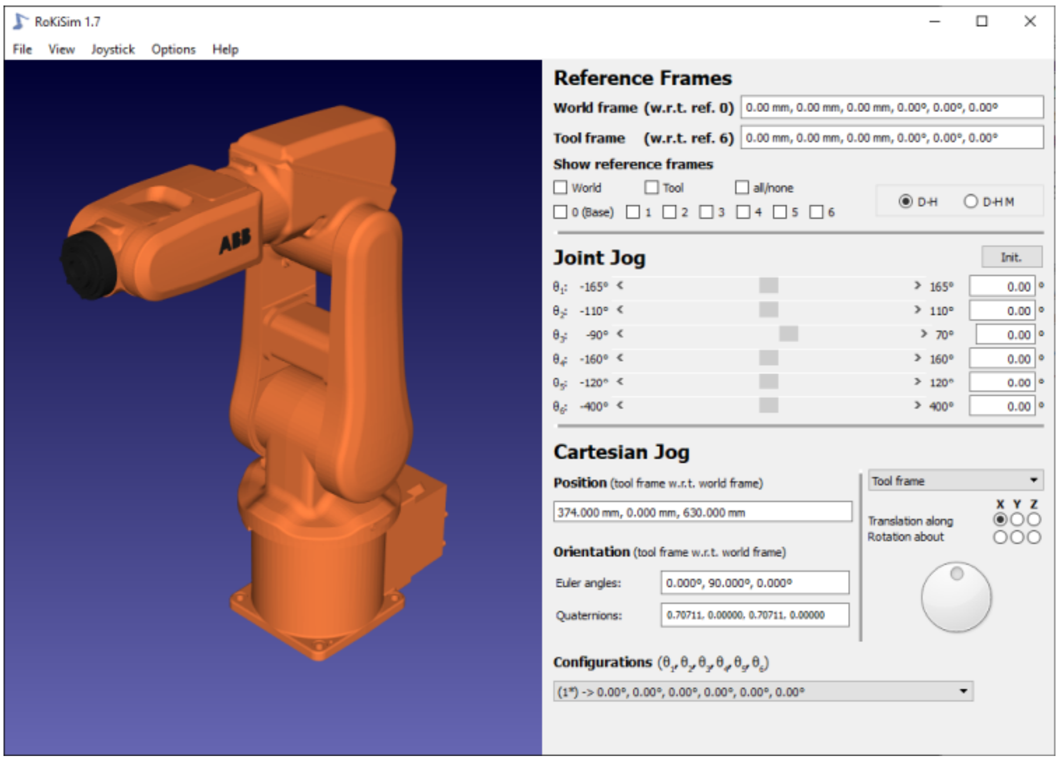
Cálculo del cuaternion de la orientación del porta-herramienta en el programa de simulación RoKiSim



- Descargue el programa de simulación
- Cargue el robot default (ABB_IRB120.xml)
- Del menú FILE, remueva la herramienta
- Presione INIT para resetear la posición del robot
- Copie los valores angulares de esta hoja de MathCAD en cada articulación del robot
- Una vez en posición, observe el cuaternión resultado de esta hoja de cálculo y compárelo con el de la simulación RoKiSim
- Por razones de cálculo, es posible que en algunos casos los resultados sean los valores complementarios

Referencia: https://www.youtube.com/watch?v=0FbDyWXemLw

ECUACIONES DE CUATERNIONES

Rotación

$$q_x(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$q_y(\phi) := \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) & 0 & \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$q_z(\theta) := \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}^T$$

Complemento

$$\text{NegQuaternion}(Q) := \begin{pmatrix} Q_0 \\ -Q_1 \\ -Q_2 \\ -Q_3 \end{pmatrix}$$

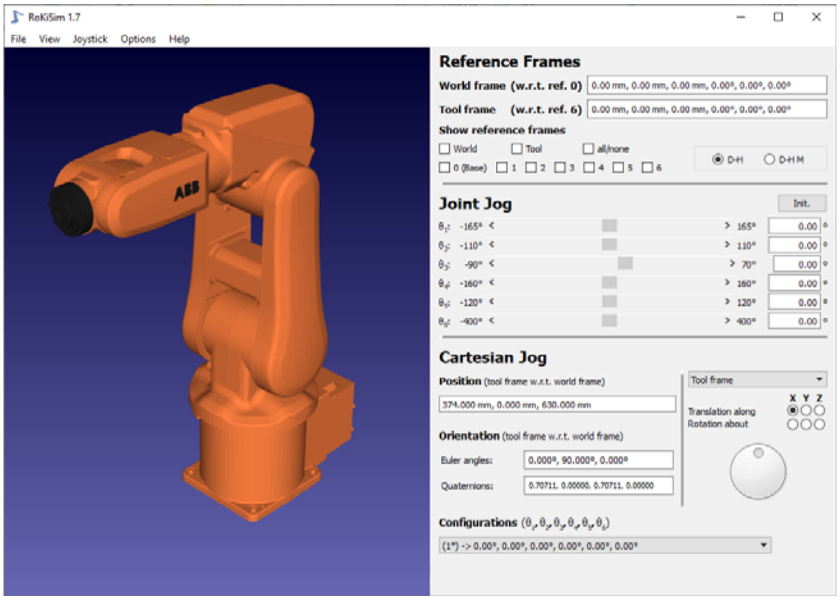
$$MQ(q1, q2) := \begin{pmatrix} q1_0 \cdot q2_0 & -q1_1 \cdot q2_1 & -q1_2 \cdot q2_2 & -q1_3 \cdot q2_3 \\ q1_1 \cdot q2_0 & q1_0 \cdot q2_1 & -q1_3 \cdot q2_2 & q1_2 \cdot q2_3 \\ q1_2 \cdot q2_0 & q1_3 \cdot q2_1 & q1_0 \cdot q2_2 & -q1_1 \cdot q2_3 \\ q1_3 \cdot q2_0 & -q1_2 \cdot q2_1 & q1_1 \cdot q2_2 & q1_0 \cdot q2_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Multiplicación

NOTA:

Aunque MathCAD permite a través de las preferencias determinar el valor índice de inicio para el uso de los contadores de posición en vectores y matrices, es mucho más claro declarar una variable DUMMY (que no se utiliza, pero ocupa un lugar) para el elemento cero del vector de juntas del robot en MathcAD y de esta manera hacer compatible los índices con la simulación RoKiSim, en donde el contador de juntas inicia en UNO.

POSICIÓN #1



$$\mathrm{DUMMY} \equiv 0$$

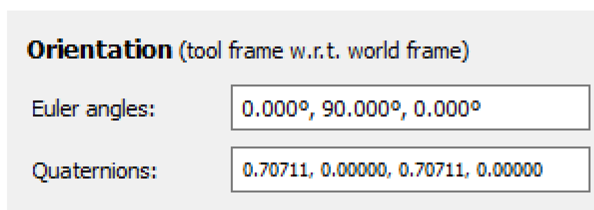
$$\theta := \begin{pmatrix} \mathrm{DUMMY} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{deg}$$

$z1 := q_z(\theta_1)$ $\quad$ $z2 := q_y(\theta_2)$ $\quad$ $z3 := q_y(\theta_3 + 90\cdot \mathrm{deg})$

$z4 := q_z(\theta_4)$ $\quad$ $z5 := q_y(\theta_5)$ $\quad$ $z6 := q_z(\theta_6)$

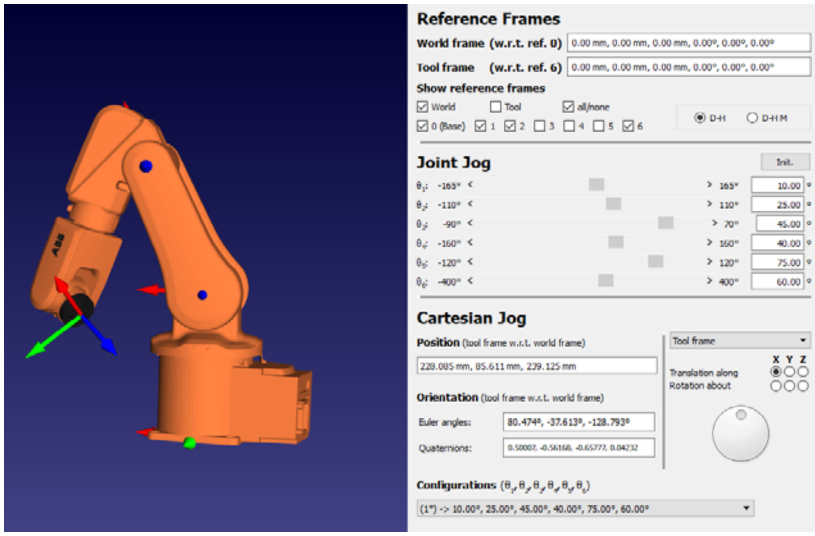
$$\mathrm{Quaternions} := \mathrm{MQ}\left(\mathrm{MQ}\left(\mathrm{MQ}\left(\mathrm{MQ}\left(\mathrm{MQ}\left(q_z(\theta_1), q_y(\theta_2)\right), q_y(\theta_3 + 90\cdot \mathrm{deg})\right), q_z(\theta_4)\right), q_y(\theta_5)\right), q_z(\theta_6)\right)$$

$$\mathrm{Quaternions} = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Los valores de RoKiSim son:
(0.70711, 0.00000, 0.70711, 0.00000)

POSICIÓN #2



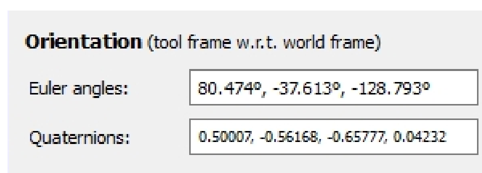
$$\theta := \begin{pmatrix} \text{DUMMY} \\ 10 \\ 25 \\ 45 \\ 40 \\ 75 \\ 60 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$z1 := q_z(\theta_1)$ $\quad z2 := q_y(\theta_2)$ $\quad z3 := q_y(\theta_3 + 90 \cdot \text{deg})$

$z4 := q_z(\theta_4)$ $\quad z5 := q_y(\theta_5)$ $\quad z6 := q_z(\theta_6)$

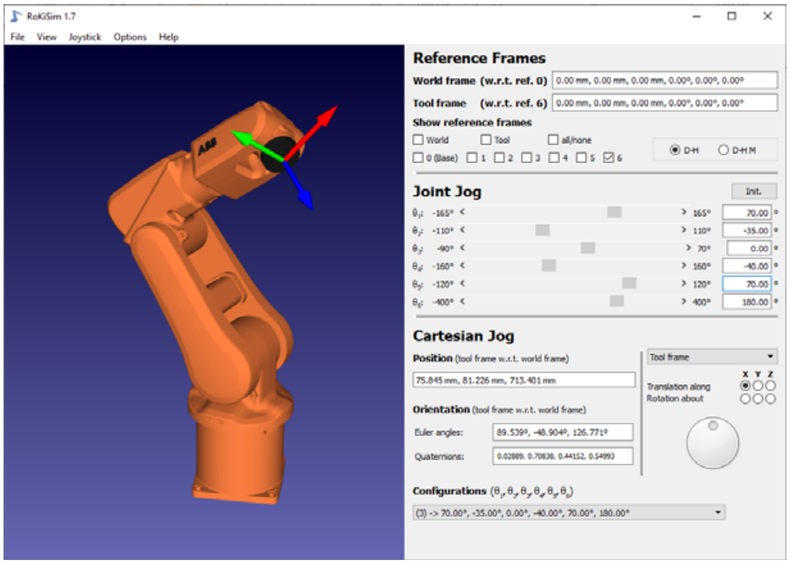
$$\text{Quaternions} := MQ(MQ(MQ(MQ(MQ(q_z(\theta_1), q_y(\theta_2)), q_y(\theta_3 + 90 \cdot \text{deg})), q_z(\theta_4)), q_y(\theta_5)), q_z(\theta_6))$$

$$\text{Quaternions} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.562 \\ 0.658 \\ -0.042 \end{pmatrix}$$



Los valores de RoKiSim son:
(0.50007, -0.56168, -0.65777, 0.04232)

POSICIÓN #2



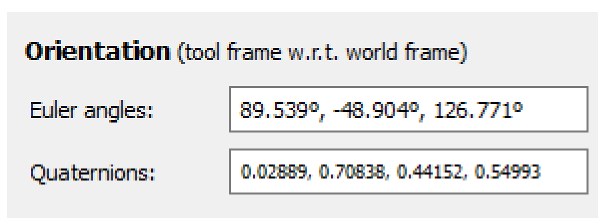
$$\theta := \begin{pmatrix} \text{DUMMY} \\ 70 \\ -35 \\ 0 \\ -40 \\ 70 \\ 180 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$z1 := q_z(\theta_1)$ $\quad$ $z2 := q_y(\theta_2)$ $\quad$ $z3 := q_y(\theta_3 + 90 \cdot \text{deg})$

$z4 := q_z(\theta_4)$ $\quad$ $z5 := q_y(\theta_5)$ $\quad$ $z6 := q_z(\theta_6)$

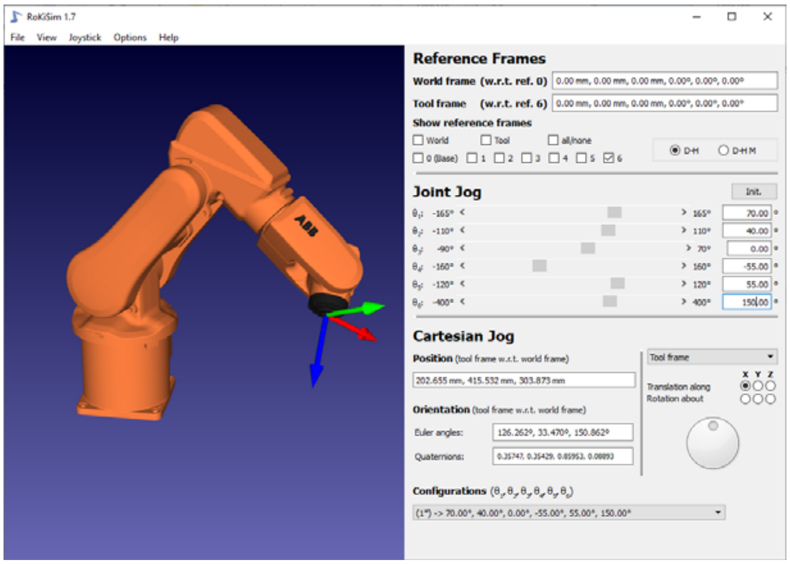
$$\text{Quaternions} := MQ(MQ(MQ(MQ(MQ(q_z(\theta_1), q_y(\theta_2)), q_y(\theta_3 + 90 \cdot \text{deg})), q_z(\theta_4)), q_y(\theta_5)), q_z(\theta_6))$$

$$\text{Quaternions} = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 0.708 \\ 0.442 \\ 0.55 \end{pmatrix}$$



Los valores de RoKiSim son:
(0.02889, 0.70838, 0.44152, 0.54993)

POSICIÓN #3



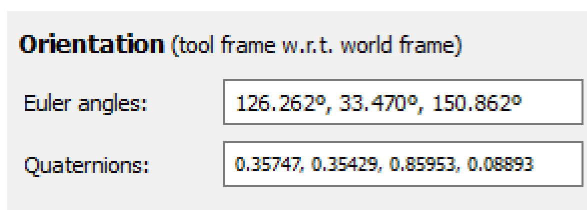
$$\theta := \begin{pmatrix} \text{DUMMY} \\ 70 \\ 40 \\ 0 \\ -55 \\ 55 \\ 150 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

$z1 := q_z(\theta_1)$ $\quad z2 := q_y(\theta_2)$ $\quad z3 := q_y(\theta_3 + 90\cdot\text{deg})$

$z4 := q_z(\theta_4)$ $\quad z5 := q_y(\theta_5)$ $\quad z6 := q_z(\theta_6)$

$$\text{Quaternions} := MQ(MQ(MQ(MQ(MQ(q_z(\theta_1), q_y(\theta_2)), q_y(\theta_3 + 90\cdot\text{deg})), q_z(\theta_4)), q_y(\theta_5)), q_z(\theta_6))$$

$$\text{Quaternions} = \begin{pmatrix} 0.357 \\ 0.354 \\ 0.86 \\ 0.089 \end{pmatrix}$$



Los valores de RoKiSim son:
(0.35747, 0.35429, 0.85953, 0.08893)