

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS – UNIMONTES
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCET
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO – DCC

ATIVIDADE VII

**ERIC SILVA GUSMÃO
JOÃO PEDRO
LINCON AQUINO SOARES
RAMON LOPES DE QUEIROZ
YURI MARQUES DE AGUIAR**

**MONTES CLAROS – MG
NOVEMBRO/2025**

**ERIC SILVA GUSMÃO
JOÃO PEDRO
LINCON AQUINO SOARES
RAMON LOPES DE QUEIROZ
YURI MARQUES DE AGUIAR**

ATIVIDADE VII

Atividade avaliativa apresentada para atendimento de requisito parcial para aprovação na disciplina Matemática Computacional do Curso de Graduação em Bacharelado em Sistemas de Informação – 1º período

Professor: Dr. Reginaldo Morais de Macedo

**MONTES CLAROS – MG
NOVEMBRO/2025**

Questão 1:

Q: Calcule o MDC e o MMC de X = {140, 280, 210, 350}:

R: MDC de 140, 280, 210, 350.

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de } 140\} = \{1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140\}$.

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de } 280\} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 140, 280\}$.

$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de } 210\} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210\}$.

$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de } 350\} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 25, 35, 50, 70, 175, 350\}$.

$E = A \cap B \cap C \cap D = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$.

$\text{Max}(E) = 70$.

MDC(140, 210, 280, 350) = 70.

MMC de 140, 280, 210, 350.

$F = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 140\} = \{140, 280, 420, 560, 700, 840, 980, 1120, 1260, 1400, 1540, 1680, 1820, 1960, 2100, 2240, 2380, 2520, 2660, 2800, 2940, 3080, 3220, 3360, 3500, 3640, 3780, 3920, 4060, 4200, \dots\}$.

$G = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 280\} = \{280, 560, 840, 1120, 1400, 1680, 1960, 2240, 2520, 2800, 3080, 3360, 3640, 3920, 4200, \dots\}$.

$H = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 210\} = \{210, 420, 630, 840, 1050, 1260, 1470, 1680, 1890, 2100, 2310, 2520, 2730, 2940, 3150, 3360, 3570, 3780, 3990, 4200\}$.

$I = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 350\} = \{350, 700, 1050, 1400, 1750, 2100, 2450, 2800, 3150, 3500, 3850, 4200, \dots\}$.

MMC(140, 280, 210, 350) = 4200.

Questão 2:

Q: Calcule, utilizando o Algoritmo de Euclides, os seguintes MDCs:

R: A) 180 e 50.

$$180/50$$

quociente = 3

resto = 30

$$50/30$$

quociente = 1

resto = 20

$$30/20$$

quociente = 1

resto = 10

$$20/10$$

quociente = 2

resto = 0

$$\text{MDC}(180,50) = 10$$

B) 2268 e 540.

$$2268/540$$

quociente = 4

resto = 108

$$540/108$$

quociente = 5

resto = 0

$$\text{MDC}(2268, 540) = 108$$

C) 145350 e 1980.

$$145350/1980$$

$$\text{quociente} = 73$$

$$\text{resto} = 810$$

$$1980/810$$

$$\text{quociente} = 2$$

$$\text{resto} = 360$$

$$810/360$$

$$\text{quociente} = 2$$

$$\text{resto} = 90$$

$$360/90$$

$$\text{quociente} = 4$$

$$\text{resto} = 0$$

$$\text{MDC}(145350, 1980) = 90$$

Questão 3:

Q: Considere que cinco amigos estão percorrendo repetidamente um determinado percurso de 2km. Os tempos para percorrê-lo são, respectivamente, 3, 5, 6, 9 e 10 minutos. A atividade termina quando os cinco se encontrarem no ponto de partida pela primeira vez. Neste sentido, calcule o tempo total da atividade e quantos kms cada um terá percorrido ao encerrá-la.

R: Para se resolver essa questão é necessário usar o MDC, o mínimo múltiplo comum, para que possamos encontrar qual será o tempo em que os 5 amigos se

encontraram no ponto de partida ao mesmo tempo, mesmo percorrendo o circuito em tempos diferentes:

MDC(3, 5, 6, 9, 10)

$A = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, \dots\}$.

$B = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 5\} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, \dots\}$.

$C = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 6\} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, \dots\}$.

$D = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 9\} = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, \dots\}$.

$E = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 10\} = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, \dots\}$.

MDC(3, 5, 6, 9, 10) = 90.

Ou seja, todos os amigos se encontraram no início do percurso ao terem completado 90 minutos de atividade.

1º amigo - Percorre todo o percurso em 3 minutos, em 90 minutos terá percorrido 30 km.

2º amigo - Percorre todo o percurso em 5 minutos, em 90 minutos terá percorrido 18 km.

3º amigo - Percorre todo o percurso em 6 minutos, em 90 minutos terá percorrido 15 km.

4º amigo - Percorre todo o percurso em 9 minutos, em 90 minutos terá percorrido 10 km.

5º amigo - Percorre todo o percurso em 10 minutos, em 90 minutos terá percorrido 9 km.

Questão 4:

Q: Transcreva os seguintes números decimais em binários.

R: A) 125.

$$\underline{125/2} \quad \text{resto} = 1$$

$$\text{quociente} = 62 \quad \underline{7/2}$$

$$\text{resto} = 1 \quad \text{quociente} = 3$$

$$\underline{62/2} \quad \text{resto} = 1$$

$$\text{quociente} = 31 \quad \underline{3/2}$$

$$\text{resto} = 0 \quad \text{quociente} = 1$$

$$\underline{31/2} \quad \text{resto} = 1$$

$$\text{quociente} = 15 \quad \underline{1/2}$$

$$\text{resto} = 1 \quad \text{quociente} = 0$$

$$\underline{15/2} \quad \text{resto} = 1$$

$$\text{quociente} = 7$$

O número binário correspondente a 125 em decimal é = 1111101.

B) 164.

$$\underline{164/2} \quad \text{resto} = 0 \quad \text{quociente} = 10$$

$$\text{quociente} = 82 \quad \underline{41/2} \quad \text{resto} = 0$$

$$\text{resto} = 0 \quad \text{quociente} = 20 \quad \underline{10/2}$$

$$\underline{82/2} \quad \text{resto} = 1 \quad \text{quociente} = 5$$

$$\text{quociente} = 41 \quad \underline{20/2} \quad \text{resto} = 0$$

5/2

quociente = 2

resto = 1

2/2

quociente = 1

resto = 0

1/2

quociente = 0

resto = 1

O número binário correspondente a 134 em decimal é = 10100100.

C) 270.

270/2

quociente = 135

resto = 0

33/2

quociente = 16

resto = 1

4/2

quociente = 2

resto = 0

135/2

quociente = 67

resto = 1

16/2

quociente = 8

resto = 0

2/2

quociente = 1

resto = 0

67/2

quociente = 33

resto = 1

8/2

quociente = 4

resto = 0

1/2

quociente = 0

resto = 1

O número binário correspondente a 270 em decimal é = 100001110.

D) 1354.

1354/2

quociente = 677

resto = 0

quociente = 338

resto = 1

338/2

resto = 0

169/2

quociente = 84

677/2

quociente = 169

resto = 1

<u>84 / 2</u>	quociente = 10	resto = 1
quociente = 42	resto = 1	<u>2/2</u>
resto = 0	<u>10/2</u>	quociente = 1
<u>42/2</u>	quociente = 5	resto = 0
quociente = 21	resto = 0	<u>1/2</u>
resto = 0	<u>5/2</u>	quociente = 0
<u>21/2</u>	quociente = 2	resto = 1

O número binário correspondente a 1354 em decimal é = 10101001010.

Questão 5:

Q: Verifique se os seguintes números são divisíveis por 6, 7, 8, 9 ou 11, utilizando os critérios de divisibilidade (construa e utilize algoritmos computacionais, se considerar mais adequado):

R: A) 33.264.

É divisível por 6 caso seja divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

É divisível por 2 caso o número seja par, termine com 0, 2, 4, 6 ou 8.

É divisível por 3 se a soma dos algarismos for um número divisível por 3.

$3 + 3 + 2 + 6 + 4 = 18$ (É um número divisível por 3).

Ou seja, 33264 é divisível por 6.

É divisível por 7 caso o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo resultar em um número divisível por 7. O processo se repete até que o último algarismo seja menor ou igual a 7.

33264

$$3326 - 8 = 3318$$

$$331 - 16 = 315$$

$$31 - 10 = 21 \text{ (21 é múltiplo de 7)}$$

Ou seja, 33264 é divisível por 7.

É divisível por 8 caso os últimos 3 algarismos formarem um número divisível por 8.

33264

$$264/8 = 33$$

Ou seja, 33264 é divisível por 8.

É divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9.

33264

$$3 + 3 + 2 + 6 + 4 = 18 \text{ (18 é múltiplo de 9)}$$

Ou seja, 33264 é divisível por 9.

É divisível por 11 caso a soma dos algarismos nas posições pares (ímpares) menos a soma dos algarismos nas posições ímpares (pares) for divisível por 11.

Soma dos algarismos das posições ímpares: $3 + 2 + 4 = 9$

Soma dos algarismos das posições pares: $3 + 6 = 9$

$$9 - 9 = 0 \text{ (0 é divisível por 11, } 0 / 11 = 0)$$

Ou seja, 33264 é divisível por 11.

B) 213.444.

É divisível por 6 caso seja divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

213444 - É divisível por 2

$$2 + 1 + 3 + 4 + 4 + 4 = 18 \text{ (18 é divisível por 3)}$$

Ou seja, 213444 é divisível por 6.

É divisível por 7 caso o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo resultar em um número divisível por 7. O processo se repete até que o último algarismo seja menor ou igual a 7.

213444

$$21344 - 8 = 21336$$

$$2133 - 12 = 2121$$

$$212 - 2 = 210$$

$21 - 0 = 21$ (21 é divisível por 7)

Ou seja, 213444 é divisível por 7.

É divisível por 8 caso os últimos 3 algarismos formarem um número divisível por 8.

213444

$$444/8 = 55,5$$

Ou seja, 213444 não é divisível por 8.

É divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9.

213444

$$2 + 1 + 3 + 4 + 4 + 4 = 18$$
 (18 é divisível por 9)

Ou seja, 213444 é divisível por 9.

É divisível por 11 caso a soma dos algarismos nas posições pares (ímpares) menos a soma dos algarismos nas posições ímpares (pares) for divisível por 11.

Soma dos algarismos das posições ímpares: $4 + 4 + 1 = 9$

Soma dos algarismos das posições pares: $2 + 3 + 6 = 11$

$$9 - 11 = 0$$
 (0 é divisível 11, $0 / 11 = 0$)

Ou seja, 213444 é divisível por 11.

C) 627.264.

É divisível por 6 caso seja divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

627264 - É divisível por 2.

$$6 + 2 + 7 + 2 + 6 + 4 = 27$$
 (27 é divisível por 3, $27/3 = 9$).

Ou seja, 627264 é divisível por 6.

É divisível por 7 caso o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo resultar em um número divisível por 7. O processo se repete até que o último algarismo seja menor ou igual a 7.

627264

$$62726 - 8 = 62718$$

$$6271 - 16 = 6255$$

$$625 - 10 = 615$$

$$61 - 10 = 51$$

$$5 - 1 = 4$$

Ou seja, 627264 não é divisível por 7.

É divisível por 8 caso os últimos 3 algarismos formarem um número divisível por 8.

627264

$$264/8 = 33$$

Ou seja, 627264 é divisível por 8.

É divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9.

627264

$$6 + 2 + 7 + 2 + 6 + 4 = 27 \text{ (27 é divisível por 9, } 27/9 = 3)$$

Ou seja, 627264 é divisível por 9.

É divisível por 11 caso a soma dos algarismos nas posições pares (ímpares) menos a soma dos algarismos nas posições ímpares (pares) for divisível por 11.

Soma dos algarismos das posições ímpares: $4 + 2 + 2 = 8$

Soma dos algarismos das posições pares: $6 + 7 + 6 = 19$

$$19 - 8 = 11 \text{ (11 é divisível por 11, } 11 / 11 = 1)$$

Ou seja, 627264 é divisível por 11.

D) 1.106.493.696

É divisível por 6 caso seja divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

1106493696 - É divisível por 2

$1 + 1 + 0 + 6 + 4 + 9 + 3 + 6 + 9 + 6 = 45$ (45 é divisível por 3)

Ou seja, 1106493696 é divisível por 6.

É divisível por 7 caso o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo resultar em um número divisível por 7. O processo se repete até que o último algarismo seja menor ou igual a 7.

1106493696

$110649369 - 12 = 110649357$

$11064935 - 14 = 11064921$

$1106492 - 2 = 1106490$

$110649 - 0 = 110649$

$11064 - 18 = 11046$

$1104 - 12 = 1092$

$109 - 4 = 105$

$10 - 10 = 0$ ($0 / 7 = 0$)

Ou seja, 1106493696 é divisível por 7.

É divisível por 8 caso os últimos 3 algarismos formarem um número divisível por 8.

1106493696

$696 / 8 = 87$

Ou seja, 1106493696 é divisível por 8.

É divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9.

1106493696

$1 + 1 + 0 + 6 + 4 + 9 + 3 + 6 + 9 + 6 = 45$ (45 é divisível por 9, $45/9 = 5$)

Ou seja, 1106493696 é divisível por 9.

É divisível por 11 caso a soma dos algarismos nas posições pares (ímpares) menos a soma dos algarismos nas posições ímpares (pares) for divisível por 11.

Soma dos algarismos das posições ímpares: $1 + 6 + 9 + 6 + 6 = 28$

Soma dos algarismos das posições pares: $1 + 0 + 4 + 3 + 9 = 17$

$28 - 17 = 11$ (11 é divisível por 11, $11/11 = 1$)

Ou seja, 1106493696 é divisível por 11.

Questão 6:

Q: Demonstrar que $5+10+15+\dots+5n = 5n(n+1)/2$ para todo n em \mathbb{N} .

R: ($n=k$): Assuma que $5+10+\dots+5k = 5k(k+1)/2$.

($n=k+1$): Queremos provar que: $(5+10+\dots+5k) + 5(k+1) = 5(k+1)((k+1)+1)/2$.

Substituindo a hipótese no lado esquerdo: $[5k(k+1)/2] + 5(k+1)$.

Colocando $5(k+1)$ em evidência: $5(k+1) * (k/2 + 1)$.

Simplificando o termo $(k/2 + 1) = (k+2)/2$: $5(k+1) * ((k+2)/2) = 5(k+1)(k+2)/2$.

Isso é igual ao lado direito $5(k+1)((k+1)+1)/2$.

Questão 7:

Q: Demonstrar que $4+10+16+\dots+(6n-2) = n(3n+1)$ para todo n em \mathbb{N} .

R: ($n=k$): Assuma que $4+10+\dots+(6k-2) = k(3k+1)$.

($n=k+1$): Queremos provar que: $(4+10+\dots+(6k-2)) + (6(k+1)-2) = (k+1)(3(k+1)+1)$.

Vamos simplificar a meta (lado direito): $(k+1)(3k+3+1) = (k+1)(3k+4) = 3k^2 + 7k + 4$.

Agora, vamos trabalhar o lado esquerdo usando a hipótese: $k(3k+1) + (6(k+1)-2)$
 $3k^2 + k + (6k+6-2) 3k^2 + k + 6k + 4 3k^2 + 7k + 4$.

Questão 8:

Q: Demonstrar que $13 + 24 + \dots + n(n+2) = n(n+1)(2n+7)/6$ para todo n em \mathbb{N} .

R: ($n=k$): Assuma que $1 \cdot 3 + \dots + k(k+2) = k(k+1)(2k+7)/6$.

($n=k+1$): Queremos provar que: $(1 \cdot 3 + \dots + k(k+2)) + (k+1)(k+1+2) = (k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+7)/6$.

Meta (lado direito): $(k+1)(k+2)(2k+2+7)/6 = (k+1)(k+2)(2k+9)/6$.

Lado esquerdo, usando a hipótese: $[k(k+1)(2k+7)/6] + (k+1)(k+3)$.

Colocando $(k+1)$ em evidência: $(k+1) * [(k(2k+7)/6) + (k+3)]$.

Tirando o MMC dentro dos colchetes: $(k+1) * [(2k^2+7k + 6(k+3))/6] (k+1) * [(2k^2+7k+6k+18)/6] (k+1) * [(2k^2+13k+18)/6]$.

Podemos fatorar o polinômio $2k^2+13k+18$ como $(k+2)(2k+9)$.

Substituindo: $(k+1)(k+2)(2k+9)/6$.

Questão 9:

Q: Demonstrar que $1+4+7+\dots+(3n-2) = n(3n-1)/2$ para todo n em \mathbb{N} .

R: ($n=k$): Assuma que $1+4+\dots+(3k-2) = k(3k-1)/2$.

($n=k+1$): Queremos provar que: $(1+4+\dots+(3k-2)) + (3(k+1)-2) = (k+1)(3(k+1)-1)/2$.

Meta (lado direito): $(k+1)(3k+3-1)/2 = (k+1)(3k+2)/2 = (3k^2+5k+2)/2$.

Lado esquerdo, usando a hipótese: $[k(3k-1)/2] + (3k+3-2) (3k^2-k)/2 + (3k+1)$.

Tirando o MMC: $(3k^2-k + 2(3k+1))/2 (3k^2-k+6k+2)/2 (3k^2+5k+2)/2$.

Questão 10:

Q: Demonstrar que $123 + 234 + \dots + n(n+1)(n+2) = n(n+1)(n+2)(n+3)/4$ para todo n em \mathbb{N} .

R: (n=k): Assuma que $1^2 + \dots + k(k+1)(k+2) = k(k+1)(k+2)(k+3)/4$.

(n=k+1): Queremos provar que: $(1^2 + \dots + k(k+1)(k+2)) + (k+1)(k+2)(k+3) = (k+1)(k+2)(k+3)(k+4)/4$.

Lado esquerdo, usando a hipótese: $[k(k+1)(k+2)(k+3)/4] + (k+1)(k+2)(k+3)$.

Colocando o termo comum $(k+1)(k+2)(k+3)$ em evidência: $(k+1)(k+2)(k+3) * [k/4 + 1]$.

Simplificando o termo $[k/4 + 1] = [(k+4)/4]$: $(k+1)(k+2)(k+3) * [(k+4)/4]$
 $(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)/4$.

Questão 11:

Q: Demonstrar que para n em N, $0^4 + 1^4 + 2^4 + \dots + n^4 = n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1) / 30$.

R: (n=k): Vamos assumir que a fórmula é verdadeira para $n=k$: $0^4 + \dots + k^4 = k(k+1)(2k+1)(3k^2+3k-1) / 30$.

(n=k+1): Queremos provar que: $(0^4 + \dots + k^4) + (k+1)^4 = (k+1)(k+2)(2k+3)(3(k+1)^2+3(k+1)-1) / 30$.

Substituindo a hipótese no lado esquerdo: $[k(k+1)(2k+1)(3k^2+3k-1) / 30] + (k+1)^4$

Colocamos $(k+1)/30$ em evidência: $(k+1)/30 * [k(2k+1)(3k^2+3k-1) + 30(k+1)^3]$

Expandindo os termos internos (essa é a parte algebraicamente longa):

$$k^*(2k+1)^*(3k^2+3k-1) = k^*(6k^3+6k^2-2k+3k^2+3k-1) = k^*(6k^3+9k^2+k-1) = 6k^4+9k^3+k^2-k.$$

$$30^*(k+1)^3 = 30^*(k^3+3k^2+3k+1) = 30k^3+90k^2+90k+30.$$

$$\text{Somando os termos expandidos: } (6k^4+9k^3+k^2-k) + (30k^3+90k^2+90k+30) = 6k^4 + 39k^3 + 91k^2 + 89k + 30.$$

Agora, vamos expandir o numerador da nossa *meta* (o lado direito) para ver se é igual:

$$(k+2)(2k+3)(3(k+1)^2 + 3(k+1) - 1).$$

$$(k+2)(2k+3)(3(k^2 + 2k + 1) + 3k + 3 - 1).$$

$$(k+2)(2k+3)(3k^2 + 6k + 3 + 3k + 2).$$

$$(k+2)(2k+3)(3k^2 + 9k + 5).$$

$$(2k^2 + 7k + 6)(3k^2 + 9k + 5).$$

$$6k^4 + 18k^3 + 10k^2 + 21k^3 + 63k^2 + 35k + 18k^2 + 54k + 30.$$

$$6k^4 + 39k^3 + 91k^2 + 89k + 30.$$

Como os dois polinômios são idênticos, a fórmula é verdadeira para $n=k+1$.

Questão 12:

Q: Utilizando o Crivo de Eratóstenes, liste os números primos entre 1 e 150.

R: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149.

Questão 13:

Q: Liste o 6º, 7º e o 11º pares de números primos gêmeos (considerando que 3 e 5 é o primeiro par).

R: 2 = (5, 7).

3 = (11, 13).

4 = (17, 19).

5 = (29, 31).

6 = (41, 43).

7 = (59, 61).

$8 = (71, 73)$.

$9 = (101, 103)$.

$10 = (107, 109)$.

$11 = (137, 139)$.

Questão 14:

Q: Calcule o 3º, 4º, 5º e o 6º números da sequência de Fermat. Prove que nem todos estes números são primos.

R: Sequência de Fermat: $F_n = 2^{(2^n)} + 1$.

$$F_0 = 2^{(2^0)} + 1 = 2^1 + 1 = 3 \text{ (1º número).}$$

$$F_1 = 2^{(2^1)} + 1 = 2^2 + 1 = 5 \text{ (2º número).}$$

$$F_2 \text{ (3º número): } 2^{(2^2)} + 1 = 2^4 + 1 = 16 + 1 = 17.$$

$$F_3 \text{ (4º número): } 2^{(2^3)} + 1 = 2^8 + 1 = 256 + 1 = 257.$$

$$F_4 \text{ (5º número): } 2^{(2^4)} + 1 = 2^{16} + 1 = 65.536 + 1 = 65.537.$$

$$F_5 \text{ (6º número): } 2^{(2^5)} + 1 = 2^{32} + 1 = 4.294.967.296 + 1 = 4.294.967.297.$$

Para provar que nem todos os números de Fermat são primos, basta encontrar um que seja composto (tenha divisores): F_5 não é primo. Ele é divisível por 641.

$$4.294.967.297 = 641 * 6.700.417.$$

Questão 15:

Q: Verifique se são primos entre si os seguintes conjuntos de números:

R: A) 31; 68; 183.

Divisores de cada número.

31 tem: **1, 31.**

68 tem: **1, 2, 4, 17, 34, 68.**

183 tem: **1, 3, 61, 183.**

O único número em comum é 1 entre os três números, logo eles são primos entre si.

B) 4591; 2139.

Divisores de cada número.

4591 tem: **1, 13, 353, 4591.**

2139 tem: **1, 3, 23, 31, 69, 93, 713, 2139.**

O único número em comum é 1 entre os três números, logo eles são primos entre si.

C) 77; 53; 31; 2.

Divisores de cada número.

77 tem: **1, 7, 11, 77.**

53 tem: **1, 53.**

31 tem: **1, 31.**

2 tem: **1, 2.**

O único número em comum é 1 entre os três números, logo eles são primos entre si.

D) 1258; 987; 1247; 123.

Divisores de cada número.

1258 tem: **1, 2, 17, 34, 37, 74, 629, 1258.**

987 tem: **1, 3, 7, 21, 47, 141, 329, 987.**

1247 tem: **1, 29, 43, 1247.**

123 tem: **1, 3, 41, 123.**

O único número em comum é 1 entre os três números, logo eles são primos entre si.

Questão 16:

Q: Calcule o 12º, o 20º e o 25º elementos da sequência de Fibonacci.

R: Posições 12º, 20º e o 25º respectivamente: **144, 6765, 75025.**

$$F_1 = 1.$$

$$F_2 = 1.$$

$$F_3 = 1 + 1 = 2.$$

$$F_4 = 2 + 1 = 3.$$

$$F_5 = 3 + 2 = 5.$$

$$F_6 = 5 + 3 = 8.$$

$$F_7 = 8 + 5 = 13.$$

$$F_8 = 13 + 8 = 21.$$

$$F_9 = 21 + 13 = 34.$$

$$F_{10} = 34 + 21 = 55.$$

$$F_{11} = 55 + 34 = 89.$$

F₁₂ = 89 + 55 = 144. — Posição 12º da sequência Fibonacci.

$$F_{13} = 144 + 89 = 233.$$

$$F_{14} = 233 + 144 = 377.$$

$$F_{15} = 377 + 233 = 610.$$

$$F_{16} = 610 + 377 = 987.$$

$$F_{17} = 987 + 610 = 1597.$$

$$F_{18} = 1597 + 987 = 2584.$$

$$F_{19} = 2584 + 1597 = 4181.$$

F₂₀ = 4181 + 2584 = 6765. — Posição 20º da sequência Fibonacci.

$$F_{21} = 6765 + 4181 = 10946.$$

$$F_{22} = 10946 + 6765 = 17711.$$

$$F_{23} = 17711 + 10946 = 28657.$$

$$F_{24} = 28657 + 17711 = 46368.$$

F25 = 46368 + 28657 = 75025. — Posição 25º da sequência Fibonacci.

Questão 17:

Q: Calcule os primeiros 10 conjuntos de números primos triplos (se existirem).

R: Tem que estar dentro de uma das duas regras: $(p, p+2, p+6)$ ou $(p, p+4, p+6)$ e os três serem primos.

1. $p = 5, (p+2) = 7, (p+6) = 11.$ $(5, 7, 11).$
 2. $p = 7, (p+4) = 11, (p+6) = 13.$ $(7, 11, 13).$
 3. $p = 11, (p+2) = 13, (p+6) = 17.$ $(11, 13, 17).$
 4. $p = 13, (p+4) = 17, (p+6) = 19.$ $(13, 17, 19).$
 5. $p = 17, (p+2) = 19, (p+6) = 23.$ $(17, 19, 23).$
 6. $p = 41, (p+2) = 43, (p+6) = 47.$ $(41, 43, 47).$
 7. $p = 67, (p+4) = 71, (p+6) = 73.$ $(67, 71, 73).$
 8. $p = 91, (p+4) = 101, (p+6) = 103.$ $(91, 101, 103).$
 9. $p = 101, (p+2) = 103, (p+6) = 107.$ $(101, 103, 107).$
 10. $p = 103, (p+4) = 107, (p+6) = 109.$ $(103, 107, 109).$
-

Questão 18:

Q: Pesquise e explique o que é a operação tetração (tetration). Apresente 3 exemplos.

R: Tetração é o próximo nível na sequência de hiper operações depois da exponenciação.

Da mesma maneira que a multiplicação é uma pilha de somas e a exponenciação é uma pilha de multiplicações, a tetração é uma pilha de potências.

Forma de representação: ${}^n a$ (ou) $a \uparrow\uparrow n$

Basicamente forma-se uma pilha de potências iguais a base “a”, um número de vezes igual ao expoente “n”.

Exemplos:

1. Base 2, altura 3:

$${}^3 2 = 2^{2^2} = 2^{(2^2)} = 2^4 = 16.$$

2. Base 3, altura 3:

$${}^3 3 = 3^{3^3} = 3^{27} = 7,625,597,484,987.$$

3. Base raiz de 2, altura infinita:

$$y = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\dots}}} \quad y = 2^{y/2} \Rightarrow y = 2^{y/2} \Rightarrow \log_2(y) = \frac{y}{2}. \quad \infty \sqrt{2} = 2.$$

Questão 19:

Q: Calcule:

A) H(12):

R: $H(12) = (12^{12}) \cdot (11^{11}) \cdot (10^{10}) \cdot (9^9) \cdot (8^8) \cdot (7^7) \cdot (6^6) \cdot (5^5) \cdot (4^4) \cdot (3^3) \cdot (2^2) \cdot (1^1)$.

B) 10!:

R: $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800$.

C) !6:

R: $!6 = 6! (1 - (1/1!) + (1/2!) - (1/3!) + (1/4!) - (1/5!) ((-1)^6) . (1/6!))$

$$!6 = 6! (1 - (1/1!) + (1/2!) - (1/3!) + (1/4!) - (1/5!) + 1 . (1/6!))$$

$$!6 = 6! (1 - (1/1!) + (1/2!) - (1/3!) + (1/4!) - (1/5!) + (1/6!))$$

$$!6 = 720 (1 - (1/1) + (1/2) - (1/6) + (1/24) - (1/120) + (1/720))$$

$$!6 = 265.$$

D) !10:

R: $!10 = 10! (1 - (1/1!) + (1/2!) - (1/3!) + (1/4!) - (1/5!) + (1/6!) - (1/7!) + (1/8!) - (1/9!) (-1)^{10} . (1/10!))$

$$!10 = 10! (1 - (1/1!) + (1/2!) - (1/3!) + (1/4!) - (1/5!) + (1/6!) - (1/7!) + (1/8!) - (1/9!) + (1/10!))$$

$$!10 = 10! (1 - (1/1) + (1/2) - (1/6) + (1/24) - (1/120) + (1/720) - (1/5040) + (1/40320) - (1/362880) + (1/3628800))$$

$$!10 = 1.334.961.$$

E) 3\$ (superfactorial pickover):

R: $3\$ = 6^6 \cdot 6^6 \cdot 6^6 \cdot 6^6$.

F) 7\$ (fatorial exponencial):

R: $7\$ = 7^6 \cdot 5^4 \cdot 3^2 \cdot 1$.

G) 10#:

R: $10\# = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 210$.

H) sf(6):

R: $sf(6) = (1^6) \cdot (2^5) \cdot (3^4) \cdot (4^3) \cdot (5^2) \cdot (6^1)$

$$sf(6) = 1 \cdot 32 \cdot 81 \cdot 64 \cdot 25 \cdot 6$$

sf(6) = 24.883.200.

I) 47#:

R: $47\# = 47 \cdot 43 \cdot 41 \cdot 37 \cdot 31 \cdot 29 \cdot 23 \cdot 19 \cdot 17 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$.

J) 5!!:

R: $5!! = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

K) 8!!:

R: $8!! = 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 384$.

L) $(5!)!$:

R: $(5!)! = (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)! = 120!$.

M) sf(8):

R: $sf(8) = 8! \cdot 7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1!$.

N) H(6):

R: $H(6) = (6^6) \cdot (5^5) \cdot (4^4) \cdot (3^3) \cdot (2^2) \cdot (1^1)$

$H(6) = 4.031.078.400.000$.

Questão 20:

Q: Liste os dez primeiros pares de números primos.

R:

1. 3 e 7
2. 7 e 11
3. 13 e 17
4. 19 e 23

5. 37 e 41
 6. 43 e 47
 7. 67 e 71
 8. 79 e 83
 9. 97 e 101
 10. 103 e 107
-

Questão 21:

Q: Calcule os números de Mersenne M3, M7, M11, M19. Indique e prove quais deles são, realmente, números primos.

R:

$$M3 = (2^3) - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$M7 = (2^7) - 1 = 128 - 1 = 127$$

$$M11 = (2^{11}) - 1 = 2048 - 1 = 2047$$

$$M19 = (2^{19}) - 1 = 524.288 - 1 = 524.287$$

Dentre os quatro números encontrados, apenas $M11 = 2047$ não é primo, já que pode ser dividido por 23, por exemplo.

Questão 22:

Q: Divida 100 em duas parcelas tais que uma seja divisível por 7 e a outra por 11.

R:

Podemos escrever essa problema na forma de equação:

$$x + y = 100$$

onde x é múltiplo de 7, ou seja:

$$x = 7.a$$

e y é múltiplo de 11, então:

$$y = 11.b$$

Para achar o valor de a e b, podemos subtrair do número 100 os múltiplos de 7 até encontrar um onde o resto possui os dois dígitos iguais (ou seja, é múltiplo de 11).

$$100 - 7.0 = 100 - 0 = 100 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.1 = 100 - 7 = 93 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.2 = 100 - 14 = 86 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.3 = 100 - 21 = 79 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.4 = 100 - 28 = 72 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.5 = 100 - 35 = 65 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.6 = 100 - 42 = 58 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.7 = 100 - 49 = 51 \rightarrow \text{não é múltiplo de 11}$$

$$100 - 7.8 = 100 - 56 = 44 \rightarrow \text{é múltiplo de 11.}$$

Dessa forma, as duas parcelas que iremos dividir o 100 são:

$$\mathbf{x = 7.8 = 56.}$$

$$\mathbf{y = 11.4 = 44.}$$

$$\mathbf{x = 56 \text{ e } y = 44.}$$