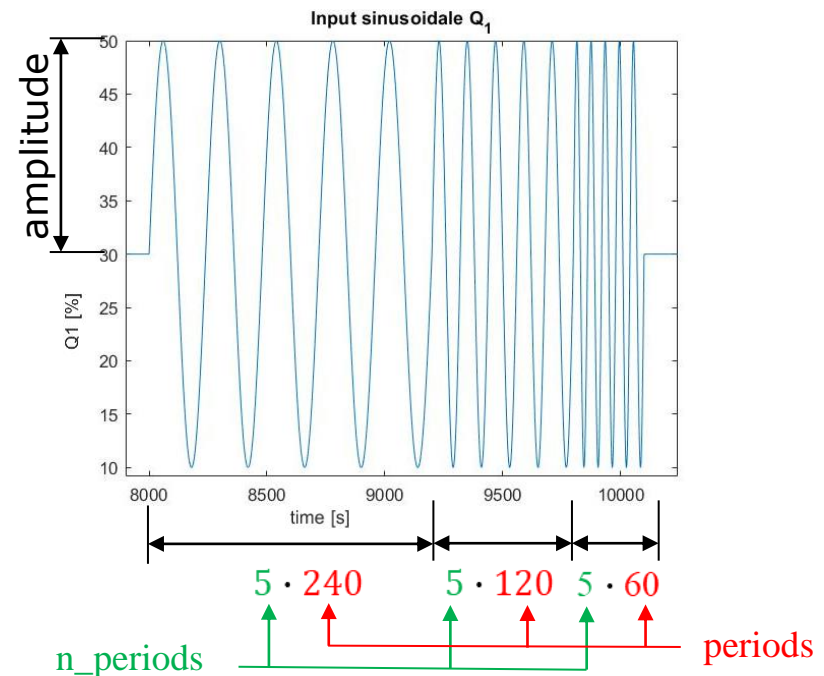
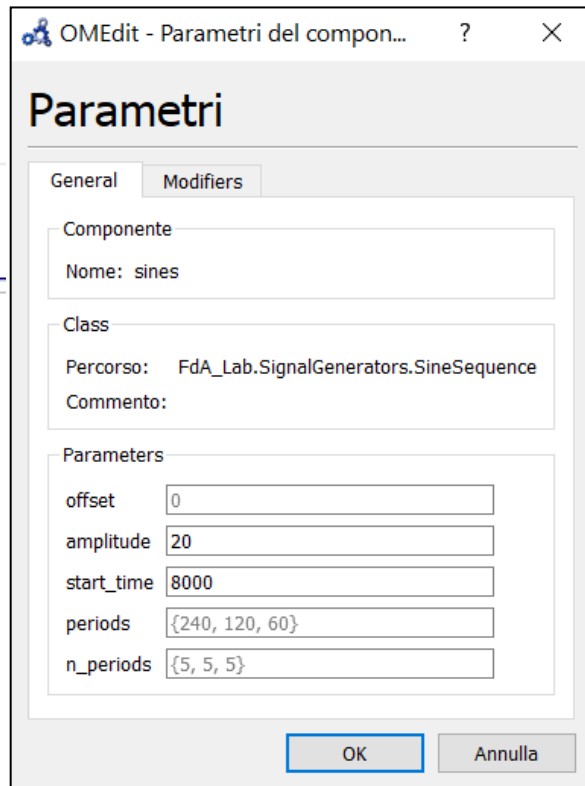
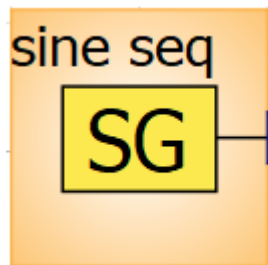
● Possibile risultato

T_z T_1 T_2 T_3

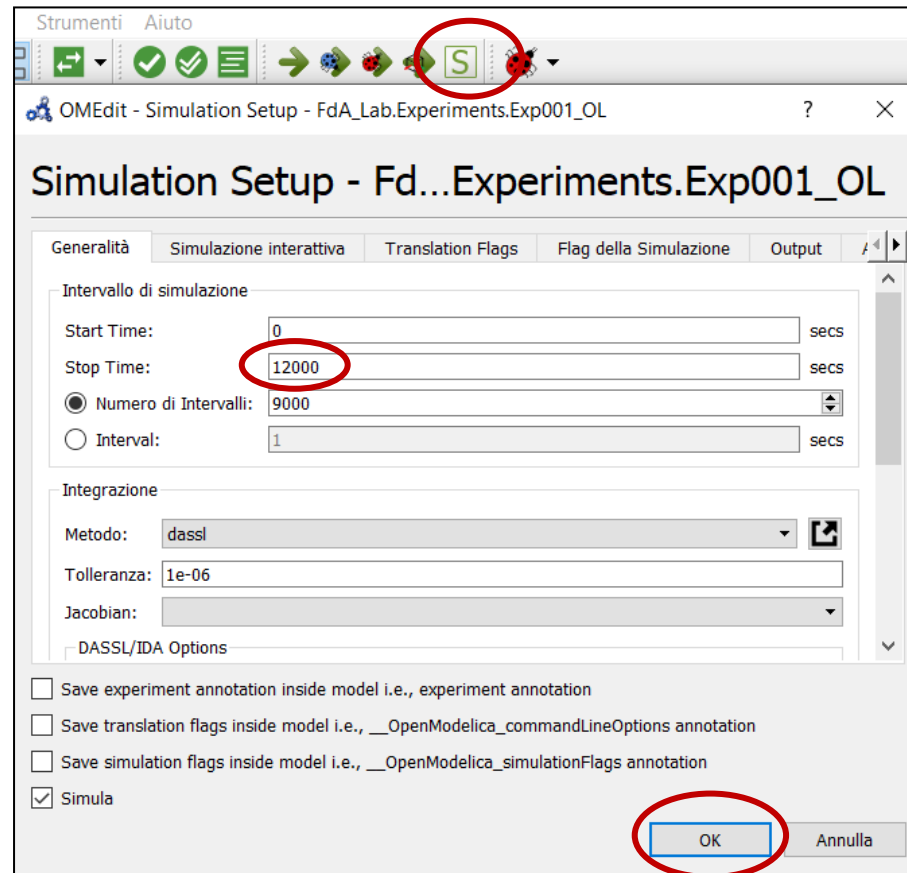
```
>>M3=tf(4.15/30*[5 1],conv(conv([650/5 1],[10 1]),[2 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M3,t),'r');
```



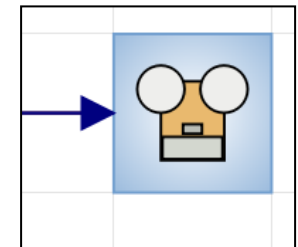
- Sottoponiamo adesso l'apparato a un ingresso Q_1 sinusoidale con diverse frequenze.
- Questo ci permetterà di misurare tre punti della risposta in frequenza della funzione di trasferimento da Q_1 a T_p , il che ci aiuterà a determinarla con più precisione.



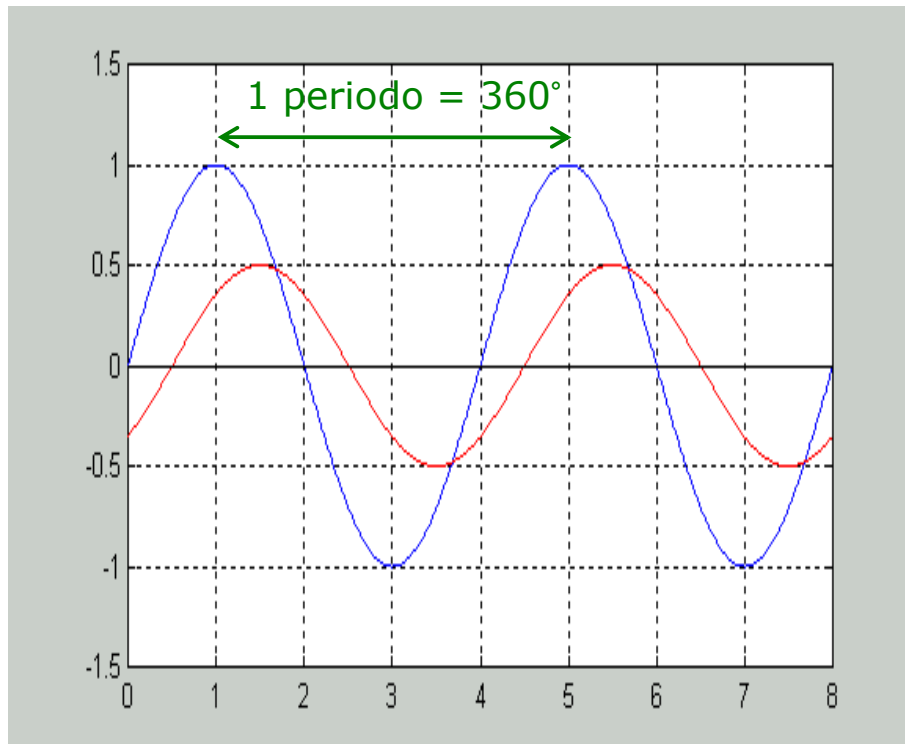
- Ora lanciamo la simulazione, simulando il sistema per 12000 secondi



- Registreremo la risposta di T_p (ossia PV) all'ingresso sinusoidale di Q_1 (ossia CS).



- Modulo e fase della risposta in frequenza di un sistema dinamico a una data frequenza sono misurabili come rapporto tra le ampiezze e come sfasamento tra l'uscita forzata da un ingresso sinusoidale a quella frequenza e l'ingresso stesso. Esempio (ingresso in blu, uscita in rosso):



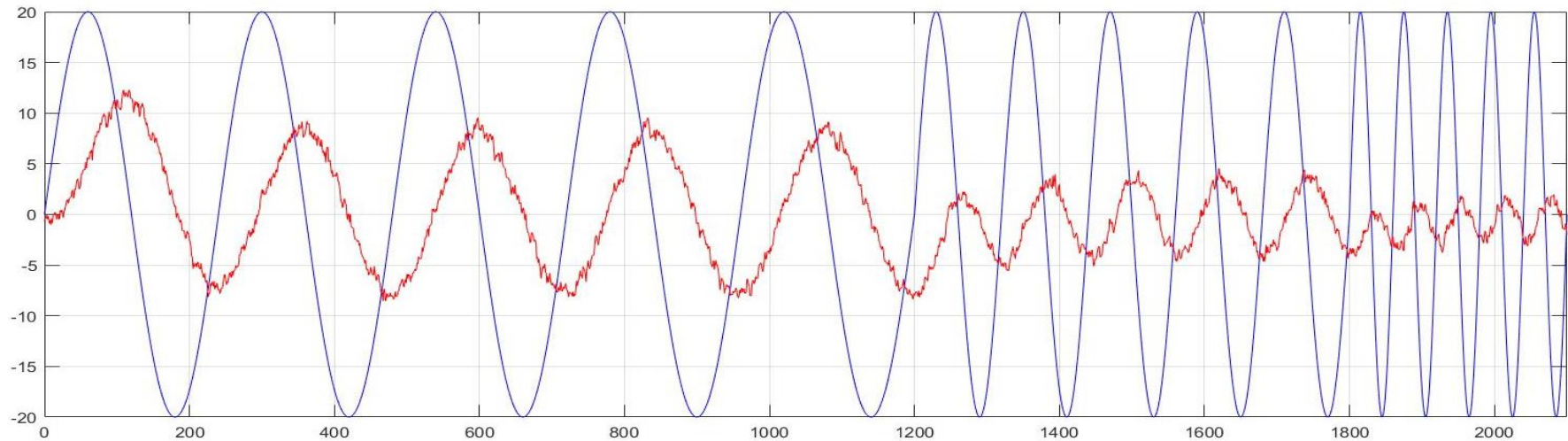
- Periodo: 4s
- Frequenza:
 $\omega = 2\pi/4 = 1.571 \text{ r/s}$
- Ampiezza ingresso e uscita:
1 e 0.5 rispettivamente
- Sfasamento: 0.5s in ritardo,
ovvero $-0.5/4 \cdot 360^\circ = -45^\circ$
- Modulo della risposta in frequenza a
1.571 r/s:
 $|G(1.571j)| = 0.5/1 = 0.5$
- fase della risposta in frequenza a
1.571 r/s:
 $\arg(G(1.571j)) = -45^\circ$



- Esportiamo come fatto in precedenza i dati registrati
- Rinominiamo il file in sen.csv, carichiamo i dati in Matlab, basiamo il tempo a zero e depuriamo i segnali dalla loro media, amplificando di 10 volte l'uscita se non non si vede quasi nulla:

```
>>data=csvread('sen.csv',1);  
>>start=find(data(:,1)==8000);  
>>t=data(start:end,1);  
>>Q1=data(start:end,2);  
>>Tp=data(start:end,6);  
>>t=t-t(1);  
>>Tp=Tp-mean(Tp);  
>>Q1=Q1-30;  
>>plot(t,Q1,'b',t,10*Tp,'r');
```

- Ora, aiutandoci con lo zoom della figura, misuriamo i tre punti della risposta in frequenza.

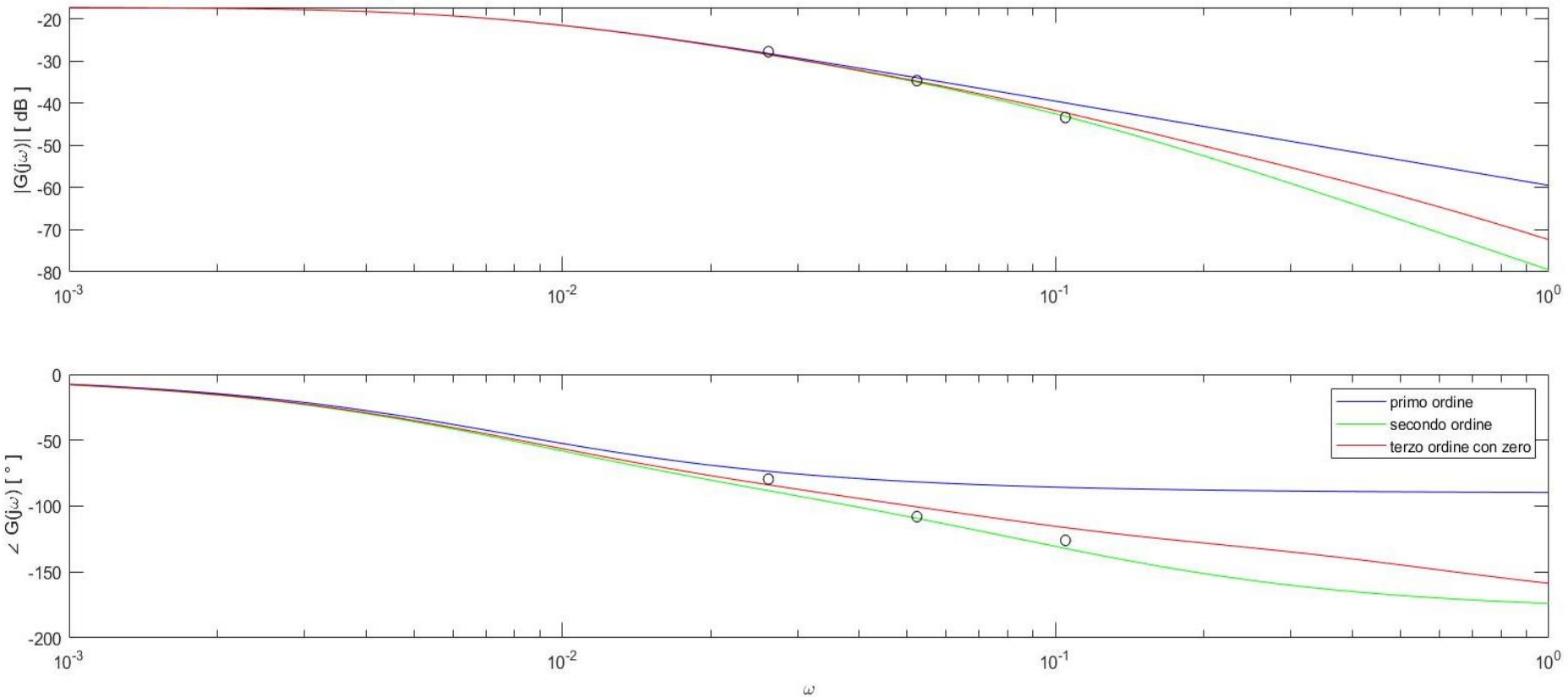


- Frequenza $2\pi/240 = 0.0262$ r/s
 - Modulo: $8.2/20/10 = 0.041$ °C/%
 - Fase: $(1020-1073)/240 \cdot 360^\circ = -79.5^\circ$
- Frequenza $2\pi/120 = 0.0524$ r/s
 - Modulo: $3.72/20/10 = 0.0186$ °C/%
 - Fase: $(1710-1746)/120 \cdot 360^\circ = -108^\circ$
- Frequenza $2\pi/60 = 0.1047$ r/s
 - Modulo: $1.36/20/10 = 0.0068$ °C/%
 - Fase: $(2055-2076)/60 \cdot 360^\circ = -126^\circ$

**Ognuno faccia le misure
sui suoi dati (5 min)**

- Ora vediamo se i tre modelli replicano o meno i punti della risposta in frequenza misurati, sovrapponendo i punti ai diagrammi di Bode dei tre modelli:

```
>>w=logspace(-3,0);  
>>[mM1,pM1]=bode(M1,w);  
>>[mM2,pM2]=bode(M2,w);  
>>[mM3,pM3]=bode(M3,w);  
>>mM1dB=20*log10(mM1(:));  
>>pM1=pM1(:);  
>>mM2dB=20*log10(mM2(:));  
>>pM2=pM2(:);  
>>mM3dB=20*log10(mM3(:));  
>>pM3=pM3(:);  
  
>>wp=2*pi./[240 120 60];  
>>mpdB=20*log10([0.041 0.0186 0.0068]);  
>>pp=[-79.5 -108 -126];  
  
>>subplot(211);  
>>semilogx(w,mM1dB,'b',w,mM2dB,'g',w,mM3dB,'r',wp,mpdB,'ok');  
>>subplot(212);  
>>semilogx(w,pM1,'b',w,pM2,'g',w,pM3,'r',wp,pp,'ok');  
>>legend('primo ordine','secondo ordine','terzo ordine con zero')
```

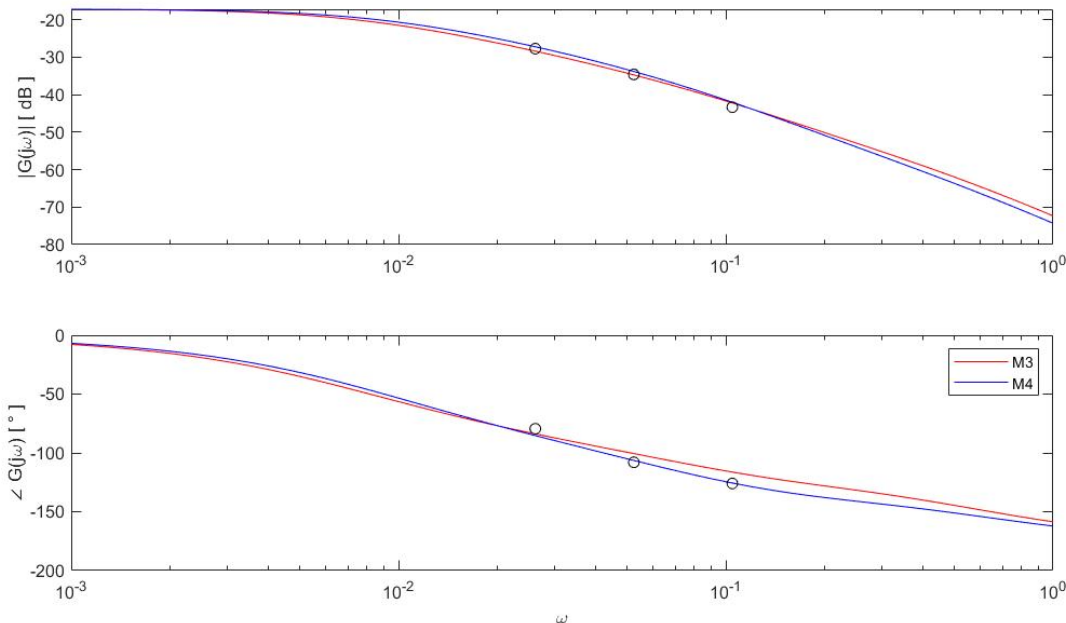


Nel caso mostrato l'accordo è buono ma non perfetto e lo zero sembra esserci (osservare la fase).

Ognuno faccia la stessa cosa sui suoi dati (5 min)

- Possiamo trovare un modello “migliore rispetto al dominio delle frequenze”, ad esempio

```
>>M4=tf(4.15/30*[4 1],conv(conv([110 1],[12 1]),[2 1]));  
>>[mM4,pM4]=bode(M4,w);  
>>mM4dB=20*log10(mM4(:));  
>>pM4=pM4(:);  
>>subplot(211);  
>>semilogx(w,mM3dB,'r',w,mM4dB,'b',wp,mpdB,'ok');  
>>subplot(212);  
>>semilogx(w,pM3,'r',w,pM4,'k',wp,pp,'ok');legend('M3','M4')
```



Se però analizziamo la risposta a scalino di M4, scopriamo che esso riproduce i dati un po' meno bene degli altri tre modelli.

- Abbiamo conosciuto l'apparato sperimentale che useremo e posto il nostro problema di controllo.
- Abbiamo scritto un modello dell'apparato basandoci su equazioni di primo principio e, come sempre succede, su ipotesi semplificative.
- Dalla struttura del modello abbiamo dedotto quella (o quelle possibili) della funzione di trasferimento d'interesse per il nostro problema.
- Abbiamo fatto delle prove nei domini del tempo e della frequenza per parametrizzare tale funzione di trasferimento.
- Abbiamo osservato che nessuna delle funzioni di trasferimento determinate è migliore delle altre secondo tutti i punti di vista.
- Che cosa abbiamo imparato da tutto ciò?

- Il modello perfetto non c'è perché nessuna delle necessarie ipotesi semplificative è a rigore vera: tutti i modelli sono schematizzazioni buone per un certo insieme di problemi e non per un altro.
- Un modello identificato nel solo dominio del tempo mira a riprodurre bene i dati da cui è tratto e non è in generale particolarmente preciso in nessuna banda.
- Un modello identificato badando anche al dominio della frequenza può essere reso preciso nella banda desiderata, a patto di avere dati in quella banda: questo può essere molto utile per la sintesi del controllo.
- Ripareremo di tutto ciò nella prossima esercitazione, quando useremo i modelli trovati oggi per sintetizzare con MATLAB il controllo di temperatura, valutarlo e simularne i risultati.