

# Relatório, Laboratório 5.

## Servo 1

Felipe Bandeira da Silva

Utilizar o Matlab para analisar a resposta transitória de sistemas de 2ª ordem e estudar o efeito do controle proporcional sobre a resposta transitória.

## Lista de Figuras

1	Variações de $\omega_w$ . . . . .	4
2	Variações de $\zeta$ . . . . .	5
3	Gráfico 3D . . . . .	6
4	Resposta para o impulso de $\frac{1}{s^2+s+1}$ . . . . .	7
5	Variações de $K$ . . . . .	9

# 1 Efeitos do coeficiente de amortecimento $\zeta$ e a frequência natural não amortecida $\omega_n$

Neste problema é necessário analisar a resposta ao degrau para o sistema padrão de segunda ordem para as diversas variações de  $\zeta$  e  $\omega$ .

## 1.1 Variação de $\omega_n$

Para este item  $\zeta$  é fixo e de valor 0.4. Mas  $\omega_n$  assume os seguintes valores: 0, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 e 1.4.

A equação padrão para a análise é,

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Utilizando o seguinte código para facilitar a análise,

```
1 zeta = 0.4;
2 wn = [10 5 1];
3 t = 0:0.01:10;
4 cor = ['b', 'g', 'r']
5 for c = 1:length(wn)
6     gs = tf([wn(c)^2], [1 2*zeta*wn(c) wn(c)^2]);
7     [y(c,:)] = step(gs, t);
8     hold on;
9     plot(t, y(c,:), cor(c));
10    grid on;
11 end
12 xlabel('tempo segundos');
```

A figura 1, mostra a resposta para as diversas variações de  $\omega_n$

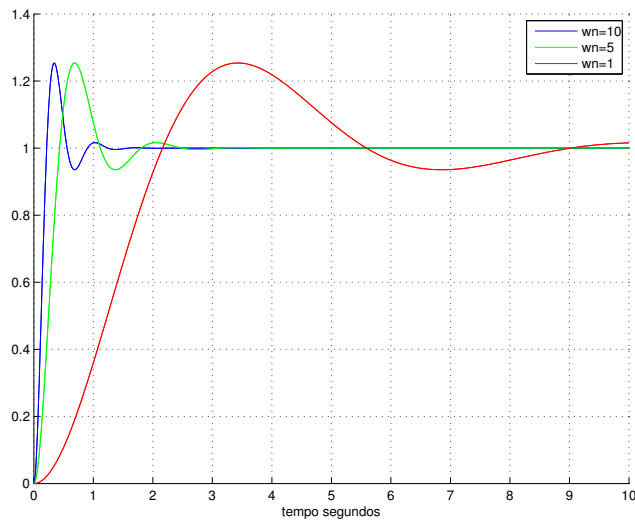


Figura 1: Variações de  $\omega_w$

## 1.2 Variação de $\zeta$

Neste problema  $\omega_n$  é fixo com valor de 5 e  $\zeta$  assume os seguintes valores: 0, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.4.

Para tanto o mesmo código utilizado anteriormente para a análise de  $\omega_n$  pode ser alterado para as variações de  $\zeta$  de tal forma que fica,

```

1  zeta = [0 0.4 0.6 0.8 1 1.4];
2  wn = 5;
3  t = 0:0.001:4;
4  cor = ['b', 'g', 'r', 'c', 'm', 'y'];
5  for c = 1:length(zeta)
6      gs = tf([wn^2], [1 2*zeta(c)*wn wn^2]);
7      [y(c,:)] = step(gs, t);
8      hold on;
9      plot(t, y(c,:), cor(c));
10     grid on;
11 end
12 xlabel('tempo segundos');
```

A resposta para as diversas variações de  $\zeta$  é apresentada na figura 2,

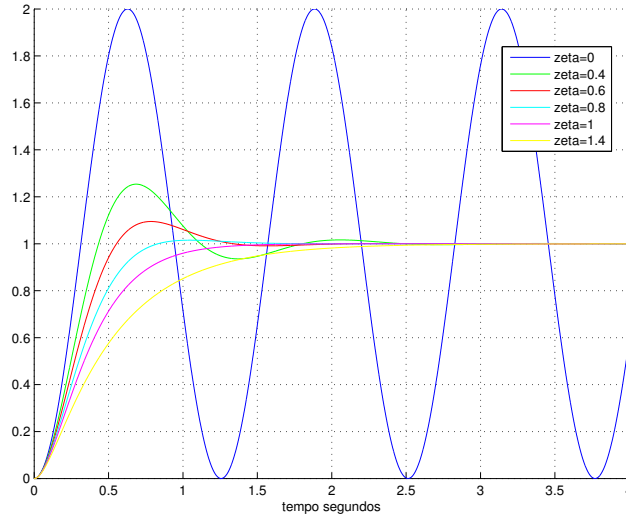


Figura 2: Variações de  $\zeta$

### 1.3 Comentários sobre a variação de $\omega_n$ e $\zeta$

Como já foi notado os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  influenciam no comportamento de uma função de transferência de segunda ordem.  $\omega_n$  está diretamente ligado a frequência de oscilação do sistema.  $\zeta$  está ligada ao tipo de comportamento do sistema, onde são conhecidas as seguintes situações:

1. Sistema subamortecido, quando  $0 < \zeta < 1$
2. Sistema criticamente amortecido, quando  $\zeta = 1$
3. Sistema superamortecido, quando  $\zeta > 1$
4. Oscilatório, quando  $\zeta = 0$

O problema proposta apresenta todas as quatro situações. A análise para o sistema de segundo ordem pode então ser feita vendo apenas os parâmetros ou valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$

## 2 Visualização 3D das variações de $\zeta$

O grafico 3 mostra uma visão

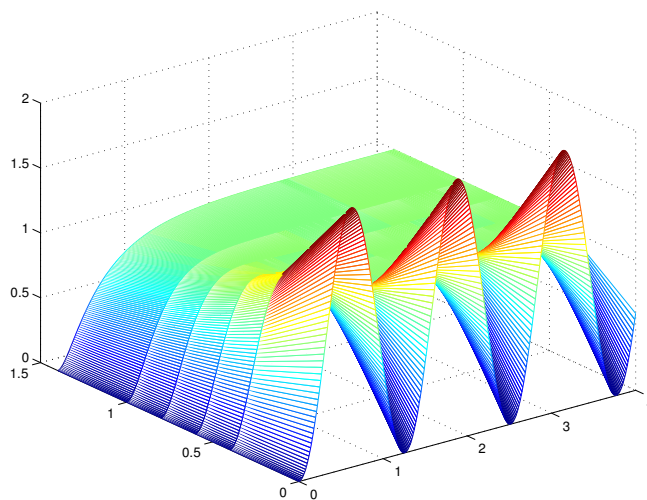


Figura 3: Gráfico 3D

## 3 Resposta ao impulso

O sistema proposto é modelado,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (2)$$

A sua resposta para o (impulso) pode ser encontrada usando as seguintes linhas de códigos,

```
1 gs = tf([1], [1 1 1]);  
2 impulse(gs);
```

A resposta para tal é,

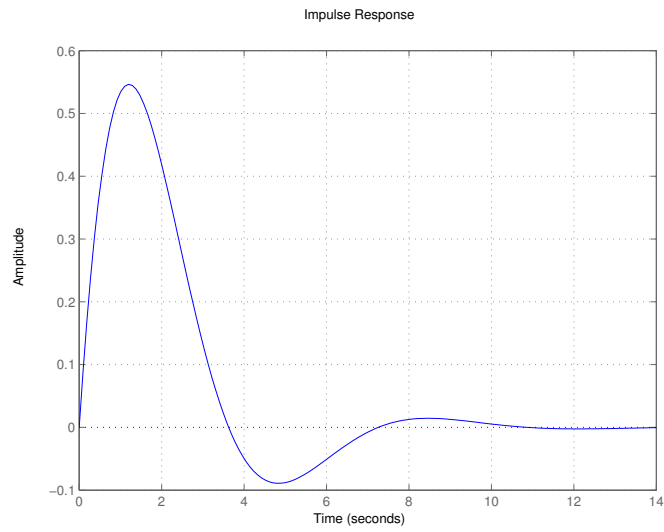


Figura 4: Resposta para o impulso de  $\frac{1}{s^2+s+1}$

## 4 Servo sistema

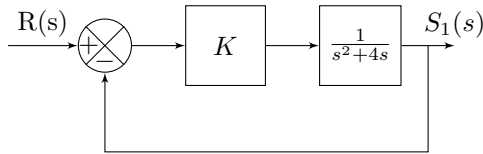
Um servosistema possui a seguinte função de transferência,

$$G_p(s) = \frac{z}{Js^2 + Bs} \quad (3)$$

Onde  $J = 1Nm/\frac{rad}{s^2}$  e  $B = 4Nm/\frac{rad}{s}$ . Substituindo os valores na equação 4,

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 4s} \quad (4)$$

O sistema finalmente é caracterizado pelo seguinte diagrama de blocos,



A função de transferência de malha fechada do sistema fica,

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{KG_p(s)}{1 + G_p(s)} = \frac{K}{s^2 + 4s + 1} \quad (5)$$

#### 4.1 Resposta transitória ao degrau unitario

Para a resposta transitória faço  $K$  varia: 1, 4, 6, 10, 25 e 400. Para tanto posso utilizar a mesmo código da primeira questão com pequenas modificações, ficando,

```

1 K = [1 4 6 10 25 400];
2 t = 0:0.01:40;
3 cor = ['b', 'g', 'r', 'c', 'm', 'k'];
4 for c = 1:length(K)
5     gs = tf([K(c)], [1 4 1]);
6     [y(c,:)] = step(gs, t);
7     hold on;
8     plot(t, y(c,:), cor(c));
9     grid on;
10 end
11 xlabel('tempo segundos');
```

A figura 4 mostra as diversas resposta para as diversas variações de  $K$ , nota-se inicialmente que o erro relativo está diretamente ligado a ganho  $K$ . Com isto é possível concluir que  $K$  está ligado as seguintes situação, o erro estacionário e resposta do sistema são diretamente proporcionais a  $K$ . Agora  $K$  não está ligado ao tipo de resposta do sistema, seja ela subamortecida, superamortecida, criticamente amortecida ou oscilatória. Esse tipo de resposta só pode ser modificado com a alteração dos pólos e suas posições no plano-s. Modificação que deve ser feita na equação característica da função de transferência.



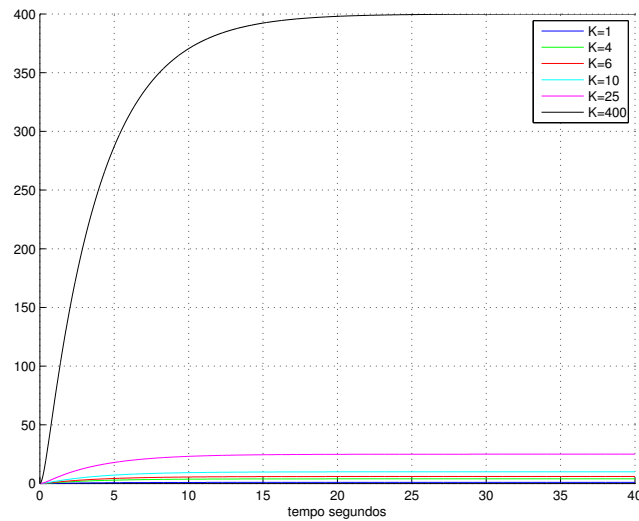


Figura 5: Variações de  $K$

## 5 Considerações finais

Um sistema de segunda ordem difere dos de primeira, pelo fato de possuírem dois polos mais o fator mais considerável é o arranjo que estes polos estão no plano-s. Arranjo este que determina as 4 situações possíveis de resposta para o sistema, situações estas que pode ser ou não bem vindas para os componentes do sistema, sendo que suas alterações dependem de diversos fatores, com isto as correções para o sistemas de segunda ordem são mais complexas e exigem um domínio das ferramentas de análise matemática do problema. O Matlab novamente se mostra um ótimo software para este trabalho matemático, facilitando a visualização no domínio do tempo das diversas respostas e com simples modificações é possível criar gráficos complexos.