

UNIVERSIDADE DE FORTALEZA

RELATÓRIO 4

LABORATÓRIO DE SERVO 1

22 de setembro de 2013

Felipe Bandeira da Silva
Universidade de Fortaleza-UNIFOR
Engenharia Elétrica
felipeband18@gmail.com

1 Primeira questão

O primeiro sistema físico é modelado com a equação 1

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad (1)$$

A equação temporal da equação 1 quando submetida a um degrau unitário é facilmente encontrada aplicando a transformada inversa de Laplace,

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \frac{1}{s} \quad (2)$$

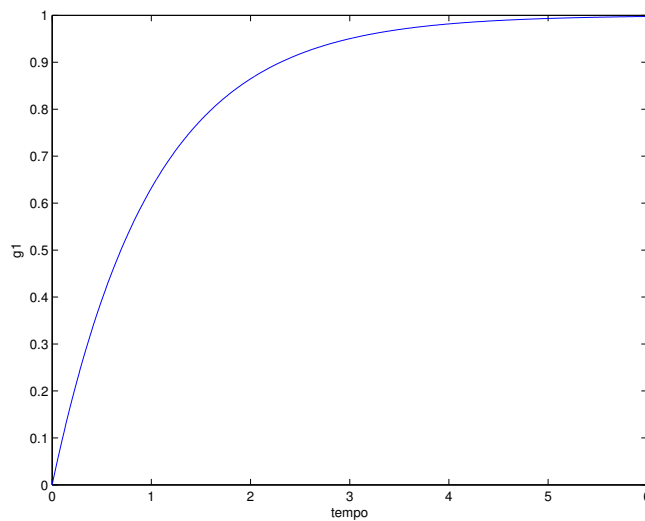
Aplicando o comando *residue* em 2 para a expansão em frações parciais,

$$G_1(s) = \frac{-1}{s+1} + \frac{1}{s} \quad (3)$$

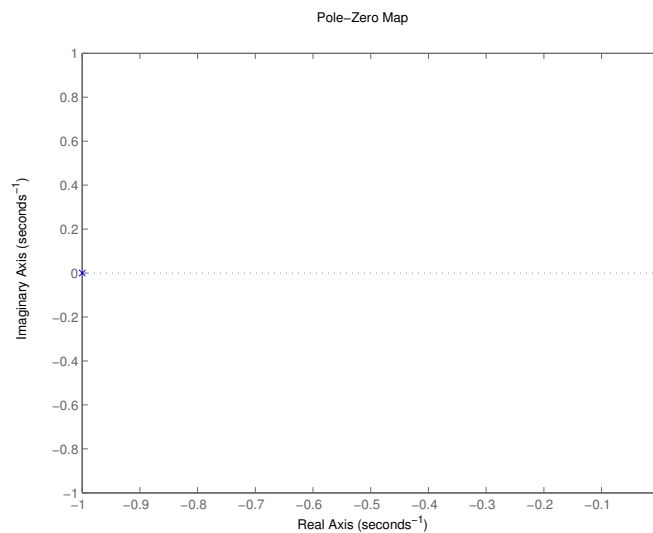
De 3 é possível encontrar a resposta temporal,

$$g_1(t) = -e^{-t} + 1 \quad (4)$$

A plotagem do gráfico pode ser usada para facilitar a visualização do comportamento da função,



Por inspeção é possível notar que o sistema se estabiliza após um tempo e seu valor em regime permanente é 1. Mostrando que o sistema apresenta uma estabilidade. Esta estabilidade pode ser melhor analisada plotando a localização dos polos no plano-s.



Como é possível observar existem dois polos no eixo real e com valores menor igual a zero, mostrando que o sistema é **estável**. Fato este que está diretamente

ligado a posição dos polos no eixo σ (eixo real).

Analisando agora a função,

$$G_2(s) = \frac{1}{s-1} \quad (5)$$

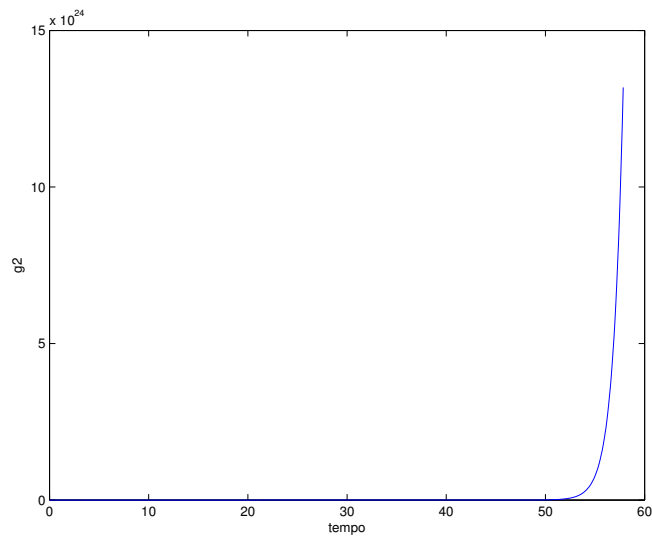
Expandindo em frações parciais,

$$G_2(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{-1}{s} \quad (6)$$

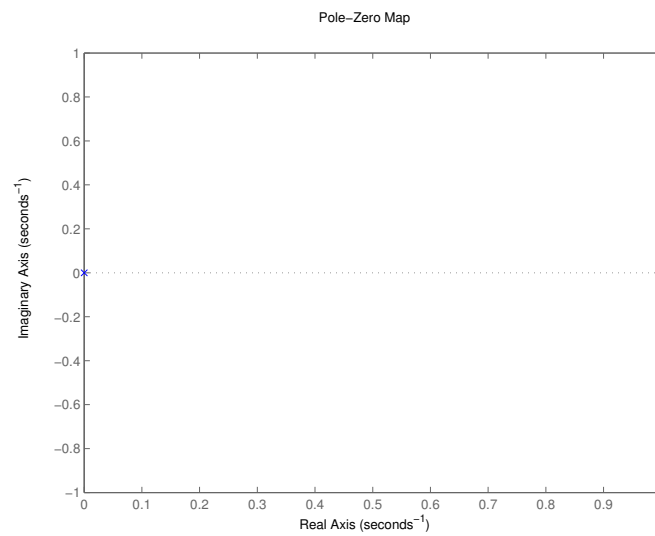
A função no domínio do tempo com resposta ao impulso unitário é,

$$g_2(t) = e^t - 1 \quad (7)$$

A função 5 será analisada da mesma forma que a 1, só que usando comandos mais poderosos do matlab, para tanto, uso o comando *tf* para construir a função de transferência, após isto uso o comando *step* para a criação dos vetores com os eixos do domínio e imagem, finalmente obtenho o gráfico da resposta temporal,

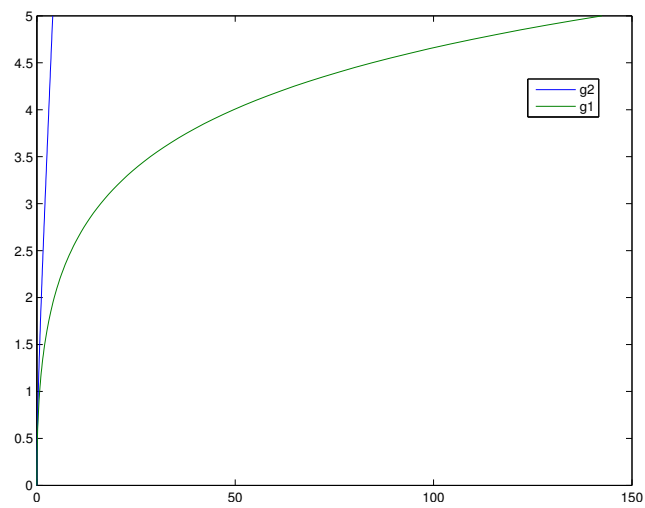


Nota-se que o valor de $g2$ cresce de forma exponencial e tende ao infinito, novamente por inspeção é possível concluir que o sistema é instável. Para formalizar a conclusão, a figura abaixo mostra o plano-s,



Nota-se que os polos são positivos e portanto na zona de instabilidade do plano-s.

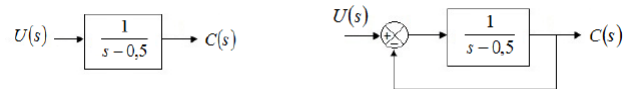
Sobrepondo os dois gráficos da resposta temporal,



É possível visualizar que a função $g2$ cresce "infinitamente" mais rápida que $g1$. Finalmente é possível ver que a posição dos polos influencia facilmente a estabilidade de um sistema, é que o plano- s é uma ótima forma que visualizar esta tal estabilidade, se contraponto até mesmo ao gráfico da resposta temporal.

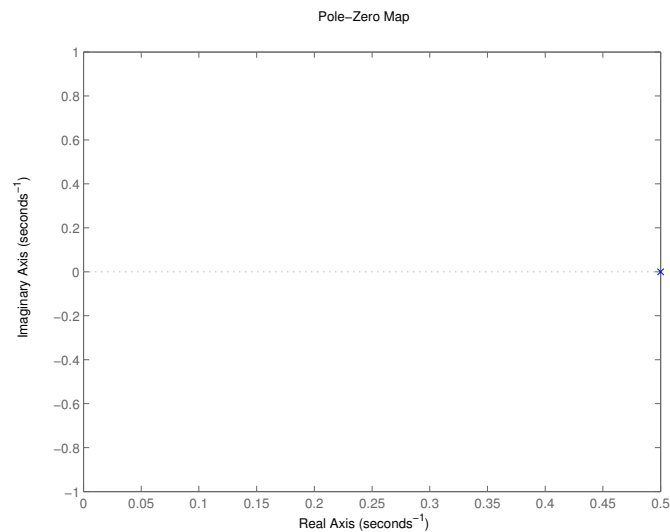
2 Segunda questão

Para este problema foram propostos os seguintes sistemas,



2.1 Analisando o sistema malha aberta

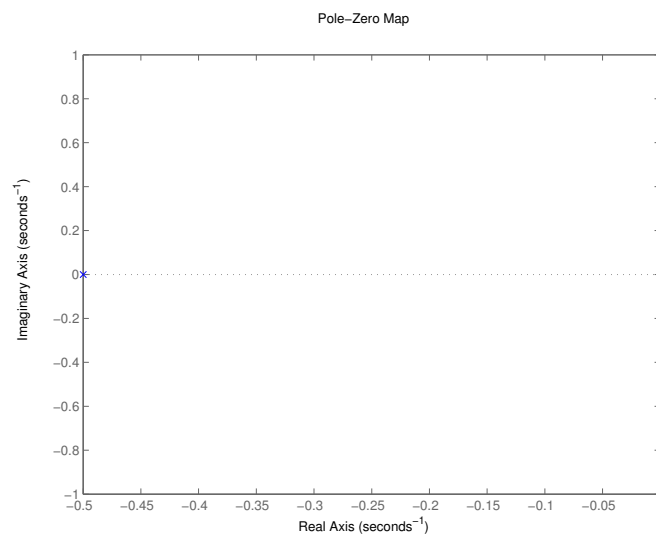
O sistema de malha aberta tem a localização do polo mostrados na figura abaixo,



Mostrando claramente que o sistema apresenta uma instabilidade, está devida simplesmente a localização do polo.

2.2 Analisando o sistema malha fechada

A localização do polo é mostrado na figura abaixo,

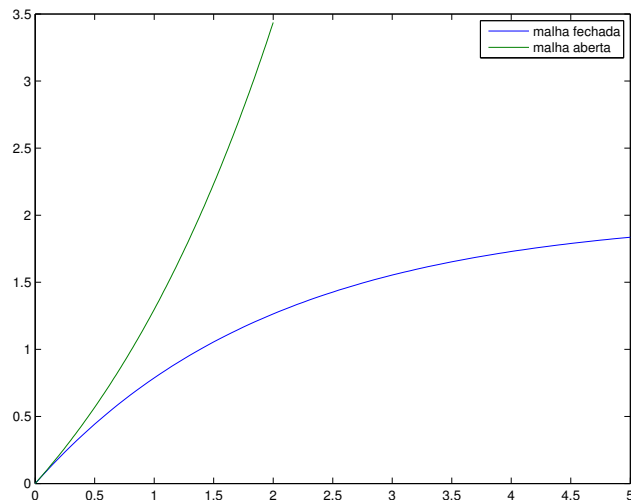


Com a realimentação negativa e de ganho unitário pode ser visto que o sistema passou de instável para estável.

2.3 Efeitos da realimentação

É possível concluir que o efeito da realimentação negativa em um sistema de controle pode mudar a posição do polo, fazendo com que o mesmo passe para o lado esquerdo em relação ao eixo imaginário, caracterizando em um sistema estável. E mais, o ganho unitário não muda o ganho final da função, provando que não só o controle de ganho é possível mudar a região de estabilidade.

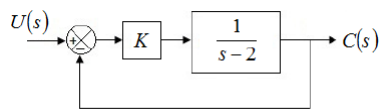
Para finalizar a conclusão do efeito da realimentação, é mostrado abaixo o gráfico da resposta ao degrau unitário $\frac{1}{s}$ para o sistema com e sem realimentação,



Como pode ser visto na figura a resposta em malha aberta ao degrau unitário tende ao infinito, contrastando com a resposta em malha fechada que em regime permanente é 2.

3 Terceira questão

O seguinte sistema de controle é proposto,



Se faz necessário antes de iniciar a resolução dos itens do problema analisar o sistema e seus comportamentos.

3.1 Analisando o sistema Intervalo de K

Para uma análise inicial, é possível fazer K unitário, encontrando com isso a função de transferência abaixo,

$$\frac{1}{s-1} \quad (8)$$

Esta função de transferência indica que o polo está em 1, com isto o sistema é instável. Para a correção desta instabilidade é possível modificar o ganho, impondo que a condição aceitável para a estabilidade no caso proposto é quando o polo fica no semi-plano esquerdo do plano- s , é possível então fazer,

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{s-2}K}{1 + \frac{1}{s-2}} = \frac{K}{K+s-2} \quad (9)$$

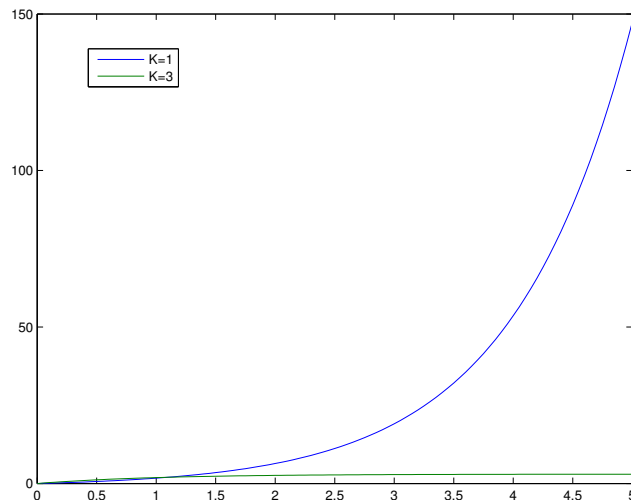
Isolando s do denominador de 9 para encontrar a posição do polo,

$$s = -K + 2 \quad (10)$$

Com isto é possível concluir que o sistema só pode ser estável se K for menor que 2. Para o caso em que K é igual a 2 o polo fica em 0.

3.2 Gráficos em função de K

O gráfico para quando $K_1 = 1$ e $K_2 = 3$ é mostrado abaixo,



O valor de K é um fator interessante para o controle de estabilidade do um sistema de controle. Pois uma simples alteração pode fazer um sistema entrar em estabilidade. Mas com os devidos cuidados já que essa mesma alteração pode resultar na destruição do projeto de controle.

3.3 Conclusões finais sobre a estabilidade sistema de 1ª ordem

Um sistema de primeira ordem é um dos mais simples para um sistema de controle, tanto em construção e principalmente na sua análise matemática. O controle de ganho para os de 1ª ordem pode ser determinante no seu funcionamento. Para o problema da questão conclui-se que é possível não só

4 Quarta Questão

Dois sistemas foram dados, o primeiro,

$$G_1(s) = \frac{0.5}{s + 0.5} \quad (11)$$

e segundo,

$$G_2(s) = \frac{5}{s + 5} \quad (12)$$

4.1 Constante de tempo para os sistemas

A equação temporal para o primeiro sistema quando submetido a um degrau unitário $u(t) = 1$ em malha aberta é, no domínio da frequência fica,

$$G_1(s) \frac{1}{s} = \frac{0.5}{s + 0.5} \frac{1}{s} = \frac{0.5}{s^2 + 0.5s} \quad (13)$$

Expandindo em frações parciais,

$$\frac{0.5}{s^2 + 0.5s} = \frac{-1}{s + 0.5} + \frac{1}{s} \quad (14)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace

$$g_1(t) = -e^{-0.5t} + 1 \quad (15)$$

Analisando agora o segundo sistema, da mesma forma que foi feita para o primeiro,

$$G_2s) \frac{1}{s} = \frac{5}{s+5} \frac{1}{s} = \frac{5}{s^2+5s} \quad (16)$$

Expandindo em frações parciais,

$$\frac{5}{s^2+5s} = \frac{-1}{s+5} + \frac{1}{s} \quad (17)$$

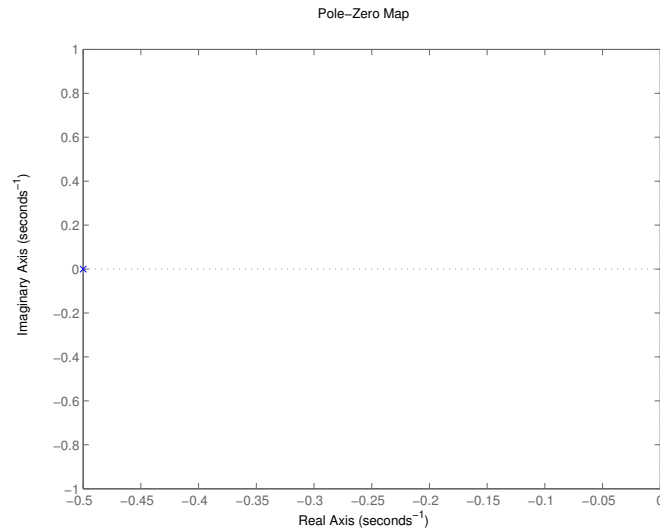
Aplicando a transformada inversa de Laplace

$$g_2(t) = -e^{-5t} + 1 \quad (18)$$

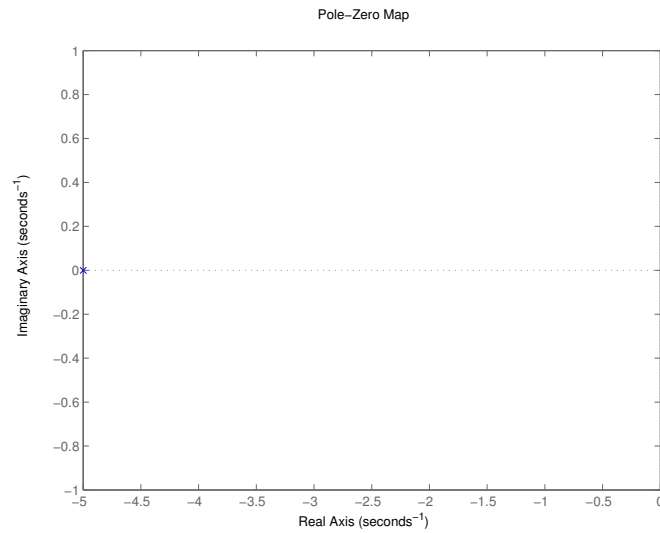
A constante de tempo para os dois sistema informa algo interessante. A resposta a um estímulo de entrada, para G_1 a constante de tempo é 2 e para G_2 é 0.2, por inspeção se percebe que o sistema 2 é mais rápido do que o sistema 1.

4.2 Localização dos polos

Para o primeiro sistema a localização do polo é,



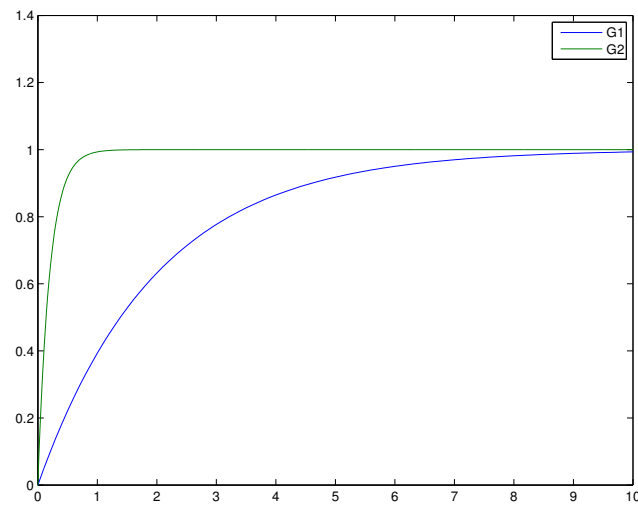
Agora para o segundo sistema,



Nota-se novamente que a localização dos polos além de informa a estabilidade do sistema, também informa o quanto é rápido a resposta dos sistemas a entrada. A primeiro sistema o polo é localizado em 0.5 e o segundo sistema é 5, é possível com isto, concluir que o sistema que tem um polo tendendo a menos infinito, ele é mais rápido.

4.3 Gráfico a resposta ao degrau

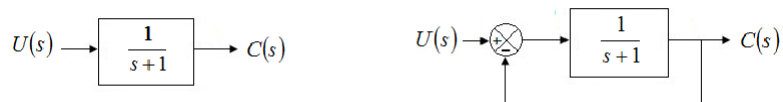
Abaixo é mostrado o gráfico dos dois sistemas exemplificando novamente o que já foi dito anteriormente, $G2$ é mais rápido que $G1$



4.4 Conclusões finais

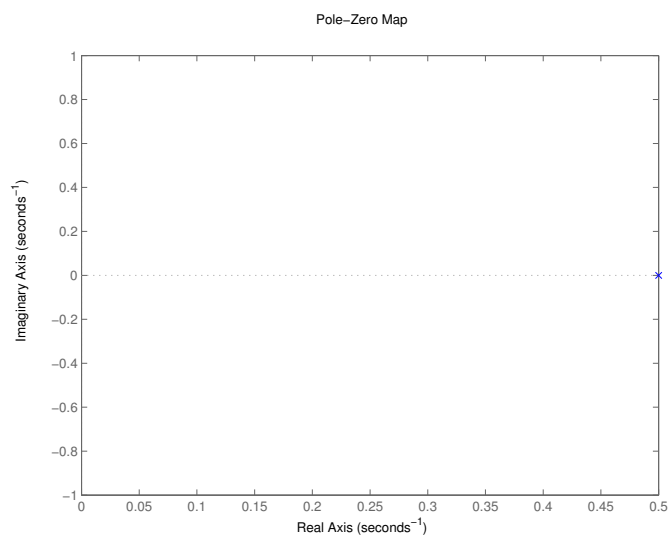
O Fator K para o controle de ganho não foi explicitado no problema, mas ele é um dos fatores que altera a resposta do sistema, além de corrigir a posição do polo, também aumenta ou diminui a resposta do sistema a um determinado estímulo. O gráfico da resposta mostra que o sistema que tem polos mais afastados é o sistema que responde rapidamente a entrada a um impulso, no caso, unitário.

5 Quinta questão

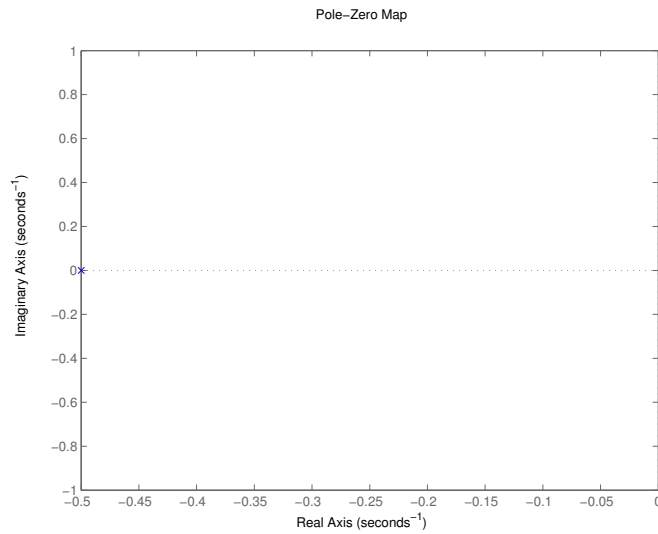


5.1 Localização dos pólos

Para o sistema posicionado a esquerda deste trabalho temos o seguinte gráfico com a posição do seu polo,



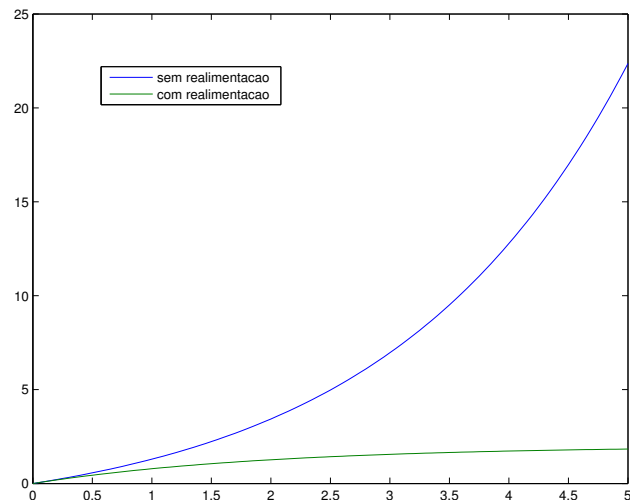
Para o mesmo sistema só que agora em malha fechada, o seguinte gráfico com a posição do seu polo é,



Como já vem sendo feito no decorrer deste relatório a posição do polo além de influenciar a estabilidade é fator determinante para a velocidade de resposta do sistema, no primeiro caso apresentado o sistema apresenta o polo do lado direito em relação ao eixo $\sigma = 0$ o que torna o sistema instável, o segundo sistema por sua vez apresenta o polo do lado esquerdo caracterizando assim, um sistema estável.

5.2 Gráfico de resposta

Abaixo o gráfico com a resposta sem realimentação e com realimentação,



Para melhor exemplificação posso fazer o ganho K da realimentação variar de 1 a 5, ou seja

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + s + K} \quad (19)$$

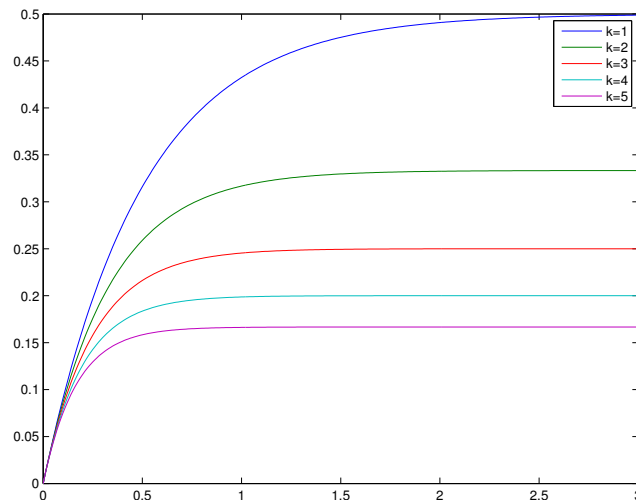
Em outras palavras,

```

1 clear all
2 f1 = tf([1], [1 1]);
3 k = [1 2 3 4 5];
4 tempo = 0:0.01:3;
5 for i=1:length(k)
6     [y(:,i), t] = step(feedback(f1, k(i)), tempo);
7 end
8 plot(t, y)

```

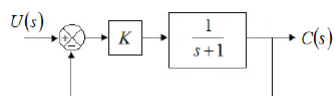
Em palavras mais visuais,



Com o gráfico acima é possível entender como a realimentação influencia na velocidade de resposta do sistema.

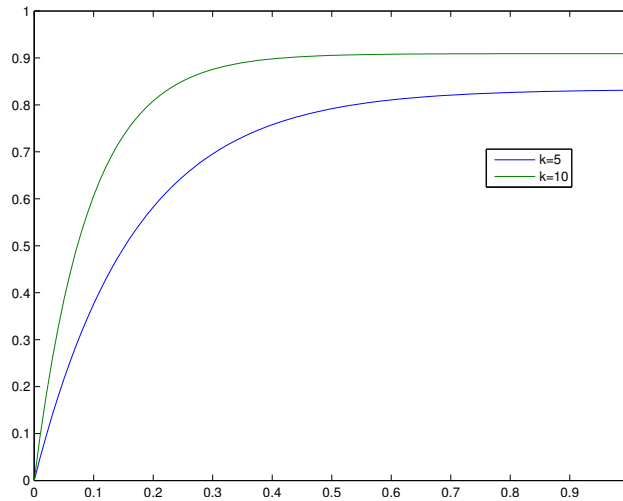
6 Sexta questão

O sistema da 6ª questão é modelado a partir do diagrama de blocos abaixo,



6.1 Gráfico da resposta ao degrau

Fazendo K variar de 5 e 10, temos a seguintes resposta o degrau,

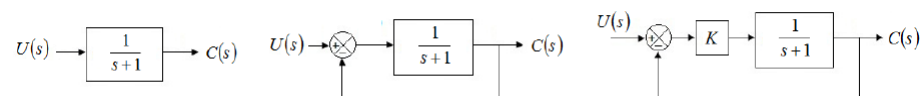


6.2 Comentários sobre o efeito de K na realimentação

A conclusão não poderia ser mais óbvia, o efeito do ganho não mais da realimentação e sim ainda em malha aberta, altera, novamente, a resposta do sistema em relação a o estímulo, no caso, degrau unitário.

7 Sétima questão

Dados os 3 sistemas abaixo,



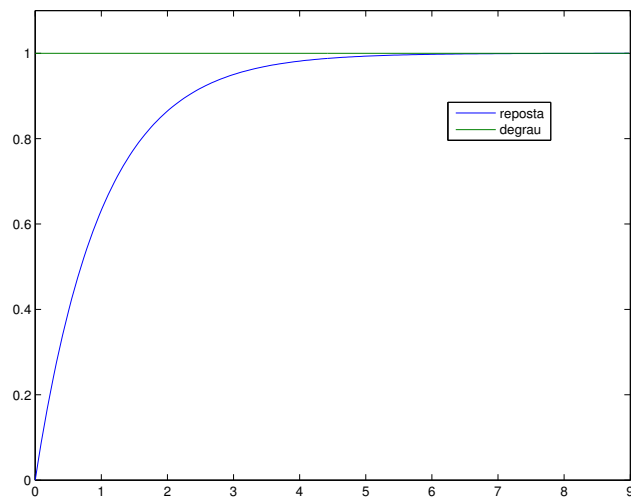
Tenho aqui como principal objetivo, analisar as suas respostas em regime permanente e comparar os seus erros.

7.1 Erro em regime permanente malha aberta

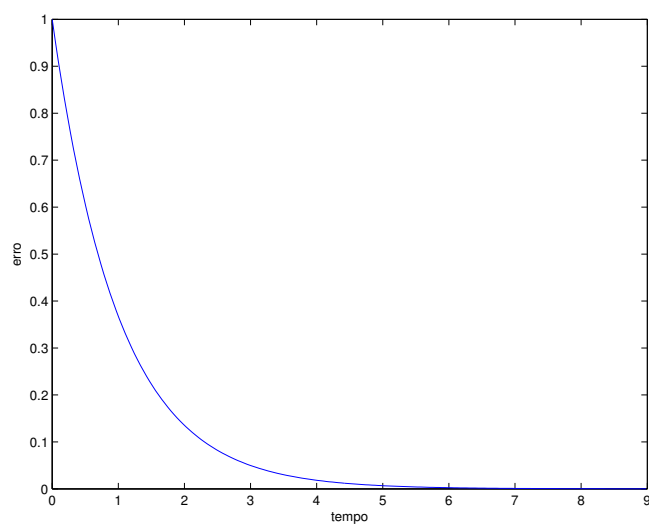
O gráfico para análise do erro em regime permanente para o sistema em malha aberta é apresentado abaixo, como segue, o programa para tal,

```
1 f1 = tf([1], [1 1]);  
2 % item a  
3 [y, t] = step(f1);  
4 plot(t, y, t, ones(length(t), 1))
```

Com o gráfico



Abaixo é possível ver o gráfico do erro, ou seja, entrada menos a saída,



Nota-se que com o tempo maior que 6 segundos o erro é próximo de zero, e no infinito ele é zero.

7.2 Erro em regime permanente em malha fechada

Para o sistema de malha fechada temos o gráfico da resposta para uma entrada degrau unitária,

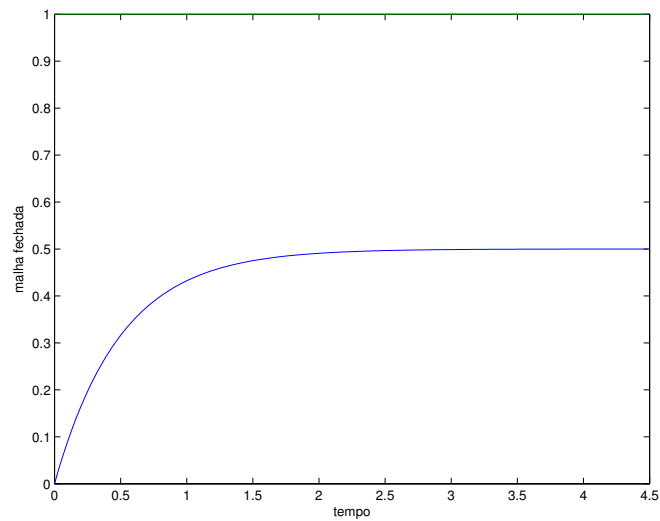
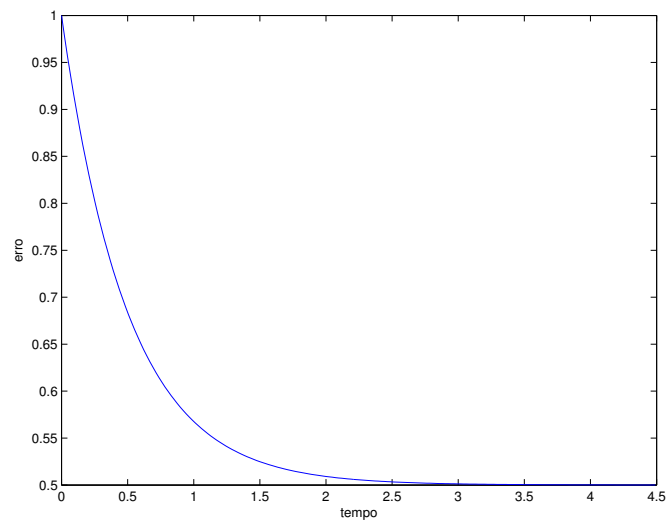


Gráfico do erro,

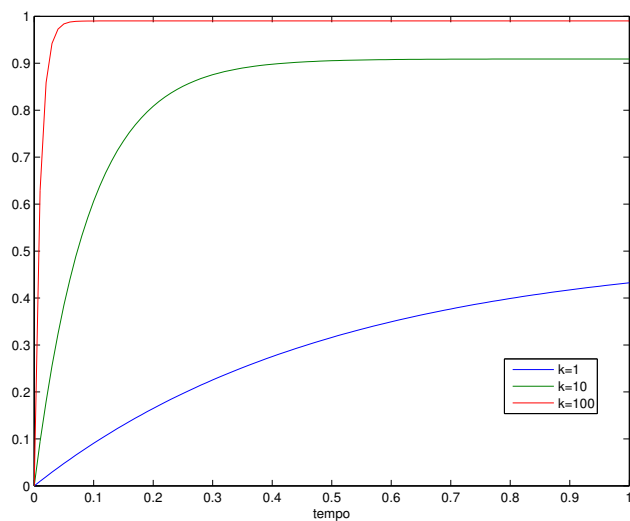


7.3 Comparação dos erros

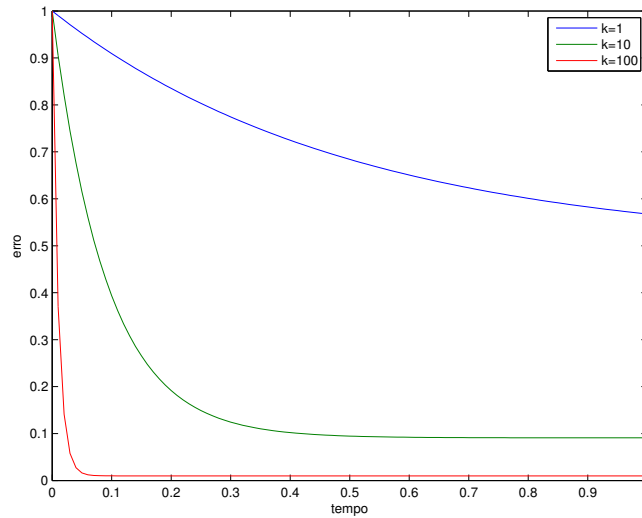
Comparando os dois gráficos para o erro para malha aberta e o de malha fechada, é possível notar que o erro para malha aberta tende a zero para o infinito, para o malha fechada, o erro fica parado em 0.5 em regime permanente.

7.4 Efeito do ganho em malha fechada

Para essa análise se faz necessário uma plotagem paramétrica do problema, com isso o gráfico da resposta ao impulso fica,



Nota-se com isso que é possível modificar o erro de tal forma que, o erro, é anulado em regime permanente. Abaixo fica o gráfico para o erro,



8 Conclusões finais

Erros são inerentes em que qualquer sistema de controle. O entendimento de funcionamento e o domínio da matemática que envolve a modelagem de tais sistemas, fornece um suporte para conclusões que, o ganho influencia no tempo de resposta de sistema e também é capaz de modificar o estabilidade de um sistema, tornando, possivelmente, do estado instável para o estado estável. A realimentação negativa também introduz uma modificação na estabilidade e tempo de resposta, só que os seus efeitos são mais fortes, já que há uma tendência de atenuação do ganho e aumentar o erro referente a entrada e saída.