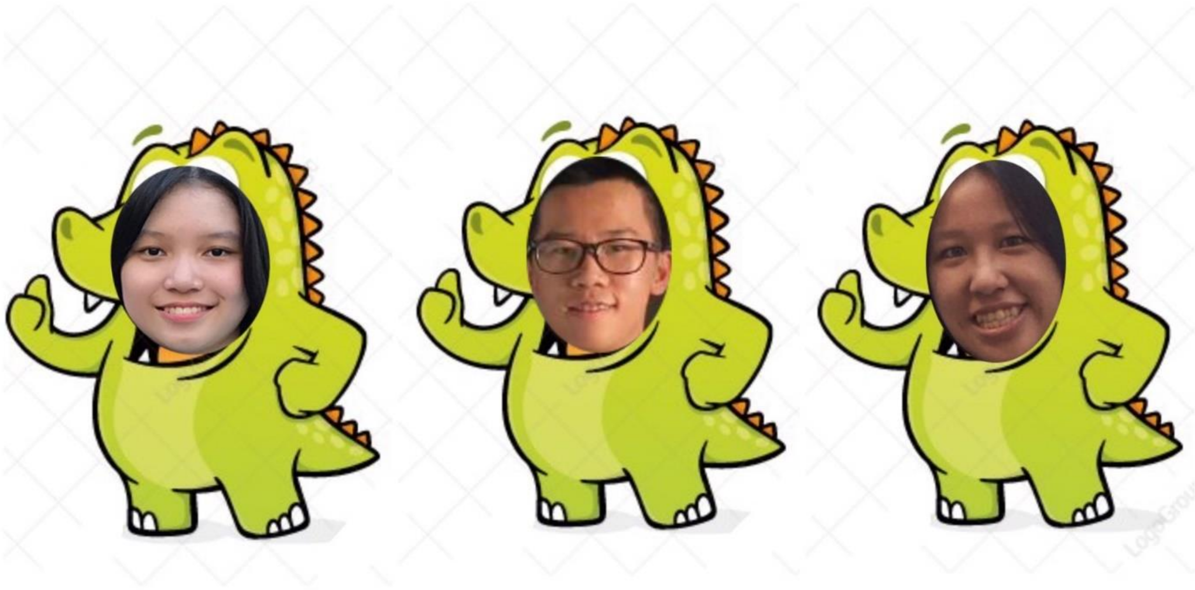
Tugas Besar 1

IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya



KELOMPOK CROCOGATOR

13520073 – Lyora Felicya

13520076 – Claudia

13520131 – Steven

BAB 1
Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Dalam mata kuliah IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri telah diajarkan berbagai metode untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) dengan memanfaatkan matriks. Untuk menyelesaikan sembarang SPL, terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah *Cramer*. Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

SPL dapat diaplikasikan pada berbagai persoalan dunia nyata (*real world problem*), misalnya dalam menyelesaikan persoalan rangkaian listrik atau dalam bidang Teknik Sipil untuk menyelesaikan persoalan rangka statis yang memiliki banyak peubah. Biasanya persamaan-persamaan tersebut akan diubah ke dalam bentuk matriks dan dapat diselesaikan dengan metode-metode yang sudah disebutkan sebelumnya. Namun pada kenyataannya, persoalan di dunia nyata memiliki perhitungan yang lebih kompleks karena terdapat banyak variabel. Apabila dihitung secara manual akan membutuhkan waktu yang lama serta tidak dijamin hasilnya akurat. Oleh karena itu, dibutuhkan algoritma yang dapat membantu mempermudah perhitungan.

Program terbuat dari bahasa Java dan memiliki *library* yang berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah *Cramer* (kaidah *Cramer* khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, *library* tersebut dapat digunakan di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, termasuk menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi.

Program yang dibuat mampu melakukan beberapa hal, yaitu menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Program juga mampu menghitung determinan matriks dengan reduksi baris, ekspansi kofaktor, dan menghitung balikan matriks. Terakhir, program juga dapat menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier.

BAB 2
Teori Singkat

1. **Metode Eliminasi Gauss**

   Eliminasi Gauss adalah sebuah operasi yang digunakan untuk menghasilkan solusi SPL dengan membentuk sebuah matriks eselon. Matriks eselon adalah matriks yang memenuhi syarat-syarat berikut :

   1) Bilangan tidak nol pertama di dalam sebuah baris adalah 1 (*leading one*/1 utama)
   2) Baris yang seluruhnya noll dikumpulkan pada bagian bawah matriks.
   3) 1 utama pada baris yang lebih rendah harus terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

   Cara untuk menghasilkan matriks eselon adalah dengan menerapkan Operasi Baris Elementer (OBE). Tiga OBE terhadap matriks *augmented* :

   1) Kalikan sebuah matriks dengan konstanta tidak nol
   2) Pertukarkan dua buah baris
   3) Tambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.

   Berikut adalah tahapan metode Eliminasi Gauss :

   1) Nyatakan SPL dalam bentuk matriks *augmented*
   2) Terapkan OBE sampai terbentuk matriks eselon baris
   3) Pecahkan persamaan dengan teknik penyulihan mundur (*backward substitution*)

2. **Metode Eliminasi Gauss-Jordan**

   Metode Eliminasi Gauss-Jordan merupakan pengembangan metode eliminasi Gauss, yang membedakan yaitu tujuannya adalah untuk menghasilkan matriks eselon tereduksi. Sifat-sifatnya sama dengan matriks eselon, dengan tambahan setiap kolom yang memiliki 1 utama memiliki nol di tempat lain.

3. **Determinan**

   Determinan adalah nilai yang dihitung dari unsur-unsur sebuah matriks persegi. Artinya, determinan matriks hanya dapat ditentukan pada matriks persegi. Determinan dari matriks A dapat dituliskan sebagai det(A) atau |A|. Determinan sering digunakan untuk melakukan operasi-operasi pada matriks, termasuk menentukan solusi dari SPL dengan kaidah *cramer*. Untuk matriks berukuran 3x3 keatas, terdapat beberapa metode untuk menghitung determinan, misalnya dengan metode kofaktor.

4. **Matriks balikan**

   Jika A dan B adalah matriks bujur sangkar sedemikian rupa sehingga A B = B A = I, dengan I adalah matriks identittas, maka B disebut balikan atau invers dari A. Suatu matriks memiliki balikan hanya jika determinannya tidak nol. Terdapat dua cara untuk menghitung matriks balikan, yaitu dengan memanfaatkan determinan dan adjoin, atau dengan menerapkan OBE kepada matriks identitas melalui metode eliminasi Gauss-Jordan.

5. **Matriks kofaktor**

   Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij}, adalah determinan matriks bagian dari matriks A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*. Kofaktor adalah hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$. Kofaktor suatu elemen baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dari matriks A dilambangkan dengan C_{ij}.

Rumus kofaktor dapat dituliskan sebagai berikut :

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \; M_{ij}$$

Matriks kofaktor adalah sebuah matriks yang berisi kofaktor-kofaktor dari suatu matriks.

6. **Matriks adjoin**
Matriks adjoin adalah transpose dari matriks kofaktor. Transpose matriks diperoleh dari hasil pertukaran antara elemen baris dan kolomnya. Matriks adjoin dari sebuah matriks A dapat dinotasikan sebagai *adj*(A).

7. **Kaidah *Cramer***
Jika Ax = B adalah SPL yang terdiri dari *n* persamaan linier dan *n* peubah(*variable*) sedemikian sehingga det(A) tidak sama dengan 0, maka SPL tersebut memiliki solusi unik. Solusinya dapat diperoleh dengan membagi nilai determinan A_j dengan det(A), yang dalam hal ini, A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-*j* dari A dengan matriks B.

8. **Interpolasi Polinom**
Interpolasi polinomial merupakan teknik interpolasi dengan mengasumsikan pola data yang kita miliki mengikuti pola polinomial baik berderajat satu (linier) maupun berderajat tinggi. Interpolasi dengan metode ini dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan polinomial. Untuk sebuah polinom berderajat n, kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat *n* untuk *n* yang lebih tinggi asalkan tesedia (*n*+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i,y_i) ke dalam persamaan polinom

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Untuk *i* = 0, 1, 2, .., *n*, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam a_0, a_1, a_2,.., a_n.

$$\begin{aligned}
a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_n x_0^n &= y_0 \\
a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_n x_1^n &= y_1 \\
\dots \qquad\qquad & \dots \\
a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_n x_n^n &= y_n
\end{aligned}$$

Solusi sistem persamaan linier ini, yaitu nilai a_0 , a_1 , …, a_n, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

9. **Regresi Linier Berganda**
Regresi Linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap βi dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} \quad + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} \quad + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} \quad &= \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 \quad + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} &= \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \quad &\qquad \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 \quad &= \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{aligned}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB 3
Implementasi Pustaka dan Program dalam Java

Program yang kami buat terdiri dari beberapa class yang dimana tiap class memiliki satu atau lebih fungsi yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persoalan yang diinginkan.

1. **Menu.java**

   Menu.java merupakan driver dari program fungsi-fungsi utama yang telah dibuat seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah cramer, menyelesaikan persoalan interpolasi dan persoalan regresi. Menu.java ini dibuat dengan mengeluarkan tampilan *interface* pada *terminal*. Tidak hanya itu, apabila inputan pengguna salah, akan dimunculkan pesan "input tidak valid" lalu ulang meminta input pengguna.

2. **Matrix.java**

   Matrix.java merupakan header file dari program fungsi-fungsi lain. Pada Matrix.java, terdapat konstruktor yang membuat matriks, checking yang mengecek suatu kondisi tertentu pada matriks, getter and setter yang berisikan fungsi bantuan untuk mengambil atau menginisialisasikan sesuatu misalnya getBaris untuk mendapatkan jumlah baris dari matriks, dan setBaris untuk menginisialisasikan baris dari suatu matriks. Tidak hanya itu, terdapat pula fungsi bantuan dan fungsi dekorasi. Fungsi dekorasi berfungsi untuk menghias output pada terminal sedangkan fungsi bantuan berisi tentang fungsi-fungsi yang diperkirakan akan membantu dalam pembuatan fungsi-fungsi utama seperti fungsi untuk membaca atau menulis matriks, fungsi swap baris, dan fungsi membuat transpose matriks, dan lain-lain.

3. **SPL.java**

   SPL.java berisikan metode-metode untuk menyelesaikan suatu SPL. Dalam kasus yang kami kami kerjakan, kami membuat 4 buah metode, yakni metode gauss, metode gauss jordan, metode matriks balikan, dan metode cramer. Keempat metode tersebut kami buat dalam fungsi yang berbeda-beda. Akan tetapi, tiap fungsi memiliki parameter yang sama dan tujuan yang sama, yaitu menyelesaikan persamaan SPL dan menuliskan hasilnya dalam suatu file.txt. Parameter dari fungsi tersebut adalah outFileName yang bertipe string, readFromFile yang bertipe boolean, dan readFileScanner yang bertipe scanner yang dimana outFileName merupakan nama dari file.txt yang akan menjadi tempat penyimpanan jawaban dari persoalan yang diselesaikan, readFromFile merupakan sebuah penanda apakah file tersebut diinput manual atau dibaca dari suatu file, sedangkan readFileScanner merupakan nama dari file yang dibaca. Singkatnya apabila file diinput manual, parameter yang digunakan adalah (ansFile, false, null) dan apabila inputan dari membaca file, parameter yang digunakan adalah (ansFile, true, problemFile).

   Untuk menyelesaikan SPL dengan metode gauss, dibuat fungsi yang bernama metodeGauss(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, matriks yang diterima akan dijalankan operasi baris elementer sehingga terbentuk matriks eselon baris. Setelah diperoleh matriks eselon baris, dilakukan penerapan teknik penyulihan mundur *(backward substitution)* untuk memperoleh nilai hasil dari sebuah sistem persamaan linear. Apabila solusinya unik, akan dikeluarkan solusi unik dari sistem persamaan linear tersebut. Apabila solusinya tak hingga, akan ditampilkan hasil sistem persamaan linear tersebut dalam parametrik.

Untuk menyelesaikan SPL dengan metode gauss jordan, dibuat fungsi yang bernama metodeGaussJordan(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, matriks yang diterima akan dijalankan operasi baris elementer sehingga terbentuk matriks eselon baris tereduksi. Setelah itu, dikeluarkan hasil dari sistem persamaan linear tersebut. Apabila solusinya unik, akan dikeluarkan solusi unik dari sistem persamaan linear tersebut. Apabila solusinya tak hingga, akan ditampilkan hasil sistem persamaan linear tersebut dalam parametrik.

Untuk menyelesaikan SPL dengan metode matriks balikan, dibuat fungsi yang bernama matriksInvers(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, matriks augmented yang diinput akan dibagi ke dalam 2 matriks A dan B dengan matriks B adalah kolom paling kanan dari matriks augmented, selanjutnya akan dicari A^{-1} dengan metode adjoin. Solusi dari SPL Ax=B dapat ditentukan dengan mengalikan ruas kiri dan kanan dengan A^{-1} sehingga diperoleh $x = A^{-1}B$. Dilakukan perkalian antara matriks A^{-1} dan B untuk mendapatkan solusi unik yang memenuhi. Jika matriks A tidak memiliki invers, maka matriks tidak memiliki solusi unik.

Untuk menyelesaikan SPL dengan metode cramer, dibuat fungsi yang bernama kaidahCramer(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, matriks augmented yang diinput akan dibagi ke dalam 2 matriks A dan B, dimana matriks B adalah kolom paling kanan dari matriks augmented. Kemudian akan dilakukan perhitungan sesuai dengan kaidah *cramer*, yaitu setiap kolom matriks A diganti dengan matriks B lalu dihitung determinannya, kemudian dibagi dengan determinan matriks A. Perlu diperhatikan bahwa metode *Cramer* hanya dapat menyelesaikan *n* persamaan dengan *n* peubah, dan solusinya pasti unik(tunggal). Apabila determinan dari matriks A adalah 0, maka tidak dapat dipastikan apakah solusinya tak hingga atau tidak ada, dan harus dicari menggunakan metode lain.

4. Determinan.java

Determinan.java berisikan metode-metode untuk menghitung nilai determinan dari suatu matriks. Dalam kasus yang kami kami kerjakan, kami membuat 2 buah metode, yakni metode reduksi baris dan metode kofaktor. Kedua metode tersebut kami buat dalam fungsi yang berbeda-beda. Akan tetapi, tiap fungsi memiliki parameter yang sama dan tujuan yang sama, yaitu menghitung nilai determinan dari suatu matriks persegi dan menuliskan hasilnya dalam suatu file.txt. Parameter dari fungsi tersebut adalah outFileName yang bertipe string, readFromFile yang bertipe boolean, dan readFileScanner yang bertipe scanner yang dimana outFileName merupakan nama dari file.txt yang akan menjadi tempat penyimpanan jawaban dari persoalan yang diselesaikan, readFromFile merupakan sebuah penanda apakah file tersebut diinput manual atau dibaca dari suatu file, sedangkan readFileScanner merupakan nama dari file yang dibaca. Singkatnya apabila file diinput manual, parameter yang digunakan adalah (ansFile, false, null) dan apabila inputan dari membaca file, parameter yang digunakan adalah (ansFile, true, problemFile).

Untuk menghitung nilai determinan dari suatu matriks dengan menggunakan metode reduksi baris, dibuat fungsi bernama metodeReduksiBaris(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, akan dilakukan operasi baris elementer pada matriks sehingga terbentuk matriks eselon baris. Saat proses pembentukan matriks eselon baris, dihitung berapa kali matriks tersebut mengalami pertukaran baris. Setelah matriks berbentuk eselon baris, dikalikan semua diagonal utama matriks eselon baris tersebut, lalu di kalikan dengan (-1) pangkat n, yang dimana n merupakan banyaknya pertukaran baris yang dialami matriks tersebut saat menjalani proses operasi baris elementer.

Untuk menghitung nilai determinan dari suatu matriks dengan menggunakan metode kofaktor, dibuat fungsi bernama Kofaktor(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, akan dilakukan perhitungan determinan dari kofaktor matriks tersebut. Setelah itu, akan dilakukan operasi penjumlahan atau pengurangan dari determinan kofaktor tersebut secara baris per baris. Selanjutnya, dikeluarkan hasil dari operasi tersebut.

5. **Invers.java**

Invers.java berisikan metode-metode untuk menghitung matriks balikan(invers) dari suatu matriks. Dalam kasus yang kami kami kerjakan, kami membuat 2 buah metode, yakni metode Adjoin dan metode Gauss-Jordan. Kedua metode tersebut kami buat dalam fungsi yang berbeda-beda. Akan tetapi, tiap fungsi memiliki parameter yang sama dan tujuan yang sama, yaitu menghitung nilai invers dari suatu matriks persegi dan menuliskan hasilnya dalam suatu file.txt. Parameter dari fungsi tersebut adalah outFileName yang bertipe string, readFromFile yang bertipe boolean, dan readFileScanner yang bertipe scanner yang dimana outFileName merupakan nama dari file.txt yang akan menjadi tempat penyimpanan jawaban dari persoalan yang diselesaikan, readFromFile merupakan sebuah penanda apakah file tersebut diinput manual atau dibaca dari suatu file, sedangkan readFileScanner merupakan nama dari file yang dibaca. Singkatnya apabila file diinput manual, parameter yang digunakan adalah (ansFile, false, null) dan apabila inputan dari membaca file, parameter yang digunakan adalah (ansFile, true, problemFile).

Untuk mencari invers suatu matriks dengan menggunakan metode adjoin, dibuat fungsi bernama inversAdjoin(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, dipanggil beberapa fungsi lain yaitu fungsi Minor untuk membuat minor dari matriks dan fungsi matKofaktor untuk membuat matriks kofaktor. Kemudian matriks kofaktor tersebut akan di transpose kemudian dibagi dengan determinannya, yang dihitung dengan memanfaatkan fungsi determinan yang sudah dibuat. Selanjutnya, akan ditampilkan hasil invers dari matriks tersebut.

Untuk mencari invers suatu matriks dengan menggunakan metode Gauss-Jordan, dibuat fungsi yang bernama inversGaussJordan(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Pada fungsi ini, setelah menerima inputan matriks M yang memenuhi syarat, akan dibuat matriks baru yaitu matriks identitas I yang memiliki ukuran baris dan kolom yang sama dengan matriks M. Matriks M akan diubah menjadi matriks identitas dengan metode Gauss-Jordan, sedangkan matriks I yang baru dibuat juga akan menerima operasi yang sama seperti yang diterima oleh matriks M. Setelah matriks M diproses menjadi matriks identitas, maka matriks I yang awalnya adalah matriks identitas akan menjadi matriks invers.

6. Interpolasi.java

Interpolasi.java berisikan metode untuk menyelesaikan suatu persoalan interpolasi polinom. Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, dibuat fungsi yang bernama interpolasiPolinom(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Fungsi ini menerima (n+1) buah titik berbeda dan akan menentukan polinom $P_n(x)$ yang menginterpolasi semua titik-titik tersebut. Titik-titik tersebut dimasukkan ke dalam sebuah matriks, lalu akan dibuat matriks baru yang merupakan matriks augmented dari sistem persamaan lanjar yang dibentuk dari titik-titik tersebut. Setelah itu akan dilakukan eliminasi Gauss sehingga menghasilkan nilai $a_0, a_1, \ldots, a_n$ yang memenuhi persamaan $P_n(x) = a_0 + a_1 x + \ldots a_n x^n$. Setelah mendapatkan persamaan $P_n(x)$ maka dapat dilakukan taksiran terhadap nilai x lain sesuai dengan input dari user.

7. Regresi.java

Regresi.java berisikan metode untuk menyelesaikan suatu persoalan sistem regresi linear berganda. Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, dibuat fungsi yang bernama regresiLinearBerganda(String outFileName, boolean readFromFile, Scanner readFileScanner). Fungsi ini menerima matriks, yang di mana matriks tersebut nantinya akan diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk memperoleh suatu sistem persamaan linear. Selanjutnya, akan dijalankan operasi baris elementer pada sistem persamaan tersebut untuk mendapatkan nilai dari β0, β1, β2, …, βk. Selanjutnya, akan dikeluarkan suatu persamaan berbentuk y = β0 + β1 X1i + β2 X2i + … + βk Xki. Selanjutnya, akan diminta inputan variabel X1, X2, … , Xk dari pengguna untuk melakukan perhitungan solusi dari regresi linear berganda.

BAB 4
Eksperimen

Berikut hasil eksekusi program terhadap contoh-contoh kasus yang diberikan beserta analisisnya :

1. Temukan solusi SPL $Ax = b$, berikut :

   a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*) :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 1.0 -1.0 -1.0 1.0
2.0 5.0 -7.0 -5.0 -2.0
2.0 -1.0 1.0 3.0 4.0
5.0 2.0 -4.0 2.0 6.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 1.0 -1.0 -1.0 1.0
0.0 1.0 -1.6666666666666667 -1.0 -1.3333333333333333
0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix tidak memiliki solusi.
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.6666666666666667 0.0
0.0 1.0 0.0 -2.666666666666667 0.0
0.0 0.0 1.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix tidak memiliki solusi.
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 1.0 -1.0 -1.0 1.0
2.0 5.0 -7.0 -5.0 -2.0
2.0 -1.0 1.0 3.0 4.0
5.0 2.0 -4.0 2.0 6.0
---------------------


Karena matrix di atas tidak memiliki balikan, SPL tidak memiliki solusi unik.
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 1.0 -1.0 -1.0 1.0
2.0 5.0 -7.0 -5.0 -2.0
2.0 -1.0 1.0 3.0 4.0
5.0 2.0 -4.0 2.0 6.0
--------------------


Determinan dari matrix utamanya adalah 0, sehingga tidak dapat ditentukan solusinya.
```

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*) :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 0.0 0.0 1.0 3.0
1.0 1.0 0.0 -3.0 0.0 6.0
2.0 -1.0 0.0 1.0 -1.0 5.0
-1.0 2.0 0.0 -2.0 -1.0 -1.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 -1.0 0.0 0.0 1.0 3.0
0.0 1.0 0.0 -1.5 -0.5 1.5
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x1 = 3.0 + 1.0e
x2 = 0.0 + 2.0e
x4 = -1.0 + 1.0e
x3 = c
x5 = e
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 3.0
0.0 1.0 0.0 0.0 -2.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x1 = 3.0 + 1.0e
x2 = 0.0 + 2.0e
x4 = -1.0 + 1.0e
x3 = c
x5 = e
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 0.0 0.0 1.0 3.0
1.0 1.0 0.0 -3.0 0.0 6.0
2.0 -1.0 0.0 1.0 -1.0 5.0
-1.0 2.0 0.0 -2.0 -1.0 -1.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak memiliki balikan.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Matriks Balikan.
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 0.0 0.0 1.0 3.0
1.0 1.0 0.0 -3.0 0.0 6.0
2.0 -1.0 0.0 1.0 -1.0 5.0
-1.0 2.0 0.0 -2.0 -1.0 -1.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak dapat dihitung determinannya.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Cramer.
```

c.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*)

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 2.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 -1.0
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
--------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 2.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x2 = 1.0 - 1.0f
x4 = -2.0 - 1.0f
x5 = 1.0 + 1.0f
x1 = a
x3 = c
x6 = f
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 1.0 -2.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x2 = 1.0 - 1.0f
x4 = -2.0 - 1.0f
x5 = 1.0 + 1.0f
x1 = a
x3 = c
x6 = f
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 2.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 -1.0
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak memiliki balikan.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Matriks Balikan.
----------------------------------------
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 2.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 -1.0
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak dapat dihitung determinannya.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Cramer.
```

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Untuk $n = 6$

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 1.0
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.0
0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.0
0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.0
0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.0
--------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 1.0
0.0 1.0 1.0060240963855418 0.9036144578313252 0.8072289156626504 0.7168674698795177 -6.024096385542167
0.0 0.0 1.0 1.6245521425218634 1.7612385986512857 1.8658161207463793 33.28356483938428
0.0 0.0 0.0 1.0 0.20914956821232425 -0.0027102396241335965 98.92688313032546
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.61613991411669 -72.71373478499231
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -17.952854955151718
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 8.080835703347589
x2 = -23.558849267122735
x3 = -31.7353970684662
x4 = 108.01793918179268
x5 = -43.699409319624024
x6 = -17.952854955151718
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 8.080835703347589
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -23.558849267122735
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 -31.7353970684662
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 108.01793918179268
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 -43.699409319624024
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -17.952854955151718
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 8.080835703347589
x2 = -23.558849267122735
x3 = -31.7353970684662
x4 = 108.01793918179268
x5 = -43.699409319624024
x6 = -17.952854955151718
```

3) Metode matriks balikan

```
8.080835703092752 -23.5588492657606 -31.73539707041944 108.01793918435953 -43.69940931215077 -17.95285495142196
-23.558849265341948 -10.842813399035396 644.1287464618978 -880.0590680523081 -429.28243277049074 720.6984248451635
-31.735397070348398 644.1287464592141 -2360.9850142516757 1729.7637278620386 2032.8702691437707 -2054.7063006251406
108.01793918185999 -880.0590680421204 1729.763727864524 -1848.829577775314 2459.8556114421544 -1639.3021220548471
-43.69940932286645 -429.28243271456057 2032.8702690816692 2459.8556114715752 -11660.468168922114 7775.596149713733
-17.95285495142196 720.6984248371361 -2054.7063005819723 -1639.3021220763562 7775.596149679079 -4811.214723305533
Matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 8.080835703092752
x2 = -23.558849265341948
x3 = -31.735397070348398
x4 = 108.01793918185999
x5 = -43.69940932286645
x6 = -17.95285495142196
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 1.0
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.0
0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.0
0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.0
0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.0
---------------------


Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 8.080835703092752
x2 = -23.558849265341948
x3 = -31.735397070348398
x4 = 108.01793918185999
x5 = -43.69940932286645
x6 = -17.95285495142196
```

- Untuk *n* = 10

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 1.0
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.0
0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.0
0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.0
0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.0
0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.0
0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.0
0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.055 0.0
0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.055 0.053 0.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 1.0
0.0 1.0 1.0060240963855418 0.9036144578313252 0.8072289156626504 0.7168674698795177 0.644578313253012 0.5843373493975903 0.536144578313
2529 0.49397590361445765 -6.024096385542167
0.0 0.0 1.0 1.6245521425218634 1.7612385986512857 1.8658161207463793 1.8713260355266728 1.8760481457108171 1.8145946698178732 1.6548613
912063002 33.28356483938428
0.0 0.0 0.0 1.0 0.2091495682123242 5 -0.0027102396241335965 -0.5027086711984606 -0.4746307141670359 0.024868958031974288 -1.621755319315
8525 98.92688313032546
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.61613991411669 2.082876492370801 1.7187422734907125 2.316989368323164 2.5012348205176065 -72.71373478499231
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 3.765860861956361 -1.9827581492017732 4.161384270400883 -3.262675016408377 -17.952854955151718
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -0.5513458542496257 1.1944131902371256 -0.4894625238013907 -9.152674398474106
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.6345633789957433 1.5787453910213176 -27.056349715739064
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 4.328077023346692 -112.00104281325476
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -22.842221522180544
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 7.930103955943233
x2 = -18.388701860126503
x3 = -38.832232035430025
x4 = 70.70446376723717
x5 = 10.281732371323045
x6 = -21.952580301128776
x7 = 4.921112658791088
x8 = 17.342690253798036
x9 = -13.138148680909836
x10 = -22.842221522180544
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 7.930103955943233
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -18.388701860126503
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -38.832232035430025
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 70.70446376723717
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 10.281732371323045
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -21.952580301128776
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 4.921112658791088
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 17.342690253798036
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 -13.138148680909836
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -22.842221522180544
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 7.930103955943233
x2 = -18.388701860126503
x3 = -38.832232035430025
x4 = 70.70446376723717
x5 = 10.281732371323045
x6 = -21.952580301128776
x7 = 4.921112658791088
x8 = 17.342690253798036
x9 = -13.138148680909836
x10 = -22.842221522180544
```

3) Metode matriks balikan

```
7.930103956040457 -18.388701860097964 -38.83223203765453 70.70446377035047 10.281732372464552 -21.952580301564122 4.9211126593267585 17.342690255677585 -13.138148
681053659 -22.842221522829945
-18.388701860433493 -27.363552293960268 566.4188272242574 -762.2107432862082 -111.84151431972754 342.1525724702113 4.3507908942025635 -263.756102705609 111.732712
91418963 191.7953622815297
-38.832232036960775 566.4188272221492 -1855.5367895058812 1577.1964916050028 535.7216506163022 -745.8892680442156 -240.7468836655286 667.7961770705566 -101.262728
81711903 -411.70930797372483
70.70446376968061 -762.210743282044 1577.196491599197 -101.29536924394782 -948.4357268833446 -519.840441487413 423.79410727280447 41.86703203439511 -249.425946095
50912 488.6916125696952
10.281732372386102 -111.84151432208988 535.7216506217694 -948.4357268756879 -319.71544639160936 1292.0760952406702 405.4104659795382 -794.5272895819013 408.733969
1733218 -515.0822779061164
-21.952580301339715 342.1525724663134 -745.8892680294481 -519.8404415009733 1292.0760952411451 593.8102124326733 -755.5903045700832 280.3786795067506 4 -489.52280
4647865 -10.248838914928735
4.921112658610865 4.35079089951083 -240.74688367333138 423.7941072823615 405.41046596231763 -755.5903045676123 107.0709524243742 -533.2536300087553 175.9189606782
705 440.43717921467567
17.342690253571167 -263.75610268719447 667.7961770398379 41.86703203581231 -794.5272895690896 280.3786794888196 -533.2536300177809 48.8078023094702 502.4248796157
279 81.59826726468653
-13.138148681839326 111.73271292077509 -101.26272882832981 -249.4259461004485 408.7339692042529 -489.52280466859105 175.91896067329967 502.42487960590904 -39.3036
20438544804 -302.445374751883
-22.842221522829945 191.79536228167365 -411.709307970002 488.6916125636916 -515.0822779208971 -10.248838920756008 440.43717924089253 81.59826729098278 -302.445374
74814393 69.87985036582553
Matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 7.930103956040457
x2 = -18.388701860433493
x3 = -38.832232036960775
x4 = 70.70446376968061
x5 = 10.281732372386102
x6 = -21.952580301339715
x7 = 4.921112658610865
x8 = 17.342690253571167
x9 = -13.138148681839326
x10 = -22.842221522829945
```

4) Kaidah Cramer

```
------PERSOALAN------
1.0 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 1.0
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.0
0.25 0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.0
0.2 0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.0
0.167 0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.0
0.143 0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.0
0.125 0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.0
0.111 0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.055 0.0
0.1 0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.063 0.059 0.055 0.053 0.0
---------------------


Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 7.930103956040457
x2 = -18.388701860433493
x3 = -38.832232036960775
x4 = 70.70446376968061
x5 = 10.281732372386102
x6 = -21.952580301339715
x7 = 4.921112658610865
x8 = 17.342690253571167
x9 = -13.138148681839326
x10 = -22.842221522829945
```

2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 2.0 -1.0 -1.0
2.0 1.0 -2.0 -2.0 -2.0
-1.0 2.0 -4.0 1.0 1.0
3.0 0.0 0.0 -3.0 -3.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 -1.0 2.0 -1.0 -1.0
0.0 1.0 -2.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x1 = -1.0 + 1.0d
x2 = 0.0 + 2.0c
x3 = c
x4 = d
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 -1.0 -1.0
0.0 1.0 -2.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x1 = -1.0 + 1.0d
x2 = 0.0 + 2.0c
x3 = c
x4 = d
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 2.0 -1.0 -1.0
2.0 1.0 -2.0 -2.0 -2.0
-1.0 2.0 -4.0 1.0 1.0
3.0 0.0 0.0 -3.0 -3.0
---------------------


Karena matrix di atas tidak memiliki balikan, SPL tidak memiliki solusi unik.
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
1.0 -1.0 2.0 -1.0 -1.0
2.0 1.0 -2.0 -2.0 -2.0
-1.0 2.0 -4.0 1.0 1.0
3.0 0.0 0.0 -3.0 -3.0
---------------------


Determinan dari matrix utamanya adalah 0, sehingga tidak dapat ditentukan solusinya.
```

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Tampilan matriks yang diinput :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
2.0 0.0 8.0 0.0 8.0
0.0 1.0 0.0 4.0 6.0
-4.0 0.0 6.0 0.0 6.0
0.0 -2.0 0.0 3.0 -1.0
2.0 0.0 -4.0 0.0 -4.0
0.0 1.0 0.0 -2.0 0.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 4.0 0.0 4.0
0.0 1.0 0.0 4.0 6.0
0.0 0.0 1.0 0.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 1.0 0.0 0.0 2.0
0.0 0.0 1.0 0.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
2.0 0.0 8.0 0.0 8.0
0.0 1.0 0.0 4.0 6.0
-4.0 0.0 6.0 0.0 6.0
0.0 -2.0 0.0 3.0 -1.0
2.0 0.0 -4.0 0.0 -4.0
0.0 1.0 0.0 -2.0 0.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak memiliki balikan.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Matriks Balikan.
```

4) Kaidah Cramer

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
2.0 0.0 8.0 0.0 8.0
0.0 1.0 0.0 4.0 6.0
-4.0 0.0 6.0 0.0 6.0
0.0 -2.0 0.0 3.0 -1.0
2.0 0.0 -4.0 0.0 -4.0
0.0 1.0 0.0 -2.0 0.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak dapat dihitung determinannya.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Cramer.
```

3. SPL berbentuk persamaan.

a.

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*) :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
8.0 1.0 3.0 2.0 0.0
2.0 9.0 -1.0 -2.0 1.0
1.0 3.0 2.0 -1.0 2.0
1.0 0.0 6.0 4.0 3.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.125 0.375 0.25 0.0
0.0 1.0 -0.2 -0.2857142857142857 0.11428571428571428
0.0 0.0 1.0 -0.19480519480519481 0.7597402597402597
0.0 0.0 0.0 1.0 -0.25810810810810797
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = -0.22432432432432436
x2 = 0.18243243243243246
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.25810810810810797
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 -0.22432432432432436
0.0 1.0 0.0 0.0 0.18243243243243246
0.0 0.0 1.0 0.0 0.7094594594594594
0.0 0.0 0.0 1.0 -0.25810810810810797
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = -0.22432432432432436
x2 = 0.18243243243243246
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.25810810810810797
```

3) Metode matriks balikan

```
0.13783783783783785 -0.01891891891891892 0.010810810810810811 -0.07567567567567568
-0.033783783783783786 0.14189189189189189 -0.08108108108108109 0.06756756756756757
-0.02027027027027027 -0.11486486486486487 0.35135135135135137 0.04054054054054054
-0.004054054054054054 0.17702702702702702 -0.5297297297297298 0.20810810810810812
Matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = -0.22432432432432434
x2 = 0.18243243243243243
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.25810810810810814
```

4) Kaidah *Cramer*

```
------PERSOALAN------
8.0 1.0 3.0 2.0 0.0
2.0 9.0 -1.0 -2.0 1.0
1.0 3.0 2.0 -1.0 2.0
1.0 0.0 6.0 4.0 3.0
---------------------


Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = -0.22432432432432434
x2 = 0.18243243243243243
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.2581081081081081
```

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*) :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 13.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 15.0
1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 8.0
0.0 0.0 0.04289 0.0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.061396 14.79
0.0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0.0 0.04289 0.0 0.0 3.81
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 18.0
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 12.0
1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 6.0
0.04289 0.75 0.61396 0.0 0.04289 0.75 0.0 0.0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0.0 0.0 0.75 0.04289 0.0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 13.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0
1.0 1.0 1.0 -8.0 -8.0 -8.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.04289 -14.232429999999999 -14.18954 -13.482429999999999 0.0 0.70711 0.018506 0.0
0.0 0.25 0.91421 -2.175270000000001 -1.5110600000000012 -2.175270000000001 0.0 -0.66421 -0.91421 0.0
0.61396 0.75 0.04289 -2.50243 -3.20954 -3.25243 0.0 -0.04289 -0.04289 0.0
0.0 0.0 1.0 -18.0 -18.0 -17.0 0.0 0.0 1.0 0.0
0.0 1.0 0.0 -12.0 -11.0 -12.0 0.0 1.0 0.0 0.0
1.0 0.0 0.0 8.0 7.0 7.0 0.0 -1.0 -1.0 0.0
0.04289 0.75 0.61396 -10.51 -10.46711 -9.76 0.0 0.0 0.04289 0.0
0.91421 0.25 0.0 -15.879999999999999 -15.215789999999998 -15.879999999999999 0.0 0.25 0.91421 0.0
0.04289 0.0 0.0 1.6914799999999994 0.9843699999999994 0.9414799999999994 0.0 0.13604000000000005 -0.57107 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x7 = 0.0 - 1.0h - 1.0i
x4 = 1.0 - 1.0e - 1.0f
x1 = 0.0 - 1.0b - 1.0c + 8.0d + 8.0e + 8.0f
x1 = 0.0 - 0.04289c + 14.232429999999999d + 14.18954e + 13.482429999999999f - 0.70711h - 0.018506i
x1 = 0.0 - 0.25b - 0.91421c + 2.175270000000001d + 1.5110600000000012e + 2.175270000000001f + 0.66421h + 0.91421i
x1 = 0.0 - 0.75b - 0.04289c + 2.50243d + 3.20954e + 3.25243f + 0.04289h + 0.04289i
x3 = 0.0 + 18.0d + 18.0e + 17.0f - 1.0i
x2 = 0.0 + 12.0d + 11.0e + 12.0f - 1.0h
x1 = 0.0 - 8.0d - 7.0e - 7.0f + 1.0h + 1.0i
x1 = 0.0 - 0.75b - 0.61396c + 10.51d + 10.46711e + 9.76f - 0.04289i
x1 = 0.0 - 0.25b + 15.879999999999999d + 15.215789999999998e + 15.879999999999999f - 0.25h - 0.91421i
x1 = 0.0 - 1.6914799999999994d - 0.9843699999999994e - 0.9414799999999994f - 0.13604000000000005h + 0.57107i
x2 = b
x3 = c
x4 = d
x5 = e
x6 = f
x8 = h
x9 = i
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
0.0 0.0 0.0 -13.0 -13.0 -13.0 1.0 1.0 1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0
1.0 1.0 1.0 -8.0 -8.0 -8.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.04289 -14.232429999999999 -14.18954 -13.482429999999999 0.0 0.70711 0.018506 0.0
0.0 0.25 0.91421 -2.175270000000001 -1.5110600000000012 -2.175270000000001 0.0 -0.66421 -0.91421 0.0
0.61396 0.75 0.04289 -2.50243 -3.20954 -3.25243 0.0 -0.04289 -0.04289 0.0
0.0 0.0 1.0 -18.0 -18.0 -17.0 0.0 0.0 1.0 0.0
0.0 1.0 0.0 -12.0 -11.0 -12.0 0.0 1.0 0.0 0.0
1.0 0.0 0.0 8.0 7.0 7.0 0.0 -1.0 -1.0 0.0
0.04289 0.75 0.61396 -10.51 -10.46711 -9.76 0.0 0.0 0.04289 0.0
0.91421 0.25 0.0 -15.879999999999999 -15.215789999999998 -15.879999999999999 0.0 0.25 0.91421 0.0
0.04289 0.0 0.0 1.6914799999999994 0.9843699999999994 0.9414799999999994 0.0 0.13604000000000005 -0.57107 0.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi tak terhingga.
Oleh karena itu, ditulis solusi matrix berupa parametrik seperti berikut:
x7 = 0.0 - 1.0h - 1.0i
x4 = 1.0 - 1.0e - 1.0f
x1 = 0.0 - 1.0b - 1.0c + 8.0d + 8.0e + 8.0f
x1 = 0.0 - 0.04289c + 14.232429999999999d + 14.18954e + 13.482429999999999f - 0.70711h - 0.018506i
x1 = 0.0 - 0.25b - 0.91421c + 2.175270000000001d + 1.5110600000000012e + 2.175270000000001f + 0.66421h + 0.91421i
x1 = 0.0 - 0.75b - 0.04289c + 2.50243d + 3.20954e + 3.25243f + 0.04289h + 0.04289i
x3 = 0.0 + 18.0d + 18.0e + 17.0f - 1.0i
x2 = 0.0 + 12.0d + 11.0e + 12.0f - 1.0h
x1 = 0.0 - 8.0d - 7.0e - 7.0f + 1.0h + 1.0i
x1 = 0.0 - 0.75b - 0.61396c + 10.51d + 10.46711e + 9.76f - 0.04289i
x1 = 0.0 - 0.25b + 15.879999999999999d + 15.215789999999998e + 15.879999999999999f - 0.25h - 0.91421i
x1 = 0.0 - 1.6914799999999994d - 0.9843699999999994e - 0.9414799999999994f - 0.13604000000000005h + 0.57107i
x2 = b
x3 = c
x4 = d
x5 = e
x6 = f
x8 = h
x9 = i
```

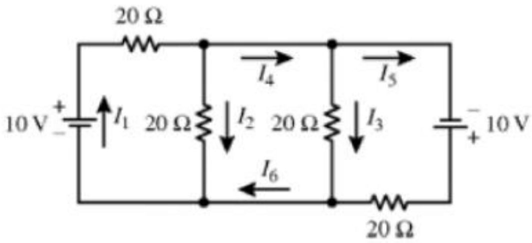
3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 13.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 15.0
1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 8.0
0.0 0.0 0.04289 0.0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.061396 14.79
0.0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0.0 0.04289 0.0 0.0 3.81
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 18.0
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 12.0
1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 6.0
0.04289 0.75 0.61396 0.0 0.04289 0.75 0.0 0.0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0.0 0.0 0.75 0.04289 0.0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
---------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak memiliki balikan.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Matriks Balikan.
```

4) Kaidah *Cramer*

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 13.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 15.0
1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 8.0
0.0 0.0 0.04289 0.0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.061396 14.79
0.0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0.0 0.04289 0.0 0.0 3.81
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 18.0
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 12.0
1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 6.0
0.04289 0.75 0.61396 0.0 0.04289 0.75 0.0 0.0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 0.25 0.0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0.0 0.0 0.75 0.04289 0.0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak dapat dihitung determinannya.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Cramer.
```

4. Rangkaian listrik



Tampilan matriks yang di-input (berbentuk matriks *augmented*) :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
20.0 20.0 0.0 0.0 0.0 0.0 10.0
0.0 20.0 -20.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 -20.0 0.0 20.0 0.0 10.0
1.0 -1.0 0.0 -1.0 0.0 0.0 0.0
1.0 -1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 -1.0 0.0 -1.0 1.0 0.0
--------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.5
0.0 1.0 -1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 1.0 -0.0 -1.0 -0.0 -0.5
0.0 0.0 0.0 1.0 2.0 -0.0 1.5
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.5 0.75
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.5
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix tidak memiliki solusi.
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix tidak memiliki solusi.
```

3) Metode matriks balikan

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
20.0 20.0 0.0 0.0 0.0 0.0 10.0
0.0 20.0 -20.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 -20.0 0.0 20.0 0.0 10.0
1.0 -1.0 0.0 -1.0 0.0 0.0 0.0
1.0 -1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 -1.0 0.0 -1.0 1.0 0.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak memiliki balikan.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Matriks Balikan.
```

4) Kaidah *Cramer*

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
20.0 20.0 0.0 0.0 0.0 0.0 10.0
0.0 20.0 -20.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 -20.0 0.0 20.0 0.0 10.0
1.0 -1.0 0.0 -1.0 0.0 0.0 0.0
1.0 -1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 -1.0 0.0 -1.0 1.0 0.0
--------------------


Matrix utama dari matrix diatas bukanlah matrix persegi, sehingga tidak dapat dihitung determinannya.
Oleh karena itu, SPL ini tidak dapat diselesaikan dengan Metode Cramer.
```

5. Sistem reaktor

Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa m_{in} dalam mg/s. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} A: & m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0 \\ B: & Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0 \\ C: & m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0 \end{array}$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40$, $Q_{AC} = 80$, $Q_{BA} = 60$, $Q_{BC} = 20$ dan $Q_{Cout} = 150$ m^3/s dan $m_{Ain} = 1300$ dan $m_{Cin} = 200$ mg/s.

Tampilan persamaan yang diinput dalam bentuk matriks *augmented* :

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
-120.0 60.0 0.0 -1300.0
40.0 -80.0 0.0 0.0
80.0 20.0 -150.0 -200.0
---------------------
```

1) Metode eliminasi Gauss

```
------PENYELESAIAN------
1.0 -0.5 -0.0 10.833333333333334
0.0 1.0 -0.0 7.222222222222223
0.0 0.0 1.0 10.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 14.444444444444446
x2 = 7.222222222222223
x3 = 10.0
```

2) Metode eliminasi Gauss-Jordan

```
------PENYELESAIAN------
1.0 0.0 -0.0 14.444444444444446
0.0 1.0 -0.0 7.222222222222223
0.0 0.0 1.0 10.0
------------------------
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 14.444444444444446
x2 = 7.222222222222223
x3 = 10.0
```

3) Metode matriks balikan

```
-0.011111111111111112 -0.008333333333333333 -0.0
-0.005555555555555556 -0.016666666666666666 -0.0
-0.006666666666666667 -0.006666666666666667 -0.006666666666666667
Matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 14.444444444444445
x2 = 7.222222222222222
x3 = 10.000000000000002
```

4) Kaidah *Cramer*

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
-120.0 60.0 0.0 -1300.0
40.0 -80.0 0.0 0.0
80.0 20.0 -150.0 -200.0
---------------------


Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x1 = 14.444444444444445
x2 = 7.222222222222222
x3 = 10.0
```

6. Studi kasus interpolasi

a.

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0. 148	0.248	0.370	0.518	0.697

Tampilan titik yang diinput :

```
Titik yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.1 0.003
0.3 0.067
0.5 0.148
0.7 0.248
0.9 0.37
1.1 0.518
1.3 0.697
---------------------
```

```
Display Matrix Augmented dari sistem persamaan lanjar
1.0 0.1 0.010000000000000002 0.0010000000000000002 1.0000000000000003E-4 1.0000000000000004E-5 1.0000000000000004E-6 0.003
1.0 0.3 0.09 0.027 0.0081 0.00243 7.289999999999999E-4 0.067
1.0 0.5 0.25 0.125 0.0625 0.03125 0.015625 0.148
1.0 0.7 0.48999999999999994 0.3429999999999999 0.24009999999999992 0.16806999999999994 0.11764899999999995 0.248
1.0 0.9 0.81 0.7290000000000001 0.6561000000000001 0.5904900000000002 0.5314410000000002 0.37
1.0 1.1 1.2100000000000002 1.3310000000000004 1.4641000000000006 1.6105100000000008 1.771561000000001 0.518
1.0 1.3 1.6900000000000002 2.1970000000000005 2.8561000000000001 3.7129300000000014 4.826809000000002 0.697

Jalankan eliminasi Gauss pada matriks di atas
Dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
a0 = -0.02297656250000016
a1 = 0.2400000000000028
a2 = 0.19739583333331742
a3 = 4.020745686626978E-14
a4 = 0.02604166666661634
a5 = 3.0493186101160675E-14
a6 = -7.152722665704425E-15

Diperoleh persamaan regresi linear berganda berupa
y = -0.022977 + 0.240000x + 0.197396x^2 + 0.000000x^3 + 0.026042x^4 + 0.000000x^5 + -0.000000x^6
```

Pengujian

- $x = 0.2$

```
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 0.2
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 0.03296
```

- $x = 0.55$

```
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 0.55
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 0.17112
```

- $x = 0.85$

```
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 0.85
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 0.33724
```

- $x = 1.28$

```
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 1.28
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 0.67754
```

b.

```
Titik yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
6.567 12624.0
7.0 21807.0
7.258 38391.0
7.451 54517.0
7.548 51952.0
7.839 28228.0
8.161 35764.0
8.484 20813.0
8.709 12408.0
9.0 10534.0
---------------------
```

```
Display Matrix Augmented dari sistem persamaan lanjar
1.0 6.567 43.125489 283.205086263 1859.807801489121 12213.357832379057 80205.12088523326 526707.0288533268 3458885.058479797 2.27
1449817903683E7 12624.0
1.0 7.0 49.0 343.0 2401.0 16807.0 117649.0 823543.0 5764801.0 4.0353607E7 21807.0
1.0 7.258 52.678564 382.341017512 2775.0311051020963 20141.175760831014 146184.6536721115 1061008.2163521855 7700797.634284162 5.
589238922963445E7 38391.0
1.0 7.451 55.51740099999999 413.6601548509999 3082.1818137948003 22965.336694585058 171114.72371135326 1274975.806373293 9499844.
733287405 7.078334310772446E7 54517.0
1.0 7.548 56.972304 430.026950592 3245.843423068416 24499.626157320406 184923.17823545443 1395800.14932121 1.0535499527076494E7 7
.952195043037337E7 51952.0
1.0 7.839 61.449921 481.70593071900004 3776.0927909062416 29600.79138791403 232040.60368985808 1818966.2923247975 1.4258876765534
088E7 1.1177533496502171E8 28228.0
1.0 8.161 66.60192099999999 543.5382772809999 4435.81588089024 36200.693403945246 295433.85886959714 2411035.7222347823 1.9676462
529158056E7 1.6057961070045888E8 35764.0
1.0 8.484 71.978256 610.663523904 5180.8693368015365 43954.495453424235 372909.9394268512 3163767.9260974056 2.684140708501039E7
2.2772249770922816E8 20813.0
1.0 8.709 75.84668099999999 660.5487448289999 5752.71901871576 50100.429933995554 436324.64429516724 3799951.3271666113 3.3093776
108294018E7 2.882136961271326E8 12408.0
1.0 9.0 81.0 729.0 6561.0 59049.0 531441.0 4782969.0 4.3046721E7 3.87420489E8 10534.0

Jalankan eliminasi Gauss pada matriks di atas
Dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
a0 = 7.200305831156559E12
a1 = -9.362383549278918E12
a2 = 5.342144345319042E12
a3 = -1.759197443156982E12
a4 = 3.690115685002981E11
a5 = -5.119108991582238E10
a6 = 4.700873047890323E9
a7 = -2.7575290360384226E8
a8 = 9381759.266086388
a9 = -141120.31060046278
```

```
Diperoleh persamaan regresi linear berganda berupa
y = 7200305831156.559000 + -9362383549278.918000x + 5342144345319.042000x^2 + -1759197443156.982000x^3 + 369011568500.298100x^4 + -51191089915.822380x^5 + 4700873
047.890323x^6 + -275752903.603842x^7 + 9381759.266086x^8 + -141120.310600x^9
```

```
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 7.516
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 53547.869140625
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 8.323
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 36307.31640625
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 9.167
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah -667858.1171875
Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 7.645
Hasil tafsiran nilai fungsi adalah 44141.080078125
```

Untuk nilai x = 9.167, didapat hasil tafsirannya bernilai negatif sedangkan jumlah kasus baru Covid-19 seharusnya tidak boleh bernilai negatif, ini artinya pada 05/09/2021 menurut prediksi tidak ada lagi jumlah kasus baru Covid-19.

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak $h = (2 – 0)/5 = 0.4$.

```
Titik yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
0.0 0.0
0.4 0.4189
0.8 0.5072
1.2 0.5609
1.6 0.5837
2.0 0.5767
--------------------
Display Matrix Augmented dari sistem persamaan lanjar
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
1.0 0.4 0.16000000000000003 0.06400000000000002 0.025600000000000008 0.010240000000000004 0.4189
1.0 0.8 0.6400000000000001 0.5120000000000001 0.40960000000000013 0.32768000000000014 0.5072
1.0 1.2 1.44 1.728 2.0736 2.48832 0.5609
1.0 1.6 2.5600000000000005 4.096000000000001 6.553600000000002 10.485760000000004 0.5837
1.0 2.0 4.0 8.0 16.0 32.0 0.5767

Jalankan eliminasi Gauss pada matriks di atas
Dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
a0 = 0.0
a1 = 2.0347041666666645
a2 = -3.549869791666655
a3 = 3.2328776041666485
a4 = -1.4187825520833237
a5 = 0.2357584635416651

Diperoleh persamaan regresi linear berganda berupa
y = 0.000000 + 2.034704x + -3.549870x^2 + 3.232878x^3 + -1.418783x^4 + 0.235758x^5
```

7. Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

```
Matrix yang Anda inputkan adalah:
------PERSOALAN------
72.4 76.3 29.18 0.9
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.0
12.9 67.4 29.39 1.1
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.6 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.1
10.6 86.3 29.56 1.1
11.2 86.0 29.48 1.1
73.3 76.3 29.4 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
---------------------
```

```
Setelah menjalankan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, diperoleh SPL.

Display SPL dalam bentuk Ax = B adalah:

Display A
20.0 863.0999999999999 1530.4000000000003 587.8399999999999
863.0999999999999 54876.89 67000.09 25283.395
1530.4000000000003 67000.09 117912.32000000002 44976.866999999984
587.8399999999999 25283.395 44976.866999999984 17278.508600000005

Display B
19.42
779.4769999999999
1483.4369999999997
571.1219000000001

Display Matrix Augmented
20.0 863.0999999999999 1530.4000000000003 587.8399999999999 19.42
863.0999999999999 54876.89 67000.09 25283.395 779.4769999999999
1530.4000000000003 67000.09 117912.32000000002 44976.866999999984 1483.4369999999997
587.8399999999999 25283.395 44976.866999999984 17278.508600000005 571.1219000000001

Setelah menjalankan OBE pada matrix di atas
Dari matrix di atas, dapat dilihat bahwa matrix memiliki solusi unik yaitu:
x0 = -3.5077781408835103
x1 = -0.002624990745878327
x2 = 7.989410472218274E-4
x3 = 0.15415503019830143

Diperoleh persamaan regresi linear berganda berupa
y = -3.507778 + -0.002625x1 + 0.000799x2 + 0.154155x3
```

```
Melakukan pengujian dengan input manual
Masukkan nilai x1: 50.0
Masukkan nilai x2: 76.0
Masukkan nilai x3: 29.3

Hasilnya adalah: 0.9384342262216645
```

BAB 5
Kesimpulan, Saran, dan Refleksi

Kesimpulan

Dengan menerapkan teori – teori yang didapatkan pada kelas Aljabar Linier dan Geometri, kita dapat membangun sebuah program dengan bahasa Java untuk melakukan kalkulasi pada matriks, yang dapat membantu menyelesaikan suatu Sistem Persamaan Linier.

Sistem persamaan linier (SPL) sering sekali digunakan dalam bidang sains dan rekayasa. Banyak juga persoalan dalam dunia nyata yang berbentuk SPL. SPL tersebut dapat diselesaikan dengan melakukan operasi – operasi pada matriks. Operasi tersebut meliputi determinan, matriks balikan, OBE, kofaktor, dan lain-lain. Operasi tersebut dapat digabungkan untuk membentuk suatu fungsi yang mampu mencari solusi sebuah SPL. Selain itu, dengan memanfaatkan matriks, kita juga dapat melakukan prediksi dan tafsiran data menggunakan interpolasi polinomial dan juga menyelesaikan persoalan regresi linier berganda.

Saran

1. Memberikan dokumentasi mengenai fungsi-fungsi matematika yang akan dibuat namun belum dipelajari sebelumnya (interpolasi polinom dan regresi linear berganda).
2. Memberikan kerangka awal (driver/main) program sehingga tampilannya seragam dan mudah untuk mengetahui alur kerja program.

Refleksi

Dari Tugas Besar 1 Aljabar Linier dan Geometri, kami belajar banyak hal baru seperti mengerjakan sebuah proyek melalui Github karena biasanya kami menggunakan Google Drive untuk saling bertukar kode, selain itu sebagian besar anggota kelompok kami juga tidak pernah belajar bahasa pemrograman Java sebelumnya sehingga kami harus mempelajarinya dalam kisaran waktu 2 minggu. Namun dalam mengerjakan tugas ini tidak dapat dipungkiri kami juga mengalami kendala, seperti adanya miskomunikasi dan conflict saat push Github, selain itu kami juga diharuskan untuk mengerti dan belajr membaca kode yang ditulis oleh sesama anggota kelompok namun semua kendala di atas dapat terselesaikan dengan baik. Akhir kata, kami ingin berterima kasih kepada dosen dan asisten mata kuliah IF2123 atas kesempatan yang kami dapat dalam mengerjakan tugas ini.

Referensi

Anton, Howard. 2010. Elementary Linear Algebra, 10th edition. John Wiley and Sons.

Yuliara, I Made. 2016. *Modul Regresi Linier Berganda*. Bali: Universitas Udayana.

Vince, John. 2007. Geometric Algebra for Computer Graphics. Springer.