

# Relatório, Laboratório 5.

## Servo 1

Felipe Bandeira da Silva

Utilizar o Matlab para analisar a resposta transitória de sistemas de 2ª ordem e estudar o efeito do controle proporcional sobre a resposta transitória.

## Lista de Figuras

1	Variações de $\omega_w$ . . . . .	4
2	Variações de $\zeta$ . . . . .	5
3	Gráfico 3D . . . . .	6
4	Resposta para o impulso de $\frac{1}{s^2+s+1}$ . . . . .	7
5	Variações de $K$ . . . . .	9

# 1 Efeitos do coeficiente de amortecimento $\zeta$ e a frequência natural não amortecida $\omega_n$

Neste problema é necessário analisar a resposta ao degrau para o sistema padrão de segunda ordem para as diversas variações de  $\zeta$  e  $\omega$ .

## 1.1 Variação de $\omega_n$

Para este item  $\zeta$  é fixo e de valor 0.4. Mas  $\omega_n$  assume os seguintes valores: 0, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 e 1.4.

A equação padrão para a análise é,

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Utilizando o seguinte código para facilitar a análise,

```
1 zeta = 0.4;
2 wn = [10 5 1];
3 t = 0:0.01:10;
4 cor = ['b', 'g', 'r']
5 for c = 1:length(wn)
6     gs = tf([wn(c)^2], [1 2*zeta*wn(c) wn(c)^2]);
7     [y(c,:)] = step(gs, t);
8     hold on;
9     plot(t, y(c,:), cor(c));
10    grid on;
11 end
12 xlabel('tempo segundos');
```

A figura 1, mostra a resposta para as diversas variações de  $\omega_n$

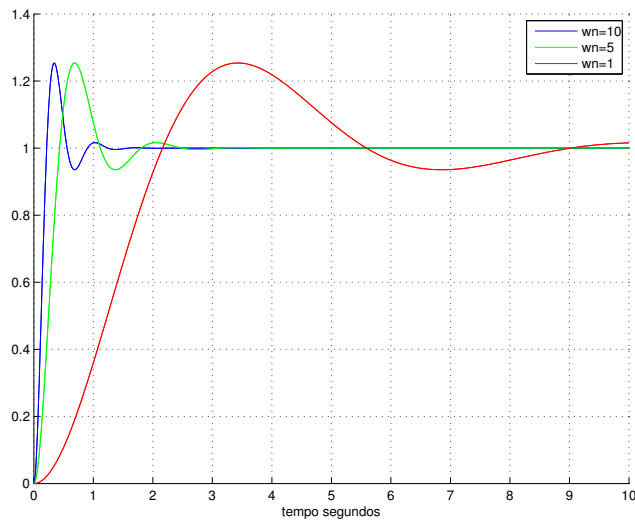


Figura 1: Variações de  $\omega_w$

## 1.2 Variação de $\zeta$

Neste problema  $\omega_n$  é fixo com valor de 5 e  $\zeta$  assume os seguintes valores: 0, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.4.

Para tanto o mesmo código utilizado anteriormente para a análise de  $\omega_n$  pode ser alterado para as variações de  $\zeta$  de tal forma que fica,

```

1  zeta = [0 0.4 0.6 0.8 1 1.4];
2  wn = 5;
3  t = 0:0.001:4;
4  cor = ['b', 'g', 'r', 'c', 'm', 'y'];
5  for c = 1:length(zeta)
6      gs = tf([wn^2], [1 2*zeta(c)*wn wn^2]);
7      [y(c,:)] = step(gs, t);
8      hold on;
9      plot(t, y(c,:), cor(c));
10     grid on;
11 end
12 xlabel('tempo segundos');
```

A resposta para as diversas variações de  $\zeta$  é apresentada na figura 2,

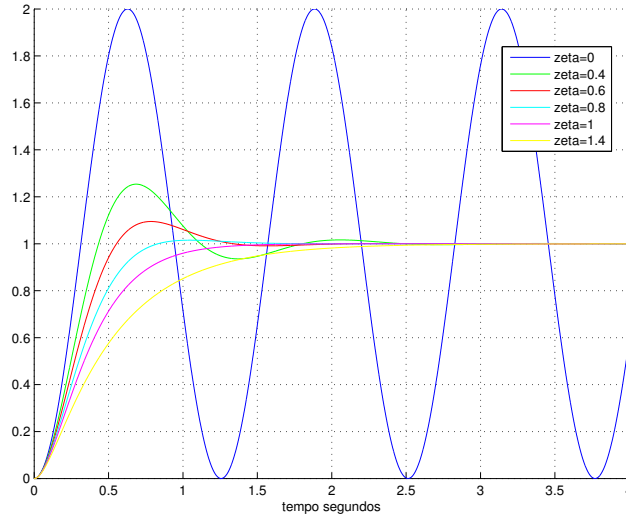


Figura 2: Variações de  $\zeta$

### 1.3 Comentários sobre a variação de $\omega_n$ e $\zeta$

Como já foi notado os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  influenciam no comportamento de uma função de transferência de segunda ordem.  $\omega_n$  está diretamente ligado a frequência de oscilação do sistema.  $\zeta$  está ligada ao tipo de comportamento do sistema, onde são conhecidas as seguintes situações:

1. Sistema subamortecido, quando  $0 < \zeta < 1$
2. Sistema criticamente amortecido, quando  $\zeta = 1$
3. Sistema superamortecido, quando  $\zeta > 1$
4. Oscilatório, quando  $\zeta = 0$

O problema proposta apresenta todas as quatro situações. A análise para o sistema de segundo ordem pode então ser feita vendo apenas os parâmetros ou valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$

## 2 Visualização 3D das variações de $\zeta$

O grafico 3 mostra uma visão

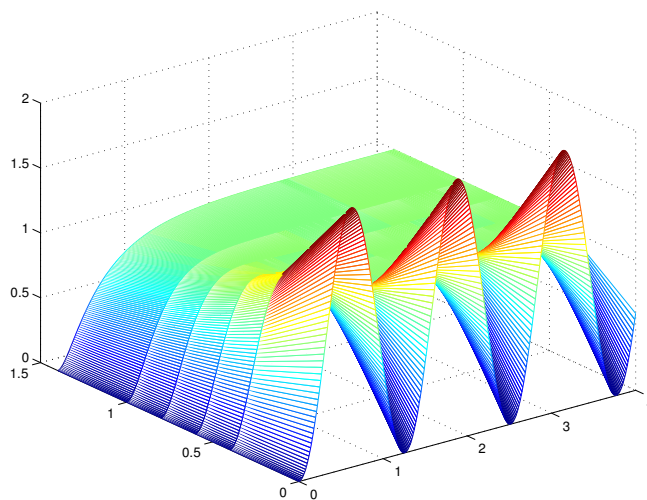


Figura 3: Gráfico 3D

## 3 Resposta ao impulso

O sistema proposto é modelado,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (2)$$

A sua resposta para o (impulso) pode ser encontrada usando as seguintes linhas de códigos,

```
1 gs = tf([1], [1 1 1]);  
2 impulse(gs);
```

A resposta para tal é,

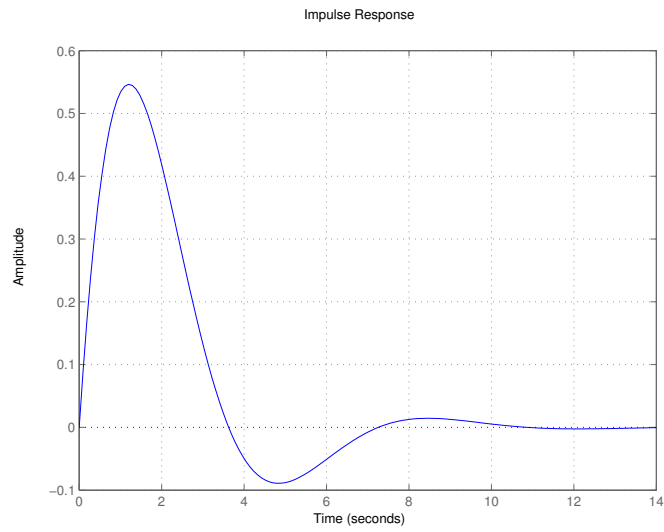


Figura 4: Resposta para o impulso de  $\frac{1}{s^2+s+1}$

## 4 Servo sistema

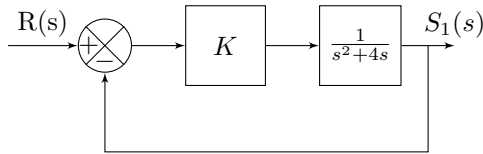
Um servosistema possui a seguinte função de transferência,

$$G_p(s) = \frac{z}{Js^2 + Bs} \quad (3)$$

Onde  $J = 1Nm/\frac{rad}{s^2}$  e  $B = 4Nm/\frac{rad}{s}$ . Substituindo os valores na equação 4,

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 4s} \quad (4)$$

O sistema finalmente é caracterizado pelo seguinte diagrama de blocos,



A função de transferência de malha fechada do sistema fica,

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{KG_p(s)}{1 + G_p(s)} = \frac{K}{s^2 + 4s + 1} \quad (5)$$

#### 4.1 Resposta transitória ao degrau unitario

Para a resposta transitória faço  $K$  varia: 1, 4, 6, 10, 25 e 400. Para tanto posso utilizar a mesmo código da primeira questão com pequenas modificações, ficando,

```

1 K = [1 4 6 10 25 400];
2 t = 0:0.01:40;
3 cor = ['b', 'g', 'r', 'c', 'm', 'k'];
4 for c = 1:length(K)
5     gs = tf([K(c)], [1 4 K(c)]);
6     [y(c,:)] = step(gs, t);
7     hold on;
8     plot(t, y(c,:), cor(c));
9     grid on;
10 end
11 xlabel('tempo segundos');
```

A figura 4 mostra as diversas resposta para as diversas variações de  $K$ , nota-se inicialmente que o erro relativo está diretamente ligado a ganho  $K$ . Com isto é possível concluir que  $K$  está ligado as seguintes situação, o erro estacionário e resposta do sistema são diretamente proporcionais a  $K$ . Agora  $K$  não está ligado ao tipo de resposta do sistema, seja ela subamortecida, superamortecida, criticamente amortecida ou oscilatória. Esse tipo de resposta só pode ser modificado com a alteração dos pólos e suas posições no plano-s. Modificação que deve ser feita na equação característica da função de transferência.



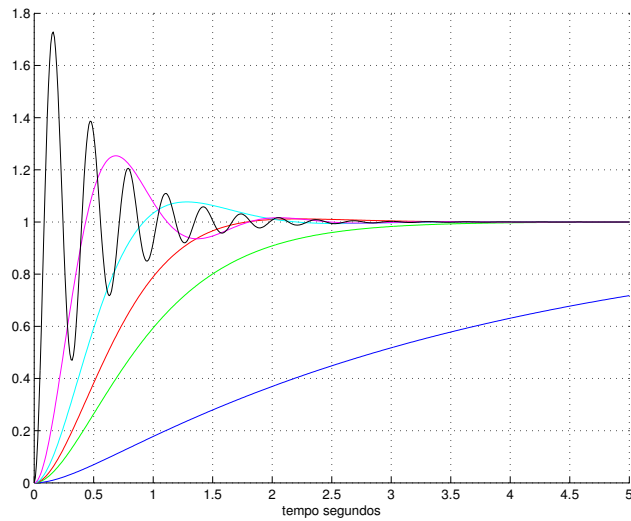


Figura 5: Variações de  $K$

## 5 Considerações finais

Um sistema de segunda ordem difere dos de primeira, pelo fato de possuírem dois polos mais o fator mais considerável é o arranjo que estes polos estão no plano-s. Arranjo este que determina as 4 situações possíveis de resposta para o sistema, situações estas que pode ser ou não bem vindas para os componentes do sistema, sendo que suas alterações dependem de diversos fatores, com isto as correções para os sistemas de segunda ordem são mais complexas e exigem um domínio das ferramentas de análise matemática do problema. O Matlab novamente se mostra um ótimo software para este trabalho matemático, facilitando a visualização no domínio do tempo das diversas respostas e com simples modificações é possível criar gráficos complexos.