Relatório do Laboratório 3

Felipe Bandeira da Silva

5 de setembro de 2013

Questão 1. Faça a expansão em frações parciais das funções abaixo com o auxílio do Matlab e em seguida obtenha a transformada inversa de laplace.

(a)

$$F(s) = \frac{10(s+2)(s+4}{(s+1)(s+3)(s+5)^2}$$

Usando a seguinte sequência de comandos para a obtenção da expansão,

```
a = [1  2];
b = [1  4];
num = 10*conv(a, b);
a = [1  1];
b = [1  3];
c = [1  5];
den = conv(conv(a, b), conv(c, c));
[r, p, k] = residue(num, den);
```

Resultado,

```
r =
    -2.1875
     3.7500
     1.2500
     0.9375

p =
    -5.0000
    -5.0000
    -3.0000
    -1.0000

k =
    []
```

Rearranjando os valores do resíduos, polos e termo de evidenciamento,

$$F(s) = \frac{-2.1875}{s+5} + \frac{3.75}{s+5} + \frac{1.25}{s+3} + \frac{0.9375}{s+1}$$

Aplicando a transformada inversa de laplace,

$$f(t) = -2.1875e^{-5t} + 3.75e^{-5t} + 1.25e^{-3t} + 0.9375e^{-t}$$

(b)

$$F(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)}$$

Usando a mesma ideia usando no item (a) é possível obter,

r = [ ]
p = [ ]
k = [ ]

(c)

$$F(s) = \frac{2s^3+5s^2+3s+6}{s^3+6s^2+11s+6}$$

Usando a mesma ideia usando no item (a) é possível obter,

```
r =
   -6.0000
   -4.0000
    3.0000
p =
   -3.0000
   -2.0000
   -1.0000
k =
    2
```

Rearranjando os termos,

$$F(s) = \frac{-6}{s+3} + \frac{-4}{s+2} + \frac{3}{s+1} + 2$$

Aplicando a transformada inversa de laplace,

$$f(t) = -6e^{-3t} - 4e^{-2t} + 3e^{-t} + 2\delta(t)$$

Questão 2. Com base no sistema definido pela seguinte função de transferência, obtenha:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{3}{s(s+1)}$$

(a) Função temporal $y(t)$ que representa a resposta do sistema quando excitado por um impulso unitário $x(t) = \delta(t)$ e rampa unitário $x(t) = r(t)$

O $\mathcal{L}(\delta(t)) = 1$ com isto é possivel obter a resposta $Y(s)$ ao impulso,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot 1$$

Usando o comando "residue" para a expansão em frações parciais, temos,

$$Y(s) = -\frac{3}{s+1} + \frac{3}{s}$$

Aplicando $\mathcal{L}^{-1}$,

$$\mathcal{L}^{-1}Y(s) = \mathcal{L}^{-1}(-\frac{3}{s+1} + \frac{3}{s}),$$

Resolvendo para t,

$$y(t) = 3 - 3e^{-t}$$

Para o degrau unitário o $\mathcal{L}(u(t)) = \frac{1}{s}$, a resposta a excitação,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{3}{s^3 + s^2}$$

Expandindo em frações parciais,

$$Y(s) = \frac{3}{s+1} - \frac{3}{s} + \frac{3}{s^2}$$

Aplicando $\mathcal{L}^{-1}$,

$$y(t) = 3 - 3t + 3e^{-t}$$

Para a ultima resposta, a $\mathcal{L}$ da rampa unitária é $\mathcal{L}(r(t)) = \frac{1}{s^2}$, logo,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{3}{s^4 + s^3}$$

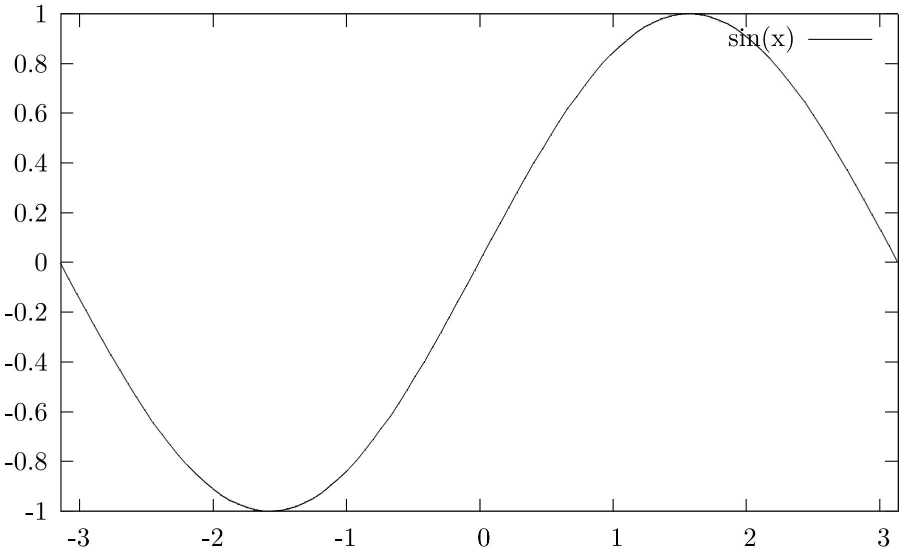
Expandindo em frações parciais,

$$Y(s) = \frac{3}{s^3} - \frac{3}{s^2} + \frac{3}{s} - \frac{3}{s+1}$$

Aplicando $\mathcal{L}^{-1}$,

$$y(t) = \frac{3t^2}{2} - 3t + 3 - 3e^{-t}$$

(b) Apresente um um mesmo gráfico a resposta $y(t)$ obtida no item anterior, considerando um intervalo de tempo de 0seg a 10seg com passo de 0.01seg.



sin(x)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-3
-2
-1
0
1
2
3