TANGENTE DE UNA CURVA

Considere la ecuación:

$$f(x) := -x^2 + 5x + 8$$

se desea encontrar un punto P para

$$x1 := 2$$

por lo que la componente Py se obtiene evaluando la función.

$$P := \begin{pmatrix} x1 \\ f(x1) \end{pmatrix} \qquad \qquad P =$$

$$P = \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \end{pmatrix}$$

Las constantes de los ejes son:

$$X := 0$$
 $Y := 1$

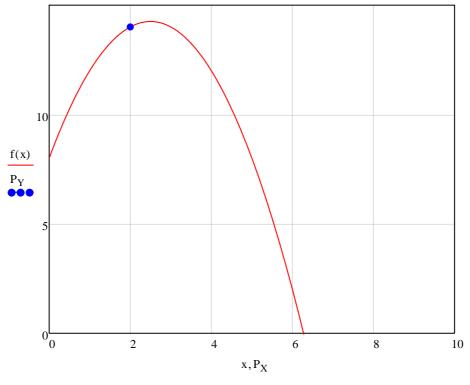


Fig.1.- Curva y el punto de evaluación P

El intervalo de la tangente se calculará considerando un offset Δx atrás y adelante del punto P.

$$\Delta x := 1$$

Para trazar la pendiente en la curva que pasa por el punto P se consideran los puntos inicio (Q) y fin (R) de la recta:

$$Q := \begin{pmatrix} x1 - \Delta x \\ f(x1 - \Delta x) \end{pmatrix} \qquad \qquad R := \begin{pmatrix} x1 + \Delta x \\ f(x1 + \Delta x) \end{pmatrix}$$

$$R := \begin{pmatrix} x1 + \Delta x \\ f(x1 + \Delta x) \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3 \\ 14 \end{pmatrix}$$

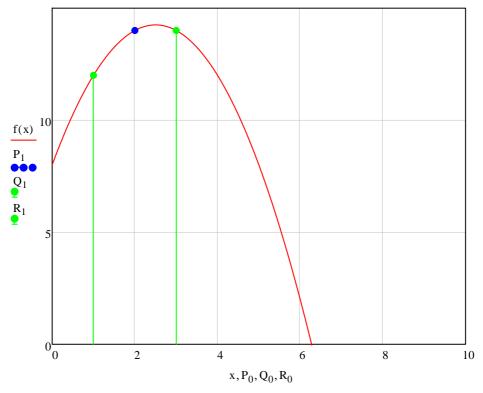


Fig. 2.- Intervalo de la tangente (puntos R,Q)

La pendiente de la recta tangente es la evaluación de la primer derivada de la curva...

$$m(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

...evaluada en el punto P

por lo que:

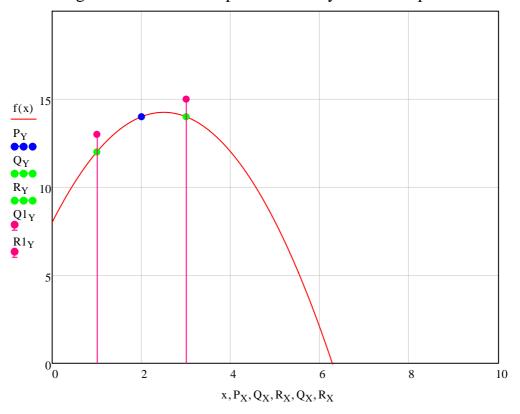
$$R1_{\mathbf{V}} := m(x1) \cdot (\Delta x) + P_{\mathbf{V}}$$

$$\mathsf{R1}_Y \coloneqq \mathsf{m}(\mathsf{x1}) \cdot (\Delta \mathsf{x}) + \mathsf{P}_Y \qquad \qquad \mathsf{Q1}_Y \coloneqq \mathsf{P}_Y - (\mathsf{m}(\mathsf{x1}) \cdot \Delta \mathsf{x})$$

$$R1_{V} = 15$$

$$Q1_Y = 13$$

Fig. 3.- Calculo de los puntos inicial y final de la pendiente



Para graficar la pendiente simplemente se arreglan los puntos inicial y final de la recta en vectores para cada coordenada.

$$Xv := \begin{pmatrix} R_X \\ Q_X \end{pmatrix}$$
 Y

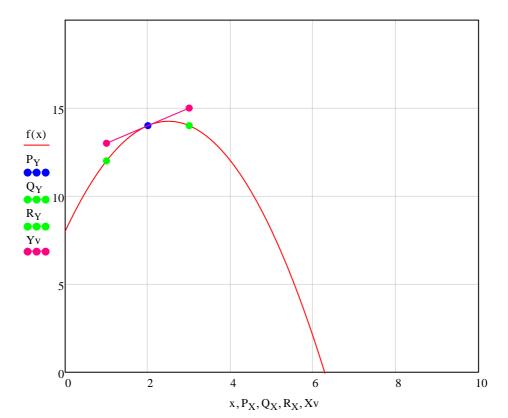


Fig. 4.- Gráfica final mostrando la pendiente en P

Como ejercicio se recomienda probar para otros valores de P. Se deja pendiente el cálculo de la normal de la pendiente. El PDF está <u>aqui.</u>