

### ATIVIDADE (TEORIA DOS NÚMEROS)

1. Sugere-se que todos os participantes da equipe tenham as resoluções devidamente registradas em material próprio.
2. As soluções devem ser digitadas.

**Questão 1.** Demonstre que para todo e qualquer  $n \in \mathbb{N}$ , tem-se que  $0^4 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$ .

**Questão 2.** Calcule, utilizando o Algoritmo de Euclides, os seguintes MDCs:

- a. 180 e 50.
- b. 2268 e 540.
- c. 145350 e 1980.

**Questão 3.** Considere que três amigos estão percorrendo repetidamente um determinado percurso de 1,5km. Os tempos para percorrê-lo são, respectivamente, 10, 12 e 15 minutos. A atividade termina quando os três se encontrarem no ponto de partida pela primeira vez. Neste sentido, calcule o tempo total da atividade e quantos kms cada um terá percorrido ao encerrá-la.

**Questão 4.** Transcreva os seguintes números decimais em binário, octal e hexadecimal.

- a. 15.
- b. 64.
- c. 170
- d. 2354

**Questão 5.** Verifique se os seguintes números são divisíveis por 6, 7, 8, 9 ou 11, utilizando os critérios de divisibilidade (construa e utilize algoritmos computacionais, se considerar mais adequado):

- a. 13.574.
- b. 900.851.
- c. 155.848.
- d. 30.735.936

**Questão 6.** Liste os dez primeiros pares de números primos primos.

**Questão 7.** Calcule os números de Mersenne  $M_3$ ,  $M_7$ ,  $M_{11}$  e  $M_{19}$ . Indique e prove quais deles são, realmente, números primos.

**Questão 8.** Divida 100 em duas parcelas tais que uma seja divisível por 7 e a outra por 11. (Euler, 1710 in Burton, 2016)

**Questão 9.** Determine todas as soluções inteiras das seguintes equações diofantinas:

- a.  $56x + 72y = 40$
- b.  $24x + 138y = 18$
- c.  $221x + 35y = 11$

**Questão 10.** Determine se as seguintes equações diofantinas possuem soluções. Em havendo, resolva-as:

- a.  $6x + 51y = 22$
- b.  $18x + 5y = 48$
- c.  $33x + 14y = 115$
- d.  $123x + 360y = 99$
- e.  $14x + 35y = 93$
- f.  $158x + 57y = 7$

**Questão 11.** Calcule os primeiros 10 números da sequência de Sophie German e verifique quantos deles são, realmente, números primos.

**Questão 12.** Verifique se são primos entre si os seguintes conjuntos de números.

- a. 2; 5; 997;
- b. 20; 21; 41;
- c. 8191; 4367;
- d. 1191; 23.