Lógica borrosa
Sistemas borrosos

Diego Milone

Inteligencia Computacional
Departamento de Informática

FICH-UNL

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

`if-then` borroso?

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

`if-then` borroso?
`si` la temperatura es ALTA
`entonces` activar el acondicionador a nivel MEDIO

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

`if-then` borroso?

Incerteza vs. aleatoriedad:

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

`if-then` borroso?

Incerteza vs. aleatoriedad:

Uno vs. muchos objetos o eventos

Introducción

Pensamiento borroso... difuso? probabilístico?

Reglas lingüísticas

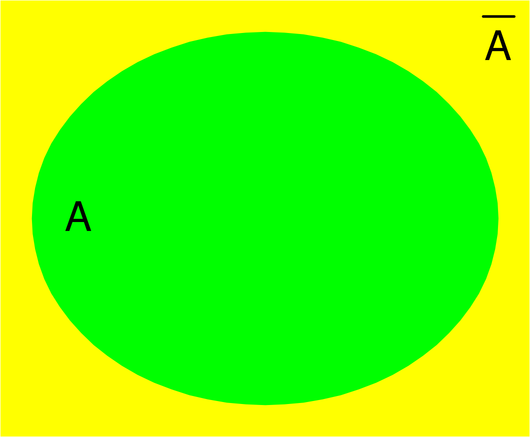
`if-then` borroso?

Incerteza vs. aleatoriedad:

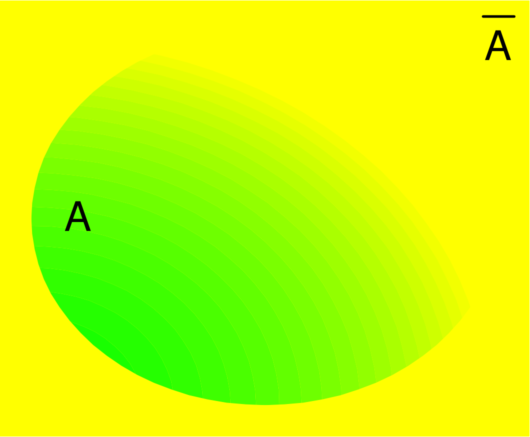
Uno vs. muchos objetos o eventos

En un objeto que se acerca desde lejos tenemos incerteza o aleatoriedad?
En el número que saldrá al tirar los datos tenemos incerteza o aleatoriedad?

Conjuntos binarios



Conjuntos borrosos



Conjuntos borrosos

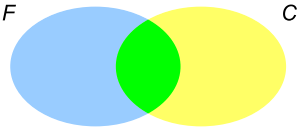
Ejemplos:

- Temperaturas (caso contínuo)

Conjuntos borrosos

Ejemplos:

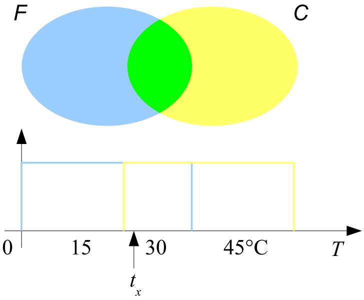
- Temperaturas (caso contínuo)



Conjuntos borrosos

Ejemplos:

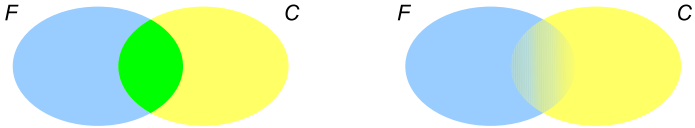
- Temperaturas (caso contínuo)



Conjuntos borrosos

Ejemplos:

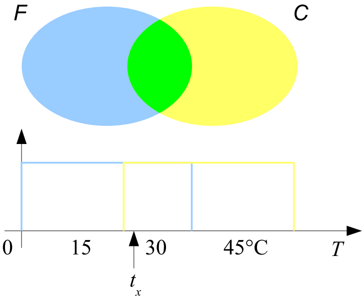
- Temperaturas (caso contínuo)



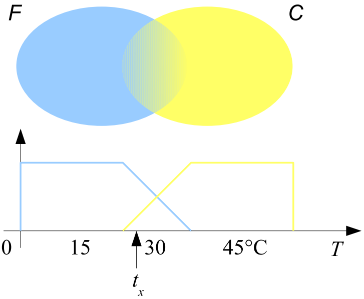
Conjuntos borrosos

Ejemplos:

- Temperaturas (caso contínuo)



$$t_x \in F \rightarrow 1{,}0$$
$$t_x \in C \rightarrow 1{,}0$$



$$t_x \in \tilde{F} \rightarrow 0{,}8$$
$$t_x \in \tilde{C} \rightarrow 0{,}2$$

Conjuntos borrosos

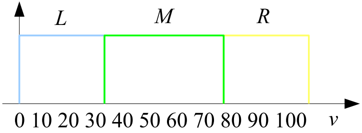
Ejemplos:

- Temperaturas (caso contínuo)
- Velocidades (caso discreto)

Conjuntos borrosos

Ejemplos:

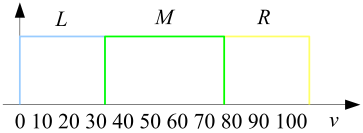
- Temperaturas (caso contínuo)
- Velocidades (caso discreto)

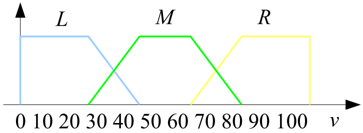


Conjuntos borrosos

Ejemplos:

- Temperaturas (caso contínuo)
- Velocidades (caso discreto)

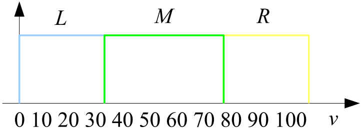


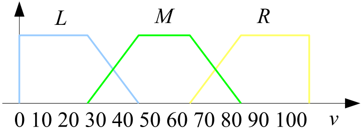


Conjuntos borrosos

Ejemplos:

- Temperaturas (caso contínuo)
- Velocidades (caso discreto)





$$\mu_L = 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$\mu_M = 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$$
$$\mu_R = 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1$$

$$\mu_{\tilde{L}} = 1\ 1\ 1\ 0{,}6\ 0{,}3\ 0\ 0\ 0\quad 0\quad 0\ 0$$
$$\mu_{\tilde{M}} = 0\ 0\ 0\ 0{,}3\ 0{,}6\ 1\ 1\ 0{,}6\ 0{,}3\ 0\ 0$$
$$\mu_{\tilde{R}} = 0\ 0\ 0\ 0\quad 0\quad 0\ 0\ 0{,}3\ 0{,}6\ 1\ 1$$

Conjuntos borrosos

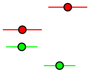
Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):

Conjuntos binarios $P = (0; 1)$

Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):

Conjuntos binarios $P = (0; 1)$
y $Q = (1; 0)$

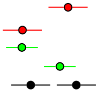


Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):

Conjuntos binarios $P = (0; 1)$

y $Q = (1; 0)$



Conjutnos universo $X = (1; 1)$

Conjuntos borrosos

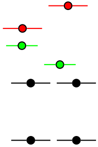
Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):

Conjuntos binarios $P = (0; 1)$

y $Q = (1; 0)$

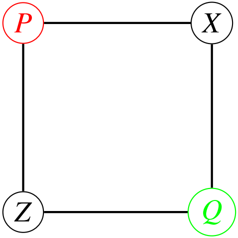
Conjutnos universo $X = (1; 1)$

y vacío $\Phi = (0; 0)$



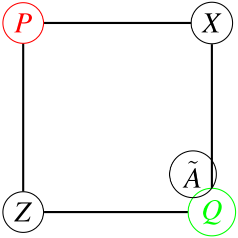
Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):
Vértices de un cuadrado



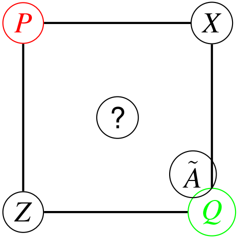
Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):
Vértices de un cuadrado



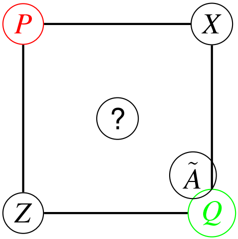
Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):
Vértices de un cuadrado



Conjuntos borrosos

Simplificación a conjuntos de 2 elementos ($\mathbb{R}^2$):
Vértices de un cuadrado



Funciones de membresía o pertenencia:

- Conjuntos binarios: $\mu_A : x \rightarrow \{0, 1\}$
- Conjutnos borrosos: $\mu_{\tilde{A}} : x \rightarrow [0, 1]$

Operaciones con conjuntos borrosos

Diego Milone

Inteligencia Computacional
Departamento de Informática

FICH-UNL

Subconjunto borroso

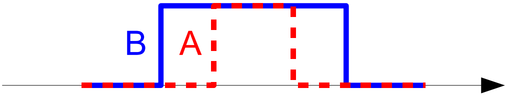
Sea E un conjunto enumerable y x un elemento de E. Un subconjunto borroso $\tilde{A}$ de E es un conjunto de pares ordenados:

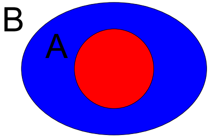
$$\tilde{A} = \{(x_i, \mu_A(x_i))\}; \quad x_i \in E$$

donde $\mu_A(x_i)$ es el grado de membresía de x en $\tilde{A}$.

Operaciones binarias

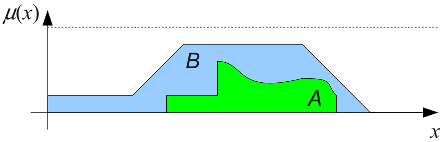
Conjunto binario incluido:





Operaciones borrosas elementales

Inclusión: $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x$



Operaciones borrosas elementales

Inclusión: $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x$

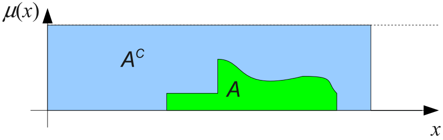
Igualdad: $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x$

Operaciones borrosas elementales

Inclusión: $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x$

Igualdad: $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x$

Complemento: $\tilde{B} = \tilde{A}^c \Leftrightarrow \mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x$



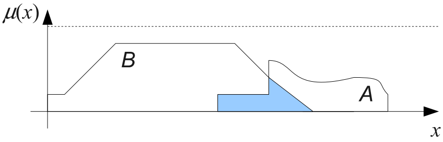
Operaciones borrosas elementales

Inclusión: $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x$

Igualdad: $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x$

Complemento: $\tilde{B} = \tilde{A}^c \Leftrightarrow \mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x$

Intersección: $\tilde{A} \cap \tilde{B} \Rightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x$



Operaciones borrosas elementales

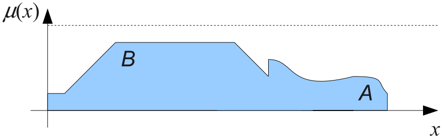
Inclusión: $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x$

Igualdad: $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x$

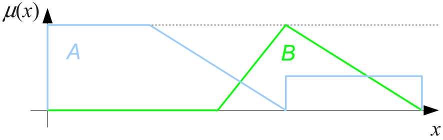
Complemento: $\tilde{B} = \tilde{A}^c \Leftrightarrow \mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x$

Intersección: $\tilde{A} \cap \tilde{B} \Rightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x$

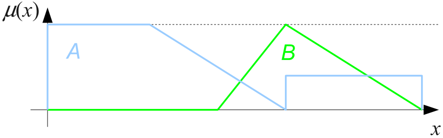
Unión: $\tilde{A} \cup \tilde{B} \Rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x$



Operaciones borrosas elementales

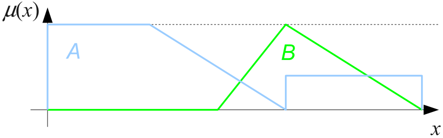


Operaciones borrosas elementales

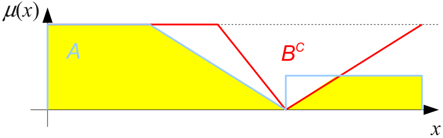


Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

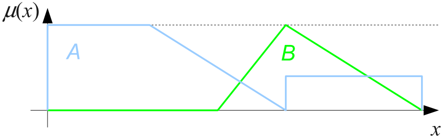
Operaciones borrosas elementales



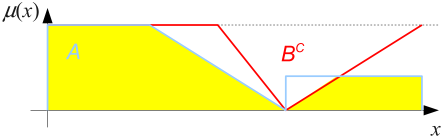
Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

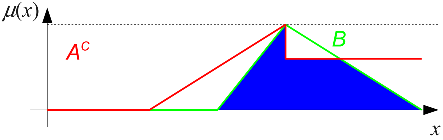


Operaciones borrosas elementales

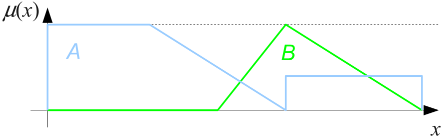


Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

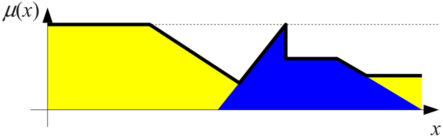




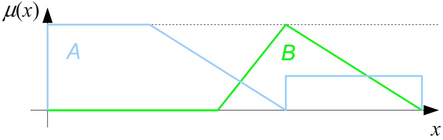
Operaciones borrosas elementales



Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$



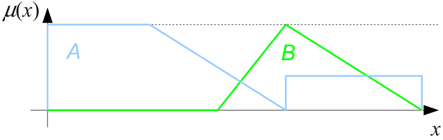
Operaciones borrosas elementales



Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

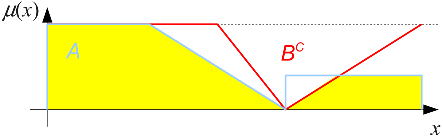
Diferencia: $\tilde{A} - \tilde{B} = \tilde{A} \cap \tilde{B}^c$

Operaciones borrosas elementales

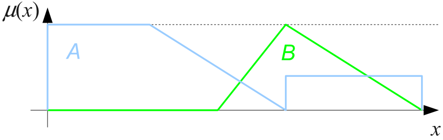


Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

Diferencia: $\tilde{A} - \tilde{B} = \tilde{A} \cap \tilde{B}^c$

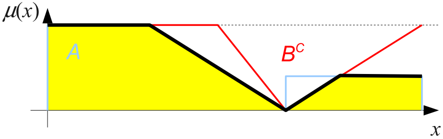


Operaciones borrosas elementales



Suma disyuntiva: $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}^c\right) \cup \left(\tilde{A}^c \cap \tilde{B}\right)$

Diferencia: $\tilde{A} - \tilde{B} = \tilde{A} \cap \tilde{B}^c$



Medidas de distancia entre conjuntos borrosos

Distancia de Hamming: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sum_{i=1}^{n} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|$

Distancia de Hamming relativa: $\delta(\tilde{A}, \tilde{B}) = \dfrac{d(\tilde{A}, \tilde{B})}{n}$

Medidas de distancia entre conjuntos borrosos

Distancia de Hamming: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sum_{i=1}^{n} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|$

Distancia de Hamming relativa: $\delta(\tilde{A}, \tilde{B}) = \dfrac{d(\tilde{A}, \tilde{B})}{n}$

Distancia euclídea: $e(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|^2}$

Distancia euclídea relativa: $\epsilon(\tilde{A}, \tilde{B}) = \dfrac{e(\tilde{A}, \tilde{B})}{\sqrt{n}}$

Caracterización de los conjuntos borrosos

Diego Milone

Inteligencia Computacional
Departamento de Informática

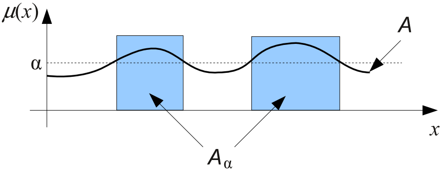
FICH-UNL

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$



Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

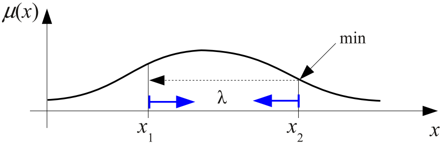
1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right\}$
   $\forall \lambda \in [0, 1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$



Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

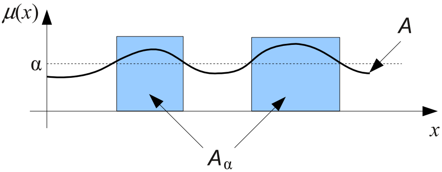
1. $\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
2. $\tilde{A}$ es convexo $\Leftrightarrow A_\alpha$ es convexo $\forall \alpha \in [0,1]$

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
2. $\tilde{A}$ es convexo $\Leftrightarrow A_\alpha$ es convexo $\forall \alpha \in [0,1]$



¿$\tilde{A}$ es convexo?

Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
2. $\tilde{A}$ es convexo $\Leftrightarrow A_\alpha$ es convexo $\forall \alpha \in [0,1]$

Conjunto normal: $\max\left\{\mu_A(x)\right\} = 1$

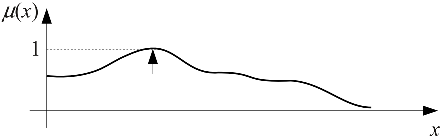
Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
2. $\tilde{A}$ es convexo $\Leftrightarrow A_\alpha$ es convexo $\forall \alpha \in [0,1]$

Conjunto normal: $\max\{\mu_A(x)\} = 1$



Caracterización de conjuntos borrosos

Conjunto binario de nivel α: $A_\alpha = \{x/\mu_A(x) \geq \alpha \quad \forall x \in A\}$

Conjunto convexo:

1. $\mu_A\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right\}$
   $\forall \lambda \in [0,1], \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
2. $\tilde{A}$ es convexo $\Leftrightarrow A_\alpha$ es convexo $\forall \alpha \in [0,1]$

Conjunto normal: $\max\left\{\mu_A(x)\right\} = 1$

Tamaño de un conjunto borroso: $|\tilde{A}| = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)$

(relación con los conjuntos binarios...)

Otras propiedades curiosas

$$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c =^? X$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c =^? \Phi$$

Otras propiedades curiosas

$$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c =^? X$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c =^? \Phi$$

Ejemplo:

$$A = (0,2; 0,8)$$

Otras propiedades curiosas

$$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c =^? X$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c =^? \Phi$$

Ejemplo:

$$A = (0{,}2; 0{,}8)$$

$$A^c = (0{,}8; 0{,}2)$$

Otras propiedades curiosas

$$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c =^? X$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c =^? \Phi$$

Ejemplo:

$$A = (0{,}2; 0{,}8)$$

$$A^c = (0{,}8; 0{,}2)$$

$$A \cup \tilde{A}^c = ? \qquad A \cap \tilde{A}^c = ?$$

El conjunto borroso medio

$$\tilde{M}/\mu_M(x) = \frac{1}{2} \quad \forall x \in E$$

El conjunto borroso medio

$$\tilde{M}/\mu_M(x) = \frac{1}{2} \quad \forall x \in E$$

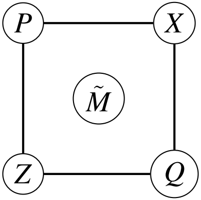
$$\tilde{M} = \tilde{M} \cap \tilde{M}^c = \tilde{M} \cup \tilde{M}^c = \tilde{M}^c$$

El conjunto borroso medio

$$\tilde{M} / \mu_M(x) = \frac{1}{2} \quad \forall x \in E$$

$$\tilde{M} = \tilde{M} \cap \tilde{M}^c = \tilde{M} \cup \tilde{M}^c = \tilde{M}^c$$

¿$\tilde{M}$ es el conjunto más borroso?

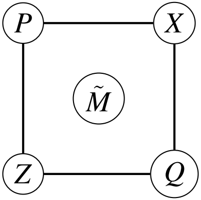


El conjunto borroso medio

$$\tilde{M} / \mu_M(x) = \frac{1}{2} \quad \forall x \in E$$

$$\tilde{M} = \tilde{M} \cap \tilde{M}^c = \tilde{M} \cup \tilde{M}^c = \tilde{M}^c$$

¿$\tilde{M}$ es el conjunto más borroso?



¿Cómo medimos la borrosidad?

Entropía borrosa

Diego Milone

Inteligencia Computacional
Departamento de Informática

FICH-UNL

Entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

Entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$$I^n = \{0, 1\}^n$$

$$I^n_{min} = I^n_{j*} \Leftrightarrow d(\tilde{A}, I^n_{j*}) < d(\tilde{A}, I^n_j) \quad \forall j \neq j*$$

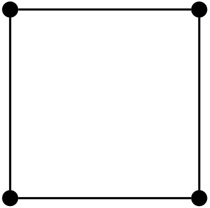
$$I^n_{max} = I^n_{i*} \Leftrightarrow d(\tilde{A}, I^n_{i*}) > d(\tilde{A}, I^n_i) \quad \forall i \neq i*$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

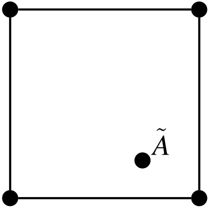
$A = (0{,}7; 0{,}2)$



Entropía borrosa

Ejemplos:

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



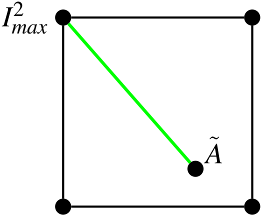
$$\boxed{S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}}$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



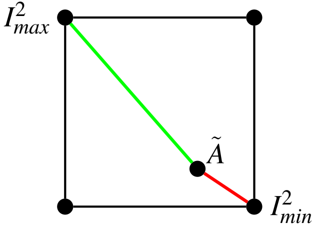
$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



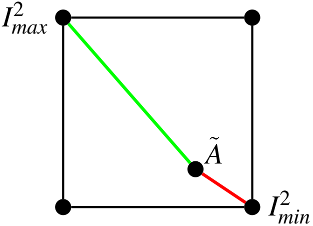
$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$
$$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$\boxed{S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



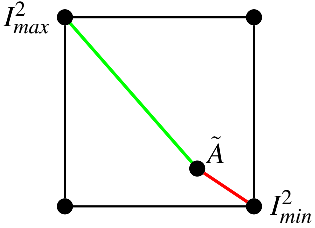
$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$
$$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$$
$$S(\tilde{A}) = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3}$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$
$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$
$S(\tilde{A}) = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3}$

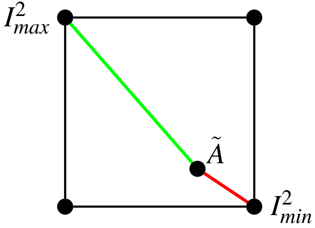
$S(\tilde{M}) = ?$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$
$$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$$
$$S(\tilde{A}) = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3}$$

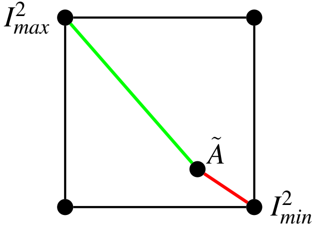
$$S(\tilde{M}) = 1{,}0$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$



$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$
$$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$$
$$S(\tilde{A}) = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3}$$

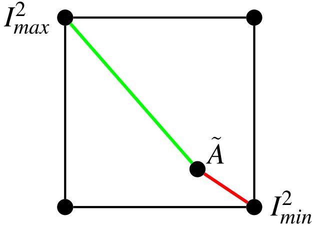
$$S(\tilde{M}) = 1{,}0$$
$$S(\tilde{I}^n) = ?$$

Entropía borrosa

Ejemplos:

$$S(\tilde{A}) = \frac{d(\tilde{A}, I^n_{min})}{d(\tilde{A}, I^n_{max})}$$

$A = (0{,}7; 0{,}2)$

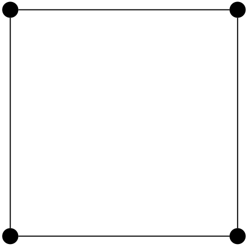


$$d_{max} = |0{,}7 - 0{,}0| + |0{,}2 - 1{,}0| = 1{,}5$$
$$d_{min} = |0{,}7 - 1{,}0| + |0{,}2 - 0{,}0| = 0{,}5$$
$$S(\tilde{A}) = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{1}{3}$$

$$S(\tilde{M}) = 1{,}0$$
$$S(\tilde{I}^n) = 0{,}0$$

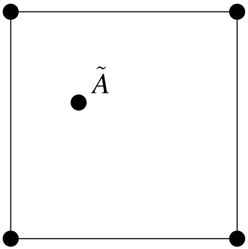
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



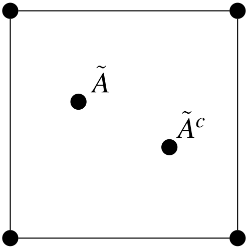
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



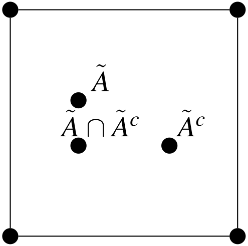
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



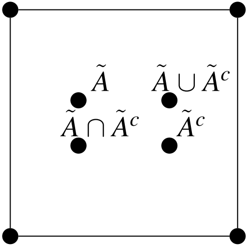
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



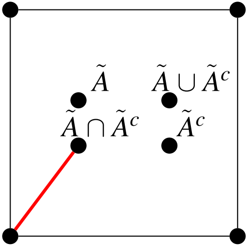
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



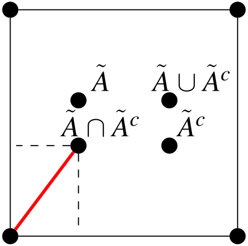
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



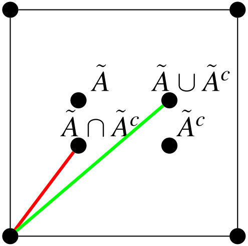
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



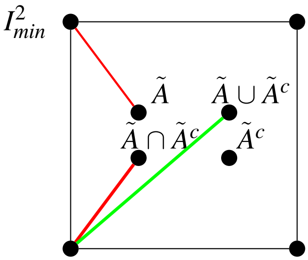
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



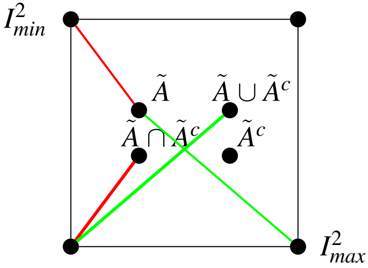
Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



Teorema de la entropía borrosa

$$S(\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

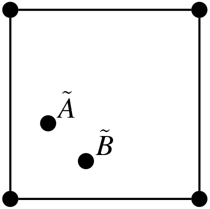
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$



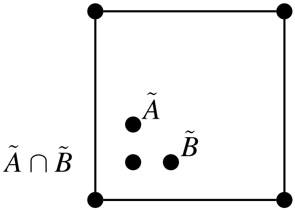
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$



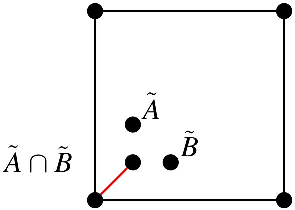
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{}$



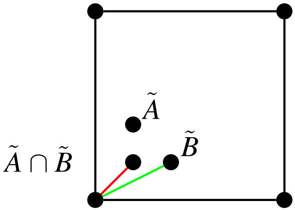
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{0{,}4+0{,}2}$



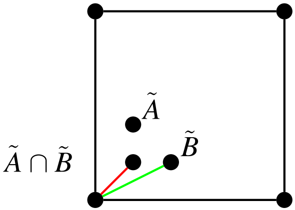
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{0{,}4+0{,}2} = \frac{2}{3}$



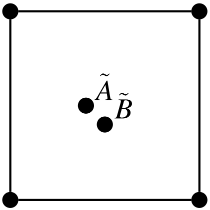
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$



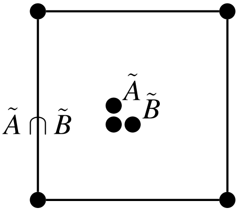
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$



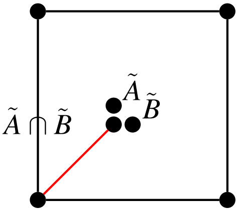
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
  $\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{0{,}4+0{,}4}{}$



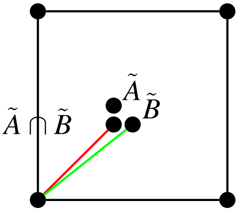
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}4+0{,}4}{0{,}5+0{,}4}$



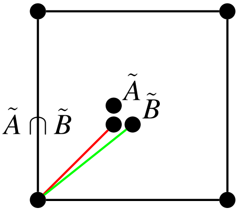
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0,4; 0,2) \quad \tilde{A} = (0,2; 0,4)$
- $\tilde{B} = (0,5; 0,4) \quad \tilde{A} = (0,4; 0,5)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0,4+0,4}{0,5+0,4} = \frac{8}{9}$



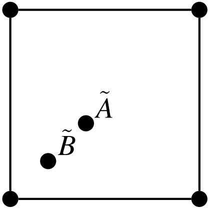
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
- $\tilde{B} = (0{,}2; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}4)$



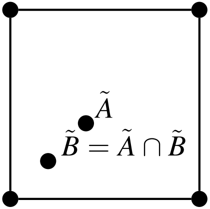
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B}, \tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
- $\tilde{B} = (0{,}2; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}4)$



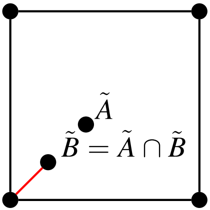
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
- $\tilde{B} = (0{,}2; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{}$



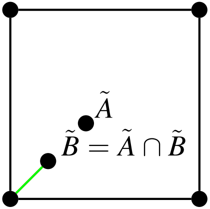
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A}\cap\tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
- $\tilde{B} = (0{,}2; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{0{,}2+0{,}2}$



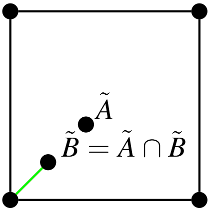
Teorema del subconjunto borroso

¿En qué medida es $\tilde{B}$ un subconjunto de $\tilde{A}$?

$$\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{B}|}{|\tilde{B}|}$$

Ejemplos:

- $\tilde{B} = (0{,}4; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}2; 0{,}4)$
- $\tilde{B} = (0{,}5; 0{,}4) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}5)$
- $\tilde{B} = (0{,}2; 0{,}2) \quad \tilde{A} = (0{,}4; 0{,}4)$
  $\varphi(\tilde{B},\tilde{A}) = \frac{0{,}2+0{,}2}{0{,}2+0{,}2} = 1$



Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c)$$

Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$

Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

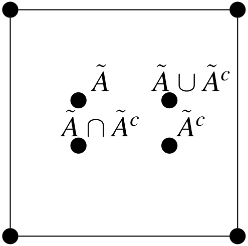
$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap \cancel{(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)}|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|} = \frac{|\tilde{A} \cap \tilde{A}^c|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$

Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$

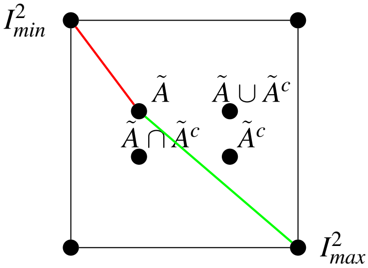
Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



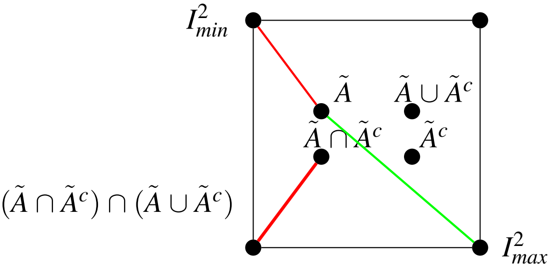
Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$



Teorema de la entropía y el subconjunto borroso

$$S(\tilde{A}) = \varphi(\tilde{A} \cup \tilde{A}^c, \tilde{A} \cap \tilde{A}^c) = \frac{|(\tilde{A} \cap \tilde{A}^c) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{A}^c)|}{|\tilde{A} \cup \tilde{A}^c|}$$