

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS – UNIMONTES**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCET**

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO – DCC**

**EXERCÍCIO III: RELAÇÕES E FUNÇÕES**

**RAMON LOPES DE QUEIROZ**

**MONTES CLAROS – MG**

**NOVEMBRO / 2025**

**RAMON LOPES DE QUEIROZ**

## **EXERCÍCIO III: RELAÇÕES E FUNÇÕES**

Atividade avaliativa apresentada para atendimento de requisito parcial para aprovação na disciplina Matemática Computacional do Curso de Graduação em Bacharelado em Sistemas de Informação – 1º período

Professor: Dr. Reginaldo Morais de Macedo

**MONTES CLAROS – MG**

**NOVEMBRO / 2025**

### **Atividade III:**

#### **1. Definição de Equação e Condições de Existência:**

**Equação:** É uma sentença matemática que estabelece uma igualdade entre duas expressões, contendo pelo menos uma incógnita (um valor desconhecido, geralmente representado por uma letra). Resolver uma equação significa encontrar o valor (ou valores) da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

**Condições de Existência (C.E.):** São restrições que devem ser aplicadas às incógnitas para garantir que todas as operações na equação sejam matematicamente válidas no conjunto numérico considerado (geralmente os números reais).

---

#### **2. Dados $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$ :**

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}.$$

---

#### **3. Distância entre Pontos A(1,2) e B(4,6):**

- $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
  - $d = \sqrt{(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2}$
  - $d = \sqrt{3^2 + 4^2}$
  - $d = \sqrt{9 + 16}$
  - $d = \sqrt{25}$
  - **$d = 5$**
- 

#### **4. Análise da Função $f(x) = 2x - 5$ :**

**Valor numérico para  $x = 4$ :**

$$f(4) = 2(4) - 5$$

$$f(4) = 8 - 5$$

$$f(4) = 3.$$

**Zero da função (raiz):**

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = 5/2 \text{ (ou } 2.5)$$

---

**5. Paridade da Função  $f(x) = x^2$ :**

**Algebricamente:**

Uma função é **par** se  $f(-x) = f(x)$  para todo  $x$ .

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2$$

Como  $f(-x) = x^2$  e  $f(x) = x^2$ , temos  $f(-x) = f(x)$ .

Portanto, a função é **par**.

**Graficamente:**

O gráfico de  $f(x) = x^2$  é uma parábola com vértice na origem.

Uma função é par se o seu gráfico é simétrico em relação ao eixo y (eixo das ordenadas). O gráfico de  $f(x) = x^2$  possui essa simetria, confirmando que é uma função par.

---

**6. Funções Compostas ( $f \circ g)(x)$  e  $(g \circ f)(x)$ :**

$$f(x) = 3x + 2 \text{ e } g(x) = x^2 - 1.$$

**$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ :**

$$f(g(x)) = f(x^2 - 1)$$

$$f(g(x)) = 3(x^2 - 1) + 2$$

$$f(g(x)) = 3x^2 - 3 + 2$$

$$(f \circ g)(x) = 3x^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)):$$

$$g(f(x)) = g(3x + 2)$$

$$g(f(x)) = (3x + 2)^2 - 1$$

$$g(f(x)) = (9x^2 + 12x + 4) - 1$$

$$(g \circ f)(x) = 9x^2 + 12x + 3$$

**Domínios:**

Domínio de  $(f \circ g)(x)$  é  $\mathbb{R}$ .

Domínio de  $(g \circ f)(x)$  é  $\mathbb{R}$ .

---

## 7. Classificação da Função $f(x) = 1/(x-2)$ :

**Injetora:**

$$1 / (x_1 - 2) = 1 / (x_2 - 2)$$

$$x_2 - 2 = x_1 - 2$$

$$x_2 = x_1$$

A função é **injetora**.

**Sobrejetora:**  $y = 1 / (x - 2) \Rightarrow y(x - 2) = 1 \Rightarrow x - 2 = 1 / y \Rightarrow x = (1 / y) + 2$

A Imagem é  $Im(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ . Como  $Im(f) \neq CD(\mathbb{R})$ , a função **não é sobrejetora**.

**Bijetora:** Não, pois não é sobrejetora.

---

## 8. Classificação da Função $f(x) = 5$ :

**Constante:** Sim, pois seu valor é sempre 5.

**Identidade:** Não (a função identidade é  $f(x) = x$ ).

**Afim:** Sim. A função afim tem a forma  $f(x) = ax + b$ . Neste caso,  $a = 0$  e  $b = 5$ .

**Linear:** Não (a função linear é um caso da afim onde  $b = 0$ ).

**Classificação principal:** Função Constante (que é um tipo de Função Afim).

---

## 9. Raiz e Gráfico da Equação $3x - 7 = 0$ :

**Raiz:**

$$3x - 7 = 0$$

$$3x = 7$$

$$x = 7/3$$

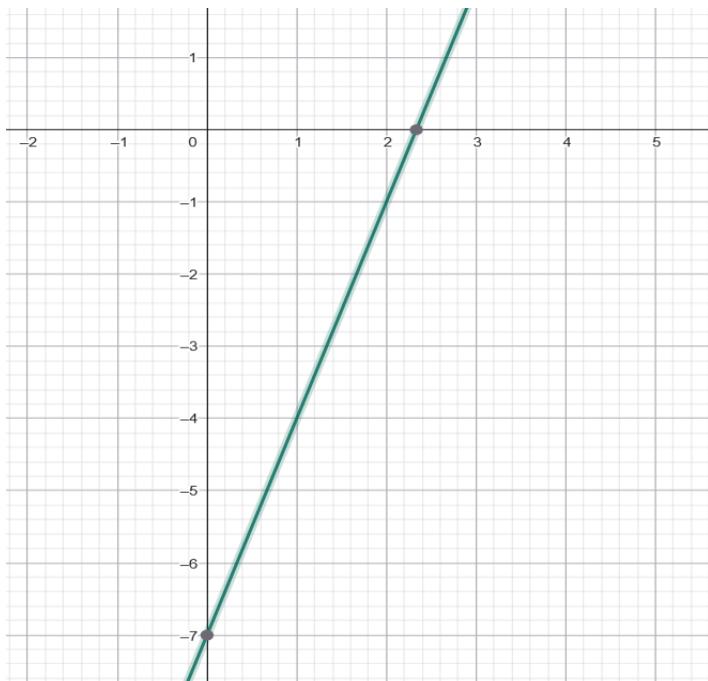
**Gráfico (Descrição):**

O gráfico da função  $f(x) = 3x - 7$  é uma reta.

A raiz  $x = 7/3$  (aprox. 2.33) é o ponto onde a reta cruza o eixo x ( $7/3, 0$ ).

O intercepto y (onde  $x=0$ ) é  $f(0) = -7$ . Ponto  $(0, -7)$ .

É uma reta crescente (pois  $a=3$  é positivo).



---

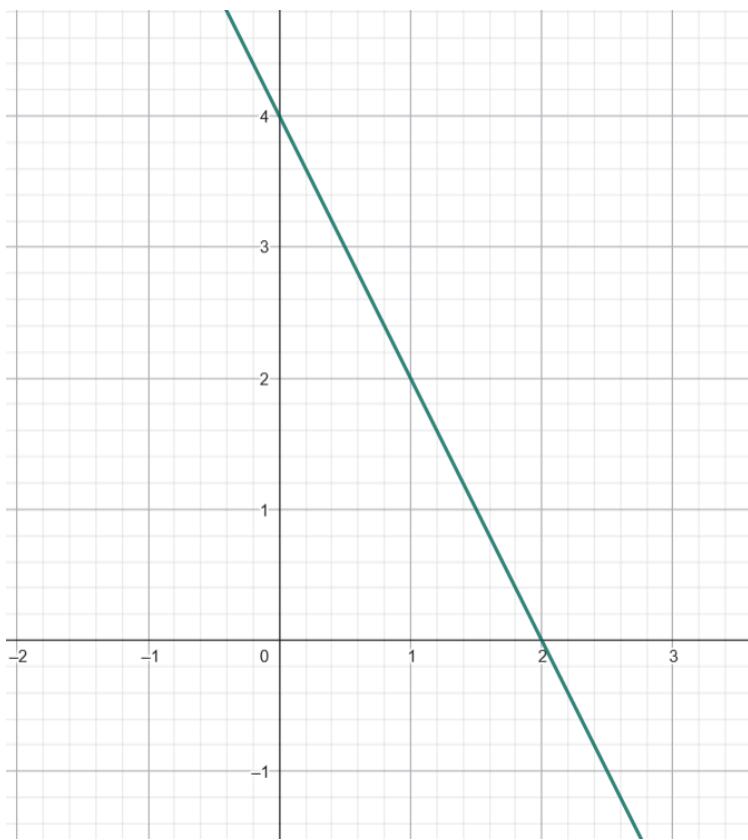
#### 10. Gráfico e Análise de $f(x) = -2x + 4$ :

**Gráfico (Descrição):** É uma reta.

**Intercepto y (onde  $x=0$ ):**  $f(0) = -2(0) + 4 = 4$ . Ponto **(0, 4)**.

**Intercepto x (raiz, onde  $f(x)=0$ ):**  $0 = -2x + 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ . Ponto **(2, 0)**.

O gráfico é uma reta decrescente (pois  $a=-2$  é negativo) que passa pelos pontos  $(0, 4)$  e  $(2, 0)$ .



**Domínio:**  $D(f) = \mathbb{R}$  (todos os números reais).

**Imagem:**  $Im(f) = \mathbb{R}$  (todos os números reais).

---

### 11. Resolução do Sistema Linear:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$(2x + y) + (x - y) = 5 + 1$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Substituímos  $x=2$  na Eq 2:

$$2 - y = 1$$

$$-y = 1 - 2$$

$$-y = -1$$

$$y = 1$$

**Solução:**  $S = \{(2, 1)\}$

---

## 12. Equação da Reta:

Pontos  $(1, 2)$  e  $(4, 8)$ . A equação da reta é  $y = ax + b$ .

**Coeficiente Angular (a):**

$$a = (\Delta y) / (\Delta x) = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

$$a = (8 - 2) / (4 - 1) = 6 / 3$$

$$a = 2$$

**Coeficiente Linear (b):**

Usando o ponto  $(1, 2)$  e  $a=2$ :

$$y = ax + b$$

$$2 = 2(1) + b$$

$$2 = 2 + b$$

$$b = 0$$

**Equação da Reta:**  $y = 2x + 0$ , ou  $y = 2x$ .

---

## 13. Resolução da Inequação $(2x-1)/(x+3) > 0$ :

**Domínio (Condição de Existência):** O denominador não pode ser zero.

$$x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3.$$

### Análise de Sinal (Função Associada):

Numerador (N):  $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1/2$ . (Reta crescente)

Denominador (D):  $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ . (Reta crescente)

### Quadro de Sinais:

Para  $x < -3$ : (N é -), (D é -). Resultado: (N/D é +)

Para  $-3 < x < 1/2$ : (N é -), (D é +). Resultado: (N/D é -)

Para  $x > 1/2$ : (N é +), (D é +). Resultado: (N/D é +)

**Solução:** Queremos os intervalos onde o resultado é  $> 0$  (positivo).

$$S = \{x \text{ em } \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x > 1/2\}$$

---

### 14. Análise do Sistema:

$$\{ x + 2y = 3$$

$$\{ 3x + 6y = 9$$

$$(3x + 6y = 9) / 3 \Rightarrow x + 2y = 3$$

A Eq 2 é um múltiplo da Eq 1. Elas são, na verdade, a mesma equação (representam a mesma reta).

**Classificação:** O sistema possui infinitas soluções. É um **Sistema Possível e Indeterminado (SPI)**.

---

### 15. Definição de Parábola e Equação Reduzida:

**Definição:** Parábola é o conjunto de todos os pontos (lugar geométrico) em um plano que são equidistantes de um ponto fixo (chamado **foco**) e de uma reta fixa (chamada **diretriz**).

**Equação Reduzida:** A equação reduzida de uma parábola com vértice na origem  $(0,0)$  e eixo de simetria sendo o próprio eixo  $y$ .

---

**16. Coeficientes de  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ :**

$$a = 2$$

$$b = -3$$

$$c = 1$$

---

**17. Gráfico e Análise de  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ :**

**Concavidade:**  $a = -1$ . Como  $a < 0$ , a concavidade é **voltada para baixo**.

**Zeros (Raízes):**  $f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4$$

$$x = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / (2a) = (-4 \pm \sqrt{4}) / (2(-1)) = (-4 \pm 2) / -2$$

$$x_1 = (-2) / -2 = 1$$

$$x_2 = (-6) / -2 = 3$$

**Zeros:**  $x=1$  e  $x=3$ .

**Vértice (V):**  $V = (x_v, y_v)$

$$x_v = -b / (2a) = -4 / (2(-1)) = 2$$

$$y_v = f(2) = -(2)^2 + 4(2) - 3 = -4 + 8 - 3 = 1$$

**Vértice:**  $(2, 1)$ .

**Gráfico (Descrição):** Uma parábola com "boca" para baixo, cruzando o eixo x em 1 e 3, com seu ponto mais alto (vértice) em (2, 1).

---

### 18. Elementos da Elipse $x^{2/9} + y^{2/4} = 1$ :

**Centro:** C = (0, 0).

**Semieixos:**

$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$  (semieixo maior, no eixo x)

$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$  (semieixo menor, no eixo y)

**Vértices:**

Vértices principais (eixo maior): A1 = (-3, 0) e A2 = (3, 0).

Vértices secundários (eixo menor): B1 = (0, -2) e B2 = (0, 2).

**Focos:** Relação  $a^2 = b^2 + c^2$  (onde c é a distância focal).

$$9 = 4 + c^2 \Rightarrow c^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

**Focos:** F1 = (- $\sqrt{5}$ , 0) e F2 = ( $\sqrt{5}$ , 0).

---

### 19. Análise de $f(x) = x^2 + 6x + 10$ :

**Domínio:** Sendo uma função polinomial, D(f) = R (todos os números reais).

**Mínimo ou Máximo:** a = 1. Como a > 0, a parábola tem concavidade para cima, possuindo, portanto, um ponto de **mínimo**.

**Imagem:** A imagem é definida pelo y do vértice ( $y_v$ ).

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(1)(10) = 36 - 40 = -4$$

$$y_v = -\Delta / (4a) = -(-4) / 4(1) = 1$$

$$(\text{Ou } x_v = -b/(2a) = -6/2 = -3. \text{ } y_v = f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 10 = 9 - 18 + 10 = 1)$$

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}.$$

---

## 20. Classificação e Elementos de $9x^2 - 4y^2 = 36$ :

**Classificação:** Como os termos  $x^2$  e  $y^2$  têm sinais opostos, é uma **Hipérbole**.

**Equação Reduzida:** Dividindo por 36:

$$(9x^2 / 36) - (4y^2 / 36) = 36 / 36$$

$$x^2 / 4 - y^2 / 9 = 1$$

**Elementos:**

**Centro:**  $(0, 0)$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$  (semieixo real/transverso)

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$  (semieixo imaginário/conjugado)

Vértices (reais):  $V_1 = (-2, 0)$  e  $V_2 = (2, 0)$ .

Focos:  $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$ . Focos em  $F_1 = (-\sqrt{13}, 0)$  e  $F_2 = (\sqrt{13}, 0)$ .

---

## 21. Comparação Gráfica $f(x) = x^2$ e $g(x) = -x^2 + 2x + 3$ :

Característica	$f(x) = x^2$	$g(x) = -x^2 + 2x + 3$
----------------	--------------	------------------------

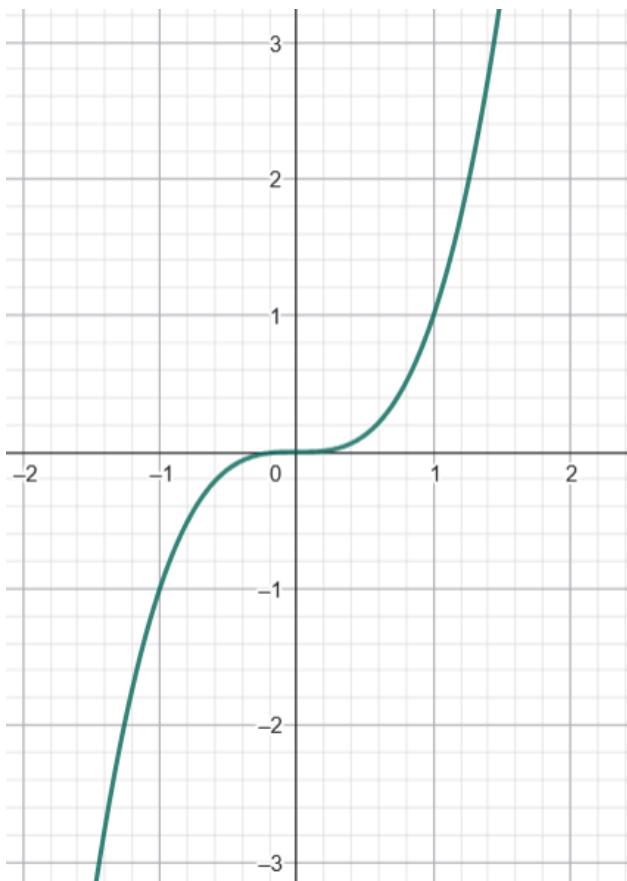
Concavidade	Para <b>cima</b> ( $a=1 > 0$ ).	Para <b>baixo</b> ( $a=-1 < 0$ ).
-------------	---------------------------------	-----------------------------------

<b>Vértice</b>	$V = (0, 0)$	$x_v = -2 / (2(-1)) = 1$ . $y_v = g(1) = 4$ . $V = (1, 4)$ .
<b>Raízes</b>	$x=0$ (raiz dupla)	$x=-1$ e $x=3$ .
<b>Valor</b>	Ponto de <b>Mínimo</b>	Ponto de <b>Máximo</b> ( $y=4$ ).
<b>Extremo</b>	( $y=0$ ).	

---

## 22. Gráfico e Análise de $f(x) = x^3$ :

**Gráfico (Descrição):** É uma curva que passa pela origem  $(0,0)$ , crescendo da esquerda para a direita. Ela vem de  $-\infty$  no terceiro quadrante, "achata" horizontalmente ao passar pela origem e sobe para  $+\infty$  no primeiro quadrante. É simétrica em relação à origem.



**Domínio:**  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Imagem:**  $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$ .

**Ponto de Inflexão:** O ponto onde a curva muda sua concavidade (de côncava para baixo para côncava para cima) é a origem, **(0, 0)**.

---

### 23. Definição de Função Potência:

Uma função potência é uma função da forma  $f(x) = k * x^a$ , onde  $k$  e  $a$  são constantes reais. O expoente  $a$  (a potência) define a forma principal da função.

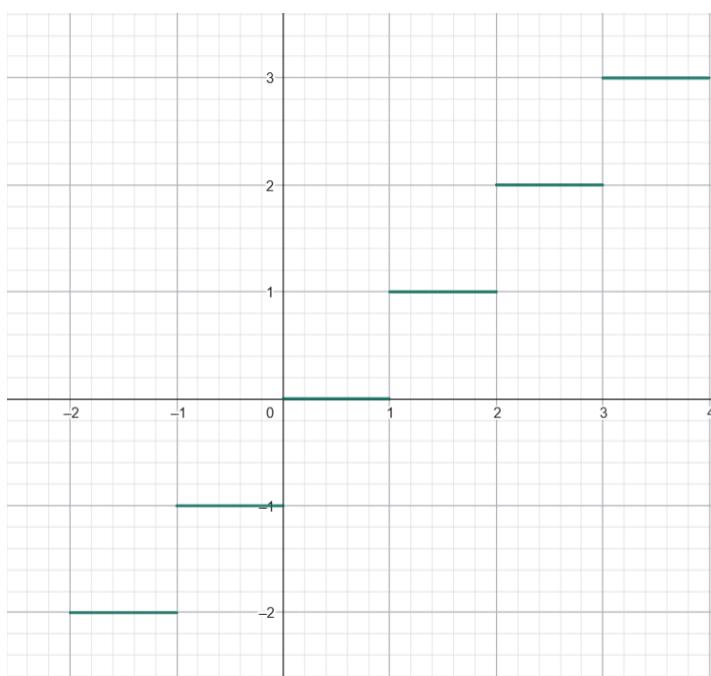
**Exemplo:**  $f(x) = x^2$  (Função quadrática).

**Gráfico (Exemplo):** O gráfico de  $f(x) = x^2$  é uma parábola com vértice na origem e concavidade voltada para cima.

---

### 24. Função Maior Inteiro $[x]$ :

A função maior inteiro  $f(x) = [x]$  (ou piso( $x$ )) retorna o maior número inteiro que é menor ou igual a  $x$ .



## 25. Domínio e Imagem de $f(x) = \sqrt{x-1}$ :

**Domínio:** O radicando (interior da raiz quadrada) deve ser não negativo.

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

**D(f) = [1, +infinito)** (ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ ).

**Imagem:** A função raiz quadrada principal retorna valores não negativos. O valor mínimo ocorre em  $x=1$ ,  $f(1) = \sqrt{1-1} = 0$ .

**Im(f) = [0, +infinito)** (ou  $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$ ).

---

## 26. Análise da Função Racional $f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ :

$$f(x) = ((x - 2)(x + 2)) / (x - 2)$$

**Verticais:** Não há.  $x = 2$  é um furo, não uma assíntota.

**Horizontais/Oblíquas:** Como a função simplifica para a reta  $y = x + 2$  (exceto no furo), o gráfico é essa própria reta.

**Comportamento para  $x \rightarrow \infty$ :**  $f(x)$  se comporta como  $x + 2$ , logo  $f(x) \rightarrow \infty$ .

---

## 27. Comparação de Funções $f(x)=1/x$ , $g(x)=\sqrt{x}$ , $h(x)=x^3$ :

**Crescimento (para  $x > 0$ ):**

$f(x) = 1/x$ : **Decrescente**.

$g(x) = \sqrt{x}$ : **Crescente**.

$h(x) = x^3$ : **Crescente**.

**Comportamento em torno da Origem (para  $x > 0$ , ou  $x \rightarrow 0+$ ):**

$f(x) = 1/x$ : Tende a **+infinito** (possui assíntota vertical no eixo y).

$g(x) = \sqrt{x}$ : Tende a **0** (o gráfico "começa" em  $(0,0)$ ).

$h(x) = x^3$ : Tende a **0** (o gráfico passa pela origem  $(0,0)$ ).

---

## 28. Função Modular e Gráfico de $f(x) = |x - 3|$ :

A função modular  $f(x) = |x|$  retorna o valor absoluto (magnitude) de  $x$ .

**Gráfico de  $f(x) = |x - 3|$ :**

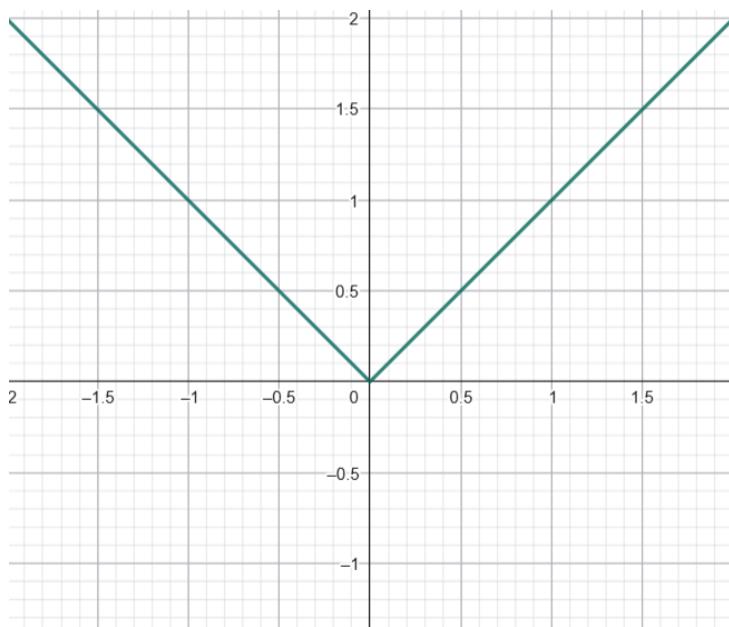
O gráfico tem a forma de um "V".

É o gráfico de  $y = |x|$  transladado 3 unidades para a direita.

O "vértice" do V está em  $x = 3$ , no ponto **(3, 0)**.

Para  $x \geq 3$ , o gráfico é a reta  $y = x - 3$ .

Para  $x < 3$ , o gráfico é a reta  $y = -(x - 3) = -x + 3$ .



---

## 29. Esboço do Gráfico de $f(x) = 2^x$ :

**Descrição do Gráfico:**

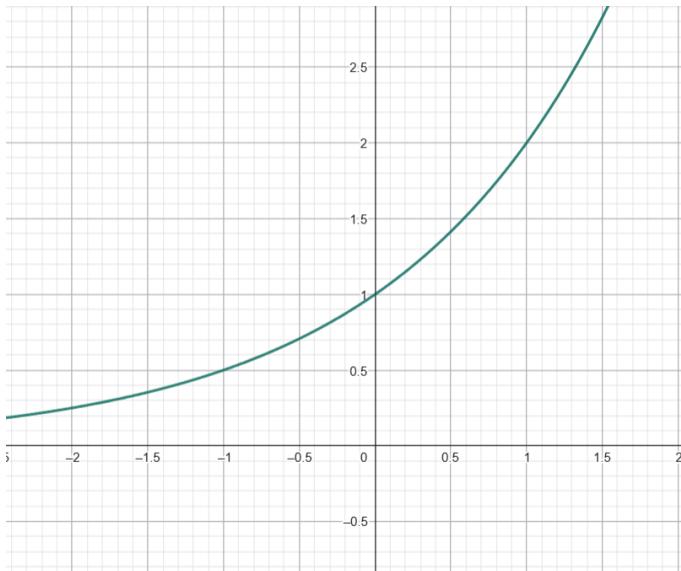
É uma função exponencial **crescente** (pois a base  $2 > 1$ ).

Passa pelo ponto **(0, 1)** (intercepto y), pois  $2^0 = 1$ .

Cresce rapidamente para  $x > 0$  (passa por  $(1, 2)$ ,  $(2, 4)$ ).

Aproxima-se de zero para  $x < 0$  (passa por  $(-1, 1/2)$ ,  $(-2, 1/4)$ ).

Possui uma **assíntota horizontal** em  $y = 0$  (o eixo x) quando  $x \rightarrow -\infty$ .



---

### 30. Resolução da Equação Logarítmica $\log_2(x - 1) = 3$ :

$$2^3 = x - 1$$

$$8 = x - 1$$

$$x = 9$$

O valor  $x = 9$  satisfaz a C.E. ( $9 > 1$ ).

---

### 31. Análise da Função $f(x) = 1/x$ :

**Domínio:** O denominador não pode ser zero.  $D(f) = \{x \text{ em } \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$ .

**Imagem:** A função nunca assume o valor zero.  $Im(f) = \{y \text{ em } \mathbb{R} \mid y \neq 0\}$ .

**Assíntotas:**

**Vertical:**  $x = 0$  (o eixo y).

**Horizontal:**  $y = 0$  (o eixo x).

---

### 32. Comportamento da Função $f(x) = \log_{10}(x)$ :

**Gráfico e Comportamento:**

É a função inversa da exponencial  $10^x$ .

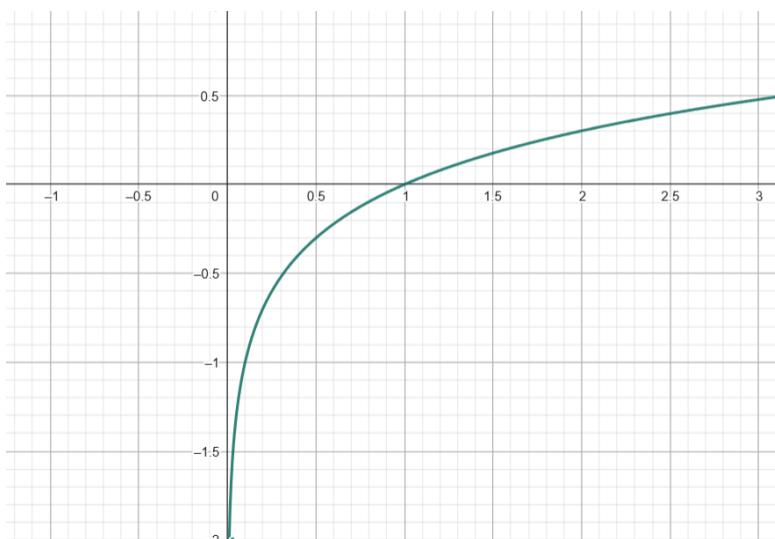
É **estritamente crescente** (pois a base  $10 > 1$ ).

Sempre passa pelo ponto **(1, 0)** (pois  $\log_{10}(1) = 0$ ).

Possui uma **assíntota vertical** em  $x = 0$  (o eixo y). Quando  $x \rightarrow 0+$ ,  $f(x) \rightarrow -\infty$ .

Cresce lentamente (ex:  $f(10) = 1$ ,  $f(100) = 2$ ).

**Propriedades:** (Domínio  $x > 0$ , Imagem  $\mathbb{R}$ ).



---

### 33. Resolução da Inequação $|2x - 5| > 3$ :

A inequação  $|A| > B$  (com  $B > 0$ ) se divide em duas:

$$A > B \text{ OU } A < -B$$

**Caso 1:**

$$2x - 5 > 3$$

$$2x > 8$$

$$x > 4$$

**Caso 2:**

$$2x - 5 < -3$$

$$2x < 2$$

$$x < 1$$

**Solução:**  $S = \{x \text{ em } R \mid x < 1 \text{ ou } x > 4\}$