

Классификация траекторий динамических систем с помощью физически-информированных нейросетей

Терентьев Александр¹, Вадим Стрижев²

¹ФПМИ

МФТИ ²Научный руководитель

Презентация НИР, December 2023

Предсказательная часть сети

За основу классификационного берется физически-информированная лагранжева нейросеть. Ее основная идея состоит в восстановлении функции Лагранжа рассматриваемой системы.

Функция потерь

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^{m_j} \|\hat{\mathbf{q}}_i^{(j)} - \ddot{\mathbf{q}}_i^{(j)}\|_2^2,$$

Динамика выводится из уравнений Эйлера-Лагранжа

Система для нахождения ускорений

$$(\nabla_{\dot{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}}} L) \ddot{\mathbf{q}} = [\nabla_{\mathbf{q}} L - (\nabla_{\dot{\mathbf{q}}\mathbf{q}} L) \dot{\mathbf{q}}] .$$

Проблемы прямого подхода

Если решать эту задачу напрямую, то мы встречаемся с проблемой. Решение является неустойчивым, оно не является гладким как того требует физика. А главное для такой функции невозможно проводить никакие дальше исследования. Ее значения скачут и методы сильно зависят от удачности выбора точек. Требуется какая-то модификация

Регуляризация

Поэтому требуется некоторая регуляризация задачи. Вся загвоздка заключается в том, что мы находим значения ускорения из решения СЛАУ

$$H_{\ddot{q}}\ddot{q} = b$$

$$\ddot{q} = (\nabla_{\dot{q}\dot{q}}L)^{-1} [\nabla_q L - (\nabla_{\dot{q}q}L) \dot{q}] .$$

В идеале $(H_{\ddot{q}}) = 1$, т.е. алгоритм должен присвоить всем массам в системе значения 1. Тогда добавим в нашу функцию потерь слагаемое, штрафующее за отклонение собственных значений от 1

$$\mathcal{L}^{mod}(\mathbf{w}) = \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^{m_j} \|\hat{\mathbf{y}}_i^{(j)} - \mathbf{y}_i^{(j)}\|_2^2 + \alpha g(\beta((H_{\ddot{q}}) - 1)),$$

Результаты

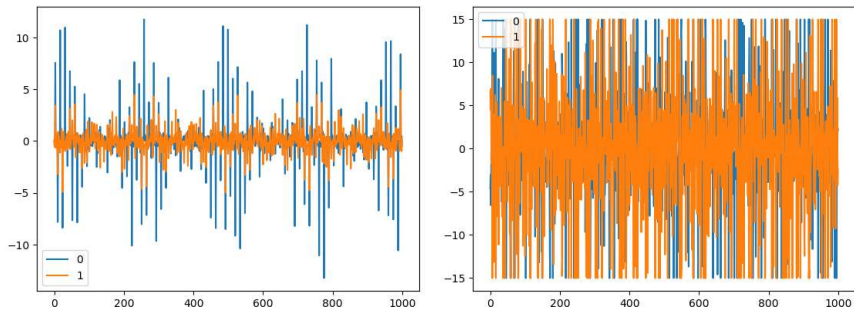


Рис.: Отклонения предсказания ускорения для тестовой выборки при разных значениях коэффициента регуляризации

Фазовые портреты

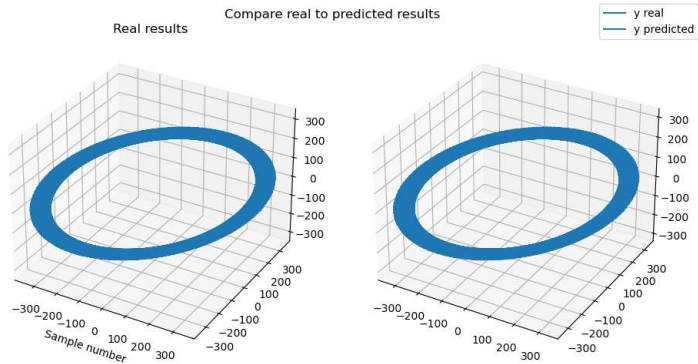


Рис.: Фазовые траектории предсказанных и реальных траекторий

Кривые обучения

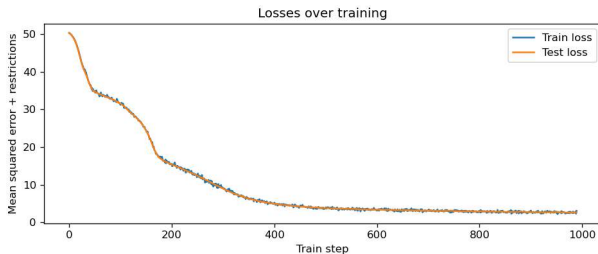


Рис.: Зависимость среднеквадратичного отклонения + ограничений от шага обучения