ATIVIDADE (TEORIA DOS NÚMEROS)

1. Sugere-se que todos os participantes da equipe tenham as resoluções devidamente registradas em material próprio.
2. As soluções devem ser digitadas.

Questão 1. Calcule o mdc e o mmc de X = {140, 280, 210, 350}.

Questão 2. Calcule, utilizando o Algoritmo de Euclides, os seguintes MDCs:

a. 180 e 50.
b. 2268 e 540.
c. 145350 e 1980.

Questão 3. Considere que cinco amigos estão percorrendo repetidamente um determinado percurso de 2km. Os tempos para percorrê-lo são, respectivamente, 3, 5, 6, 9 e 10 minutos. A atividade termina quando os cinco se encontrarem no ponto de partida pela primeira vez. Neste sentido, calcule o tempo total da atividade e quantos kms cada um terá percorrido ao encerrá-la.

Questão 4. Transcreva os seguintes números decimais em binário.

a. 125.
b. 164.
c. 270
d. 1354

Questão 5. Verifique se os seguintes números são divisíveis por 6, 7, 8, 9 ou 11, utilizando os critérios de divisibilidade (construa e utilize algoritmos computacionais, se considerar mais adequado):

a. 33.264.
b. 213.444.
c. 627.264.
d. 1.106.493.696

Questão 6. Pesquise e apresente a demonstração que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $5 + 10 + 15 + \cdots + 5n = \frac{5n(n+1)}{2}$

Questão 7. Pesquise e apresente a demonstração que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $4 + 10 + 16 + \cdots + (6n - 2) = n(3n + 1)$

Questão 8. Pesquise e apresente a demonstração que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $1\,.\,3 + 2\,.\,4 + 3\,.\,5 + \cdots + n(n + 2) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$

Questão 9. Pesquise e apresente a demonstração que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + (3n - 2) = \frac{n(3n-1)}{2}$

Questão 10. Pesquise e apresente a demonstração que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $1\,.\,2\,.\,3 + 2\,.\,3\,.\,4 + 3\,.\,4\,.\,5 + \cdots + n(n + 1)(n + 2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

Questão 11. Demonstre que para todo e qualquer n $\in$ N, tem-se que $0^4 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + ... + n^4 = \frac{n.(n+1).(2n+1).(3n^2+3n-1)}{30}$.

Questão 12. Utilizando o Crivo de Eratóstenes, liste os números primos entre 1 e 150.

Questão 13. Liste o 6º, 7º e o 11º pares de números primos gêmeos considerando que 3 e 5 é o primeiro par.

Questão 14. Calcule o 3º, o 4º, o 5º e o 6º números da sequência de Fermat. Prove que nem todos estes números são primos.

Questão 15. Verifique se são primos entre si os seguintes conjuntos de números:

a. 31; 68; 183;
b. 4591; 2139;
c. 77; 53; 31; 2;
d. 1258; 987; 1247; 123.

Questão 16. Calcule o 12º, o 20º e 25º elementos da sequência de Fibonacci.

Questão 17. Calcule os primeiros 10 conjuntos de números primos triplos (se existirem).

Questão 18. Pesquise e explique o que é operação tetração (*tetration*). Apresente 3 exemplos.

Questão 19. Calcule:

a. H(12)
b. 10!
c. !6
d. !10
e. 3$ (superfatorial Pickover)
f. 7$ (fatorial exponencial)
g. 10#
h. sf(6)
i. 47#
j. 5!!
k. 8!!
l. (5!)!
m. sf(8)
n. H(6)

Questão 20. Liste os dez primeiros pares de números primos primos.

Questão 21. Calcule os números de Mersenne M_3, M_7, M_{11} e M_{19}. Indique e prove quais deles são, realmente, números primos.

Questão 22. Divida 100 em duas parcelas tais que uma seja divisível por 7 e a outra por 11. (Euler, 1710 *in* Burton, 2016)