

Relatório do Laboratório 3

Felipe Bandeira da Silva

6 de setembro de 2013

Questão 1. Faça a expansão em frações parciais das funções abaixo com o auxílio do Matlab e em seguida obtenha a transformada inversa de laplace.

(a)

$$F(s) = \frac{10(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)^2}$$

Usando a seguinte sequência de comandos para a obtenção da expansão,

```
a = [1 2];  
b = [1 4];  
num = 10*conv(a, b);  
a = [1 1];  
b = [1 3];  
c = [1 5];  
den = conv(conv(a, b), conv(c, c));  
[r, p, k] = residue(num, den);
```

Resultado,

```
r =  
-2.1875  
3.7500  
1.2500  
0.9375
```

```
p =  
-5.0000  
-5.0000  
-3.0000  
-1.0000
```

```
k =  
[]
```

Rearranjando os valores dos resíduos, polos e termo de evidenciamento,

$$F(s) = \frac{-2.1875}{s+5} + \frac{3.75}{s+5} + \frac{1.25}{s+3} + \frac{0.9375}{s+1}$$

Aplicando a transformada inversa de laplace,

$$f(t) = -2.1875e^{-5t} + 3.75e^{-5t} + 1.25e^{-3t} + 0.9375e^{-t}$$

(b)

$$F(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)}$$

Usando a mesma ideia usando no item (a) é possível obter,

$$\begin{aligned} r &= [] \\ p &= [] \\ k &= [] \end{aligned}$$

(c)

$$F(s) = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

Usando a mesma ideia usando no item (a) é possível obter,

$$\begin{aligned} r &= \\ &\quad -6.0000 \\ &\quad -4.0000 \\ &\quad 3.0000 \\ p &= \\ &\quad -3.0000 \\ &\quad -2.0000 \\ &\quad -1.0000 \\ k &= \\ &\quad 2 \end{aligned}$$

Rearranjando os termos,

$$F(s) = \frac{-6}{s+3} + \frac{-4}{s+2} + \frac{3}{s+1} + 2$$

Aplicando a transformada inversa de laplace,

$$f(t) = -6e^{-3t} - 4e^{-2t} + 3e^{-t} + 2\delta(t)$$

Questão 2. Com base no sistema definido pela seguinte função de transferência, obtenha:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{3}{s(s+1)}$$

(a) Função temporal $y(t)$ que representa a resposta do sistema quando excitado por um impulso unitário $x(t) = \delta(t)$ e rampa unitário $x(t) = r(t)$

O $\mathcal{L}(\delta(t)) = 1$ com isto é possível obter a resposta $Y(s)$ ao impulso,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot 1$$

Usando o comando "residue" para a expansão em frações parciais, temos,

$$Y(s) = -\frac{3}{s+1} + \frac{3}{s}$$

Aplicando \mathcal{L}^{-1} ,

$$\mathcal{L}^{-1}Y(s) = \mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{3}{s+1} + \frac{3}{s}\right),$$

Resolvendo para t ,

$$y(t) = 3 - 3e^{-t}$$

Para o degrau unitário o $\mathcal{L}(u(t)) = \frac{1}{s}$, a resposta a excitação,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{3}{s^3 + s^2}$$

Expandindo em frações parciais,

$$Y(s) = \frac{3}{s+1} - \frac{3}{s} + \frac{3}{s^2}$$

Aplicando \mathcal{L}^{-1} ,

$$y(t) = 3 - 3t + 3e^{-t}$$

Para a ultima resposta, a \mathcal{L} da rampa unitária é $\mathcal{L}(r(t)) = \frac{1}{s^2}$, logo,

$$Y(s) = \frac{3}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{3}{s^4 + s^3}$$

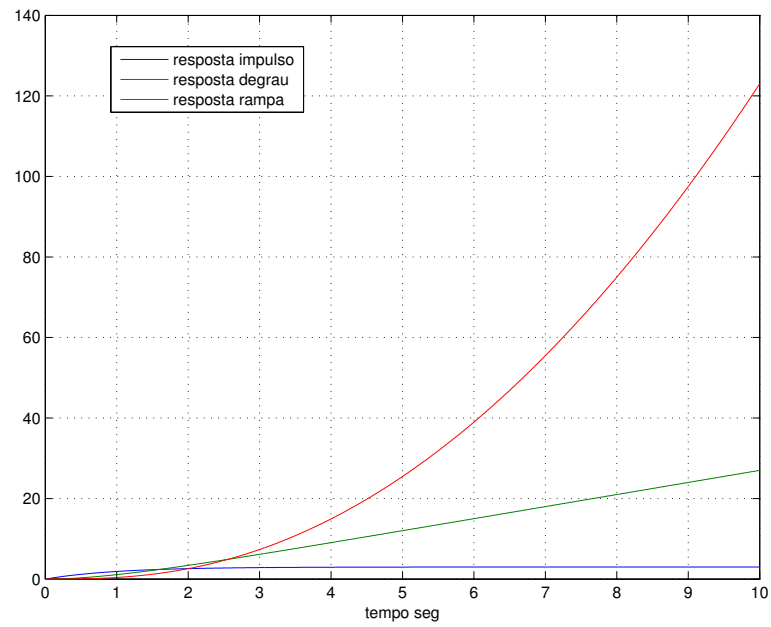
Expandindo em frações parciais,

$$Y(s) = \frac{3}{s^3} - \frac{3}{s^2} + \frac{3}{s} - \frac{3}{s+1}$$

Aplicando \mathcal{L}^{-1} ,

$$y(t) = \frac{3t^2}{2} - 3t + 3 - 3e^{-t}$$

- (b) Apresente um um mesmo gráfico a resposta $y(t)$ obtida no item anterior, considerando um intervalo de tempo de 0seg a 10seg com passo de 0.01seg.



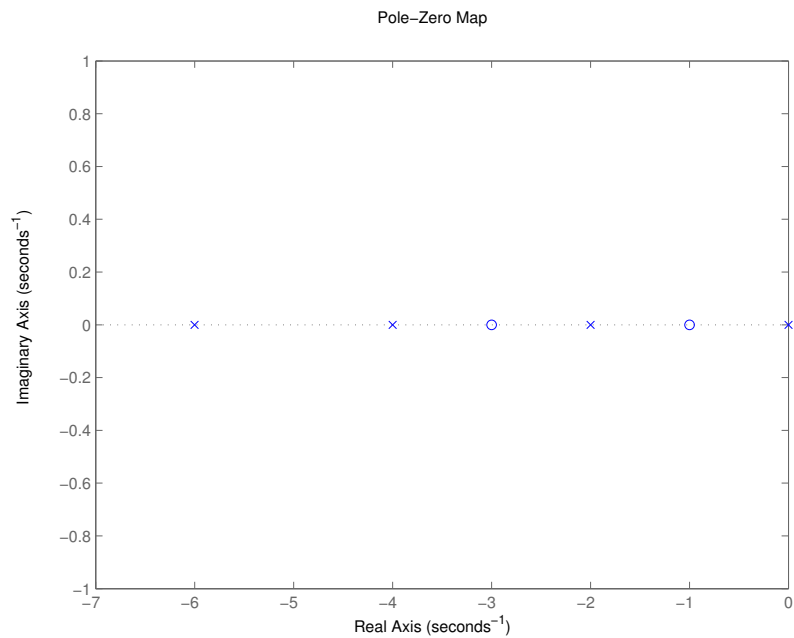
Questão 3. Encontre os zeros, polos e ganho da função de transferência abaixo. Em seguida, represente e identifique os polos e zeros no plano-s.

$$G(s) = \frac{4s^2 + 16s + 12}{s^4 + 12s^3 + 44s^2 + 48s}$$

Para a solução deste problema, criei o seguinte código,

```
num = [4 16 12];  
den = [1 12 44 48 0];  
z = roots(num);  
p = roots(den);  
k = 1;  
fun = zpk(z, p, k);
```

Obtendo os pólos e zeros no plano-s,

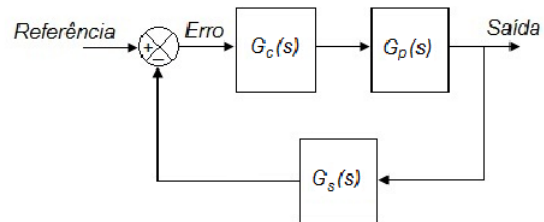


Questão 4. Dados os zeros, pólos e ganho K a seguir, obtenha a função de transferência que representa o respectivo sistema:

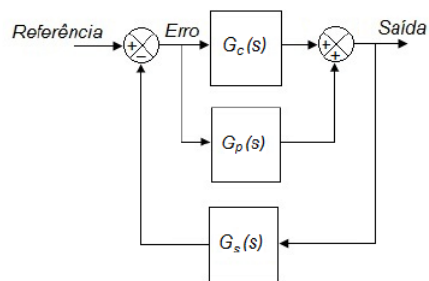
- (a) Não existe zeros, os pólos estão em $-2 \pm 5j$ e o ganho é 10.
- (b) O zero está em 0, os pólos estão em $-1 \pm 2j$ e o ganho é 1.
- (c) Os zeros estão em 0 e -1, os pólos estão em -2, -3 e $-2 \pm 5j$ e o ganho é 4.

Obtenha a função de transferência equivalente dos sistemas abaixo, sendo:

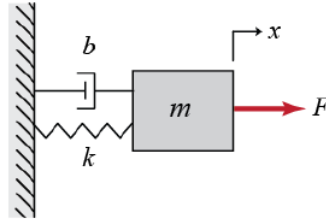
(a) Figura 1



(b) Figura 2



Questão 5. Com base no sistema dinâmico abaixo, obtenha analiticamente as matrizes de estado (**A**, **B**, **C**, **D**) considerando o posição $x(t)$ e a velocidade $\frac{dx(t)}{dt}$ com variáveis de estado, $F(t)$ como entrada e $x(t)$ como saída. Em seguida utilize o Matla para encontrar a função de transferência correspondente. Considere $m = 1.0kg$, $b = 0.2Ns/m$, $k = 3.0N/m$



Questão 6. Com o auxílio do Matlab, obtenha as matrizes de estado (A, B, C, D) do sistema mostrado a seguir:

