

# Geometria Analítica e Álgebra Linear

CCET - Unimontes - Montes Claros

Prof. Antônio Wilson Vieira

2026

# Geometria Analítica e Álgebra Linear

**Tópicos:** Sistemas lineares, Álgebra de vetores, Transformação linear.

## **Bibliografia:**

- 1) Álgebra Linear com Aplicações (Howard Anton)
- 2) Geometria analítica: um tratamento vetorial (Paulo Boulos)

## **Metodologia:**

- 1) Aulas teóricas em quadro/giz e em datashow
- 2) Softwares livres Geogebra e Octave
- 3) Atividades individuais e em grupo

## **Avaliação:**

- 1) Listas de exercícios (30 pontos)
- 3) Avaliações escritas (70 pontos)

**Professor:** Antônio Wilson Vieira ([antonio.vieira@unimontes.br](mailto:antonio.vieira@unimontes.br))

# Sistemas de Equações Lineares

Considere o seguinte problema:

$$\begin{array}{c} \text{3 oranges} + \text{1 banana} = 7 \\ \text{1 banana} + \text{3 apples} = 11 \\ \text{3 oranges} + \text{2 apples} = 10 \\ \\ \text{1 orange} + \text{1 apple} + \text{1 banana} = ? \end{array}$$

# Sistemas de Equações Lineares

Chamando de  $x$  o preço da laranja, de  $y$  o preço da banana e de  $z$  o preço da maçã, o problema acima é modelado no seguinte

**Sistema de Equações Lineares:**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4y + 3z = 11 \\ 4x + 2z = 10 \end{cases}$$

Cuja solução única é  $\begin{cases} x = 1,50 \text{ (laranja)} \\ y = 1,25 \text{ (banana)} \\ z = 2,00 \text{ (maçã)} \end{cases}$



# Sistemas de Equações Lineares

**Modele e resolva o problema:** Uma loja vende pacotes de brinquedos variados (dados, bolas, carrinhos) com os preços de cada pacote indicados abaixo. Quanto deve custar, individualmente, um dado, uma bola e um carrinho, para que os preços dos pacotes estejam corretos.

$$[ \text{dice} \quad \text{dice} \quad \text{soccer ball} \quad \text{soccer ball} \quad \text{car} \quad \text{car} ] = \text{R\$ } 40$$

$$[ \text{dice} \quad \text{dice} \quad \text{soccer ball} \quad \text{car} ] = \text{R\$ } 25$$

$$[ \text{dice} \quad \text{dice} \quad \text{dice} \quad \text{dice} \quad \text{car} \quad \text{car} ] = \text{R\$ } 36$$

# Sistemas de Equações Lineares

Em determinadas situações aplicadas, especialmente nas engenharias, um problema costuma ser modelado em um sistema linear com **milhões** de variáveis e equações. Daí a importância de se conhecer meios eficientes para se analisar e resolver os sistemas lineares de tamanho arbitrário.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - 5z + 4w + 3r + 2s + t - 4u + 3v = 2 \\ 3x + 2y + z + 2w + 6r + 4s + 2t + 3u + 2v = 7 \\ x + 2y + 3z + 4w + 3r + 3s + t + 4u + 3v = 11 \\ 5x + 5y + 4z + 5w + 2r + 2s + 3t + 5u + 5v = 8 \\ x + 3y + 2z + 3w + 3r + 5s + t - 3u - 4v = 1 \\ -3x + 6y - 3z + 1w - 4r + 2s + 4t - 4u + 3v = 0 \\ 4x + 2y + 5z - 3w + 8r + 4s + t - 2u + 2v = 3 \\ 2x + 6y + 2z + 4w + 3r + 5s + 2t - 4u + 5v = 2 \\ 8x - 3y - 7z + 2w + 5r + 3s + t + 8u - 3v = 5 \end{array} \right.$$

# Sistemas de Equações Lineares

**Definição:** Uma equação linear, com  $n$  variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  é uma equação que pode ser expressa na forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

,

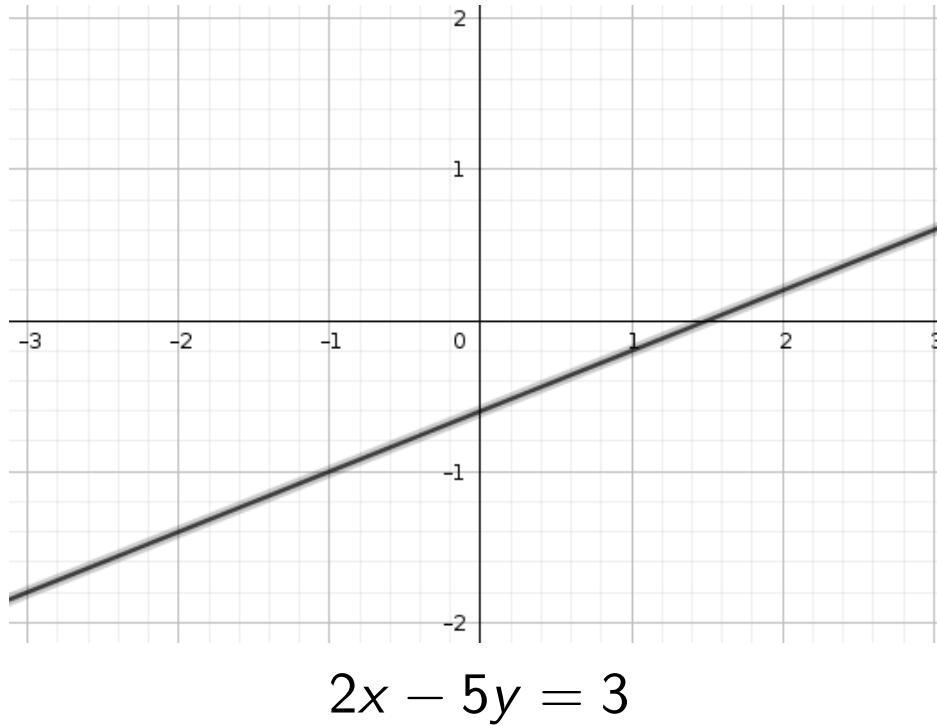
onde  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$  são denominados *coeficientes*, e não são todos nulos, e  $b \in \mathbb{R}$  é denominado *termo independente*.

## Exemplos:

- ▶  $2x - 5y = 3;$
- ▶  $3x + 4y + 5z = 2;$
- ▶  $4x + 2y - 3z + 5w = 1;$
- ▶  $2x - 3y + 4z + w + 3s = 5.$

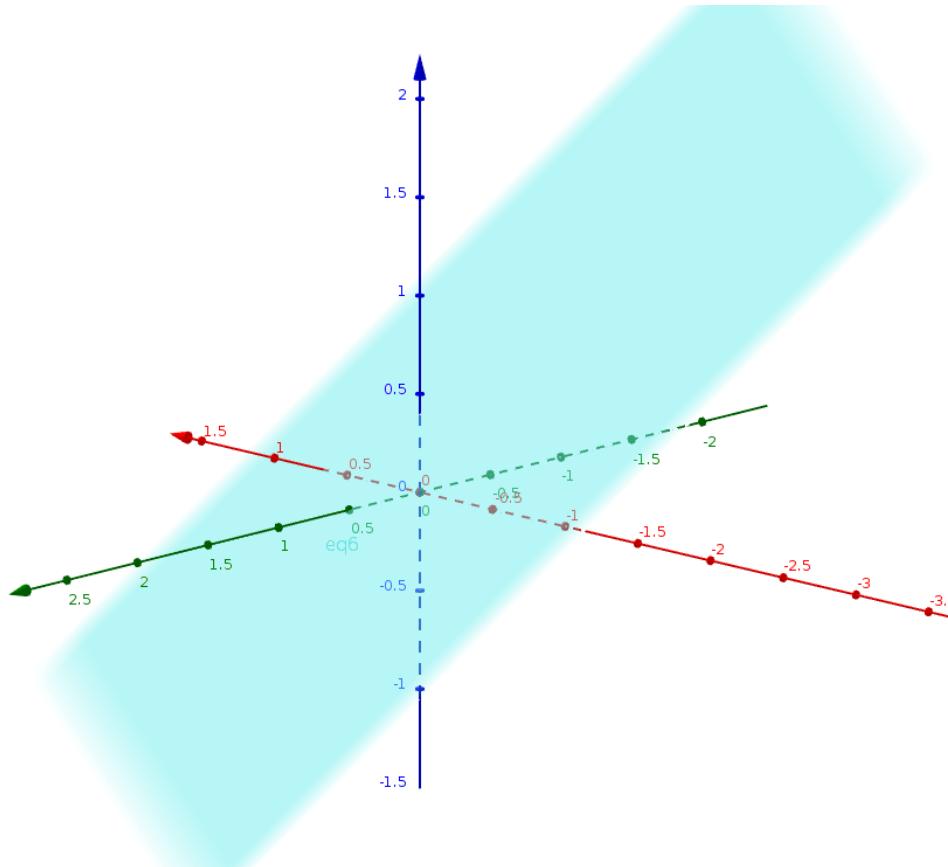
# Sistemas de Equações Lineares

No espaço  $R^2$ , o conjunto de pontos  $(x, y)$  que satisfaz à equação de duas variáveis  $a_1x + a_2y = b$  determina uma reta.



# Sistemas de Equações Lineares

No espaço  $R^3$ , o conjunto de pontos  $(x, y, z)$  que satisfaz à equação de três variáveis  $a_1x + a_2y + a_3z = b$  determina uma plano.



$$3x + 4y + 5z = 2$$

# Sistemas de Equações Lineares

Por definição, nas equações lineares as variáveis aparecem na primeira potência (com expoente 1) e nunca como argumento de funções transcendentas.

**Exemplo:** Não são equações lineares

- ▶  $2x^2 + 3y = 3;$
- ▶  $2xy - 3y + \frac{4y}{z} = 5;$
- ▶  $3\sqrt{x} + 4y^3 + 5z = 2;$
- ▶  $4\sin(x) + 2\ln(y) - 3z + 5w = 1;$

# Sistemas de Equações Lineares

**Definição:** Denomina-se *Sistema de Equações Lineares*, ou, simplesmente, Sistema Linear, um conjunto de Equações Lineares com as mesmas variáveis, denominadas **incógnitas**.

## Exemplos:

- ▶ 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$
- ▶ 
$$\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 2 \\ 4x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$
- ▶ 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 1 \\ 3x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 5y - 3z = 8 \end{cases}$$

# Sistemas de Equações Lineares

Um sistema linear arbitrário, de  $m$  equações e  $n$  incógnitas, pode ser escrito como:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Uma **solução** para um sistema linear de  $n$  incógnitas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  é uma sequência de números  $s_1, s_2, \dots, s_n$  para os quais todas as  $m$  equações são verdadeiras ao tomar

$$x_1 = s_1, \quad x_2 = s_2, \quad \dots, \quad x_n = s_n$$

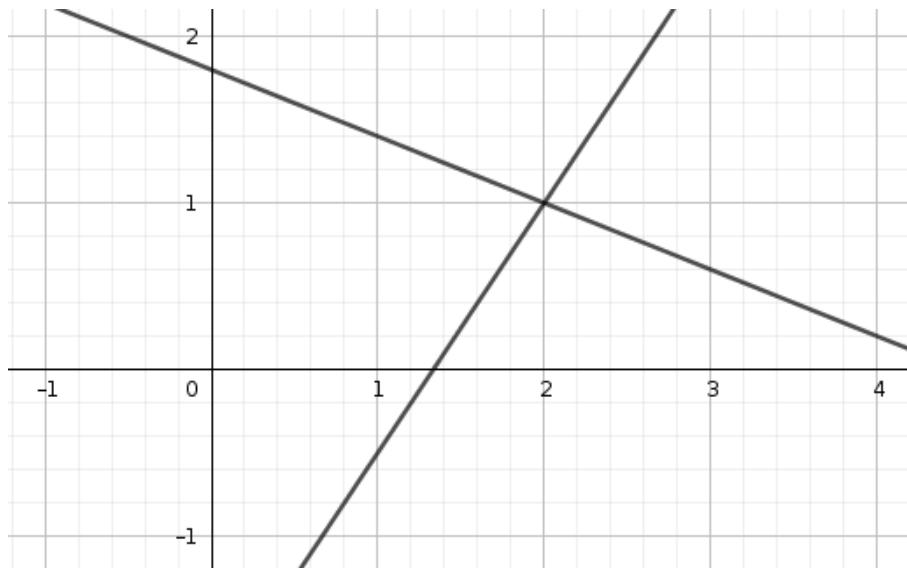
# Sistemas de Equações Lineares

## Exemplos:

- ▶ 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$
 tem solução  $x = 2, y = 1$
- ▶ 
$$\begin{cases} 6x + 4y = 10 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$
 não tem solução
- ▶ 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 16 \\ 3x + 2y - 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 9 \end{cases}$$
 tem solução  $x = 2, y = 1$  e  $z = 3$

# Sistemas de Equações Lineares

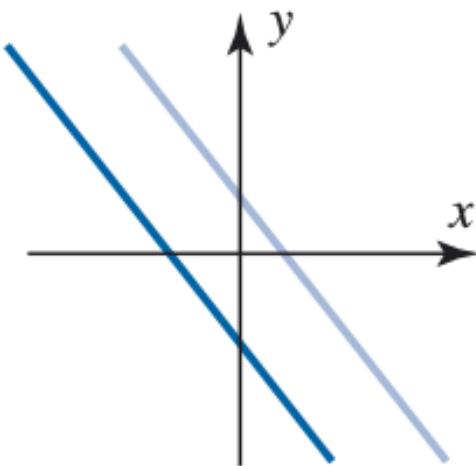
Cada solução de um sistema de duas equações lineares de duas variáveis representa, no espaço  $R^2$ , um ponto pertencente às duas retas definidas pelas equações.



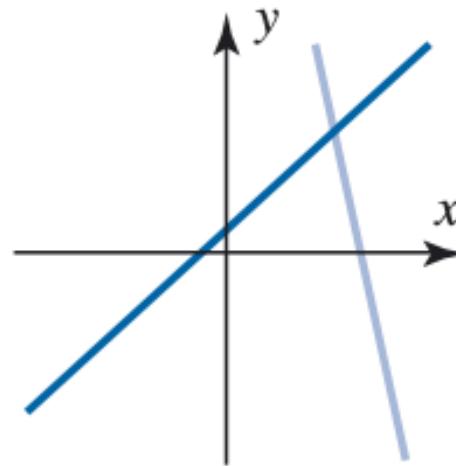
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \quad \text{solução } (2, 1)$$

# Sistemas de Equações Lineares

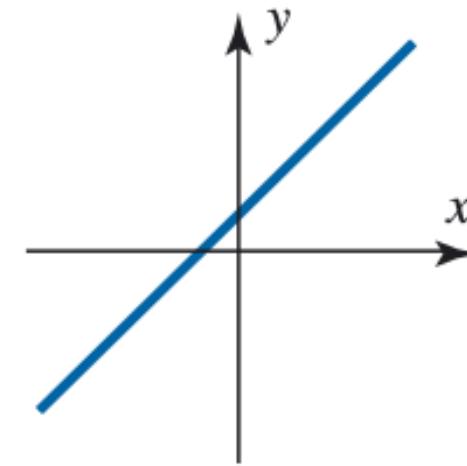
O sistema pode ser **inconsistente** (sem solução) ou **consistente** (com uma ou infinitas soluções).



Nenhuma solução



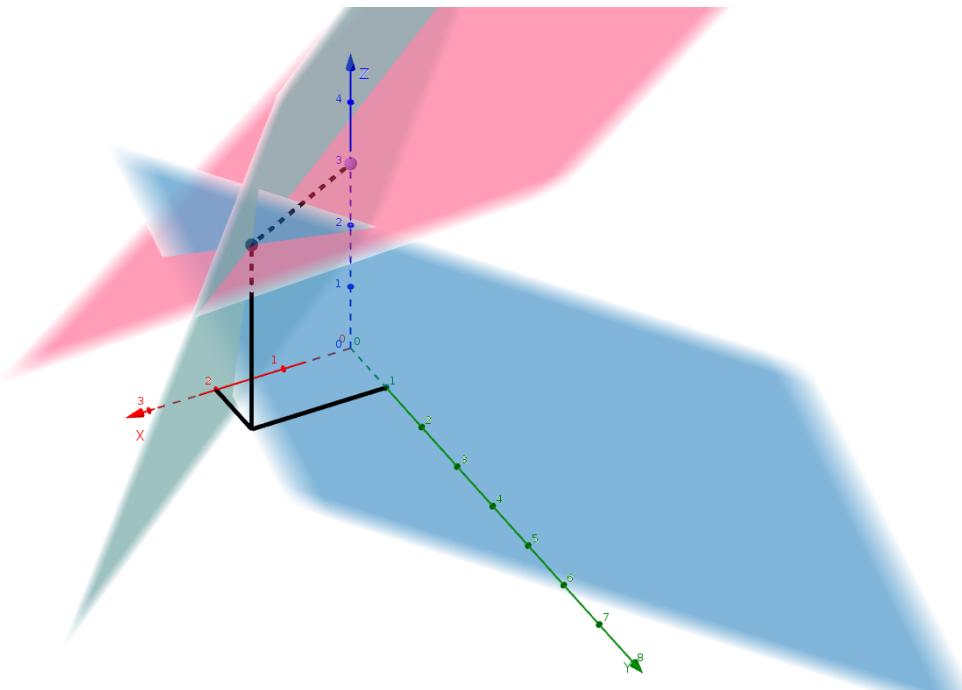
Uma solução



Uma infinidade  
de soluções  
(retas coincidentes)

# Sistemas de Equações Lineares

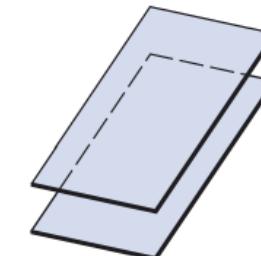
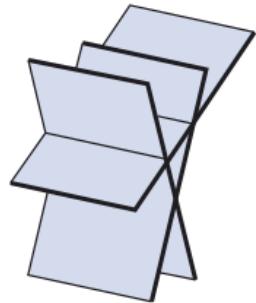
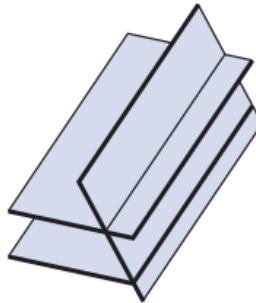
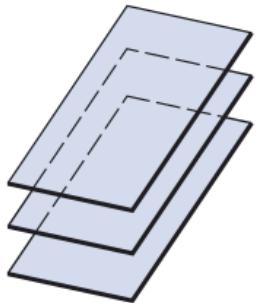
Cada solução de um sistema de três equações lineares de três variáveis representa, no espaço  $R^3$ , um ponto pertencente aos três planos definidos pelas equações.



$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 16 \\ 3x + 2y - 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 9 \end{cases} \quad \text{solução } (2, 1, 3)$$

# Sistemas de Equações Lineares

O sistema pode ser **inconsistente** (sem solução) ou **consistente** (com uma ou infinitas soluções).

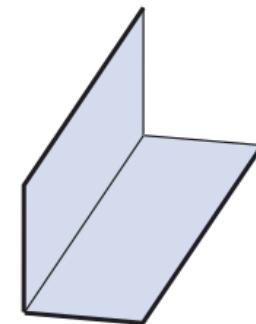
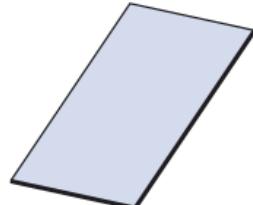
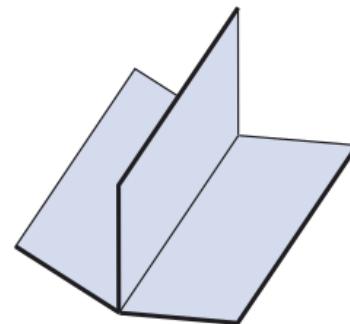
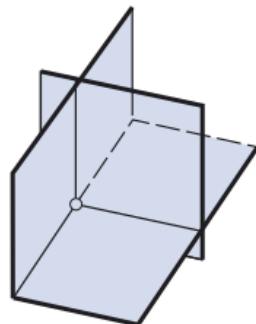


Nenhuma solução  
(três planos paralelos,  
sem interseção comum)

Nenhuma solução  
(dois planos paralelos,  
sem interseção comum)

Nenhuma solução  
(sem interseção comum)

Nenhuma solução  
(dois planos coincidentes,  
paralelos ao terceiro,  
sem interseção comum)



Uma solução  
(a interseção é um ponto)

Uma infinidade de soluções  
(a interseção é uma reta)

Uma infinidade de soluções  
(todos os planos coincidem;  
a interseção é um plano)

Uma infinidade de soluções  
(dois planos coincidentes;  
a interseção é uma reta)

# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **com uma solução:**  $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \quad (\text{Multiplica primeira linha por } -2)$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 3y = 4 \end{cases} \quad (\text{Soma segunda linha com primeira})$$

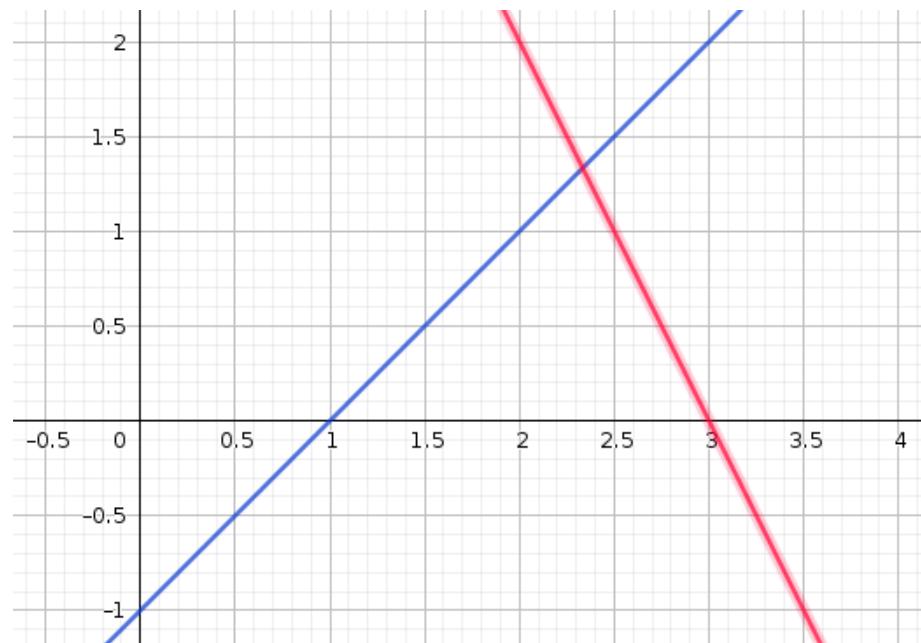
$$\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \quad (\text{Obtém } y \text{ na } 2^{\text{a}} \text{ linha e substitui na } 1^{\text{a}} \text{ para obter } x)$$

# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **com uma solução:**  $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

Nesse caso, as retas correspondentes às equações dadas se intersectam no ponto

$$\left( \frac{7}{3}, \frac{4}{3} \right)$$



# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **sem solução**:  $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 3y = -12 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases} \quad (\text{Multiplica primeira linha por } -3)$$

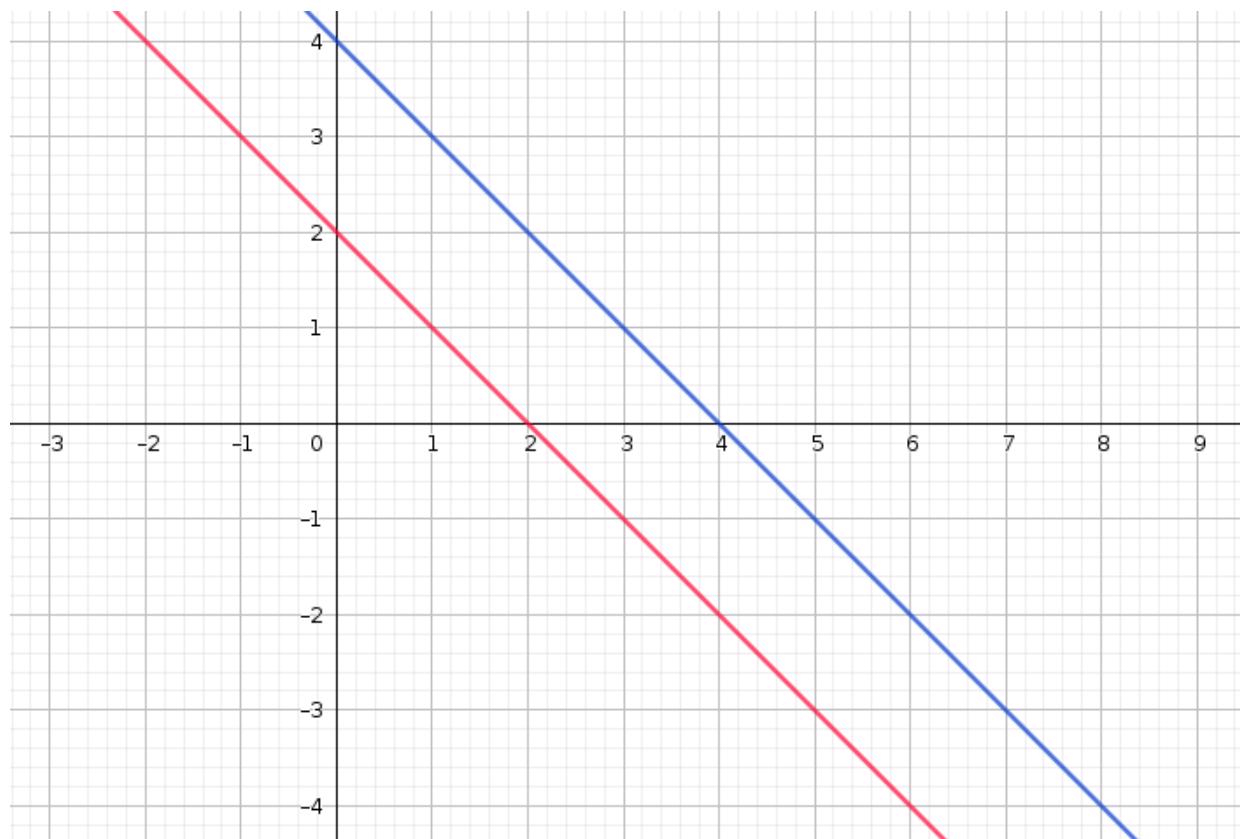
$$\begin{cases} -3x - 3y = -12 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 3y = -12 \\ 0 = -6 \end{cases} \quad (\text{Soma segunda linha com primeira})$$

A segunda linha chega a uma afirmação absurda e, portanto, o sistema não tem solução.

# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **sem solução**:  $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$

Nesse caso, as retas correspondentes às equações dadas são paralelas e distintas e, portanto, não se intersectam (não tem ponto em comum).



# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **com infinitas soluções**:  $\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -16x + 8y = -4 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases} \quad (\text{Multiplica primeira linha por } -4)$$

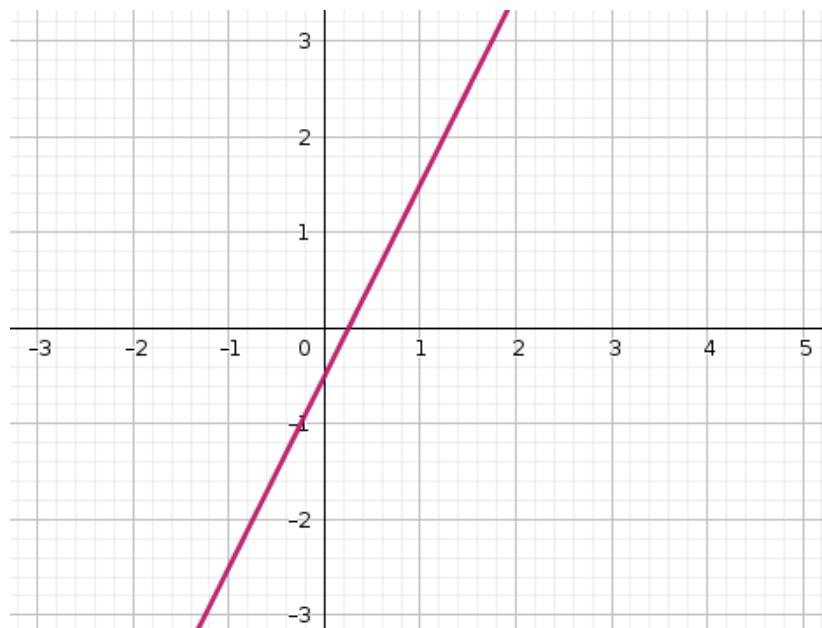
$$\begin{cases} -16x + 8y = -4 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 3y = -12 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad (\text{Soma segunda linha com primeira})$$

A segunda linha não impõe restrições para valores de  $x$  e  $y$  e, portanto, quaisquer par  $(x, y)$  que atenda à primeira equação satisfaz ao sistema.

# Sistemas de Equações Lineares

Exemplo de um sistema linear **com infinitas soluções**:  $\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases}$

Nesse caso, as retas correspondentes às equações dadas são coincidentes e, portanto, todo ponto que pertence à primeira reta também pertence à segunda.



# Sistemas de Equações Lineares

À medida que aumenta o número de equações e incógnitas num sistema linear, cresce a complexidade das operações para solução.

Uma notação simplificada pode padronizar e facilitar a solução. Considerando o sistema arbitrário

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases},$$

podemos considerar apenas uma tabela com os coeficientes e termos independentes, numa notação chamada **matriz aumentada** do sistema.

$$\left[ \begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

**Exemplo:** Considere o seguinte sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

A **matriz aumentada** do sistema fica

$$\left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

Uma forma de simplificar a solução de um sistema é se obter sistemas mais simples e equivalentes ao primeiro.

Sistemas equivalentes são obtidos por meio de **operações elementares com linhas** da matriz aumentada. As seguintes operações elementares podem ser usadas:

- ▶ Multiplicar uma linha por uma constante não nula;
- ▶ Trocar duas linhas entre si;
- ▶ Substituir uma linha pela sua soma com outra linha.

# Sistemas de Equações Lineares

**Exemplo:** Considere o sistema linear abaixo e respectiva matriz aumentada. Em cada passo, é construído um sistema equivalente e sua nova matriz aumentada

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

Soma a segunda linha com a primeira multiplicada por -2 para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ 2y - 7z = -17 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

Soma a terceira linha com a primeira multiplicada por -3 para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ 2y - 7z = -17 \\ 3y - 11z = -27 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right]$$

Multiplica a segunda linha por  $\frac{1}{2}$  para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ 3y - 11z = -27 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = \frac{-17}{2} \\ 3y - 11z = -27 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right]$$

Soma a terceira linha com a segunda multiplicada por -3 para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = \frac{-17}{2} \\ -\frac{1}{2}z = \frac{-3}{2} \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{array} \right]$$

Multiplica a terceira linha por -2 para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = \frac{-17}{2} \\ z = 3 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = \frac{-17}{2} \\ z = 3 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Soma a primeira linha com a segunda multiplicada por -1 para obter

$$\left\{ \begin{array}{l} x + \frac{11}{2}z = \frac{35}{2} \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ z = 3 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & \frac{11}{2} & \frac{35}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Soma a primeira linha com a terceira multiplicada por  $-\frac{11}{2}$

Soma a segunda linha com a terceira multiplicada por  $\frac{7}{2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

A mesma estratégia de operações elementares pode ser aplicada para sistemas de tamanho arbitrário. Por exemplo, o sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z + 4w + 3r + 2s + t - 4u + 3v = 2 \\ 3x + 2y + z + 2w + 6r + 4s + 2t + 3u + 2v = 7 \\ x + 2y + 3z + 4w + 3r + 3s + t + 4u + 3v = 11 \\ 5x + 5y + 4z + 5w + 2r + 2s + 3t + 5u + 5v = 8 \\ x + 3y + 2z + 3w + 3r + 5s + t - 3u - 4v = 1 \\ -3x + 6y - 3z + 1w - 4r + 2s + 4t - 4u + 3v = 0 \\ 4x + 2y + 5z - 3w + 8r + 4s + t - 2u + 2v = 3 \\ 2x + 6y + 2z + 4w + 3r + 5s + 2t - 4u + 5v = 2 \\ 8x - 3y - 7z + 2w + 5r + 3s + t + 8u - 3v = 5 \end{cases}$$

pode ser representado na matriz aumentada abaixo

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc|c} 2 & 3 & -5 & 4 & 3 & 2 & 1 & -4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 6 & 4 & 2 & 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 & 1 & 4 & 3 & 11 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 2 & 2 & 3 & 5 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 3 & 5 & 1 & -3 & -4 & 1 \\ -3 & 6 & -3 & 1 & -4 & 2 & 4 & -4 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -3 & 8 & 4 & 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 2 & -4 & 5 & 2 \\ 8 & -3 & -7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 8 & -3 & 5 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc} 2 & 3 & -5 & 4 & 3 & 2 & 1 & -4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 6 & 4 & 2 & 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 & 1 & 4 & 3 & 11 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 2 & 2 & 3 & 5 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 3 & 5 & 1 & -3 & -4 & 1 \\ -3 & 6 & -3 & 1 & -4 & 2 & 4 & -4 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -3 & 8 & 4 & 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 2 & -4 & 5 & 2 \\ 8 & -3 & -7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 8 & -3 & 5 \end{array} \right] \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \\ L4 \\ L5 \\ L6 \\ L7 \\ L8 \\ L9 \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc} \textcolor{red}{1} & 1.5 & -2.5 & 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & -2 & 1.5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 6 & 4 & 2 & 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 & 1 & 4 & 3 & 11 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 2 & 2 & 3 & 5 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 3 & 5 & 1 & -3 & -4 & 1 \\ -3 & 6 & -3 & 1 & -4 & 2 & 4 & -4 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -3 & 8 & 4 & 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 2 & -4 & 5 & 2 \\ 8 & -3 & -7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 8 & -3 & 5 \end{array} \right] \begin{matrix} L1 = L1/2 \\ L2 \\ L3 \\ L4 \\ L5 \\ L6 \\ L7 \\ L8 \\ L9 \end{matrix}$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & -2 & 1.5 & 1 & L1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 6 & 4 & 2 & 3 & 2 & 7 & L2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 & 1 & 4 & 3 & 11 & L3 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 2 & 2 & 3 & 5 & 5 & 8 & L4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 3 & 5 & 1 & -3 & -4 & 1 & L5 \\ -3 & 6 & -3 & 1 & -4 & 2 & 4 & -4 & 3 & 0 & L6 \\ 4 & 2 & 5 & -3 & 8 & 4 & 1 & -2 & 2 & 3 & L7 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 2 & -4 & 5 & 2 & L8 \\ 8 & -3 & -7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 8 & -3 & 5 & L9 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & -2 & 1.5 & 1 & L1 \\ 0 & -2.5 & 8.5 & -4 & 1.5 & 1 & 0.5 & 9 & -2.5 & 4 & L2 = L2 - 3L1 \\ 0 & 0.5 & 5.5 & 2 & 1.5 & 2 & 0.5 & 6 & 1.5 & 10 & L3 = L3 - L1 \\ 0 & -2.5 & 16.5 & -5 & -5.5 & -3 & 0.5 & 15 & -2.5 & 3 & L4 = L4 - 5L1 \\ 0 & 1.5 & 4.5 & 1 & 1.5 & 4 & 0.5 & -1 & -5.5 & 0 & L5 = L5 - L1 \\ 0 & 10.5 & -10.5 & 7 & 0.5 & 5 & 5.5 & -10 & 7.5 & 3 & L6 = L6 + 3L1 \\ 0 & -4 & 15 & -11 & 2 & 0 & -1 & 6 & -4 & -1 & L7 = L7 - 4L1 \\ 0 & 3 & 7 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 2 & 0 & L8 = L8 - 2L1 \\ 0 & -15 & 13 & -14 & -7 & -5 & -3 & 24 & -15 & -3 & L9 = L9 - 8L1 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & -2 & 1.5 & 1 \\ 0 & 1 & -3.4 & 1.6 & -0.6 & -0.4 & -0.2 & -3.6 & 1 & -1.6 \\ 0 & 0.5 & 5.5 & 2 & 1.5 & 2 & 0.5 & 6 & 1.5 & 10 \\ 0 & -2.5 & 16.5 & -5 & -5.5 & -3 & 0.5 & 15 & -2.5 & 3 \\ 0 & 1.5 & 4.5 & 1 & 1.5 & 4 & 0.5 & -1 & -5.5 & 0 \\ 0 & 10.5 & -10.5 & 7 & 0.5 & 5 & 5.5 & -10 & 7.5 & 3 \\ 0 & -4 & 15 & -11 & 2 & 0 & -1 & 6 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -15 & 13 & -14 & -7 & -5 & -3 & 24 & -15 & -3 \end{array} \right] \begin{array}{l} L1 \\ L2 = L2 / (-2.5) \\ L3 \\ L4 \\ L5 \\ L6 \\ L7 \\ L8 \\ L9 \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & -2 & 1.5 & 1 \\ 0 & 1 & -3.4 & 1.6 & -0.6 & -0.4 & -0.2 & -3.6 & 1 & -1.6 \\ 0 & 0 & 7.2 & 1.2 & 1.8 & 2.2 & 0.6 & 7.8 & 1 & 10.8 \\ 0 & 0 & 8 & -1 & -7 & -4 & 0 & 6 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 9.6 & -1.4 & 2.4 & 4.6 & 0.8 & 4.4 & -7 & 2.4 \\ 0 & 0 & 25.2 & -9.8 & 6.8 & 9.2 & 7.6 & 27.8 & -3 & 19.8 \\ 0 & 0 & 1.4 & -4.6 & -0.4 & -1.6 & -1.8 & -8.4 & 0 & -7.4 \\ 0 & 0 & 17.2 & -4.8 & 1.8 & 4.2 & 1.6 & 10.8 & -1 & 4.8 \\ 0 & 0 & -38 & 10 & -16 & -11 & -6 & -30 & 0 & -27 \end{array} \right] \begin{array}{l} L1 \\ L2 \\ L3 = L3 - 0.5L2 \\ L4 = L4 + 2.5L2 \\ L5 = L5 - 1.5L1 \\ L6 = L6 - 10.53L2 \\ L7 = L7 + 4L2 \\ L8 = L8 - 3L2 \\ L9 = L9 + 15L2 \end{array}$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc|c} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 & L1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 & L2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 & L3 = L3/(7.2) \\ 0 & 0 & 8 & -1 & -7 & -4 & 0 & 6 & 0 & -1 & L4 \\ 0 & 0 & 48/5 & -7/5 & 12/5 & 23/5 & 4/5 & 22/5 & -7 & 12/5 & L5 \\ 0 & 0 & 126/5 & -49/5 & 34/5 & 46/5 & 38/5 & 139/5 & -3 & 99/5 & L6 \\ 0 & 0 & 7/5 & -23/5 & -2/5 & -8/5 & -9/5 & -42/5 & 0 & -37/5 & L7 \\ 0 & 0 & 86/5 & -24/5 & 9/5 & 21/5 & 8/5 & 54/5 & -1 & 24/5 & L8 \\ 0 & 0 & -38 & 10 & -16 & -11 & -6 & -30 & 0 & -27 & L9 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc|c} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & -7/3 & -9 & -58/9 & -2/3 & -8/3 & -10/9 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 5/3 & 0 & -6 & -25/3 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -14 & 1/2 & 3/2 & 11/2 & 1/2 & -13/2 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & -29/6 & -3/4 & -73/36 & -23/12 & -119/12 & -7/36 & -19/2 \\ 0 & 0 & 0 & -23/3 & -5/2 & -19/18 & 1/6 & -47/6 & -61/18 & -21 \\ 0 & 0 & 0 & 49/3 & -13/2 & 11/18 & -17/6 & 67/6 & 95/18 & 30 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 81/7 & 209/21 & 6/7 & -18/7 & -145/21 & 33/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 109/2 & 241/6 & 19/2 & 33/2 & 1/6 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 501/28 & 317/28 & -15/28 & -123/28 & 59/28 & 122/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 379/14 & 845/42 & 33/14 & 13/14 & 11/42 & 152/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -139/2 & -89/2 & -15/2 & -15/2 & -5/2 & -61 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1630/243 & 295/54 & 515/18 & 7943/243 & 2041/54 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -659/162 & -67/36 & -5/12 & 2071/162 & 365/36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -769/243 & 19/54 & 125/18 & 3989/243 & 577/54 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3712/243 & -127/54 & -413/18 & -4573/104 & -1765/54 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2675/517 & -4282/241 & -542/77 & -8986/703 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1451/652 & -4273/652 & 1621/1630 & -293/41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3289/326 & 13761/326 & 24831/815 & 5499/103 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2448/2249 & 6383/1587 & -361/219 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1309/173 & 14482/865 & 22515/791 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -673/60 & 7745/194 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 3/2 & -5/2 & 2 & 3/2 & 1 & 1/2 & -2 & 3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 13/5 & -2/5 & 12/5 & 8/5 & 4/5 & 17/5 & 0 & 17/5 \\ 0 & 1 & -17/5 & 8/5 & -3/5 & -2/5 & -1/5 & -18/5 & 1 & -8/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 0 & -5/6 & 7/4 & 29/36 & 7/12 & 7/12 & -13/36 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 13/6 & 1/4 & 23/36 & 1/12 & 1/12 & 53/36 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/6 & 1/4 & 11/36 & 1/12 & 13/12 & 5/36 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{cccc|cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 139/28 & 87/28 & 23/28 & 43/28 & 1/28 & 29/7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -227/28 & -449/84 & -15/28 & -67/28 & 37/84 & -60/7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -11/28 & -13/84 & 1/28 & 25/28 & 5/84 & 4/7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 27/7 & 58/21 & 2/7 & 8/7 & 10/21 & 39/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -565/486 & 49/108 & 95/36 & 1457/486 & 229/108 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 791/486 & 7/108 & -151/36 & -2137/486 & -569/108 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 89/486 & 7/108 & 29/36 & -85/486 & 79/108 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -5/9 & 0 & 2 & 25/9 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 209/243 & 2/27 & -2/9 & -145/243 & 11/27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -643/1304 & -856/369 & -1739/652 & -2698/609 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1813/1304 & 3583/1304 & 986/279 & 679/174 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 279/1304 & 2069/1304 & 2339/3260 & 1751/993 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -295/652 & -241/652 & 23/326 & 567/652 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 505/652 & 2247/652 & 5859/1630 & 4639/883 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -531/652 & -2781/652 & -307/63 & -2406/427 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -52/83 & -547/274 & -1121/349 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -152/75 & 2252/1371 & 979/2094 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1916/2249 & 959/2249 & 2777/2249 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2663/2249 & 1543/2249 & 1262/635 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1769/2249 & 9721/3826 & 7933/2375 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -937/638 & -2564/681 & -1949/538 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7723/2249 & 1657/1218 & 3429/1388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

$$\left[ \begin{array}{ccccccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 65/204 & -3079/740 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4657/510 & -307/118 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -694/255 & 1164/461 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1745/473 & 1947/515 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -373/1020 & 938/207 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 113/68 & -4771/816 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2311/204 & 606/79 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3769/1020 & -368/243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{ccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -566/187 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8581/287 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4118/575 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2590/277 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 801/248 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 125/1844 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3820/117 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5679/488 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1292/363 \end{array} \right]$$

# Sistemas de Equações Lineares

## Comandos básicos com Matlab/Octave

The screenshot shows the Octave IDE interface. The Command Window displays the following session:

```
>> 2+3
ans = 5
>> 2-3
ans = -1
>> 2/3
ans = 2/3
>> 2*3
ans = 6
>> 2^3
ans = 8
>> u=[2 3 1]
u =
      2      3      1
>> v=[4 3 2]
v =
      4      3      2
>> u+v
ans =
      6      6      3
>> u-v
ans =
     -2      0     -1
```

The File Browser shows files in the directory /home/wilson/Desktop/GCLASS2021B, including PlanoCalculo2Ma..., PlanoGAAL.doc, PlanoGAAL.pdf, saida.txt, teste.m, and teste2.m.

The Workspace table shows variables A, ans, d, i, and m as double precision numbers.

The Command History shows previous commands: format rat, A, clear, cls, and clear.

# Sistemas de Equações Lineares

## Comandos básicos com Matlab/Octave

The screenshot shows the Octave graphical user interface. The Command Window displays the following MATLAB/Octave code and its execution results:

```
>> u=[2 3 1]
u =
      2      3      1
>> v=[4 3 2]
v =
      4      3      2
>> u'
ans =
      2
      3
      1
>> v'
ans =
      4
      3
      2
>> u*v'
ans = 19
>> u'*v
ans =
      8      6      4
     12      9      6
      4      3      2
```

The File Browser and Workspace browser panes are also visible on the left side of the interface.

# Sistemas de Equações Lineares

## Comandos básicos com Matlab/Octave

The screenshot shows the Octave IDE interface. The Command Window displays the following code and output:

```
>> A=[2 1 3 5; 2 2 1 3; 5 1 7 2; 2 4 1 1]
A =
      2   1   3   5
      2   2   1   3
      5   1   7   2
      2   4   1   1

>> A(2, 3)
ans = 1
>> A(3, 2)
ans = 1
>> A(2, :)
ans =
```

Below the command window, the Workspace browser shows variables:

Name	Class
A	double
ans	double
d	double
i	double
m	double
n	double

The Command History shows previous commands:

```
>> 2*A
ans =
```

At the bottom, the Command Window tab is selected.

# Sistemas de Equações Lineares

## Comandos básicos com Matlab/Octave

The screenshot shows the Octave graphical user interface. The title bar says "Octave". The main window has several panes:

- File Browser**: Shows files in the current directory: "CLASS2021B", "planilhaagaal.ods", "PlanoCalculo2Ma...", "PlanoCalculo2Ma...", "PlanoGAAL.doc", "PlanoGAAL.pdf", "saída.txt", "teste.m", and "teste2.m".
- Command Window**: Displays the following MATLAB/Octave commands and their results:
  - `>> A=[2 1 3 5; 2 2 1 3; 5 1 7 2; 2 4 1 1]`
  - `A =`

2	1	3	5
2	2	1	3
5	1	7	2
2	4	1	1

  - `>> A(2, :)=2*A(2, :)`
  - `A =`

2	1	3	5
4	4	2	6
5	1	7	2
2	4	1	1

  - `>> A(3, :)=A(3, :)+A(1, :)`
  - `A =`

2	1	3	5
4	4	2	6
7	2	10	7
2	4	1	1

  - `>> A(1, :)=A(1, :)/A(1,1)`
  - `A =`

1	1/2	3/2	5/2
4	4	2	6
7	2	10	7
2	4	1	1

  - `>> |`
- Workspace**: Shows variables: A (double), ans (double), d (double), i (double), m (double), n (double).
- Filter**: A dropdown menu.
- Command History**: Shows previous commands: "format rat", "A", "clear", "cls", "clear", "teste".
- Filter**: A dropdown menu.

# Sistemas de Equações Lineares

## Resolvendo um sistema pela Matriz Aumentada

The screenshot shows the Octave software interface. The Command Window displays the following code and matrix operations:

```
>> A=[1 1 2 9;2 4 -3 1; 3 6 -5 0]
A =
    1   1   2   9
    2   4  -3   1
    3   6  -5   0

>> A(2,:)=A(2,:)-2*A(1,:)
A =
    1   1   2   9
    0   2  -7  -17
    3   6  -5   0

>> A(3,:)=A(3,:)-3*A(1,:)
A =
    1   1   2   9
    0   2  -7  -17
    0   3  -11  -27

>> A(2,:)=A(2,:)/2
A =
    1   1   2   9
    0   1  -7/2  -17/2
    0   3  -11  -27

>> A(3,:)=A(3,:)-3*A(2,:)
A =
    1   1   2   9
    0   1  -7/2  -17/2
    0   0  -1/2  -3/2
```

The Workspace pane shows variables A and ans defined as double precision matrices.

The Command History pane shows the commands entered: format rat, A, clear, cls, clear, teste.

# Sistemas de Equações Lineares

## Resolvendo um sistema pela Matriz Aumentada

The screenshot shows the Octave software interface. The Command Window displays the following MATLAB/Octave code and its execution results:

```
>>
>>
>> A(3, :)=A(3, :) / A(3,3)
A =
      1         1         2         9
      0         1        -7/2       -17/2
     -0        -0         1         3

>> A(1, :)=A(1, :) - A(1,2)*A(2, :)
A =
      1         0        11/2      35/2
      0         1        -7/2      -17/2
     -0        -0         1         3

>> A(1, :)=A(1, :) - A(1,3)*A(3, :)
A =
      1         0         0         1
      0         1         0         2
     -0        -0         1         3

>> A(2, :)=A(2, :) - A(2,3)*A(3, :)
A =
      1         0         0         1
      0         1         0         2
     -0        -0         1         3
```

The File Browser on the left shows the current directory is `/home/wilson/Desktop/GCLASS2021B` and lists files like `planilhaGAAL.ods`, `PlanoCalculo2Mat...`, `PlanoGAAL.doc`, `PlanoGAAL.pdf`, `saida.txt`, `teste.m`, and `teste2.m`.

# Sistemas de Equações Lineares

## Resolvendo um sistema pela Matriz Aumentada

The screenshot shows the Octave graphical user interface. The Command Window displays the following code and matrix operations:

```
>>
>>
>>
>>
>>
>> A=[1 1 2 9;2 4 -3 1; 3 6 -5 0]
A =
1   1   2   9
2   4  -3   1
3   6  -5   0

>> for d=1:3; A(d,:)=A(d,:)/A(d,d); for i=d+1:3; A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:); end; end
>> A
A =
1.00000  1.00000  2.00000  9.00000
0.00000  1.00000 -3.50000 -8.50000
-0.00000 -0.00000  1.00000  3.00000

>> for d=2:3; for i=1:d-1; A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:); end; end
>> A
A =
1   0   0   1
0   1   0   2
-0  -0   1   3
```

The Workspace window shows variables A, d, and i defined as double precision matrices.

# Sistemas de Equações Lineares

## Execução de comandos em arquivo

```
for d=1:3
    A(d,:)=A(d,:)/A(d,d)
    for i=d+1:3
        A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:)
    end
end
for d=2:3
    for i=1:d-1
        A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:)
    end
end
```

Veremos em laboratório que o código acima tem problemas. Ele considera que o elemento na diagonal,  $A(d, d)$ , é diferente de zero, mas isso não é regra e precisa ser tratado.

# Sistemas de Equações Lineares

## Um primeiro programa

The screenshot shows the Octave IDE interface. The current directory is set to /home/wilson/Desktop/GCLASS2021B. The workspace contains variables A, S, ans, d, and i. The command history shows a 9x10 matrix A with entries: 1 3 2 3 3 5 1 -3 -4 1; -3 6 -3 1 -4 2 4 -4 3 0; 4 2 5 -3 8 4 1 -2 2 3; 2 6 2 4 3 5 2 -4 5 2; 8 -3 -7 2 5 3 1 8 -3 5. The script editor shows the following code:

```
function A=sistema(A)
[m n]=size(A)
for d=1:m
    A(d,:)=A(d,:)/A(d,d)
    for i=d+1:m
        A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:)
    end
end
for d=2:m
    for i=1:d-1
        A(i,:)=A(i,:)-A(i,d)*A(d,:)
    end
end
```

The status bar at the bottom indicates eol: LF, line: 1, col: 11.

Veremos em laboratório que o código acima tem problemas. Ele considera que o elemento na diagonal,  $A(d, d)$ , é diferente de zero, mas isso não é regra e precisa ser tratado.

# Sistemas de Equações Lineares

## **Exercícios:**

Resolver exercícios ímpares da Seção 1.1  
Livro Algebra Linear (Howard Anton)