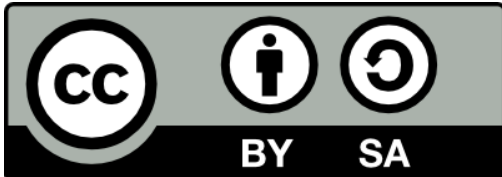




Laboratorio di Fondamenti di Automatica  
Seconda esercitazione

# **Sintesi e prova del controllo di temperatura**



© 2005-2020 Alberto Leva, Marco Lovera, Maria Prandini, Silvano Seva, Danilo Saccani, Chiara Cimino, Marco Lauricella, Michele Bolognini

Except where otherwise noted, this work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International Licence

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Creative Commons and the double C in a circle are registered trademarks of Creative Commons in the United States and other countries. Third party marks, logos and brands are the property of their respective holders.

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
  - sintetizzare, simulare e provare sperimentalmente diversi regolatori di temperatura per l'apparato termico sperimentale, confrontando i risultati ottenuti e commentando il tutto alla luce delle competenze apprese nel corso.
- Contenuto dell'esercitazione:
  - sintesi di diversi regolatori PID
    - sulla base dei modelli determinati nella precedente esercitazione,
    - con differenti specifiche sul comportamento del sistema in anello chiuso;
  - simulazione in MATLAB dei sistemi di controllo ottenuti;
  - prova sperimentale dei regolatori e confronto con le simulazioni.

- I modelli determinati nella prima esercitazione sono quattro, e precisamente
  - uno del prim'ordine ottenuto dalla risposta a scalino (M1),
  - uno del second'ordine senza zeri (struttura "fisica" nel caso di apparato simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M2),
  - uno del terz'ordine con uno zero (struttura "fisica" nel caso di apparato non simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M3),
  - uno del terz'ordine con uno zero ottenuto da punti della risposta in frequenza (M4).
- Definiamo questi modelli in MATLAB (ognuno usi i propri numeri):

```
>>M1=tf(0.1383,[130 1]);
```

```
>>M2=tf(0.1383,conv([130 1],[10 1]));
```

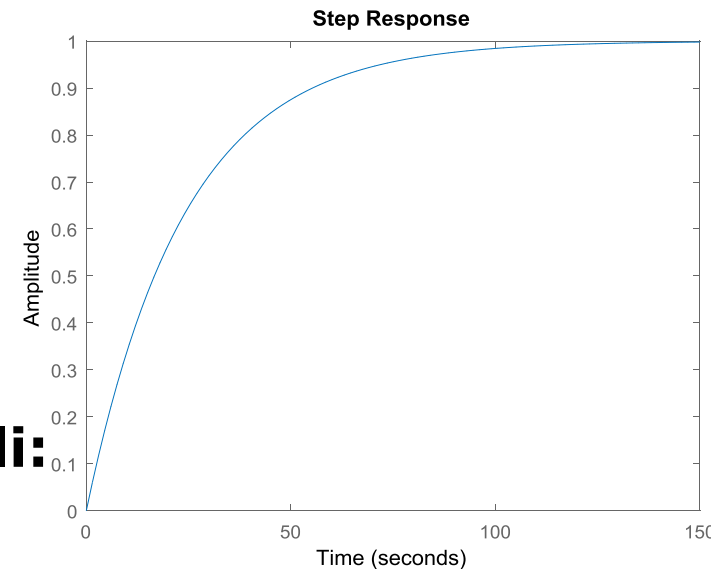
```
>>M3=tf(0.1383*[5 1],conv(conv([130 1],[10 1]),[2 1]));
```

```
>>M4=tf(0.1383*[4 1],conv(conv([110 1],[12 1]),[2 1]));
```

- Sintetizziamo un regolatore PI,  
 **$R1(s) = K(1 + 1/sT_i) = K(sT_i + 1)/sT_i$** , in modo da ottenere un tempo di assestamento  **$T_a$**  della risposta in anello chiuso ad uno scalino di set point pari a  **$120\text{ s}$**  (ovvero  **$\omega_c = 5/T_a = 5/120 = 0.04\text{ r/s}$** ).
- Per farlo, con riferimento al modello M1, che ha struttura  **$M1(s) = \mu/(1 + sT_1)$** , poniamo per prima cosa  **$T_i = T_1$** . In questo modo lo zero del regolatore R1 cancella il polo del modello M1.
- Otteniamo la funzione di trasferimento d'anello  **$L(s) = \mu K/(sT_1)$**  la cui pulsazione critica vale  **$\omega_c = \mu K/T_1$** .
- Per assegnare  **$\omega_c = 5/120$** , si deve quindi scegliere  **$K = 5/120 * T_1/\mu$** .

- Con i dati “nominali” ( $\mu=0.1383$ ,  $T_1=130$ ) si ottiene:

```
>>Ti=130; (questo produce L(s)=R1(s)*M1(s)=0.1383K/(130s))
>>mu=0.1383
>>K=5/120*Ti/mu;
>>R1=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
>>step(R1*M1/(1+R1*M1),150);
```



- Valutiamo  $\omega_c$  e  $\varphi_m$  con tutti e 4 i modelli:

```
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M1);[wc,pm]
ans = 0.0417    90.0000
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M2);[wc,pm]
ans = 0.0388    68.7739
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M3);[wc,pm]
ans = 0.0394    75.1378
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M4);[wc,pm]
ans = 0.0438    68.9616
```

- Simuliamo con i 3 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:

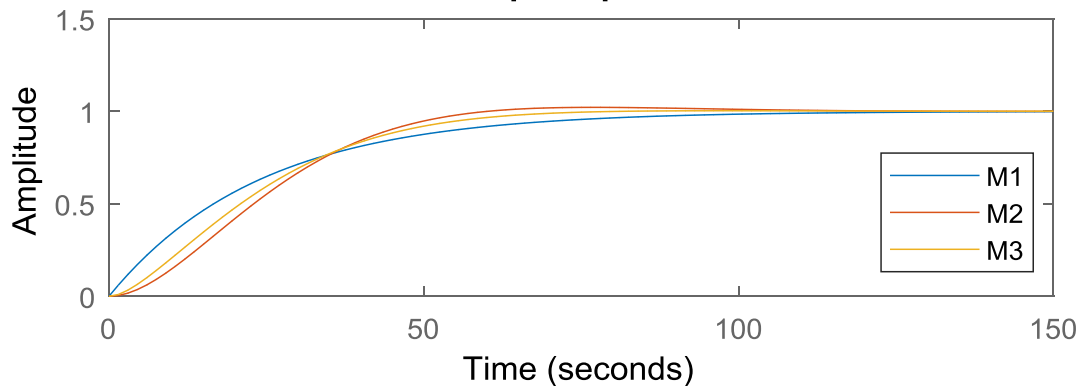
```
>>subplot(211); step(R1*M1/(1+R1*M1),R1*M2/(1+R1*M2),R1*M3/(1+R1*M3),150);
```

```
>>legend('M1','M2','M3');
```

```
>>subplot(212); step(R1/(1+R1*M1),R1/(1+R1*M2),R1/(1+R1*M3),150);
```

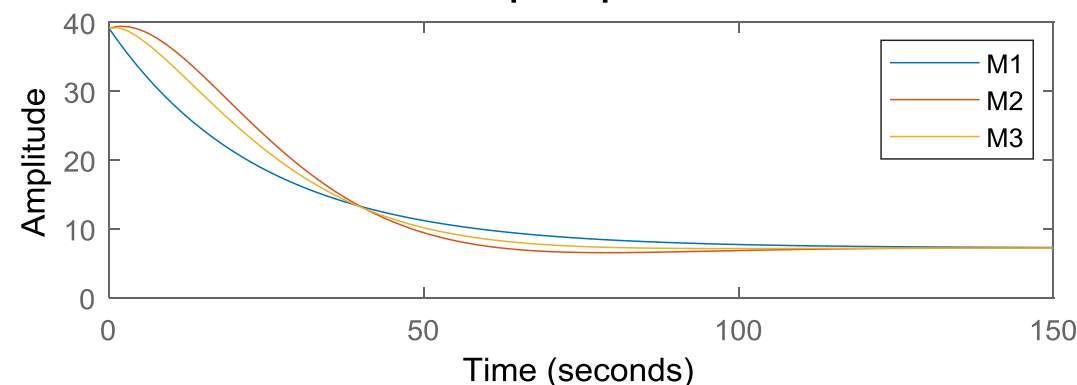
```
>>legend('M1','M2','M3');
```

Step Response



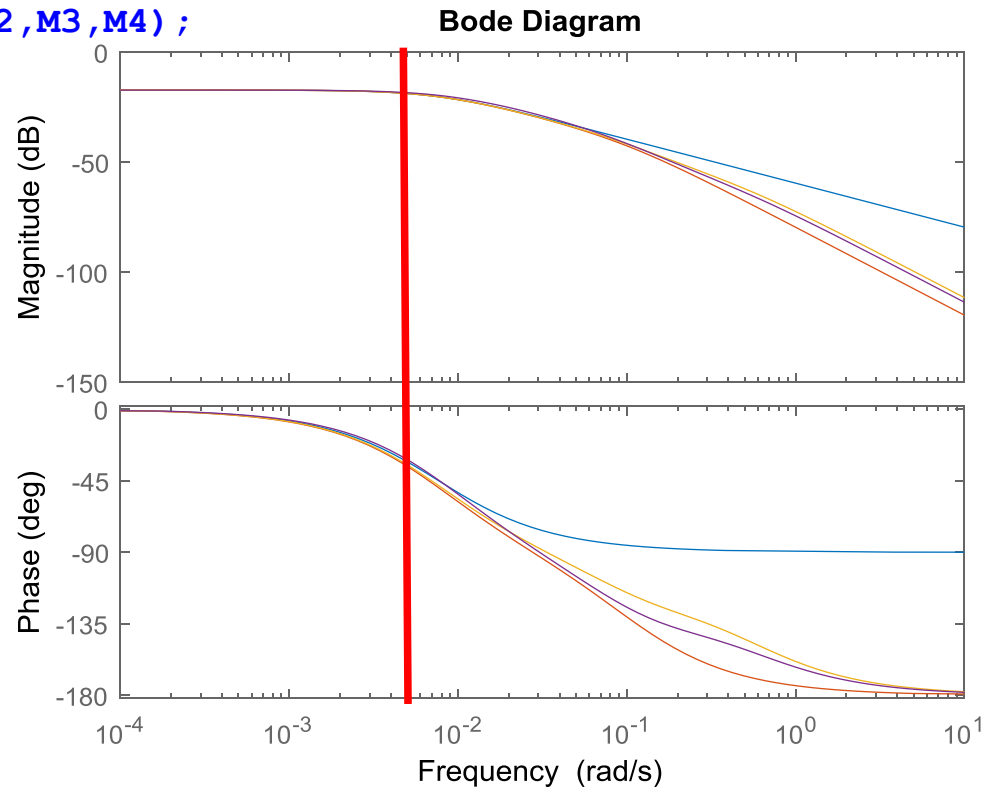
- Si vedono differenze significative tra le 3 risposte.
- Cerchiamo di capire il perchè valutando le differenze tra i 3 modelli in termini di risposta in frequenza.

Step Response



- Vediamo modulo e fase della risposta in frequenza dei modelli:

```
>>clf; bode(M1,M2,M3,M4);
```



- **I modelli sono equivalenti solo fino a pulsazioni dell'ordine di  $0.005 \text{ r/s}$ .**
- **Per ottenere risposte uguali con tutti i modelli bisogna scegliere  $\omega_c \leq 0.005 \text{ r/s}$  (nel progetto di R1  $\omega_c = 5/120 = 0.04 \text{ r/s}$ ).**



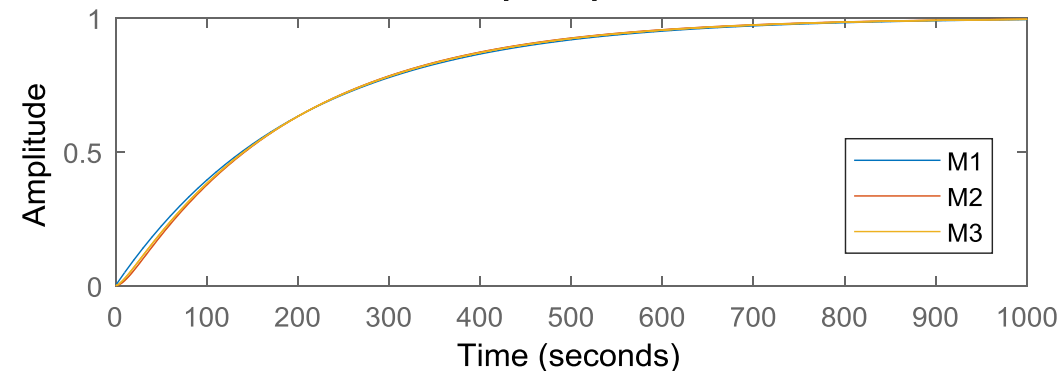
- Seguendo lo stesso procedimento del caso precedente, progettiamo ora un regolatore R2 con la stessa struttura di R1 tale che  $\omega_c = 0.005$  r/s.
- Con i dati "nominali" ( $\mu = 0.1383$ ,  $T1 = 130$ ) si ottiene:  

```
>>Ti=130;  
>>mu=0.1383;  
>>K2=0.005*Ti/mu;  
>>R2=K2*(1+tf(1,[Ti 0]));
```
- Il tempo di assestamento sarà ora  $Ta = 5/\omega_c = 5/0.005 = 1000$  s invece di 120 s.

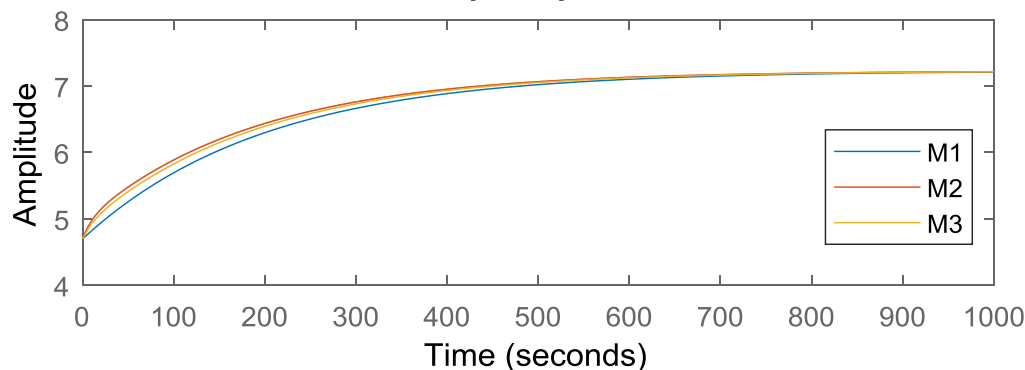
## • Simuliamo con i 3 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:

```
>>subplot(211); step(R2*M1/(1+R2*M1),R2*M2/(1+R2*M2),R2*M3/(1+R2*M3),1000);  
>>legend('M1','M2','M3');  
>>subplot(212); step(R2/(1+R2*M1),R2/(1+R2*M2),R2/(1+R2*M3),1000);  
>>legend('M1','M2','M3');
```

Step Response



Step Response



## CONCLUSIONI:

- possiamo anche usare modelli grossolani, ma possiamo fidarcene solo in bassa frequenza e dobbiamo ridurre quindi le prestazioni richieste.
- Per ottenere prestazioni migliori ci servono modelli affidabili anche a frequenze "alte".

- Convinciamoci meglio richiedendo una banda di controllo  $[0, \omega_c]$  che si estende a pulsazioni dove M1 non è più affidabile (ad esempio  $\omega_c = 0.5$  r/s):

```
>>Ti=130; K3=0.5*Ti/mu; R3=K3*(1+tf(1,[Ti 0]));
```

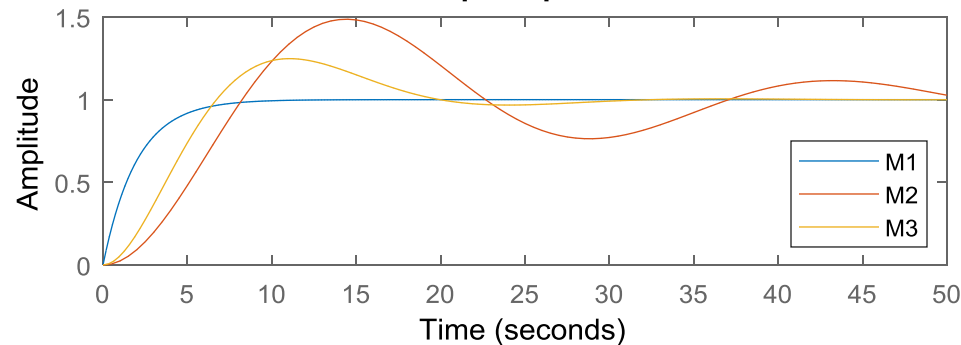
```
>>subplot(211);
```

```
>>step(R3*M1/(1+R3*M1),R3*M2/(1+R3*M2),R3*M3/(1+R3*M3),R3*M4/(1+R3*M4),50);
```

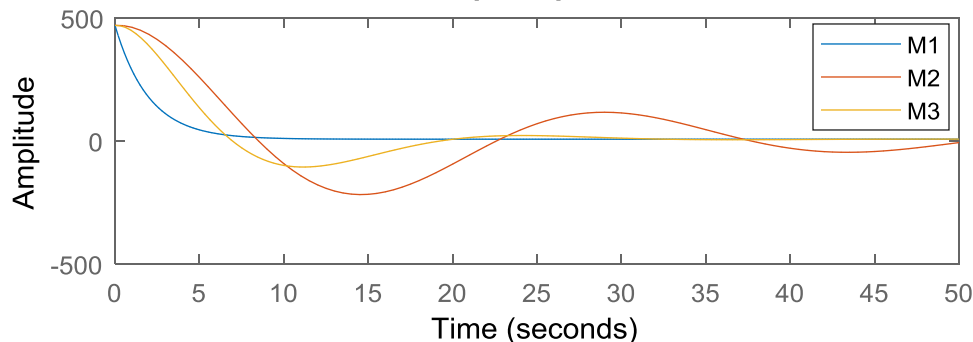
```
>>subplot(212);
```

```
>>step(R3/(1+R3*M1),R3/(1+R3*M2),R3/(1+R3*M3),R3/(1+R3*M4),50);
```

Step Response



Step Response



- Si vede che le simulazioni con M1 non descrivono in maniera adeguata il comportamento del sistema (qualunque sia la “verità”, essa è di certo più vicina a quanto dicono gli altri modelli).
- Se esagerassimo, richiedendo una banda di controllo ancora più ampia, potremmo anche arrivare all'instabilità.

- Usiamo un modello migliore (ad esempio M2) e tarriamo un regolatore PID reale.
- **Il modello M2 ha struttura  $M2(s)=\mu/[(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)]$ , mentre il regolatore R4 ha struttura  $R4(s)=\mu_R(1+sT_1)(1+sT_2)/[s(1+s\tau)]$ .**
- **Sintetizziamo R4 in modo che la funzione di trasferimento d'anello  $L(s)=R4(s)M2(s)$  abbia la forma  $0.1/[s(2s+1)]$ , scelta per ottenere  $\omega_c=0.1$  r/s, ovvero la costante di tempo dominante in anello chiuso pari a **10 s**, e ponendo il secondo polo di  $L(s)$  alla pulsazione **0.5 r/s**, cioè mezza decade dopo la pulsazione critica.**
- R4 quindi è data da  
$$R4(s)=L(s)/M2(s)=1/M2(s)*0.1/[s(2s+1)].$$

```
>>R4=1/M2*tf(1,conv([10 0],[2 1]))
```

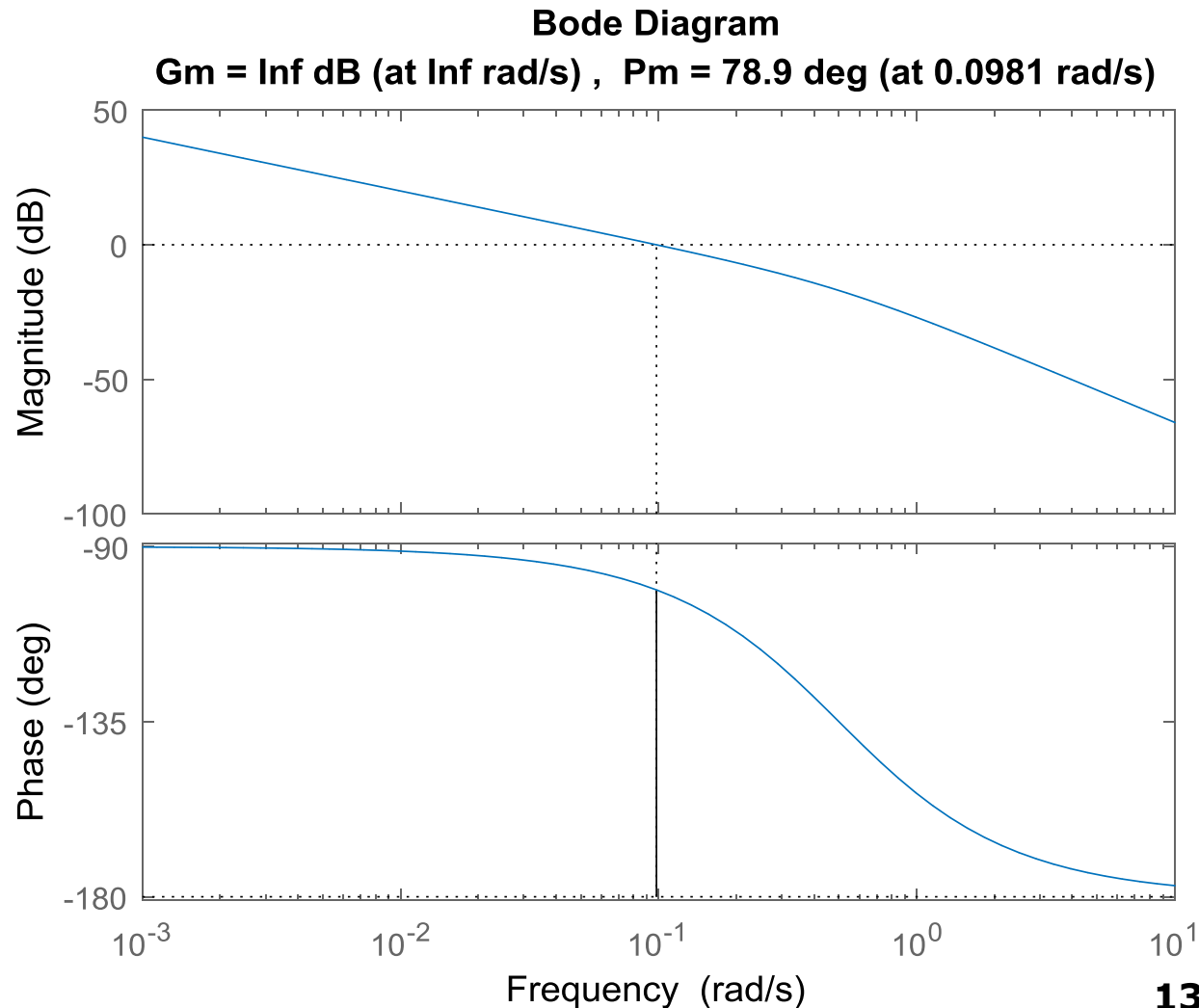
Transfer function:

$$1300 s^2 + 140 s + 1$$

-----

$$2.767 s^2 + 1.383 s$$

```
>>margin(R4*M2)
```



- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} \right) = \frac{K}{T_i} \frac{s^2 T_i (T_d + T_d/N) + s(T_i + T_d/N) + 1}{s(1 + sT_d/N)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente, cioè

$$\begin{aligned} R4(s) &= (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2.767s + 1.383)] = \\ &= 1/1.383 (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2s + 1)] \end{aligned}$$

scriviamo il sistema di equazioni che ci permette di calcolare K, Ti, Td e N

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} \right) = \frac{\frac{K}{T_i} s^2 \overbrace{Ti(Td + Td/N)} + s \overbrace{(Ti + Td/N)} + 1}{s(1 + s \underbrace{Td/N})}$$

$$\begin{aligned} R4(s) &= (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2.767s + 1.383)] = \\ &= \frac{1}{1.383} (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2s + 1)] \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{T_i} = \frac{1}{1.383} \\ Ti(Td + Td/N) = 1300 \\ (Ti + Td/N) = 140 \\ Td/N = 2 \end{array} \right.$$

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} \right) = \frac{\frac{K}{T_i} s^2 \overbrace{Ti(Td + Td/N)} + s \overbrace{(Ti + Td/N)} + 1}{s(1 + s \underbrace{Td/N})}$$

$$R4(s) = (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2.767s + 1.383)] =$$

$$= \frac{1}{1.383} (1300 s^2 + 140s + 1) / [s(2s + 1)]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{T_i} = \frac{1}{1.383} \\ Ti(Td + Td/N) = 1300 \\ (Ti + Td/N) = 140 \\ Td/N = 2 \end{array} \right.$$

■  $Td/N = 2$  (costante di tempo del polo del derivatore)

■  $K/T_i = 1/1.383$  (guadagno di R4)

■  $T_i + Td/N = 140$  da cui  $T_i = 140 - 2 = 138$

■  $T_i (Td + Td/N) = 1300$  da cui:

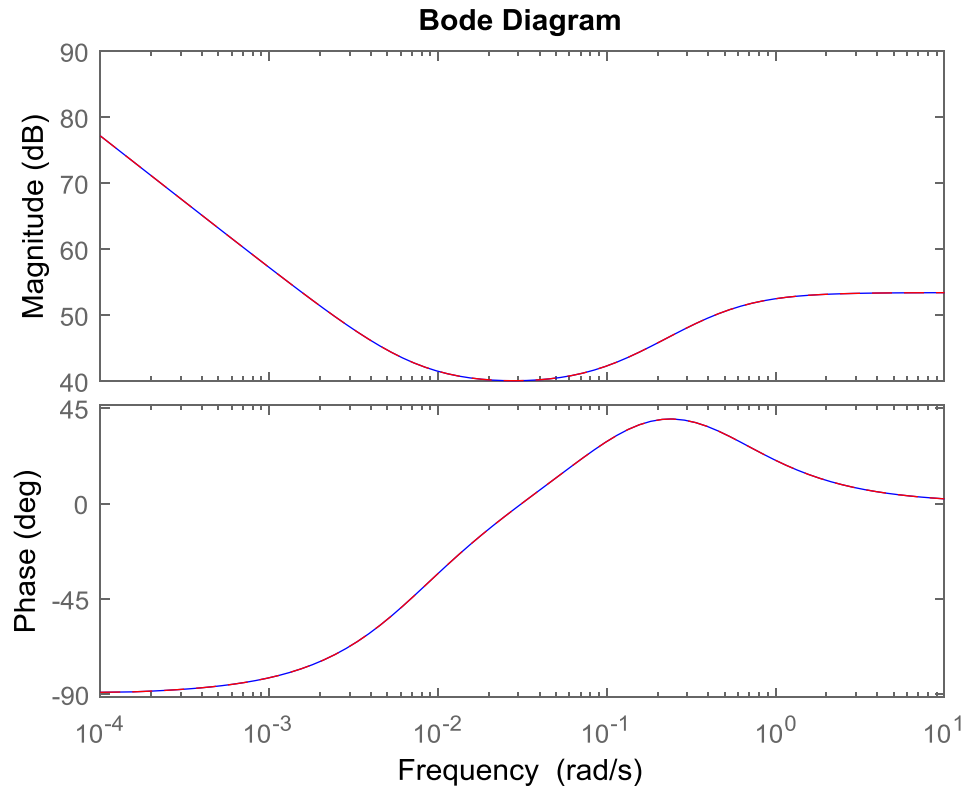
$$Td = 1300 / 138 - 2 = 7.42 \text{ e } \blacksquare N = 7.42 / 2 = 3.71$$

■  $K = T_i / 1.383 = 138 / 1.383 = 99.78$



- Verifichiamo:

```
>>bode(R4,99.78*(1+tf(1,[138 0])+tf([7.42 0],[7.42/3.71 1])))
```



- R4 nella forma ISA è quindi dato da

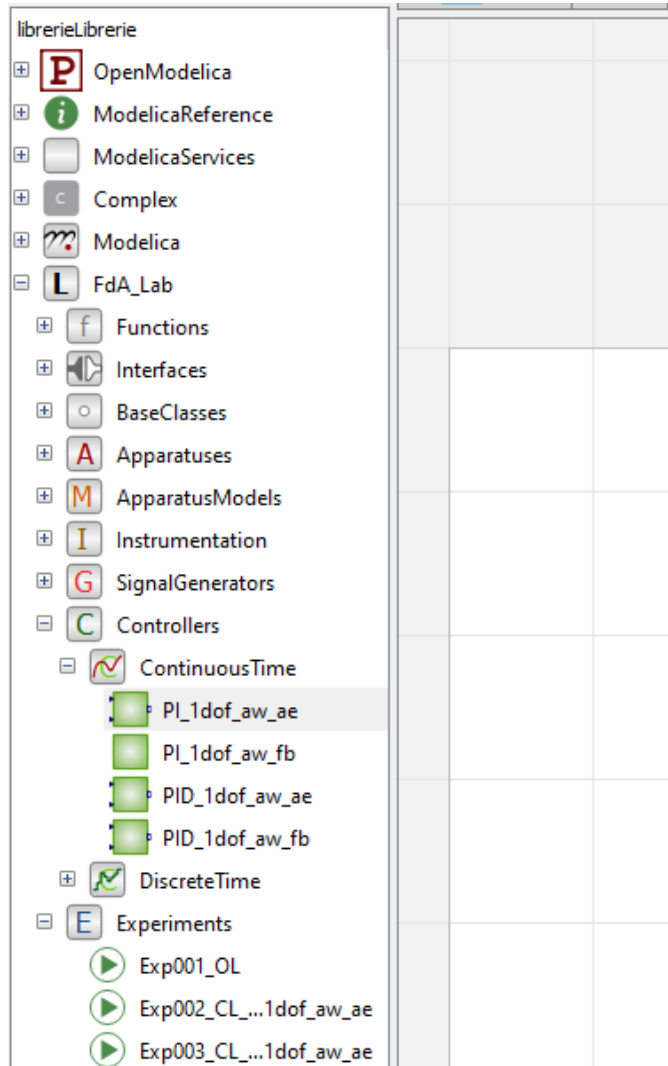
$$R4(s) = 99.78 \left( 1 + \frac{1}{138s} + \frac{7.42s}{1 + 2s} \right)$$

- Ora proveremo sul simulatore i regolatori (PI/PID ISA) seguenti:

	<b>K</b>	<b>Ti</b>	<b>Td</b>	<b>N</b>
<b>R1</b>	39.16	130		
<b>R2</b>	4.70	130		
<b>R3</b>	469.88	130		
<b>R4</b>	99.78	138	7.42	3.71

- Per eseguire le prove occorrerà una condizione iniziale di riferimento, per cui
  - porremo SP a 25°C con il regolatore impostato con i parametri di R1;
  - a t=400s daremo uno scalino al SP di +3°C;
  - a t=800s daremo un disturbo a scalino con Q2=+20%.

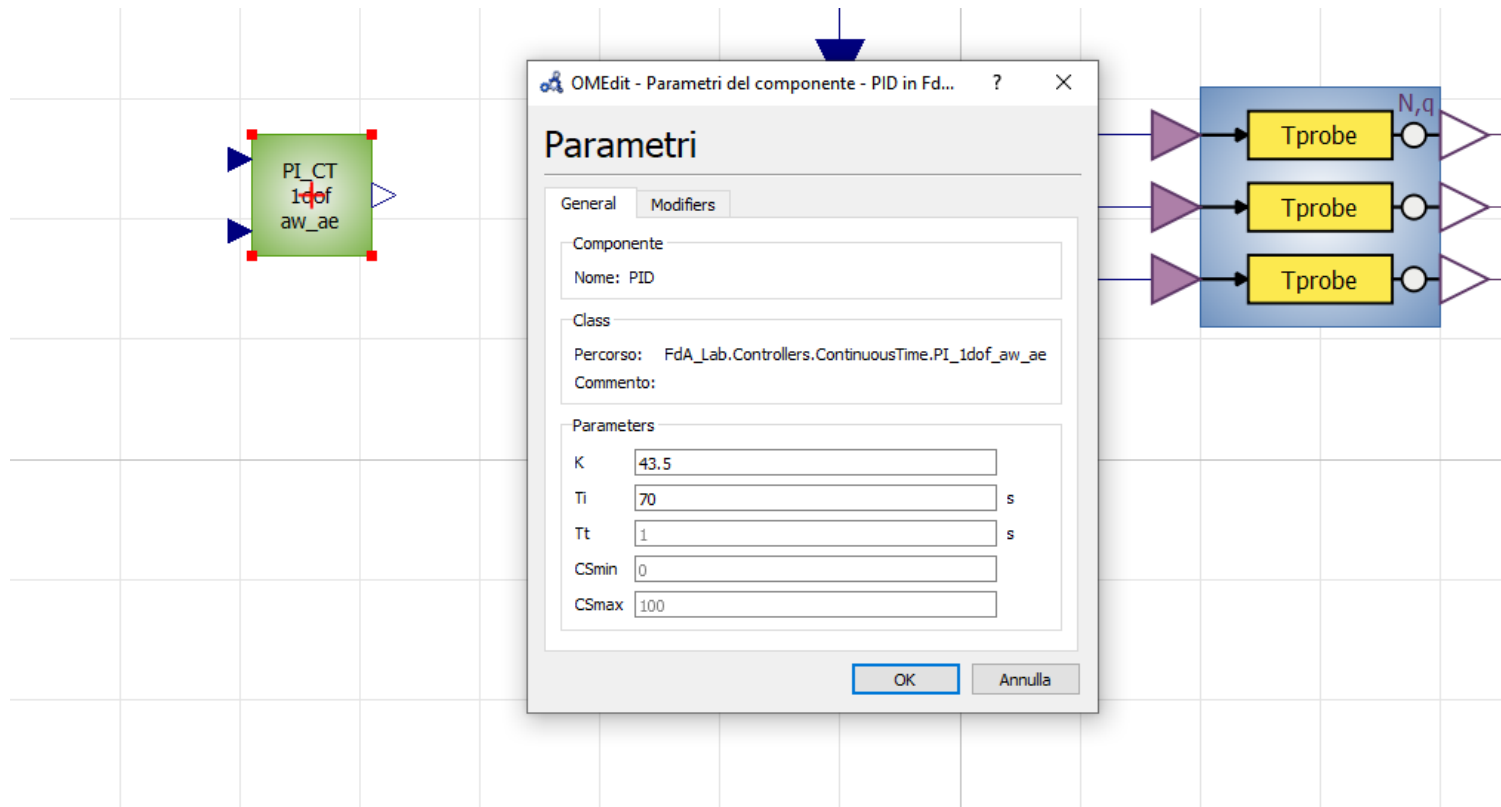
- Segnali da applicare:
  - scalini di SP di  $\pm 3^{\circ}\text{C}$ ,
  - scalini di LD ( $Q_2$ ) di  $\pm 20\%$ .
- Caratteristiche da valutare:
  - tempo di assestamento e sovraelongazione della risposta a SP
  - tempo di assestamento e massima deviazione della risposta a LD
  - saturazione di CS quando la banda passante è troppo alta (R3)
- Commentare i risultati.



Per inserire il regolatore nello schema, selezionarlo dalla libreria dei blocchi a sinistra. Sono disponibili PI e PID.

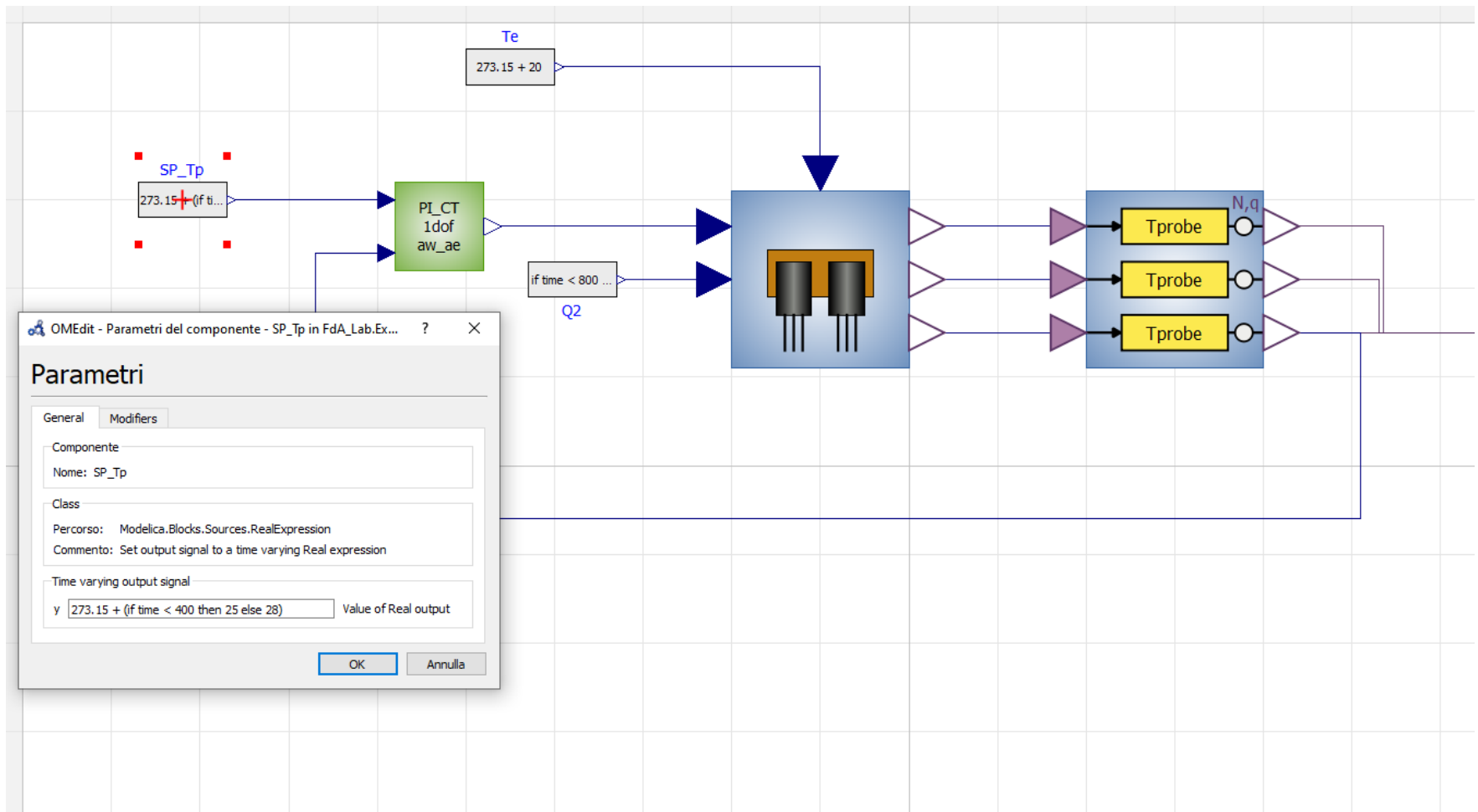
# Prove da effettuare

Una volta trascinato nello schema, I parametri di modificano con un doppio click.

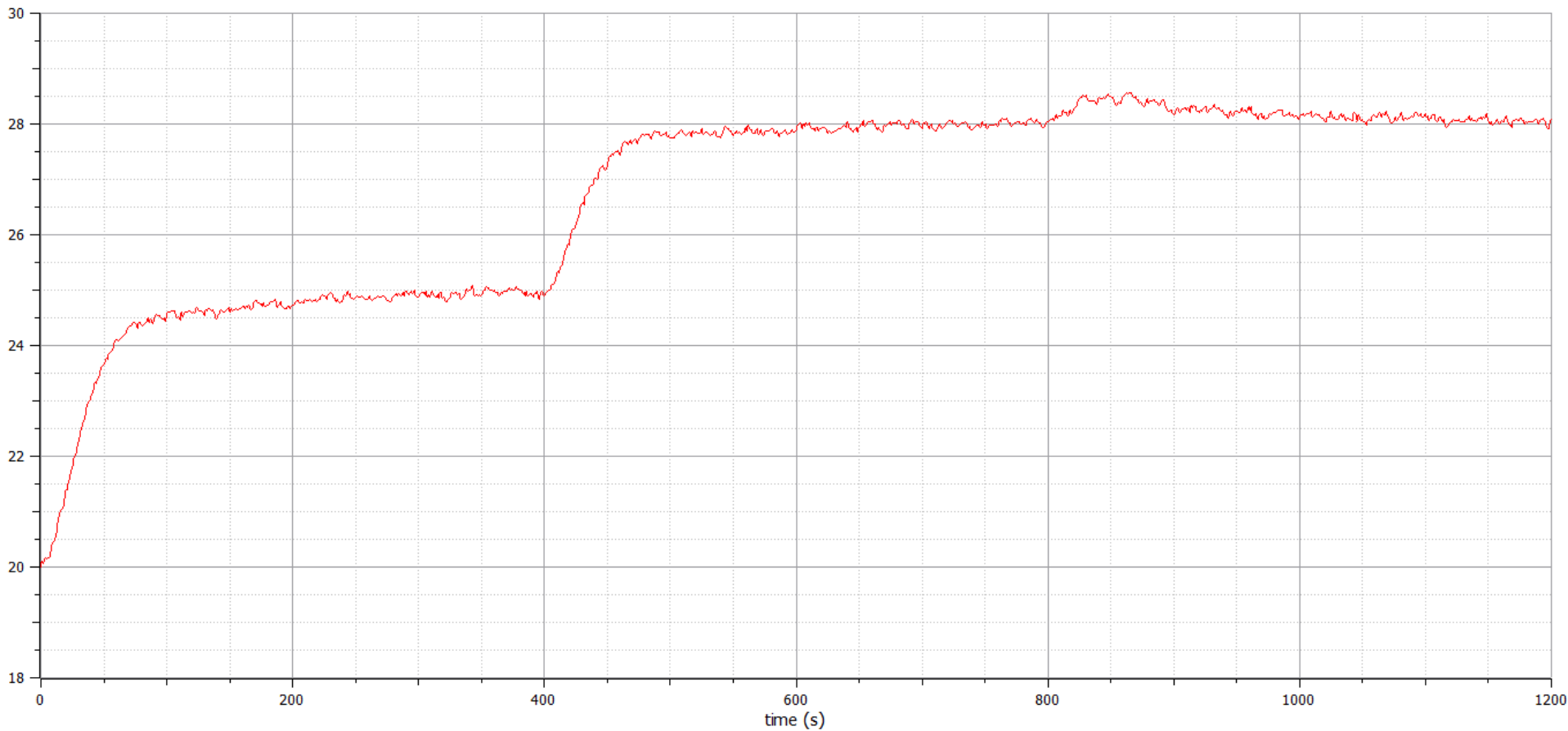


# Prove da effettuare

Non resta che connettere il regolatore al sistema e aggiungere un set-point (SP).

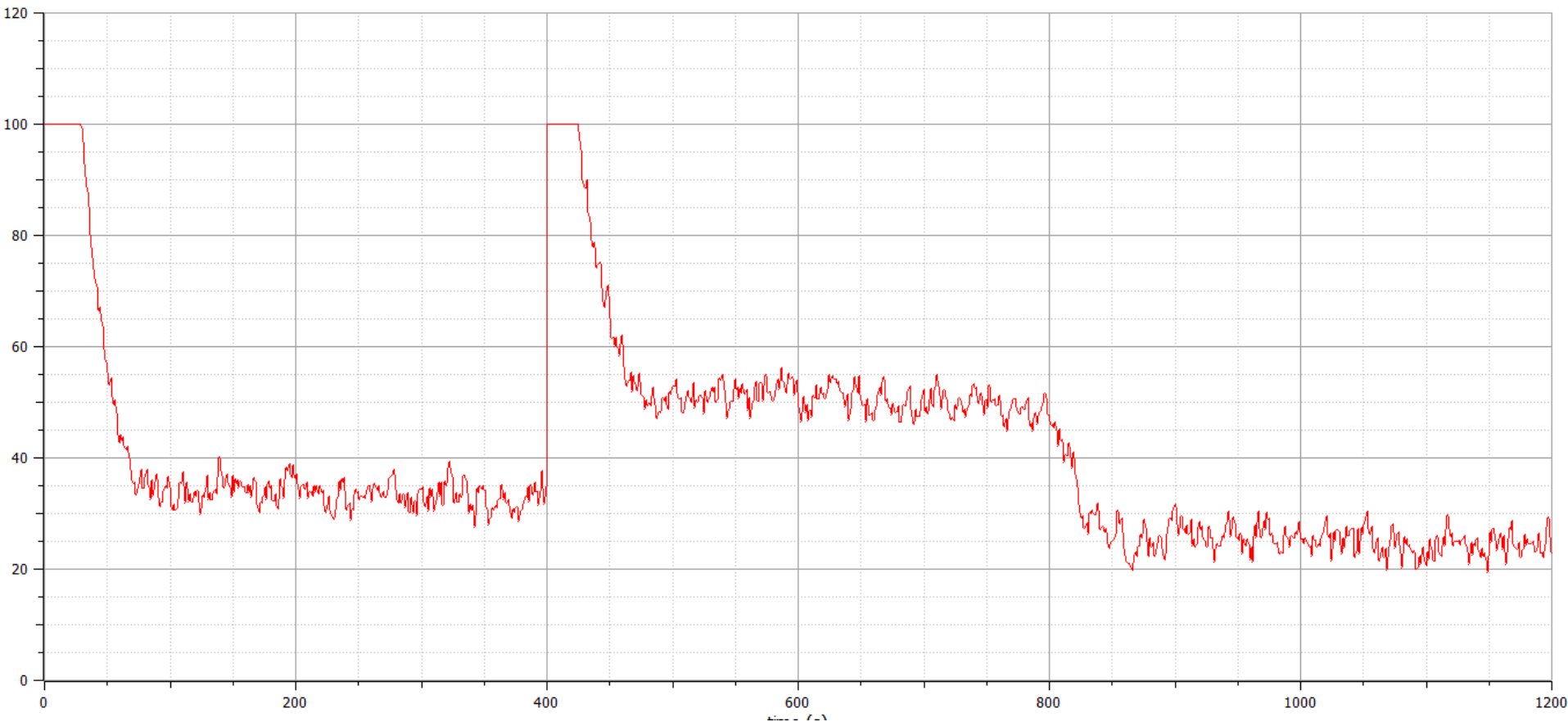


- Temperatura  $T_p$ :



$T_a=120s$ , come da design

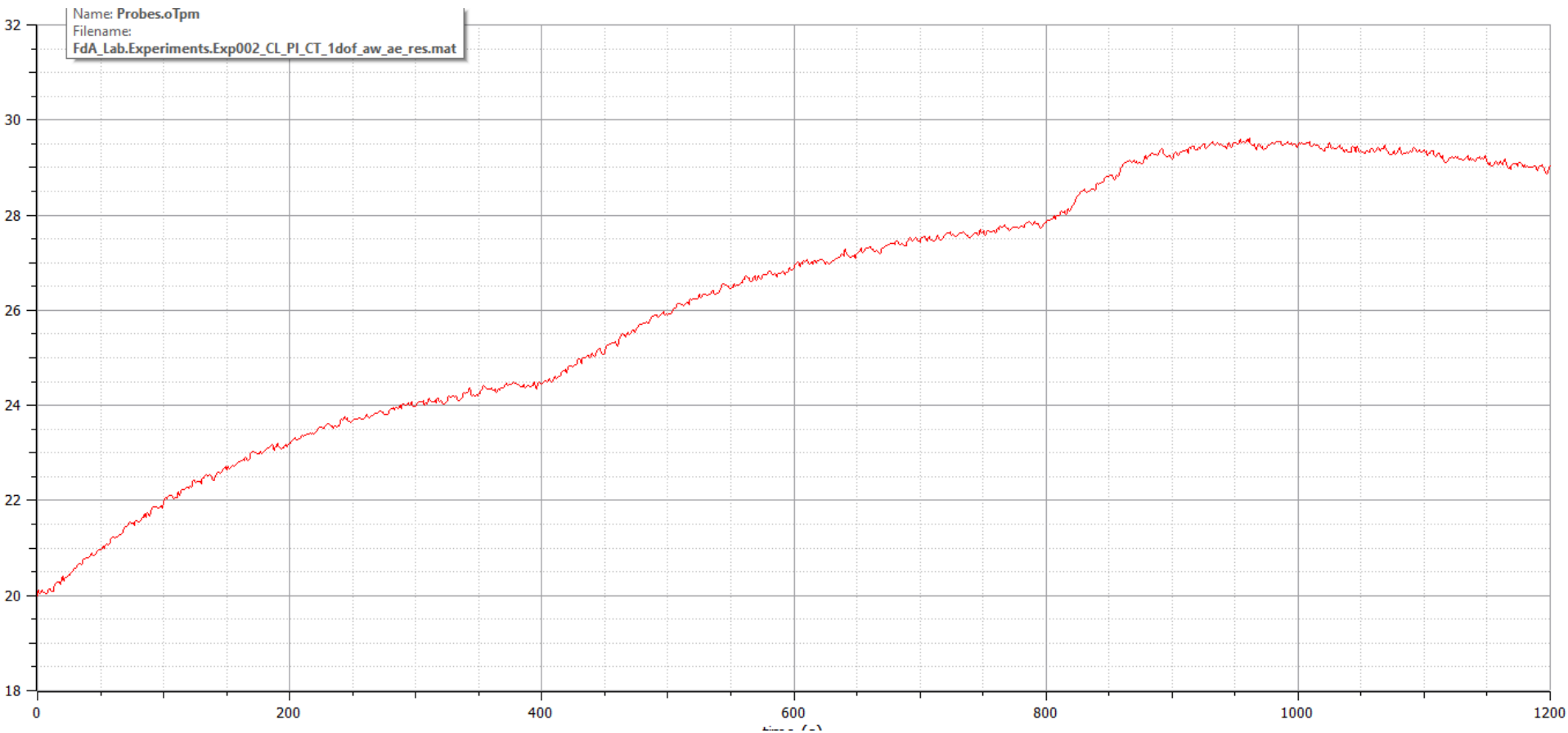
- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è raggiungibile quasi senza saturazione della variabile di controllo

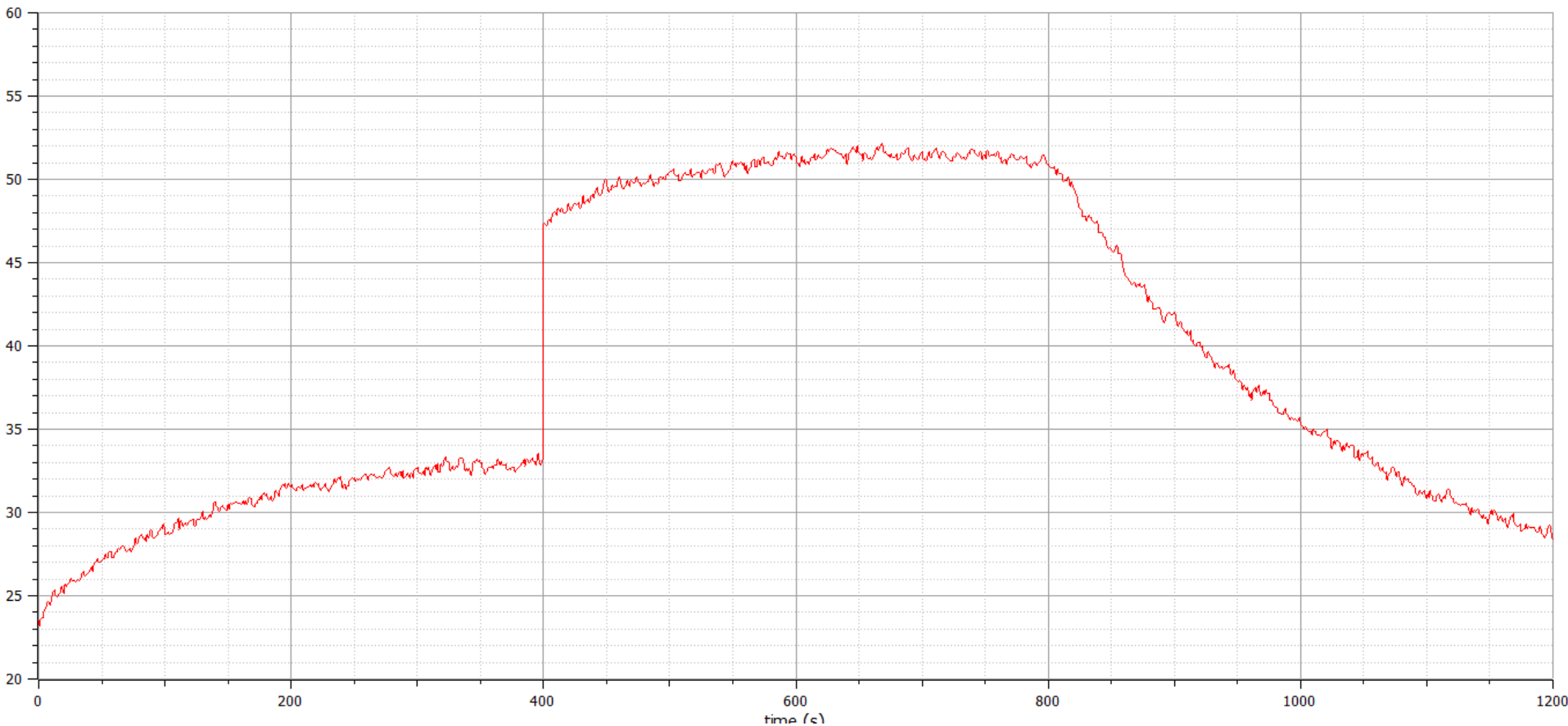


- Temperatura  $T_p$ :



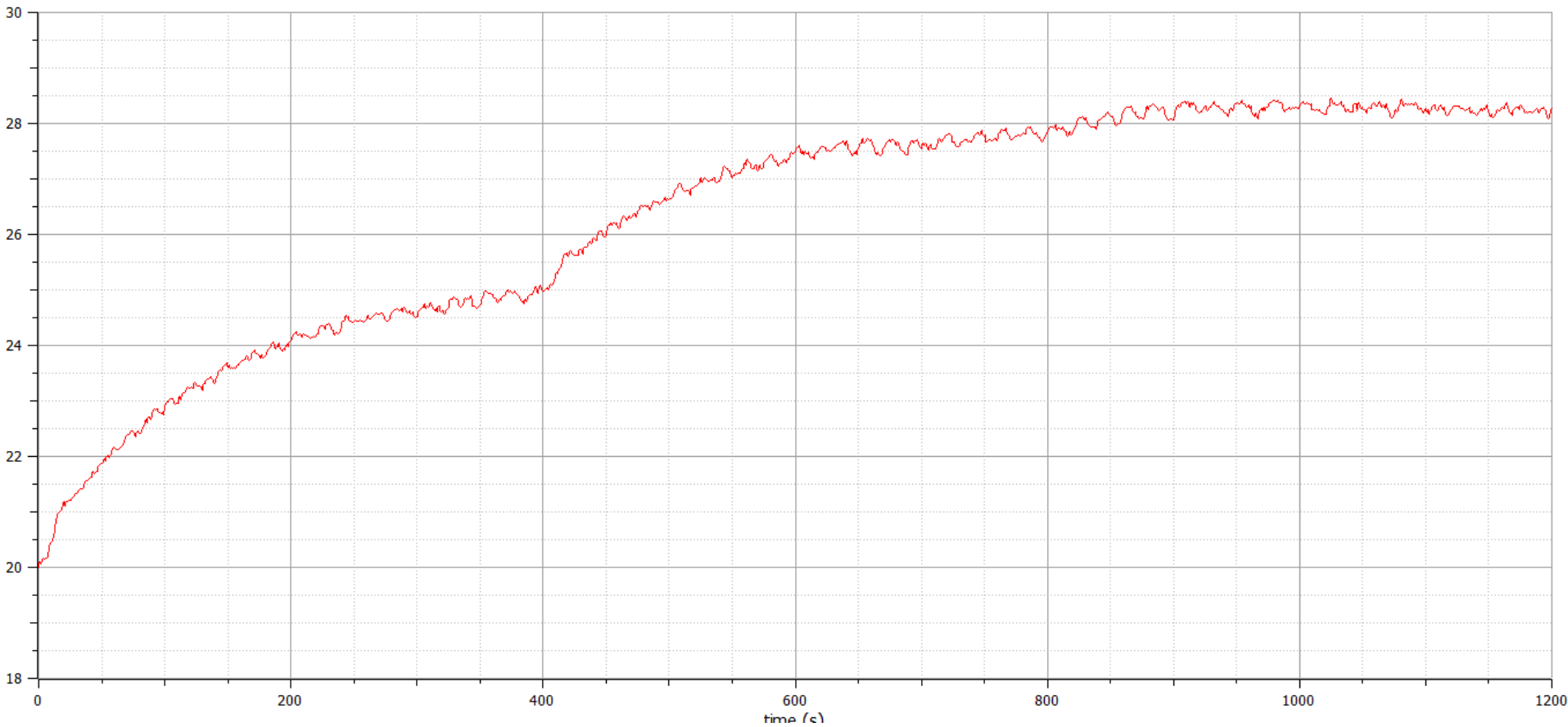
$T_a=1000s$ , come da design

- Variabile di controllo CS (Q1):



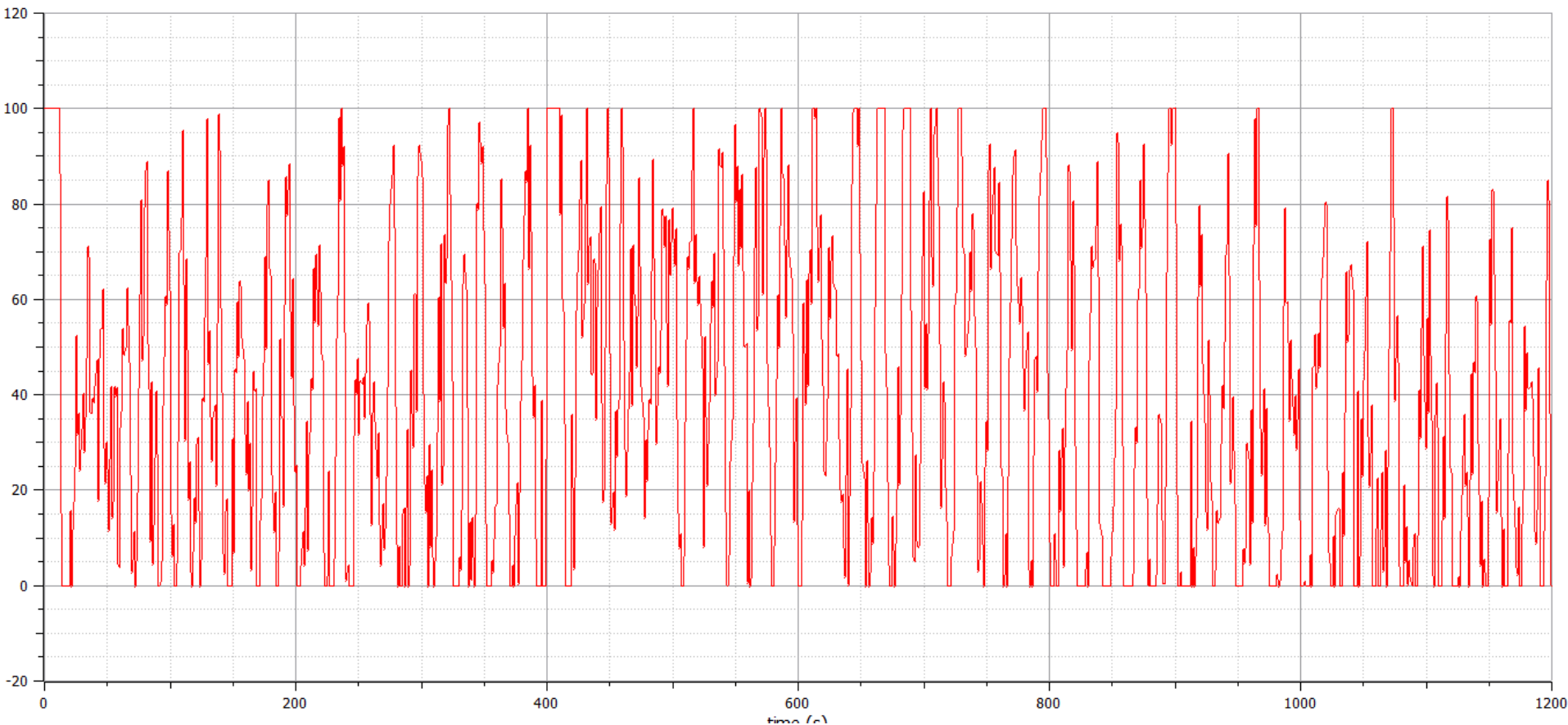
La banda passante richiesta è raggiungibile senza problemi, l'azione di controllo resta sempre moderata

- Temperatura  $T_p$ :



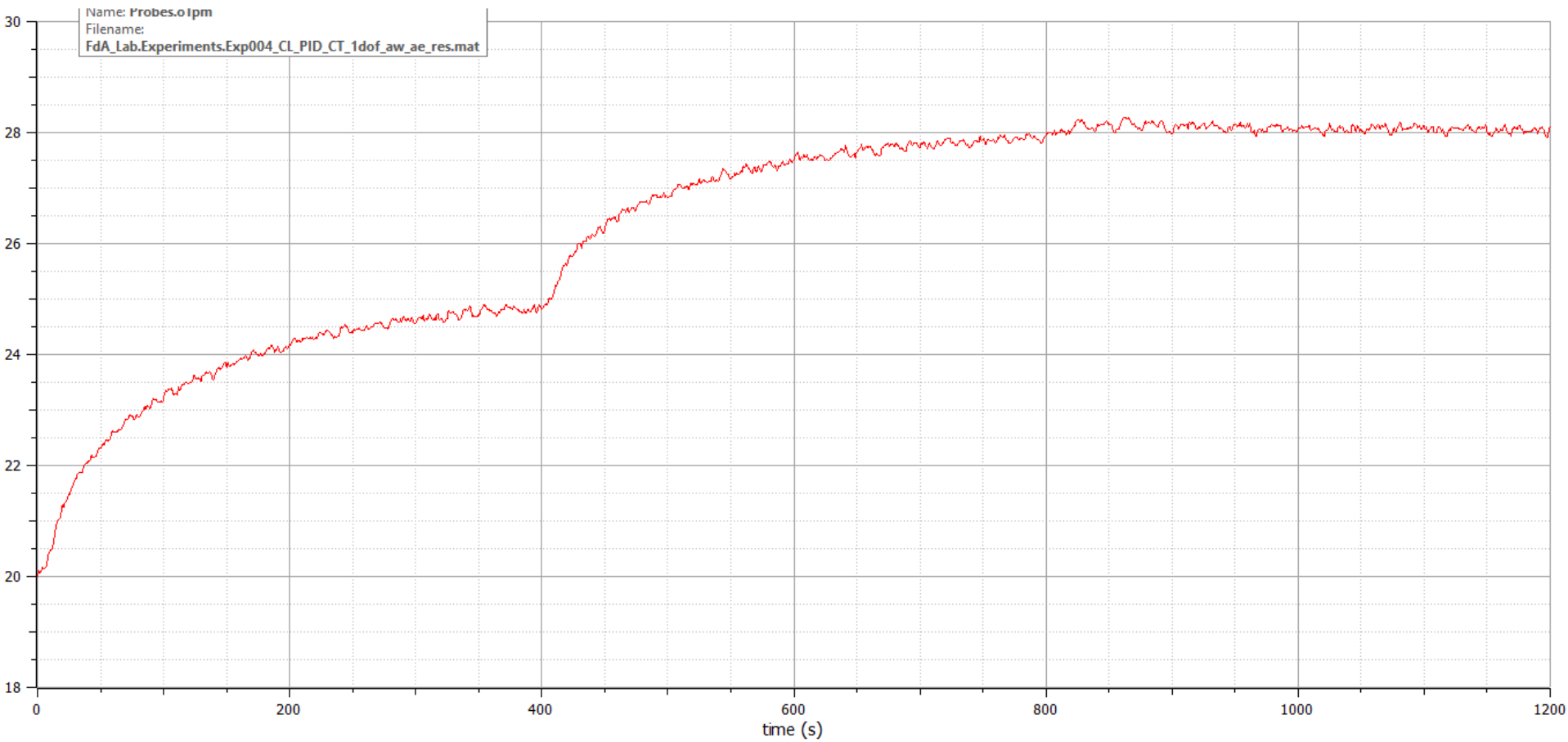
La  $T_a$  prescritta era di 10s, ma non è raggiungibile dal sistema

- Variabile di controllo CS (Q1):

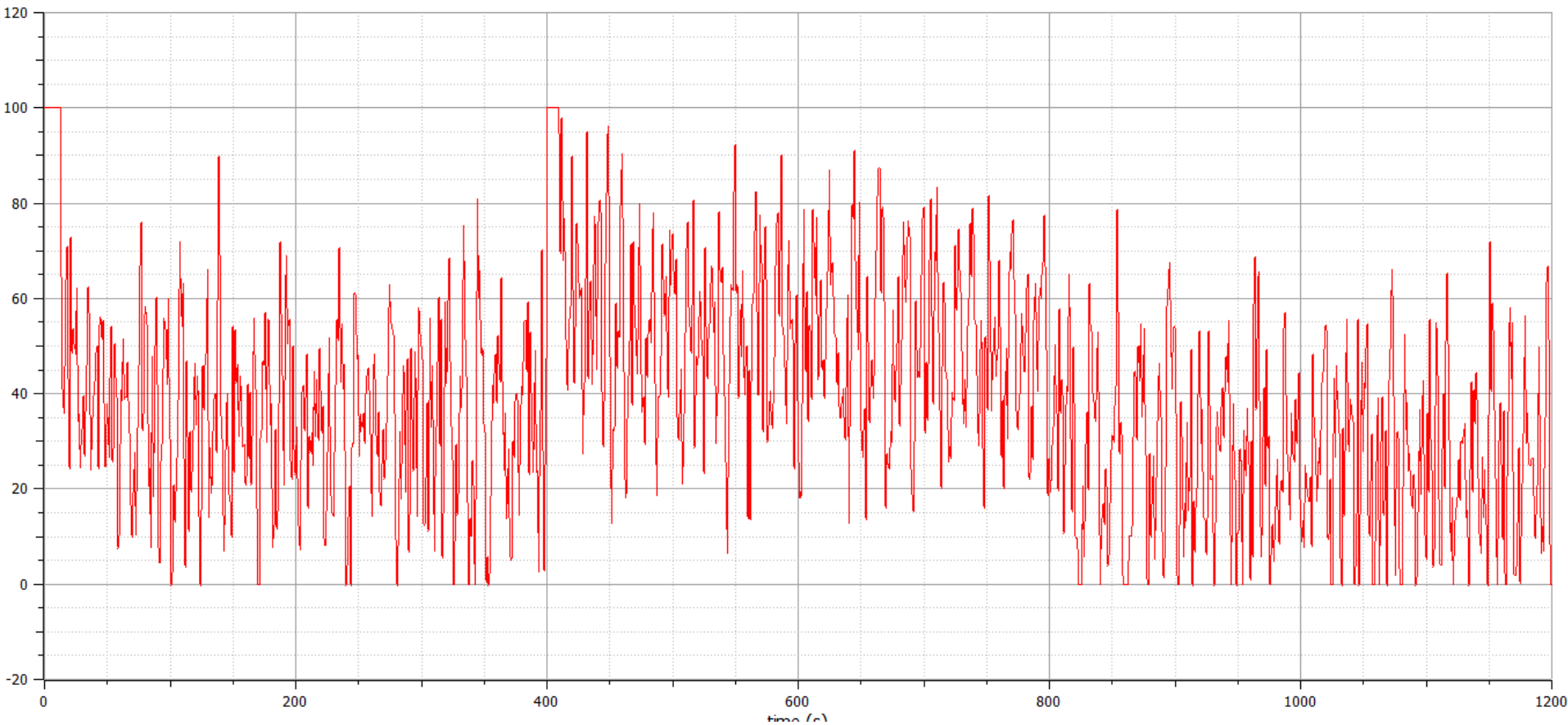


La banda passante richiesta è troppo alta, l'azione di controllo non è moderata e raggiunge molto spesso le soglie

## • Temperatura $T_p$ :



- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è molto alta, l'azione di controllo non è moderata