



**LCSI** Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes  
**Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes**

Gláucio Sansevero

## **Controle Preditivo Baseado em Modelo para Turbo-geradores Hidráulicos Tipo Francis**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação.

Orientador: Celso Pascoli Bottura

Campinas, SP  
2006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sa58c                      Sansevero, Gláucio  
                                Controle preditivo baseado em modelo para turbo-  
                                geradores hidráulicos tipo Francis / Gláucio Sansevero. –  
                                Campinas, SP: [s.n.], 2006.

                                Orientador: Celso Pascoli Bottura  
                                Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de  
                                Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
                                Computação.

                                1. Controle preditivo. 2. Turbinas hidráulicas. 3.  
                                Velocidade. 4. Geradores elétricos. 5. Sistemas de controle  
                                digital. I. Bottura, Celso Pascoli. II. Universidade Estadual  
                                de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
                                Computação. III. Título.

Título em Inglês: Model predictive control for Francis hydro turbine generators

Palavras-chave em Inglês: Predictive control, Generator, Control systems, Hydro turbine,  
Speed

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Antônio Simões Costa, Ernesto Ruppert Filho e Gilmar Barreto

Data da defesa: 25/08/2006



**LCSI** Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes  
**Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes**

Gláucio Sansevero

## **Controle Preditivo Baseado em Modelo para Turbo-geradores Hidráulicos Tipo Francis**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação.  
Aprovação em 25/08/2006

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Antônio Simões Costa - UFSC

Prof. Dr. Celso Pascolli Bottura - UNICAMP

Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho - UNICAMP

Prof. Dr. Gilmar Barreto - UNICAMP

Campinas, SP  
2006

# Resumo

Apesar de ter surgido na indústria há mais de 20 anos, o Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) não encontrou muitas aplicações no campo de controle de máquinas rotativas. A maioria das aplicações hoje são processos químicos e petroquímicos. Contudo, alguns resultados obtidos por outros autores em controle de turbinas a gás e turbinas a vapor sugerem que sua utilização pode ser interessante no controle deste tipo de máquina e, em particular, no controle de turbinas hidráulicas. Este trabalho tem por objetivo explorar a possibilidade e discutir as vantagens e desvantagens da aplicação deste método no controle de turbinas hidráulicas tipo Francis. Iniciamos o trabalho apresentando uma descrição do MPC e explicitando o algoritmo utilizado pelo controlador. Em seguida, um modelo no espaço de estado do sistema a ser controlado é desenvolvido. Finalmente, o método é aplicado no controle da máquina em questão e os resultados obtidos através de simulações são analisados.

**Palavras-chave:** controle preditivo, gerador, sistemas de controle, turbina hidráulica, velocidade.

# Abstract

Despite being used in the industry for more than 20 years, Model Predictive Control (MPC) has not found many applications in the field of rotating machinery control. The majority of the applications today are chemical and petrochemical processes. However, some results obtained by other authors for the control of gas and steam turbines, suggest that its use can be interesting for the control of this type of machine, and in particular, for the control of hydraulic turbine generators. The objective of this work is to explore the possibility and to discuss the advantages and disadvantages of the application of this method on the control of a Francis hydro turbine generator. We start the discussion presenting a description of the MPC and detailing the algorithm used by the controller. After that, a state space model of the system to be controlled is developed. Finally the method is applied for the control of the hydro turbine and the results obtained through simulation are discussed.

**Keywords:** predictive control, generator, control systems, hydro turbine, speed.

*Aos meus pais, Hilda e Joaquim*  
*À minha mulher, Nanda*

# Agradecimentos

Depois de terminar minha graduação, comecei a trabalhar na indústria, diretamente com sistemas de controle de velocidade de máquinas rotativas. Fiquei alguns anos longe da Universidade, mas sempre busquei manter contato com a academia e, em especial, com o grupo de pesquisa do LCSI. Acho que isso aconteceu porque sempre senti vontade de continuar aprendendo. Em um determinado momento tive a certeza de que queria levar essa vontade um pouco mais a sério. Tive que tomar algumas decisões difíceis, mas foi assim que entrei no programa de pós-graduação da FEEC. Fiz isso sem deixar meu trabalho. Enquanto cursava as disciplinas da pós-graduação, continuei trabalhando em meio período. Com o fim das disciplinas voltei a trabalhar em período integral. E assim terminei essa dissertação, que marca o fim de um ciclo.

Durante todo esse período, tive o apoio de várias pessoas que me ajudaram das mais diversas maneiras. Gostaria de registrar aqui meus agradecimentos,

Ao meu orientador, Prof. Dr. Celso Pascoli Bottura, pelo entusiasmo contagiante, por acreditar neste trabalho e por me dar esta oportunidade.

Aos colegas do LCSI, em especial ao Gilmar, Annabel, Fernando, Ginalber e Erick.

A todos os colegas da GE, e em especial a Fernando Duarte, pelo apoio no momento em que decidi fazer o mestrado.

À General Electric e à UNICAMP, pelo apoio institucional.

Aos meus pais, Hilda Moreira Sansevero e Joaquim Cesar Sansevero, por tudo o que fizeram e continuam fazendo por mim.

Aos meus irmãos Perla Cristina Sansevero e Giovanni Sansevero, antes de tudo meus amigos.

Aos meus queridos sobrinhos Lucas Sansevero e Pedro Sansevero.

Às minhas queridas avós, Lourdes Maria Moreira (in memoriam) e Elizabeth Teixeira de Andrade Sansevero.

À minha família em São Paulo, Xoste, Menelau e Celinha, a ela em especial agradeço também pela revisão do texto.

Aos meus grandes amigos Alcio, Eduardo, Rômulo e Rex, cada um marcando uma fase da minha vida.

Ao time do Didi Mocó.

Ao Comunista Limonada.

Ao Luisão, ao Obina e ao Juan, pelos gols na final da Copa do Brasil.

Ao Mengão, o mais querido.

Aos meus amigos peludos, Zig e Calvin, grandes companheiros.

E muito especialmente, à minha companheira Nanda, pelo apoio incondicional, nos bons e nos maus momentos.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>Glossário</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xvii</b>
<b>Trabalhos Publicados Pelo Autor</b>	<b>xxi</b>
<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Controle Preditivo Baseado em Modelo</b>	<b>3</b>
1.1 Introdução . . . . .	3
1.2 Estrutura do Controlador . . . . .	3
1.3 Derivação do Algoritmo . . . . .	5
1.3.1 Modelo da Planta . . . . .	6
1.3.2 Modelo Interno . . . . .	7
1.3.3 Estimação de Estado . . . . .	8
1.3.4 Modelo de Referência . . . . .	9
1.3.5 Horizonte de predição . . . . .	11
1.3.6 Projeção do modelo de referência . . . . .	13
1.3.7 Problema de otimização . . . . .	14
1.3.8 Solução por Programação Quadrática . . . . .	15
1.3.9 Caso irrestrito - modelo do controlador convencional . . . . .	17
1.4 Comentários Finais . . . . .	19
<b>2 Modelamento do Sistema</b>	<b>21</b>
2.1 Introdução . . . . .	21
2.2 Modelo Dinâmico . . . . .	22
2.2.1 Turbina e Conduto Forçado . . . . .	23
2.2.2 Posicionador do Distribuidor . . . . .	30
2.2.3 Rotores e Carga Elétrica . . . . .	33
2.3 Modelo no Espaço de Estado . . . . .	45
2.3.1 Turbina e Conduto Forçado . . . . .	46



---

2.3.2	Posicionador do Distribuidor . . . . .	47
2.3.3	Rotor e carga elétrica . . . . .	48
2.3.4	Modelo Completo . . . . .	50
2.4	Comentários Finais . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Controle Preditivo da Turbina Hidráulica</b>	<b>55</b>
3.1	Introdução . . . . .	55
3.2	Controle de Velocidade de Turbinas Hidráulicas . . . . .	55
3.2.1	Controle Isócrono de Velocidade . . . . .	56
3.2.2	Controle de Velocidade/Potência com Estatismo . . . . .	56
3.3	Avaliação dos Modelos . . . . .	59
3.4	Controle Preditivo da Turbina Hidráulica . . . . .	63
3.4.1	Controlador Convencional . . . . .	63
3.4.2	Controlador MPC . . . . .	66
3.4.3	Comparação dos Controladores . . . . .	69
3.5	Comentários Finais . . . . .	73
	<b>Conclusão</b>	<b>75</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>77</b>

# Lista de Figuras

1.1	Controle preditivo baseado em modelo. . . . .	4
1.2	Diagrama de blocos da planta. . . . .	6
1.3	Diagrama detalhado do controlador. . . . .	18
2.1	Diagrama típico de uma planta hidrelétrica. . . . .	22
2.2	Diagrama de blocos - relações dinâmicas entre os principais elementos da planta. . .	23
2.3	Turbina hidráulica tipo Francis. . . . .	24
2.4	Diagrama de blocos - modelo não-linear da turbina. . . . .	28
2.5	Diagrama de blocos - modelo linear da turbina. . . . .	30
2.6	Mecanismo posicionador do distribuidor. . . . .	31
2.7	Servomecanismo de dois estágios. . . . .	32
2.8	Diagrama de blocos - posicionador do distribuidor . . . . .	33
2.9	Diagrama de blocos - posicionador do distribuidor linear . . . . .	34
2.10	Ângulo de carga . . . . .	36
2.11	Gerador síncrono alimentando carga elétrica . . . . .	38
2.12	Gerador alimentando carga isolada . . . . .	42
2.13	Diagrama de blocos - gerador alimentando carga isolada . . . . .	44
2.14	Gerador conectado à barra infinita . . . . .	44
2.15	Diagrama de blocos - gerador alimentando barra infinita . . . . .	45
2.16	Diagrama de blocos modificado - modelo linear da turbina . . . . .	47
2.17	Diagrama de blocos modificado - posicionador do distribuidor . . . . .	48
2.18	Diagrama de blocos - gerador alimentando carga isolada . . . . .	49
2.19	Diagrama de blocos - gerador alimentando barra infinita . . . . .	49
3.1	Controle isócrono de velocidade . . . . .	56
3.2	Referência de velocidade - controle isócrono . . . . .	57
3.3	Controle de carga com estatismo . . . . .	58
3.4	Referência de velocidade - controle com estatismo . . . . .	58
3.5	Diagrama de blocos - validação dos modelos . . . . .	59
3.6	Simulação - rejeição de carga de 0,2 p.u. . . . .	61
3.7	Simulação - detalhe da rejeição de carga de 0,2 p.u. . . . .	62
3.8	Simulação - rejeição de carga total . . . . .	63
3.9	Estrutura controlador PID . . . . .	64
3.10	Controlador PD - resposta do servo-sistema. . . . .	66

3.11	Estrutura geral - controlador MPC . . . . .	66
3.12	Central Pointe du Bois - controle MPC estável . . . . .	70
3.13	Central Pointe du Bois - controle MPC estável - detalhe . . . . .	71
3.14	Central Pointe du Bois - controle MPC instável . . . . .	72
3.15	Central Kelsey - controle MPC estável . . . . .	73
3.16	Central Kelsey - controle MPC degradado . . . . .	74

# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do modelo de turbina hidráulica. . . . .	25
2.2	Parâmetros do modelo do posicionador do distribuidor. . . . .	32
2.3	Parâmetros do modelo do conjunto rotor e da carga elétrica. . . . .	35
3.1	Parâmetros do sistema exemplo . . . . .	60
3.2	Parâmetros das unidades geradoras . . . . .	70

# Glossário

DMC - Dynamic Matrix Control

KKT - Karush-Kuhn-Tucker

LQG - Linear Quadrático Gaussiano

MPC - Model Predictive Control

QP - Quadratic Programming

# Lista de Símbolos

$y$	- Vetor de saída do sistema
$\hat{y}$	- Valor previsto para o vetor de saída
$r$	- Vetor de referência do sistema
$u$	- Vetor de entrada do sistema
$Q$	- Matriz de ponderação do erro em regime
$R$	- matriz de ponderação do esforço de controle
$P$	- Horizonte de predição
$M$	- Horizonte de controle
$\tilde{x}$	- Vetor de estado do modelo da planta
$\tilde{n}$	- Número de estados do modelo da planta
$\tilde{u}$	- Vetor de entrada do modelo da planta
$m_{\tilde{u}}$	- Número de entradas do modelo da planta
$\tilde{y}$	- Vetor de saída do modelo da planta
$p$	- Número de saídas do modelo da planta
$\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C}$ e $\tilde{D}$	- Matrizes do modelo da planta
$m$	- Vetor de entradas de controle do modelo da planta
$m$	- Número de entradas de controle do modelo da planta
$v$	- Vetor de perturbações mensuráveis do modelo da planta
$m_v$	- Número de perturbações mensuráveis do modelo da planta
$\tilde{w}$	- Vetor de perturbações não-mensuráveis sobre a entrada do modelo da planta
$\tilde{z}$	- Vetor de perturbações não-mensuráveis que afetam os estados do modelo da planta
$m_{\tilde{z}}$	- Número de perturbações não-mensuráveis que afetam os estados do modelo da planta
$\tilde{e}$	- Número de perturbações não-mensuráveis que afetam as medidas realizadas pelo controlador
$x$	- Vetor de estado do modelo interno
$n$	- Número de estados do modelo interno
$u$	- Vetor de entrada do modelo interno
$m_u$	- Número de entradas do modelo interno
$y$	- Vetor de saída do modelo interno
$p$	- Número de saídas do modelo interno
$\Phi, \Gamma, C$ e $D$	- Matrizes do modelo interno

$\mathbf{m}$	- Vetor de entradas de controle do modelo interno
$m$	- Número de entradas de controle do modelo interno
$\mathbf{v}$	- Vetor de perturbações mensuráveis do modelo interno
$m_v$	- Número de perturbações mensuráveis do modelo interno
$\mathbf{w}$	- Vetor de perturbações não-mensuráveis sobre a entrada do modelo interno
$\mathbf{z}$	- Vetor de perturbações não-mensuráveis que afetam os estados do modelo interno
$m_z$	- Número de perturbações não-mensuráveis que afetam os estados do modelo interno
$\hat{\mathbf{y}}$	- Valor previsto para o vetor de saída do modelo interno
$\hat{\mathbf{x}}$	- Valor previsto para o vetor de estado do modelo interno
$\mathbf{K}$	- Matriz do estimador de estado
$\hat{\mathbf{d}}$	- Termo de inovação
$\mathbf{x}_r$	- Vetor de estado do modelo de referência
$n_r$	- Número de estados do modelo de referência
$\mathbf{u}_r$	- Vetor de entrada do modelo de referência
$p$	- Número de entradas do modelo de referência
$\mathbf{y}_r$	- Vetor de saída do modelo de referência
$p$	- Número de saídas do modelo interno
$\Phi_r, \Gamma_r, \mathbf{C}_r$ e $\mathbf{D}_r$	- Matrizes do modelo de referência
$\Psi$	- Vetor empilhado de saídas previstas do modelo interno
$\mu$	- Vetor empilhado de entradas de controle do modelo interno
$\Psi_r$	- Vetor empilhado de saídas previstas do modelo de referência
$\mu_r$	- Vetor empilhado de entradas de controle do modelo de referência
$\mathbf{x}_c$	- Vetor de estado do modelo do controlador
$\mathbf{u}_c$	- Vetor de entrada do modelo do controlador
$\mathbf{y}_c$	- Vetor de saída do modelo do controlador
$\Phi_c, \Gamma_c, \mathbf{C}_c$ e $\mathbf{D}_c$	- Matrizes do modelo do controlador
$G_{set}$	- Referência para o distribuidor
$G$	- Posição do distribuidor
$h$	- Pressão
$q$	- Vazão
$T_m$	- Torque Mecânico
$T_e$	- Torque Elétrico
$\omega_m$	- Velocidade Angular
$\rho$	- Densidade da água
$K$	- Módulo de compressibilidade da água
$D$	- Diâmetro interno do duto forçado
$f$	- Espessura da tubulação do duto forçado, $m$
$E$	- Módulo de Young do material da parede do duto, $m$
$\alpha$	- $\rho g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{fE} \right)$
$g$	- Aceleração da gravidade, $m/s^2$
$L$	- Comprimento do duto forçado, $m$
$A$	- Seção circular do duto forçado, $m^2$

$a$	- Velocidade da onda $\sqrt{\frac{g}{\alpha}}, m/s$
$\bar{q}$	- Vazão de água pela turbina, $m^3/s$
$q_R$	- Vazão de referência, $m^3/s$
$q$	- Vazão de água pela turbina, p.u.
$\bar{h}$	- Queda na entrada da turbina, $m$
$\bar{h}_s$	- Queda estática devida à altura da coluna d'água, $m$
$\bar{h}_l$	- Perda de queda devida ao atrito com a parede do conduto, $m$
$h_R$	- Queda de referência, $m$
$h$	- Queda na entrada da turbina, p.u.
$h_s$	- Queda estática devida à altura da coluna d'água, p.u.
$h_l$	- Perda de queda devida ao atrito com a parede do conduto, p.u.
$\bar{\omega}_m$	- Velocidade angular da turbina, $rad/s$
$\omega_{m,R}$	- Velocidade angular nominal, $rad/s$
$\omega_m$	- Velocidade angular da turbina, p.u.
$D_{tur}$	- Coeficiente de amortecimento nominal da turbina
$A_t$	- Fator de proporcionalidade de potência
$Z_0$	- Impedância do conduto
$T_e$	- Tempo de viagem da onda de choque
$T_W$	- Constante de tempo da água
$f_p$	- Fator de proporcionalidade de perda de carga
$h_l$	- Perda de carga
$v_R$	- Volume de referência, $l$
$q_R$	- Vazão de referência, $l/s$
$u_{PV}$	- Sinal de saída do controlador para a válvula piloto, p.u.
$f_{PV}$	- Frequência de corte da válvula piloto, $Hz$
$T_{PV}$	- Constante de tempo da válvula piloto, $s$
$\bar{q}_{PV}$	- Vazão através da válvula piloto, $l/s$
$q_{PV}$	- Vazão através da válvula piloto, p.u.
$f_{DV}$	- Frequência de corte da válvula distribuidora, $Hz$
$T_{DV}$	- Constante de tempo da válvula distribuidora, $s$
$\bar{q}_{DV}$	- Vazão através da válvula distribuidora, $l/s$
$\bar{q}_{DV,max}$	- Vazão máxima através da válvula distribuidora, $l/s$
$\bar{q}_{DV,min}$	- Vazão mínima através da válvula distribuidora, $l/s$
$q_{DV}$	- Vazão através da válvula distribuidora, p.u.
$q_{DV,max}$	- Vazão máxima através da válvula distribuidora, p.u.
$q_{DV,min}$	- Vazão mínima através da válvula distribuidora, p.u.
$G_{min}$	- Posição mínima do distribuidor, p.u.
$G_{max}$	- Posição máxima do distribuidor, p.u.
$\bar{T}_m$	- Torque mecânico de entrada, devido à ação da turbina, $J/rad$
$\bar{T}_e$	- Torque eletromagnético de saída, devido à ação da carga elétrica nos terminais do gerador, $J/rad$
$\bar{P}_m$	- Potência mecânica de entrada devida à ação da turbina, $W$
$\bar{P}_e$	- Potência elétrica de saída, devida à ação da carga elétrica nos terminais do gerador, $W$



---

$P_R$	- Potência de referência, $W$
$P_m$	- Potência mecânica devida à ação da turbina, p.u.
$P_e$	- Potência elétrica devida à ação da carga elétrica, p.u.
$J$	- Momento de inércia do conjunto rotor, $kg \cdot m^2$
$M$	- Momento angular do conjunto rotor, $J \cdot s/rad$
$\theta_m$	- Posição angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, $rad$
$\bar{\omega}_m$	- Velocidade angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, $rad/s$
$\omega_{m,R}$	- Velocidade angular mecânica de referência, $rad/s$
$\omega_m$	- Velocidade angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, p.u.
$\theta_e$	- Posição angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, $rad$
$\bar{\omega}_e$	- Velocidade angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, $rad/s$
$\omega_{e,R}$	- Velocidade angular elétrica de referência, $rad/s$
$\omega_e$	- Velocidade angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, p.u.
$\bar{f}$	- Freqüência do gerador elétrico, $Hz$
$f_R$	- Freqüência de referência, $Hz$
$f$	- Freqüência do gerador elétrico, p.u.
$\delta$	- Ângulo de carga do gerador síncrono, $rad$
$E_G$	- Tensão do modelo equivalente do gerador, $V$
$X_G$	- Reatância indutiva série do modelo equivalente do gerador, $Ohm$
$E_{GT}$	- Tensão nos terminais do gerador, $V$
$E_L$	- Tensão aplicada à carga conectada ao gerador, $V$
$X_L$	- Reatância indutiva série da linha de transmissão, $Ohm$
$X$	- Reatância indutiva série combinada gerador/linha, $Ohm$

# Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. G. Sansevero, C.P. Bottura. “Model Predictive Control Algorithm for Francis Hydro Turbo-generators”. *Waterpower XIII* , Buffalo, New York, USA, Julho 2003.
2. G. Sansevero, C.P. Bottura. “Francis Hydro Turbine-Generator Model for Model Predictive Speed Control”. *8th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM2005)* , Ouro Preto, MG, Brasil, Novembro 2005.

# Introdução

O controle de velocidade de máquinas rotativas foi um dos primeiros problemas na história da teoria de controle. Bennet [4] afirma, em seu trabalho sobre história do controle automático, que um dos mais importantes desenvolvimentos na área de controle, ainda no século XVIII, foi o regulador de velocidade do motor a vapor. James Watt teria desenvolvido seu famoso regulador em 1788 a partir de alguns mecanismos simples utilizados em moinhos de água e vento. Com o passar do tempo, vários avanços foram incorporados a este projeto original, mas pode-se dizer que o regulador de Watt foi por quase um século a solução utilizada para controle de máquinas rotativas. Foi somente o advento do transistor e suas aplicações que possibilitou a substituição destes controladores mecânicos por controladores eletrônicos[17]. Estes controladores eletrônicos analógicos foram posteriormente substituídos por controladores PID implementados em computadores digitais. Pode-se dizer que esta última solução, de tão difundida, tornou-se um padrão de fato.

Isso não significa que esta solução deva ser considerada definitiva. O grande avanço da tecnologia de computação digital abre a possibilidade de se adotar estratégias mais elaboradas no desenho do controlador. Alguns trabalhos como [35], [37] e [36] para turbinas a gás e [33] para turbinas a vapor sugerem que a utilização de controle preditivo baseado em modelos (MPC) pode ser aplicado ao controle de máquinas rotativas, com resultados interessantes. Estes trabalhos e o fato deste tipo de controlador ser eficiente no controle de sistemas com características de resposta inversa, como é o caso da turbina hidráulica, nos levaram a propor sua aplicação para este tipo de máquina[31]. Como é sabido, existem três tipos principais de turbinas hidráulicas: Francis, Kaplan e Pelton. Escolhemos, para o desenvolvimento do estudo, as turbinas do tipo Francis, pois elas representam a grande maioria das unidades existentes e são as que possuem as necessidades de controle mais simples.

Dessa forma, o objetivo desta dissertação de mestrado é explorar a possibilidade e discutir as vantagens e desvantagens da aplicação deste método no controle deste tipo de máquina. No Capítulo 1 descrevemos a estrutura geral do controlador proposto e desenvolvemos o algoritmo computacional utilizado para sua implementação. No Capítulo 2, alguns modelos para o sistema a ser controlado são desenvolvidos. Um modelo não-linear, que incorpora características como compressibilidade da água e elasticidade das paredes do conduto que leva água à turbina é obtido a partir das relações físicas

que modelam o comportamento desta máquina. Este modelo é simplificado e linearizado em torno de um ponto de operação, dando lugar a um modelo linear simplificado do mesmo sistema. No Capítulo 3, alguns testes são realizados sobre os dois modelos obtidos e as diferenças entre suas repostas são analisadas. O modelo linear é utilizado, então, como base para a aplicação do algoritmo desenvolvido anteriormente. Propomos alguns ensaios computacionais, e os resultados obtidos para o controlador preditivo são comparados aos resultados obtidos pelo controlador PID para as mesmas situações. Alguns parâmetros do controlador preditivo são ajustados de forma a mostrar a importância destes parâmetros na estabilidade do sistema planta-controlador em malha fechada.

Os resultados obtidos e discutidos na conclusão deste trabalho indicam que o controlador proposto possui um desempenho ligeiramente superior ao controlador PID convencional para as situações simuladas sugeridas. Limitamo-nos a apresentar resultados somente com base em simulações, não havendo nenhum experimento realizado com turbinas reais.

# Capítulo 1

## Controle Preditivo Baseado em Modelo

### 1.1 Introdução

Neste capítulo, nosso objetivo é explicar a estrutura do controlador utilizado nesta dissertação. Em primeiro lugar, descrevemos a estrutura geral deste tipo de controlador. Em seguida, detalhamos o algoritmo utilizado para obter os resultados apresentados no Capítulo 3.

Estamos particularmente interessados em desenvolver uma formulação usando a representação do sistema no espaço de estado. Historicamente, os algoritmos de controle preditivo baseado em modelo, chamados com frequência na literatura de MPC, foram desenvolvidos utilizando-se representações do sistema a ser controlado através de modelos de resposta ao degrau[18]. Aos poucos, contudo, essa representação foi sendo substituída na literatura por uma abordagem utilizando o espaço de estado, podendo-se dizer que hoje essa abordagem é quase sempre utilizada[21]. Esse tipo de representação leva a uma redução de tempo computacional, além de permitir o uso de técnicas e resultados da formulação no espaço de estado associados à estrutura do controlador preditivo[18]. Particularmente interessante neste caso é a utilização de estimadores de estado como parte da formulação do MPC[27].

### 1.2 Estrutura do Controlador

Controle Preditivo Baseado em Modelo é um algoritmo de controle que utiliza um modelo do processo a ser controlado na determinação das saídas do controlador. Em cada instante de tempo, este modelo é utilizado para prever valores futuros das saídas do sistema. Essas previsões são utilizadas na formulação de um problema de otimização, cuja solução determina a sequência de entradas a serem aplicadas à planta de forma a minimizar uma função de custo pré-determinada. Em geral esta função leva em conta tanto os custos associados com diferenças entre as saídas do sistema e

suas referências quanto os associados ao esforço de controle. A figura 1.1[12] ilustra de maneira esquemática como funciona este algoritmo. Para facilitar o entendimento, consideramos apenas uma entrada e uma saída. Contudo, esse mesmo esquema pode ser aplicado a sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

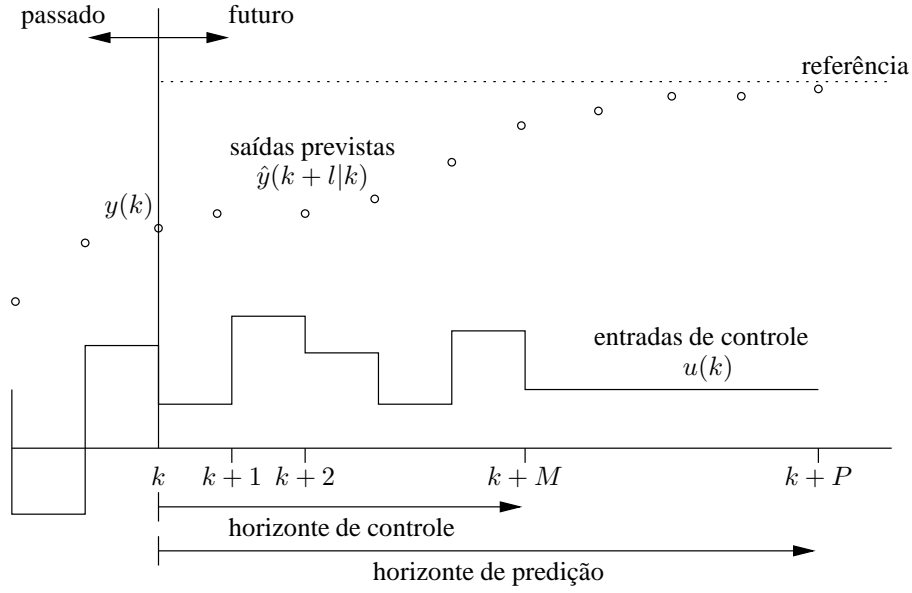


Fig. 1.1: Controle preditivo baseado em modelo.

No instante de tempo  $k$ , para qualquer estado presente e qualquer sequência conhecida de entradas de controle, as saídas do sistema podem ser previstas utilizando-se o modelo do processo disponível. Em particular, esses cálculos podem ser realizados ao longo de um horizonte de  $P$  amostras de tempo, utilizando-se como entradas o estado atual e as entradas passadas, combinadas a um conjunto de  $M$  entradas de controle futuras. No controle preditivo baseado em modelo, a maneira de se determinar essas entradas de controle é resolver o seguinte problema de otimização:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}(k+1) \dots \Delta \mathbf{u}(k+M)} \sum_{l=1}^P \|\hat{\mathbf{y}}(k+l|k) - \mathbf{r}(k+l)\|_{\mathbf{Q}} + \sum_{l=1}^M \|\Delta \mathbf{u}(k+l)\|_{\mathbf{R}} \quad (1.1)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{min}(l) &\leq \mathbf{u}(k+l) \leq \mathbf{u}_{max}(l) \\ |\Delta \mathbf{u}(l)| &\leq \Delta \mathbf{u}_{max}(l) \\ \mathbf{y}_{min}(l) &\leq \hat{\mathbf{y}}(k+l) \leq \mathbf{y}_{max}(l) \end{aligned} \quad (1.2)$$

onde  $y$  é o vetor de saída do sistema,  $\hat{y}(k+l|k)$  é o valor previsto para  $y$  no instante  $k+l$  baseado na informação disponível no instante  $k$ ,  $r(k+l)$  é o valor da referência no instante  $k+l$ ,  $\|x\|_Q = x'Qx$ ,  $Q$  e  $R$  são matrizes de ponderação positivas semi-definidas, respectivamente associadas à diferença entre o vetor de saída e o vetor de referência e ao esforço de controle,  $\Delta u$  é o vetor de variações na entrada de controle  $u$ ,  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $y_{min}$  e  $y_{max}$  são os limites mínimos e máximos para os vetores de entrada e de saída e  $\Delta u_{max}$  é o limite máximo para variação na entrada de controle. Uma vantagem desta abordagem está claramente expressa nas equações acima. Qualquer restrição inerente do sistema pode ser tratada diretamente pelo algoritmo, como explicitado na conjunto de equações (1.2). Não há a necessidade de nenhum artifício externo para incorporar essas restrições à solução do problema. O parâmetro  $P$  que determina o número de passos a frente a serem considerados na otimização é chamado de horizonte de predição. O parâmetro  $M$  determina quantas vezes a variável de controle pode variar durante o horizonte de predição, sendo chamado de horizonte de controle. Obviamente,  $M$  deve ser menor ou igual a  $P$ . Ao se resolver o problema de otimização, uma seqüência de  $M$  entradas de controle é obtida, mas somente o primeiro valor da seqüência é implementado. Este processo é repetido no instante de tempo seguinte. Por esse motivo, esse tipo de algoritmo é comumente chamado de controle por horizonte deslizante.<sup>1</sup>

Contudo, resolver o problema expresso pela equações acima não é, em geral, uma tarefa simples. É necessário resolver simultaneamente dois problemas: uma simulação para obter os valores previstos para as saídas do sistema e uma otimização não-linear para encontrar os valores das entradas de controle que serão introduzidas na planta. Na seção seguinte, explicitamos o algoritmo utilizado para resolver este problema.

## 1.3 Derivação do Algoritmo

Na derivação do algoritmo que se segue[27], é importante ter uma idéia bastante clara da estrutura do controlador que se está propondo. Neste tipo de controlador, um modelo da planta a ser controlada faz parte do controlador. Este modelo, por mais preciso e fiel que seja, somente é capaz de aproximar o comportamento da planta real. Os estados do sistema real são em realidade inacessíveis. Conhecemos com precisão as saídas do controlador e as saídas da planta passíveis de medição. Nenhum outro parâmetro da planta é diretamente conhecido. Na verdade, mesmo as saídas do controlador são contaminadas por ruído antes de atingirem a planta. Da mesma maneira, as medidas de saída da planta também são afetadas por ruído. A rigor, portanto, nem entradas nem saídas da planta são conhecidas com total fidelidade. Por esse motivo, no desenvolvimento que se segue, trabalhamos com um modelo do sistema a ser controlado, chamado de modelo da planta, utilizado no desenvolvimento teórico e

---

<sup>1</sup>Do inglês *receding horizon*.

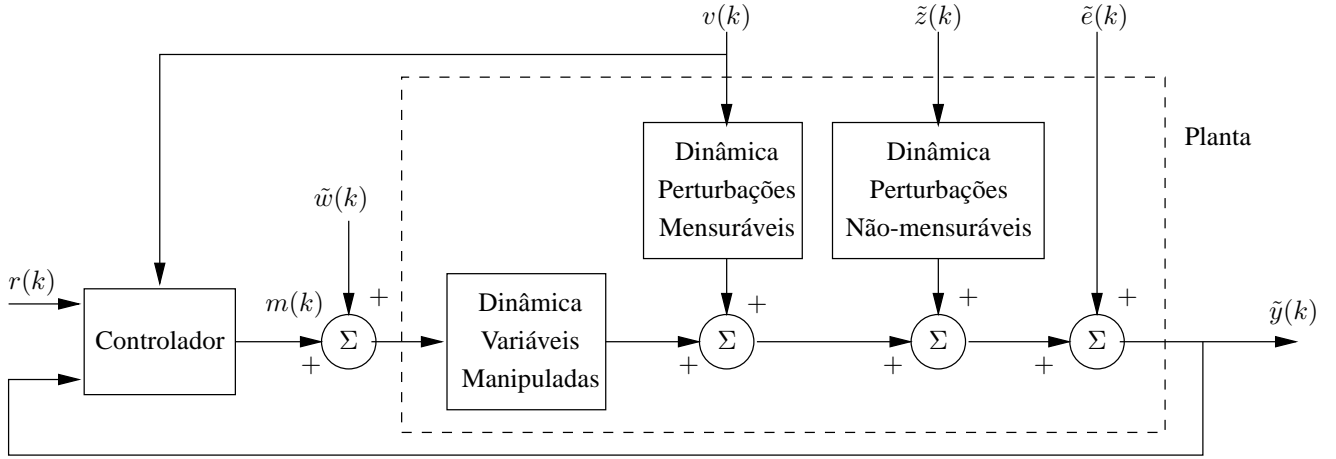


Fig. 1.2: Diagrama de blocos da planta.

em eventuais simulações de resultados. Utilizaremos também um outro modelo para a mesma planta, chamado de modelo interno, sendo este o modelo que é parte do controlador. Além desses dois modelos, utilizaremos também um modelo de referência, que representa a resposta dinâmica desejada para o sistema completo planta-controlador em malha fechada.

Ao final do desenvolvimento, demonstramos que se as restrições não forem levadas em consideração, existe um controlador convencional equivalente que pode ser expresso em forma analítica. Caso as restrições estejam presentes, essa forma fechada não pode ser encontrada e não existe um controlador convencional equivalente ao controlador preditivo.

### 1.3.1 Modelo da Planta

A estrutura do modelo proposta para a planta está representada na figura 1.2. A planta será representada utilizando-se um modelo no espaço de estado linear e invariante no tempo:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\Gamma}\tilde{\mathbf{u}}(k) \quad (1.3)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{u}}(k) \quad (1.4)$$

onde  $k$  é o instante de amostragem atual,  $\tilde{\mathbf{x}}$  é o vetor de  $\tilde{n}$  estados,  $\tilde{\mathbf{u}}$  é o vetor de  $m_{\tilde{\mathbf{u}}}$  entradas da planta,  $\tilde{\mathbf{y}}$  é o vetor de  $p$  medidas de saída e  $\tilde{\Phi}$ ,  $\tilde{\Gamma}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}}$  e  $\tilde{\mathbf{D}}$  são matrizes constantes com os parâmetros do sistema.

As entradas da planta serão divididas de acordo com suas características, explicitadas grafica-



mente na figura 1.2. Dessa forma

$$\tilde{\mathbf{u}}'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}'(k) & \mathbf{v}'(k) & \tilde{\mathbf{w}}'(k) & \tilde{\mathbf{z}}'(k) & \tilde{\mathbf{e}}'(k) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

onde  $\mathbf{m}$  é o vetor de  $m$  entradas de controle,  $\mathbf{v}$  é o vetor de  $m_v$  perturbações mensuráveis,  $\tilde{\mathbf{w}}$  é o vetor de  $m$  perturbações não-mensuráveis que afetam a saída do controlador,  $\tilde{\mathbf{z}}$  é o vetor de  $m_z$  perturbações não-mensuráveis que afetam os estados da planta e  $\tilde{\mathbf{e}}$  é o vetor de  $p$  perturbações não-mensuráveis que afetam as medições realizadas pelo controlador.

Em nosso desenvolvimento, consideramos que existem desacoplamentos entre algumas das variáveis de entradas e os estados e saídas da planta. De forma explícita, as matrizes do sistema são divididas segundo:

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_m & \tilde{\Gamma}_v & \tilde{\Gamma}_m & \tilde{\Gamma}_z & 0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\mathbf{D}}_v & 0 & \tilde{\mathbf{D}}_z & I \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Da equação (1.6), podemos ver que não existe acoplamento entre o a perturbação de medição  $\tilde{\mathbf{e}}$  e os estados da planta e que as entradas de controle  $\mathbf{m}$  e as perturbações associadas  $\tilde{\mathbf{w}}$  estão sujeitas à mesma dinâmica. Por sua vez, a equação (1.7) nos diz que as saídas da planta não são diretamente afetadas pelo sinal de controle e que o erro de medição afeta diretamente as medidas de saída.

### 1.3.2 Modelo Interno

Passamos agora a analisar um outro modelo da mesma planta descrito na seção anterior e que será parte da estrutura do controlador. Esse modelo será utilizado para prever os valores futuros do processo com base nas ações de controle propostas e em estimativas para as perturbações futuras. O controlador na verdade calcula as saídas de controle de forma que as saídas previstas pelo modelo interno obedeçam a um critério de otimização, conforme descrito nas equações (1.1) e (1.2) da seção 1.2. Como este modelo é parte do controlador, seus estados e parâmetros são perfeitamente conhecidos. Adotando a mesma formulação da seção anterior, esse modelo será assim descrito:

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi \mathbf{x}(k) + \Gamma \mathbf{u}(k) \quad (1.8)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \quad (1.9)$$

onde novamente  $k$  é o instante de amostragem atual,  $\mathbf{x}$  é o vetor de  $n$  estados,  $\mathbf{u}$  é o vetor de  $m_u$  entradas da planta,  $\mathbf{y}$  é o vetor de  $p$  medidas de saída e  $\Phi$ ,  $\Gamma$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  são matrizes constantes com os parâmetros do sistema.

Uma vez mais, por conveniência, dividimos as entradas de controle de acordo com suas características, segundo

$$\mathbf{u}'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}'(k) & \mathbf{v}'(k) & \mathbf{w}'(k) & \mathbf{z}'(k) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

onde  $\mathbf{m}$  é o vetor de  $m$  entradas de controle,  $\mathbf{v}'$  é o vetor de  $m_v$  perturbações mensuráveis,  $\mathbf{w}$  é o vetor de  $m$  perturbações não-mensuráveis que afetam a saída do controlador e  $\mathbf{z}$  é o vetor de  $m_z$  perturbações não-mensuráveis que afetam os estados da planta. Neste caso, como o modelo faz parte do controlador, as saídas são completamente conhecidas e não existem perturbações nas medições destas variáveis. Os efeitos das perturbações mensuráveis e não-mensuráveis sobre os estados são contudo mantidos no modelo.

Da mesma forma que fizemos com o modelo da planta, podemos também particionar as matrizes do sistema de acordo com suas relações com as variáveis de entradas e saída:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_m & \mathbf{\Gamma}_v & \mathbf{\Gamma}_m & \mathbf{\Gamma}_z \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{D}_v & 0 & \mathbf{D}_z \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

### 1.3.3 Estimação de Estado

Uma das principais vantagens de se utilizar a formulação no espaço de estado para a implementação do controle preditivo baseado em modelo está no fato de se poder incorporar facilmente estratégias mais avançadas de estimação de estado[18]. Por analogia ao estimador de estado do controlador LQG[2], supomos que as perturbações de medição futuras são nulas e tomamos por base a equação de estado do modelo interno para estimar o estado da planta real:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{\Phi}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{\Gamma}_m\mathbf{m}(k) + \mathbf{\Gamma}_v\mathbf{v}(k) + \mathbf{K}\hat{\mathbf{d}}(k|k) \quad (1.13)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k|k-1) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{D}_v\mathbf{v}(k) \quad (1.14)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$  é a estimativa do estado da planta no instante futuro  $k+1$  com base na informação disponível no instante  $k$ ,  $\hat{\mathbf{y}}(k|k-1)$  é a estimativa da saída da planta no instante  $k$  baseada na informação disponível no instante  $k-1$ ,  $\mathbf{K}$  é a matriz de ganho do estimador, constante e com dimensão  $n \times p$  e  $\hat{\mathbf{d}}(k|k)$  é o erro de estimação no instante  $k$ , definido como:

$$\hat{\mathbf{d}}(k|k) = \tilde{\mathbf{y}}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k|k-1) \quad (1.15)$$

O termo  $\hat{\mathbf{d}}(k|k)$  representa a inovação trazida pela medição das saídas do sistema no instante  $k$ . A

matriz de ganho do estimador  $\mathbf{K}$  determina como essa inovação é incorporada à estimativa de estado determinada pelo modelo interno, representando uma realimentação do estado da planta real. Fazer  $\mathbf{K} = 0$  equivale a dizer que a estimativa de estado será feita apenas com base no modelo interno, a partir dos valores de  $\mathbf{m}(k)$  e  $\mathbf{v}(k)$ . Em outras palavras, neste caso o estimador de estado opera em malha aberta, sem nenhuma informação sobre medições reais das saídas do sistema. A realimentação se realiza somente na escolha das entradas para o modelo de referência, como veremos na seção 1.3.4, mais especificamente na equação (1.18). Essa abordagem é utilizada em algumas implementações do MPC, como por exemplo os controladores do tipo DMC. Nos resultados obtidos nesta dissertação, utilizamos este tipo de estimador.

O uso de uma matriz  $\mathbf{K}$  diferente de zero permite reduzir o erro de estimação de estado pela incorporação de uma medida real mais recente da saída da planta. Várias formas de se determinar a matriz do estimador de estado são sugeridas na literatura. Destacamos uma abordagem, sugerida por Li et al. [18], e que consiste na utilização do filtro de Kalman[2] para a determinação da matriz de ganho do estimador de estado. Neste caso, as perturbações do sistema não-mensuráveis  $\tilde{\mathbf{w}}(k)$ ,  $\tilde{\mathbf{z}}(k)$  e  $\tilde{\mathbf{e}}(k)$  devem ser processos estocásticos bem caracterizados. Ao se utilizar esta abordagem, os resultados obtidos para sistema sujeitos a perturbações aleatórias são em geral bem melhores que os obtidos por filtros determinísticos[27]. Além disso, o uso do filtro de Kalman se baseia em procedimentos de cálculo muito bem estabelecidos. Para esse tipo de estimador, pode-se também garantir que o sistema sem restrições em malha fechada será estável, mesmo que a planta em malha aberta seja instável[27].<sup>2</sup>

### 1.3.4 Modelo de Referência

A resposta desejada para o sistema em malha fechada para uma mudança de referência será representada por um modelo de referência descrito segundo a representação no espaço de estado usada nas seções anteriores.

$$\mathbf{x}_r(k+1) = \Phi_r \mathbf{x}_r(k) + \Gamma_r \mathbf{u}_r(k) \quad (1.16)$$

$$\mathbf{y}_r(k) = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(k) + \mathbf{D}_r \mathbf{u}_r(k) \quad (1.17)$$

onde  $\mathbf{x}_r$  é um vetor de  $n_r$  estados,  $\mathbf{u}_r$  é um vetor de  $p$  valores de referência e  $\mathbf{y}_r$  é um vetor de  $p$  saídas de referência. A escolha do vetor de entrada  $\mathbf{u}_r$  para o modelo de referência é importante e este assunto será discutido ao final desta seção.

O controlador deve gerar um sinal de controle de forma que a saída medida da planta  $\tilde{\mathbf{y}}$  siga da melhor maneira possível a saída do modelo de referência  $\mathbf{y}_r$ . As matrizes do modelo de referência são

<sup>2</sup>Não utilizaremos o estimador baseado no filtro de Kalman neste trabalho, ficando sua aplicação sugerida para trabalhos futuros.

portanto um conjunto de parâmetros que irão definir o comportamento dinâmico da saída do sistema planta-controlador em malha fechada. Por conveniência, supomos que as matrizes do sistema são bloco-diagonais:

$$\Phi_r = \begin{bmatrix} \Phi_{r1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Phi_{rp} \\ C_{r1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C_{rp} \end{bmatrix} \quad \Gamma_r = \begin{bmatrix} \Gamma_{r1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Gamma_{rp} \\ D_{r1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & D_{rp} \end{bmatrix}$$

Com isso garantimos que a resposta ideal desejada seja desacoplada, ou seja, cada uma das saídas do modelo de referência só depende da entrada correspondente. Além disso, para garantir que não há “*offset*” entre entradas e saídas, cada subsistema diagonal deve ter ganho unitário. A ordem de cada um dos subsistemas diagonais não é necessariamente estabelecida a priori. Todavia, em nosso caso, utilizamos somente subsistemas de primeira ordem. Basta assim definir um conjunto de  $p$  parâmetros para definir completamente o modelo de referência. Por exemplo, a partir de  $p$  elementos diagonais de  $\Phi_r$ , escolhendo-se  $\Gamma_r = I - \Phi_r$ ,  $C_r = I$  e  $D_r = 0$ , temos um modelo completamente especificado. Isso significa fazer o vetor de estado igual ao vetor de saída, com os estado com dinâmica simples e desacoplados entre si e com ganho unitário entre entradas e saídas. De forma ainda mais simples, fazendo-se  $\Phi_r = \Gamma_r = C_r = 0$  e  $D_r = I$ , temos um modelo de referência trivial e determinístico, mas absolutamente bem definido. Este último modelo é utilizado em todos os resultados apresentados nesta dissertação.

Como mencionamos anteriormente, além de determinar as características dinâmicas do modelo de referência, é também importante especificar que entradas serão fornecidas a este sistema. Nosso objetivo é que, em regime, a saída do sistema seja igual à referência, ou seja,  $\tilde{y}(\infty) = r(\infty)$ . Como é impossível modelar a planta a ser controlada de maneira perfeita, não se pode esperar que o erro de estimação em regime seja igual a zero, ou seja, é inverossímil afirmar que  $\hat{d}(\infty) = \tilde{y}(\infty) - \hat{y}(\infty) = 0$ . Definimos assim a entrada do modelo de referência como:

$$u_r(k) = r(k) - \hat{d}(k|k) \quad (1.18)$$

Como o modelo de referência escolhido tem ganho unitário para cada subsistema diagonal, temos que em regime

$$\mathbf{y}_r(\infty) = \mathbf{r}(\infty) - \hat{\mathbf{d}}(\infty) \quad (1.19)$$

Supondo que o controlador pode determinar o vetor de entrada da planta  $\mathbf{m}$  de maneira a fazer que, em regime, a saída prevista  $\hat{\mathbf{y}}(\infty)$  seja igual a saída do modelo de referência  $\mathbf{y}_r(\infty)$ , utilizando a equação (1.15), podemos escrever

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_r(\infty) &= \mathbf{r}(\infty) - \tilde{\mathbf{y}}(\infty) + \hat{\mathbf{y}}(\infty) \\ \mathbf{y}_r(\infty) &= \mathbf{r}(\infty) - \tilde{\mathbf{y}}(\infty) + \mathbf{y}_r(\infty) \\ \tilde{\mathbf{y}}(\infty) &= \mathbf{r}(\infty) \end{aligned}$$

atingindo-se assim o resultado desejado.

### 1.3.5 Horizonte de predição

Como vimos na introdução deste capítulo, controladores do tipo MPC utilizam um modelo do sistema a ser controlado como base para a determinação da saída do controlador em cada instante. Desejamos determinar qual é o melhor sinal de controle a ser aplicado ao sistema de forma a trazer as saídas do sistema o mais próximo possível do sinal de referência, despendendo o menor esforço de controle possível. A escolha do vetor de controle será realizada resolvendo-se um problema de otimização, cuja forma geral está dada em (1.1) e (1.2). Neste problema aparecem de forma explícita as saídas estimadas. Na seção 1.3.3 expressamos as equações utilizadas para calcular essas saídas.

No instante  $k$ , conhecemos o vetor de medidas de saída  $\tilde{\mathbf{y}}(k)$  e o vetor de perturbações mensuráveis  $\mathbf{v}(k)$ . Para continuidade do desenvolvimento supomos que conhecemos o vetor de estado estimado no instante anterior  $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ . Como o processo é iterativo, supor que a condição inicial do estado estimado  $\hat{\mathbf{x}}(0)$  é conhecida, garante que a suposição sobre o vetor de estado estimado no instante  $k-1$  é razoável. Utilizando a equação (1.14), podemos determinar o vetor de saída estimado  $\hat{\mathbf{y}}(k|k-1)$ . A equação (1.15) nos dá o valor de  $\hat{\mathbf{d}}(k|k)$ . Finalmente, usando a equação (1.13), podemos determinar o vetor de estado estimado  $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$  em função do vetor de controle  $\mathbf{m}(k)$ . Essa estimação, como ilustrado na figura 1.1 é feita ao longo de um horizonte de predição de  $P$  passos, supondo que as variáveis de entrada podem variar ao longo de um horizonte de controle de  $M$  passos, a partir do instante  $k+1$ . Contudo, para levar a cabo esta estimação  $P$  passos a frente, falta um detalhe. Os valores do erro de estimação e das perturbações mensuráveis somente são conhecidos para o instante  $k$ , estando assim plenamente definido somente o primeiro passo da estimação. Como não temos nenhum conhecimento sobre o comportamento futuro destas variáveis, não nos resta outra

alternativa que não seja escolher uma estimativa. Supomos que as perturbações futuras e o erro de estimação são constantes ao longo do horizonte de predição[11]:

$$\mathbf{v}(k+i|k) = \mathbf{v}(k) \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (1.20)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k+i|k) = \hat{\mathbf{d}}(k|k) \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (1.21)$$

Com isso, utilizando recursivamente as equações (1.13)-(1.15), podemos escrever

$$\Psi(k) = \mathbf{H}\mu(k) + \mathbf{Y}_x \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{Y}_v \mathbf{v}(k) + \mathbf{Y}_d \hat{\mathbf{d}}(k|k) \quad (1.22)$$

onde  $\Psi(k)$  é um vetor de  $pP$  elementos obtido empilhando-se os  $P$  vetores de saída estimada

$$\Psi'(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}'(k+1|k) & \hat{\mathbf{y}}'(k+2|k) & \dots & \hat{\mathbf{y}}'(k+P|k) \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

e  $\mu(k)$  é um vetor de  $mP$  elementos obtido empilhando-se os  $P$  vetores de entrada de controle

$$\mu'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}'(k|k) & \mathbf{m}'(k+1|k) & \dots & \mathbf{m}'(k+P-1|k) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Como por definição a variável de entrada só pode variar ao longo de um horizonte de controle de  $M$  amostras, com  $M \leq P$ ,

$$\mathbf{m}'(k+M-1|k) = \mathbf{m}'(k+M|k) = \dots = \mathbf{m}'(k+P-1|k)$$

Nas equações acima, as matrizes  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{Y}_x$ ,  $\mathbf{Y}_v$  e  $\mathbf{Y}_d$  são dadas por

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & 0 & . & . & 0 \\ \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_1 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ \mathbf{H}_{P-1} & \mathbf{H}_{P-2} & . & \mathbf{H}_1 & 0 \\ \mathbf{H}_P & \mathbf{H}_{P-1} & . & . & \mathbf{H}_1 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{Y}_x = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}\Phi)' & (\mathbf{C}\Phi^2)' & \dots & (\mathbf{C}\Phi^P)' \end{bmatrix}' \quad (1.26)$$

$$\mathbf{Y}_v = \begin{bmatrix} (\mathbf{H}_{v1})' & (\mathbf{H}_{v2})' & \dots & (\mathbf{H}_{vP})' \end{bmatrix}' \quad (1.27)$$

$$\mathbf{Y}_d = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}\mathbf{K})' & (\mathbf{C}(\Phi + \mathbf{I})\mathbf{K})' & \dots & \left( \mathbf{C} \left( \sum_{i=1}^P \Phi^{i-1} \right) \mathbf{K} \right)' \end{bmatrix}' \quad (1.28)$$

e as matrizes  $\mathbf{H}_i$  e  $\mathbf{H}_{vi}$  utilizadas em (1.25) e (1.27) são definidas como

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{C}\Phi^{i-1}\Gamma_m \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (1.29)$$

$$\mathbf{H}_{vi} = \mathbf{C} \sum_{k=1}^i \Phi^{k-1} \Gamma_v + \mathbf{D}_v \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (1.30)$$

A matriz  $\mathbf{H}$  é chamada de matriz de resposta da planta.

### 1.3.6 Projeção do modelo de referência

Como trabalhamos com valores futuros dentro do horizonte de predição  $P$ , faz-se necessário também projetar o comportamento futuro do modelo de referência. De maneira similar ao que foi realizado na seção anterior

$$\Psi_r(k) = \mathbf{H}_r \mu_r(k) + \mathbf{Y}_{xr} \mathbf{x}_r(k) \quad (1.31)$$

onde  $\Psi_r(k)$  é um vetor de  $pP$  elementos obtido empilhando-se  $P$  vetores de saída prevista do modelo de referência

$$\Psi_r'(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_r'(k+1|k) & \hat{\mathbf{y}}_r'(k+2|k) & \dots & \hat{\mathbf{y}}_r'(k+P|k) \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

e  $\mu_r(k)$  é um vetor de  $pP$  elementos com o valor presente conhecido e os valores futuros estimados para as entradas do modelo de referência

$$\mu_r'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_r'(k) & \hat{\mathbf{u}}_r'(k+1|k) & \dots & \hat{\mathbf{u}}_r'(k+P-1|k) \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

De forma análoga ao resultado obtido na seção anterior, as matrizes  $\mathbf{H}_r$  e  $\mathbf{Y}_{xr}$  são definidas como

$$\mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{r,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{r,P} & \dots & \mathbf{H}_{r,1} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$\mathbf{Y}_{xr} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_r \Phi_r)' & (\mathbf{C}_r \Phi_r^2)' & \dots & (\mathbf{C}_r \Phi_r^P)' \end{bmatrix}' \quad (1.35)$$

e as matrizes componentes da matriz de resposta  $\mathbf{H}_r$  do modelo de referência devem ser calculadas segundo

$$\mathbf{H}_{r,i} = \mathbf{C}_r \Phi_r^{i-1} \Gamma_r + \mathbf{D}_r \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (1.36)$$

Como veremos em seguida, ao formularmos o problema de otimização de acordo com o desenvolvimento construído até aqui, faz-se necessário conhecer completamente o vetor de previsões de saída

do modelo de referência  $\Psi_r(k)$ . O vetor de estado do modelo de referência  $\mathbf{x}_r$  é conhecido no instante  $k$ . De acordo com a equação (1.16), para determinarmos os valores deste estado no instantes futuros, é necessário conhecer os valores futuros de  $\mathbf{u}_r(k)$ . A equação (1.18) nos diz que  $\mathbf{u}_r(k)$  depende de  $\mathbf{r}(k)$  e de  $\hat{\mathbf{d}}(k|k)$ . O valor futuro do erro do estimador é desconhecido, e assim usamos a definição da equação (1.21). Os valores futuros do vetor de referência  $\mathbf{r}$  não são necessariamente conhecidos. Em algumas situações, eles podem ser previstos, como no caso de uma mudança de referência em rampa pré-definida [22]. Na maioria das vezes, contudo, não se pode assegurar que as referências futuras serão conhecidas. Neste último caso, supomos que elas se mantêm constantes ao longo do horizonte de predição.

### 1.3.7 Problema de otimização

Possuímos neste momento todos os elementos necessários para reescrever o problema de otimização apresentado na seção 1.2 de acordo com a formulação adotada. Assim, o vetor de variáveis manipuladas  $\mu(k)$  será calculado minimizando-se a seguinte função objetivo

$$J = \min_{\mu(k)} \{ \|\Psi_r(k) - \Psi(k)\|_{\mathbf{Q}} + \|\Delta\mu(k)\|_{\mathbf{R}} \} \quad (1.37)$$

sujeito às restrições

$$\mu(k) \geq \mu_{min}(k) \quad (1.38)$$

$$\mu(k) \leq \mu_{max}(k) \quad (1.39)$$

$$|\Delta\mu(k)| \leq \Delta\mu_{max}(k) \quad (1.40)$$

$$\Psi(k) \geq \Psi_{min}(k) \quad (1.41)$$

$$\Psi(k) \leq \Psi_{max}(k) \quad (1.42)$$

O uso de variações do sinal do controle no lugar do sinal de controle propriamente dito na formulação da função custo elimina “offsets” na resposta em malha fechada do sistema planta-controlador[27] e por isso escolhemos esta abordagem. Dessa forma, introduzimos nas equações acima a variável  $\Delta\mu(k)$  definida como

$$\Delta\mu(k) = \mathbf{R}_{\Delta}\mu(k) - \delta(k) \quad (1.43)$$



onde

$$\mathbf{R}_\Delta = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} & \mathbf{I} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

$$(1.45)$$

$$\delta'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}'(k-1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

O operador  $|||$  foi definido anteriormente. As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , diagonais e positivas semi-definidas, são parâmetros de sintonia do controlador. Números grandes na diagonal de  $\mathbf{Q}$  penalizam diferenças entre os componentes respectivos dos vetores de saída e de referência. De maneira similar, termos grandes em  $\mathbf{R}$  penalizam grandes variações nos elementos correspondentes do vetor de controle. Dentre o conjunto de restrições apresentado, a única obrigatória é a restrição dada pela equação (1.38)[22]. Sem ela não é possível utilizar a solução QP do problema de otimização. Todas as outras restrições podem ser relaxadas. Caso as restrições nas variáveis de saída sejam utilizadas, é necessário levar em conta o erro do estimador ao defini-las. A abordagem aqui sugerida utiliza a definição de erro de estimação dada na equação (1.15). Definimos os limites superior e inferior das saídas previstas do sistema como

$$\Psi_{\min}'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}'_{\min}(k+1) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) & \mathbf{y}'_{\min}(k+2) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) & \cdots & \mathbf{y}'_{\min}(k+P) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

$$\Psi_{\max}'(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}'_{\max}(k+1) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) & \mathbf{y}'_{\max}(k+2) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) & \cdots & \mathbf{y}'_{\max}(k+P) - \hat{\mathbf{d}}'(k|k) \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

onde  $\mathbf{y}_{\min}(k+i)$  e  $\mathbf{y}_{\max}(k+i)$  são os limites reais a serem respeitados pelas saídas da planta em cada instante  $i$  do horizonte de predição.

### 1.3.8 Solução por Programação Quadrática

O problema de otimização exposto acima será solucionado por um método de programação quadrática (QP). Para isso, definimos uma nova variável independente com base no vetor de controle

$$\nu(k) = \mu(k) - \mu_{\min}(k) \quad (1.49)$$

Essa transformação é introduzida porque no método de programação quadrática utilizado a variável independente deve ser não negativa. Substituindo-se os valores de  $\Psi(k)$  e  $\Delta\mu(k)$  definidos em (1.22) e (1.43) respectivamente, o problema de otimização definido em (1.37) pode ser reescrito como

$$J = \max_{\nu(k)} \left\{ \mathbf{a}'(k)\nu(k) - \frac{1}{2}\|\nu(k)\|_{\mathbf{B}} \right\} \quad (1.50)$$

sujeito às restrições

$$\mathbf{A}\nu(k) \leq \mathbf{b}(k) \quad (1.51)$$

onde

$$\mathbf{a}(k) = \mathbf{H}'\mathbf{Q}[\Psi_{\mathbf{r}}(k) - \mathbf{Y}_{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) - \mathbf{Y}_{\mathbf{v}}\mathbf{v}(k) - \mathbf{Y}_{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{d}}(k|k)] + \mathbf{R}'_{\Delta}\mathbf{R}\delta(k) - \mathbf{B}'\nu_{\min}(k) \quad (1.52)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}'\mathbf{Q}\mathbf{H} + \|\mathbf{R}\|_{\mathbf{R}_{\Delta}} \quad (1.53)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{R}_{\Delta} \\ -\mathbf{R}_{\Delta} \\ -\mathbf{H} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

$$\mathbf{b}(k) = \begin{bmatrix} \mu_{\max}(k) - \mu_{\min}(k) \\ \Delta\mu_{\max}(k) + \delta(k) - \mathbf{R}_{\Delta}\mu_{\min}(k) \\ \Delta\mu_{\max}(k) - \delta(k) + \mathbf{R}_{\Delta}\mu_{\min}(k) \\ -\Psi_{\min}(k) + \mathbf{H}\mu_{\min}(k) + \mathbf{Y}_{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{Y}_{\mathbf{v}}\mathbf{v}(k) + \mathbf{Y}_{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{d}}(k|k) \\ \Psi_{\max}(k) - \mathbf{H}\mu_{\min}(k) - \mathbf{Y}_{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) - \mathbf{Y}_{\mathbf{v}}\mathbf{v}(k) - \mathbf{Y}_{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{d}}(k|k) \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

Para resolver o problema acima, em primeiro lugar convertemos a restrição de desigualdade (1.51) em uma restrição de igualdade introduzindo um vetor de variáveis de folga[19]  $\zeta(k)$ . A equação de restrições assume assim a forma

$$\mathbf{A}\nu(k) - \zeta(k) = \mathbf{b}(k) \quad (1.56)$$

$$\zeta(k) \geq 0 \quad (1.57)$$

Convertendo a função objetivo para a forma equivalente Lagrangeana e aplicando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker, é possível demonstrar [3][22] que no ponto ótimo o vetor  $\nu(k)$

deve satisfazer

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{B} & 0 & \mathbf{I} & -\mathbf{A}' \\ \mathbf{A} & \mathbf{I} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu(k) \\ \zeta(k) \\ \lambda_\nu(k) \\ \lambda_\zeta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{a}(k) \\ \mathbf{b}(k) \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

onde  $\zeta(k)$  foi definida em (1.56) e  $\lambda_\nu(k)$  e  $\lambda_\zeta(k)$  são vetores de multiplicadores de Lagrange. Assim como o vetor de variáveis de folga, os vetores de multiplicadores de Lagrange devem ser não-negativos para cumprir com as condições de otimalidade KKT. Além disso, variáveis e multiplicadores de Lagrange correspondentes devem cumprir também com as condições de complementaridade[3], ou seja, se um elemento de  $\nu(k)$  é não-nulo, o elemento correspondente do multiplicador de Lagrange  $\lambda_\nu$  deve ser nulo e vice-versa [22]. As mesmas condições valem para o par  $\zeta$  e  $\lambda_\zeta$ .

Se o número de restrições escalares em (1.51) é igual a  $c$ ,  $\zeta(k)$  e  $\lambda_\zeta(k)$  tem  $c$  elementos. Da mesma maneira, como  $\nu(k)$  tem  $mP$  elementos,  $\lambda_\nu$  também tem dimensão  $mP$ . Dessa forma, a equação matricial expressa em (1.58) representa um sistema de  $mP + c$  equações e  $2(mP + c)$  variáveis, sendo portanto um problema possivelmente indeterminado. Contudo, a condição de complementaridade exposta acima elimina  $mP + c$  graus de liberdade na escolha das variáveis, tornando o sistema de equações em (1.58) um sistema determinado. A estratégia geral sugerida por Ricker [22] é fazer um total de  $mP + c$  variáveis -  $\lambda_\nu(k)$  e  $\lambda_\zeta$  por exemplo - iguais a zero e calcular as variáveis restantes utilizando as equações (1.58) e (1.56), segundo

$$\nu(k) = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}(k) \quad (1.59)$$

$$\zeta(k) = \mathbf{b}(k) - \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}(k) \quad (1.60)$$

As equações (1.59) e (1.60) representam a solução do problema de otimização sem nenhuma restrição ativa. Caso este ponto represente uma solução factível, o ponto ótimo foi encontrado. Se não for este o caso, um novo conjunto de  $mP + c$  variáveis deve ser feito nulo, repetindo-se o procedimento até que a solução ótima e factível seja encontrada. Os algoritmos para essa busca são facilmente encontrados na literatura de otimização não-linear e programação quadrática [3][19] e fôlego do objetivo desta dissertação. Ao final do processo, o vetor de controle está determinado para um horizonte de  $P$  passos à frente, mas somente o primeiro movimento é enviado ao sistema a ser controlado. Apresentamos na figura 1.3 um diagrama que ilustra a estrutura completa do controlador.

### 1.3.9 Caso irrestrito - modelo do controlador convencional

Se nenhuma restrição de desigualdade está ativa, é possível determinar o modelo no espaço de estado do controlador obtido utilizando as equações da seção 1.3.8. A partir das equações (1.49) e

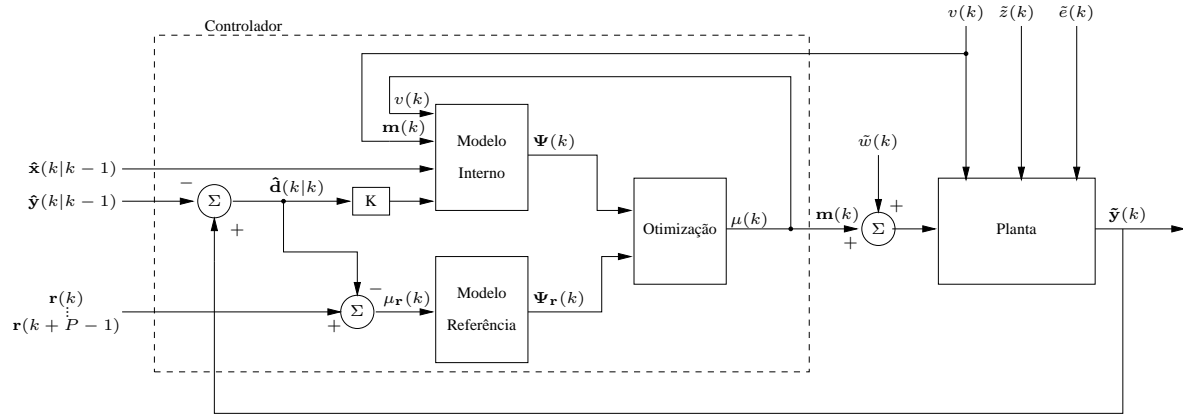


Fig. 1.3: Diagrama detalhado do controlador.

(1.59) é possível escrever

$$\mu(k) = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}(k) + \mu_{\min}(k) \quad (1.61)$$

Utilizando a definição de  $\mathbf{a}(k)$  dada em (1.52) e as equações dos modelos interno e de referência, podemos escrever a seguinte lei de controle

$$\mathbf{m}(k) = \mathbf{K}_x \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}_{xr} \mathbf{x}_r(k) + \mathbf{K}_u \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{K}_r \mathbf{r}(k) - \mathbf{K}_y \tilde{\mathbf{y}}(k) + \mathbf{K}_v \mathbf{v}(k) \quad (1.62)$$

onde

$$\mathbf{K}_x = \mathbf{L} (\mathbf{H}_r \mathbf{C} - \mathbf{Y}_x + \mathbf{Y}_d \mathbf{C}) \quad (1.63)$$

$$\mathbf{K}_{xr} = \mathbf{L} \mathbf{Y}_{xr} \quad (1.64)$$

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{L} \mathbf{H}_r \quad (1.65)$$

$$\mathbf{K}_y = \mathbf{L} (\mathbf{H}_r + \mathbf{Y}_d) \quad (1.66)$$

$$\mathbf{K}_v = -\mathbf{L} \mathbf{Y}_v \quad (1.67)$$

$\mathbf{L}$  é definida como as  $m$  primeiras linhas da matriz  $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{Q}$  e  $\mathbf{K}_u$  é a matriz quadrada formada com as  $m$  primeiras linhas e  $m$  primeiras colunas de  $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{R}_\Delta' \mathbf{R}$ .

Definindo

$$\mathbf{x}_c(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \mathbf{x}_r(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_c(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(k) \\ \tilde{\mathbf{y}}(k) \\ \mathbf{v}(k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}_c(k) = \mathbf{m}(k)$$

as equações de estado do controlador serão

$$\mathbf{x}_c(k+1) = \Phi_c \mathbf{x}_c(k) + \Gamma_c \mathbf{u}_c(k) \quad (1.68)$$

$$\mathbf{y}_c(k) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c(k) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}_c(k) \quad (1.69)$$

com as matrizes do sistema dadas por

$$\Phi_c = \begin{bmatrix} \Phi - \mathbf{K}\mathbf{C} + \Gamma_m \mathbf{K}_x & \Gamma_m \mathbf{K}_{xr} & \Gamma_m \mathbf{K}_u \\ \Gamma_r \mathbf{C}_m & \Phi_r & 0 \\ \mathbf{K}_x & \mathbf{K}_{xr} & \mathbf{K}_u \end{bmatrix} \quad (1.70)$$

$$\Gamma_c = \begin{bmatrix} \Gamma_m \mathbf{K}_r & \mathbf{K} - \Gamma_m \mathbf{K}_y & \Gamma_m \mathbf{K}_v + \Gamma_v \\ \Gamma_r & -\Gamma_v & 0 \\ \mathbf{K}_r & -\mathbf{K}_v & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

$$\mathbf{C}_c = [\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_{xr} \quad \mathbf{K}_u] \quad (1.72)$$

$$\mathbf{D}_c = [\mathbf{K}_r \quad -\mathbf{K}_y \quad \mathbf{K}_v] \quad (1.73)$$

## 1.4 Comentários Finais

Neste capítulo, explicitamos o controle preditivo baseado em modelos utilizando a formulação no espaço de estado. Esta formulação permite que um estimador de estado seja facilmente incorporado ao controlador. Uma solução para o problema utilizando programação quadrática é utilizada e, para sistemas sem restrição, um controlador convencional equivalente é obtido de forma explícita. É neste último controlador que temos particular interesse e o resultado de sua aplicação ao modelo da planta desenvolvido no Capítulo 2 é um ponto central desta dissertação.

# Capítulo 2

## Modelamento do Sistema

### 2.1 Introdução

O primeiro passo na criação de um algoritmo de Controle Preditivo Baseado em Modelo é o desenvolvimento de um modelo do processo a ser controlado. O modelo obtido deve possuir duas características importantes. Em primeiro lugar, o modelo deve ser preciso o suficiente para representar com fidelidade o comportamento real do objeto em estudo. Por outro lado, como o algoritmo de controle se utiliza de simulações dinâmicas, o modelo deve ser suficientemente simples para possibilitar a realização destas simulações em tempo real. Esse compromisso entre fidelidade e simplicidade deve estar presente durante todo o processo de modelamento. Com base nessas premissas, construímos a seguir um modelo dinâmico de uma turbina hidráulica tipo Francis acionando um gerador síncrono. Esse modelo é utilizado no Capítulo 3 nas simulações dinâmicas propostas para avaliação dos resultados. Em nosso caso, estamos interessados em obter um modelo para uma planta de geração hidrelétrica com turbinas hidráulicas do tipo Francis. Consideramos uma planta com apenas uma turbina, ou de forma equivalente, uma planta onde qualquer turbina não interfere nos parâmetros operacionais de outra turbina.

Uma planta de geração hidrelétrica é uma planta de conversão de energia onde se aproveita o potencial hidráulico existente no fluxo de água entre dois corpos d'água com diferentes altitudes em relação ao nível médio dos oceanos. As energias potencial e cinética contidas neste fluxo podem ser convertidas em trabalho mecânico através de uma turbina hidráulica. Se esta turbina hidráulica estiver conectada a um gerador síncrono, esse trabalho mecânico pode ser diretamente convertido em energia elétrica nos terminais do gerador. Dessa forma, uma planta hidrelétrica converte energia hidráulica em energia elétrica, que por sua vez pode acionar cargas elétricas conectadas ao sistema de geração.

A figura 2.1 a seguir representa uma planta hidrelétrica típica, onde uma turbina hidráulica é atravessada pelo fluxo de água conduzido por um conduto forçado entre dois pontos com níveis

distintos, normalmente denominados nível de montante e nível de jusante.

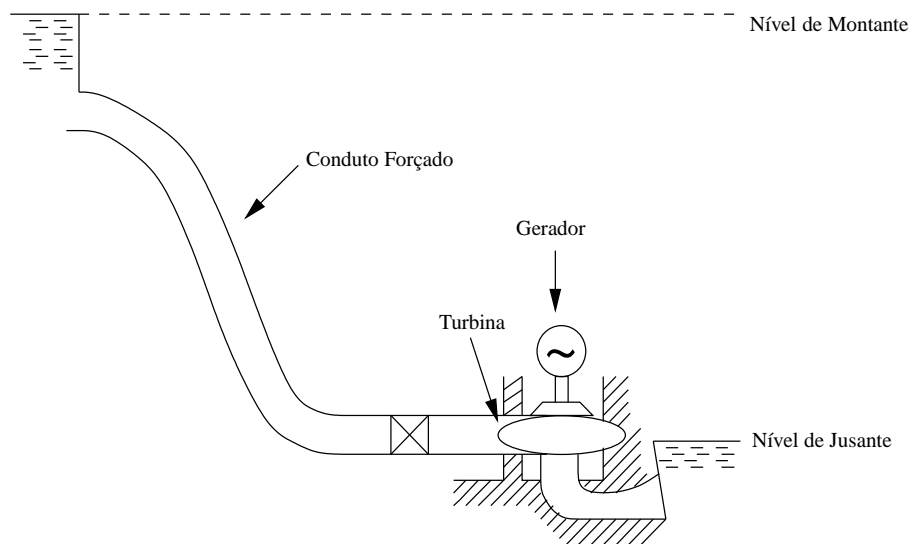


Fig. 2.1: Diagrama típico de uma planta hidrelétrica.

Nosso objetivo nas seções a seguir é analisar as variáveis que caracterizam o comportamento físico desta planta e obter as equações dinâmicas que modelam este comportamento. A partir das equações dinâmicas, um modelo no espaço de estado da planta será construído.

## 2.2 Modelo Dinâmico

Para facilitar a análise, utilizamos o diagrama da figura 2.2[25]. Esse diagrama ilustra as relações dinâmicas entre os principais elementos do sistema a ser estudado: posicionador do distribuidor, turbina, conduto forçado, gerador e carga elétrica. Em linhas gerais, o posicionador do distribuidor é um servo-mecanismo que recebe uma referência do controlador da turbina e mecanicamente posiciona o anel distribuidor. A posição do anel distribuidor, usualmente chamada de posição do distribuidor, determina a vazão de água através da turbina. Ao escoar pelo interior do conduto forçado, este fluxo de água determina variações na queda na entrada da turbina. A potência mecânica no eixo da turbina é determinada pela vazão e pela pressão instantâneas. O torque instantâneo nesse mesmo eixo é determinado pela potência mecânica e pela velocidade angular da turbina. Esse torque mecânico, combinado ao torque elétrico determinado pela força contra-eletromotriz da carga elétrica conectada ao gerador, atua sobre a massa girante dos rotores da turbina e do gerador, determinando sua velocidade angular. A velocidade angular determina diretamente a frequência do gerador, que por sua vez, altera o comportamento da carga elétrica a este interligada. A variação na carga elétrica, por sua vez,

altera o torque elétrico que atua sobre o rotor do gerador, variando o torque acelerante líquido que atua sobre a massa girante.

Nas subseções a seguir, são analisados cada um dos elementos deste diagrama. Ao final da seção, um modelo completo para o sistema é obtido.

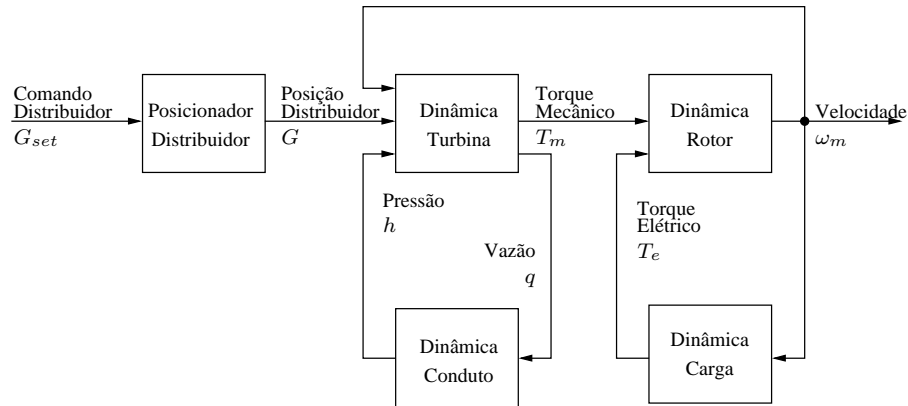


Fig. 2.2: Diagrama de blocos - relações dinâmicas entre os principais elementos da planta.

### 2.2.1 Turbina e Conduto Forçado

A figura 2.3 a seguir ilustra os principais elementos de uma turbina hidráulica tipo Francis. A chamada caixa espiral está diretamente conectada ao conduto forçado e está cheia de água sob pressão. A vazão de “água engolida”<sup>1</sup> pela turbina é determinada pela posição do distribuidor. A água deixa a caixa espiral, atravessa o distribuidor e passa pelo rotor, que passa a girar. Esse movimento é transmitido ao eixo da turbina, que se conecta ao gerador elétrico.

Consideramos que o duto forçado é uma tubulação de comprimento conhecido, com seção constante, com paredes de aço com elasticidade conhecida e que a compressibilidade e a viscosidade da água não podem ser desprezadas. Para a sequência do desenvolvimento, faz-se necessário definir alguns parâmetros, apresentados na tabela 2.1.

Algumas convenções se fazem necessárias:

- $h_R$  será definida como a queda estática devido à altura da coluna d’água  $\bar{h}_s$ , calculada subtraindo-se o nível de jusante do nível de montante.
- $q_R$  será definida como a vazão de água pela turbina com queda igual a  $\bar{h}_R$  e distribuidor totalmente aberto ( $G=1$ ).

<sup>1</sup>A expressão “água engolida” é bastante utilizada na indústria de hidroeletricidade e expressa o fluxo de água que atravessa a turbina.



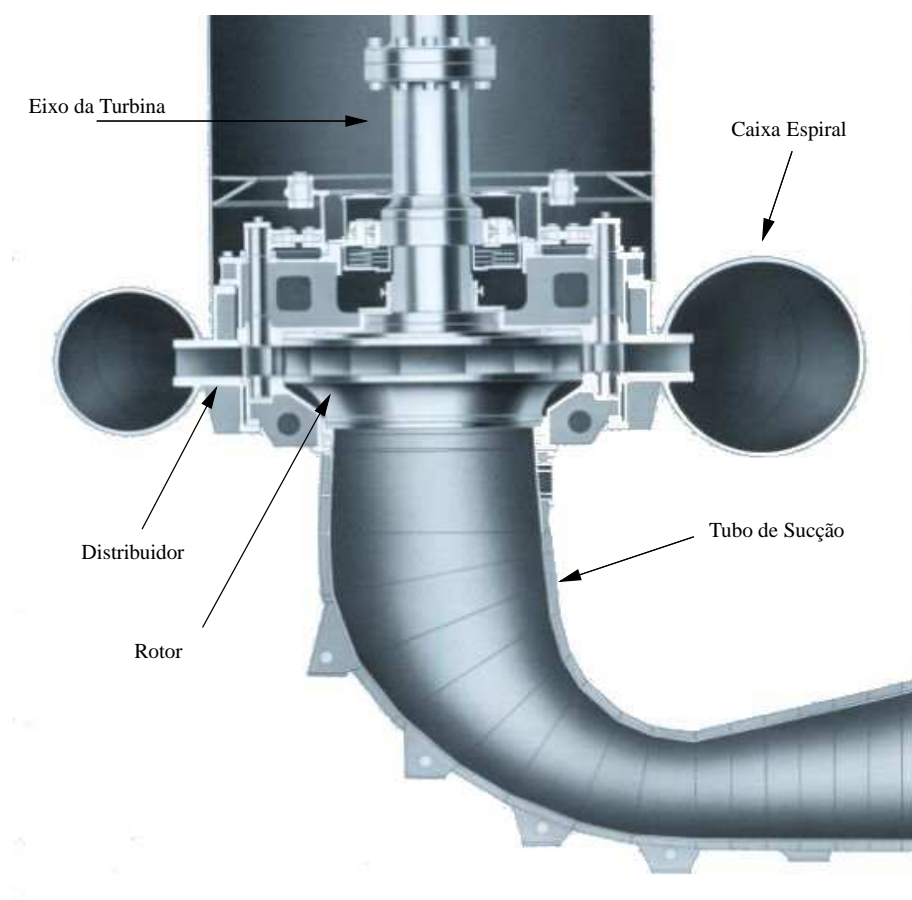


Fig. 2.3: Turbina hidráulica tipo Francis.

<i>Parâmetro</i>	<i>Definição</i>
$\rho$	Densidade da água
$K$	Módulo de compressibilidade da água
$D$	Diâmetro interno do duto forçado, $m$
$f$	Espessura da tubulação do duto forçado, $m$
$E$	Módulo de Young do material da parede do duto
$\alpha$	$\rho g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{fE} \right)$
$g$	Aceleração da gravidade, $m/s^2$
$L$	Comprimento do duto forçado, $m$
$A$	Seção circular do duto forçado, $m^2$
$a$	Velocidade da onda $\sqrt{\frac{g}{\alpha}}$ , $m/s$
$G$	Posição do distribuidor, p.u.
$\bar{q}$	Vazão de água pela turbina, $m^3/s$
$q_R$	Vazão de referência, $m^3/s$
$q$	Vazão de água pela turbina, p.u.
$\bar{h}$	Queda na entrada da turbina, $m$
$\bar{h}_s$	Queda estática devida à altura da coluna d'água, $m$
$\bar{h}_l$	Perda de queda devida ao atrito com a parede do conduto, $m$
$h_R$	Queda de referência, $m$
$h$	Queda na entrada da turbina, p.u.
$h_s$	Queda estática devida à altura da coluna d'água, p.u.
$h_l$	Perda de queda devida ao atrito com a parede do conduto, p.u.
$\bar{\omega}_m$	Velocidade angular da turbina, $rad/s$
$\omega_{m,R}$	Velocidade angular nominal, $rad/s$
$\omega_m$	Velocidade angular da turbina, p.u.

Tab. 2.1: Parâmetros do modelo de turbina hidráulica.

A resposta dinâmica de uma turbina hidráulica é determinada exclusivamente pelo comportamento dinâmico da água dentro do duto forçado. A conversão da energia hidráulica do fluido em energia mecânica no eixo da turbina é completamente determinada por relações algébricas [5]. Em primeiro lugar, a característica de válvula[15] do anel distribuidor e da turbina determinam a relação entre vazão, posição do distribuidor e queda

$$q = G\sqrt{h} \quad (2.1)$$

Além disso, para uma turbina ideal, a potência mecânica de saída é dada pelo produto entre a vazão  $q$  e a queda  $h$ , com fatores de conversão convenientemente escolhidos. O fato da turbina não possuir eficiência igual a 100% é incorporado ao modelo subtraindo-se da vazão  $q$  que atravessa a turbina o valor de vazão necessário à movimentação da turbina sem produção de potência mecânica líquida em seu eixo, vazão chamada aqui de  $q_{nl}$ . Um fator de amortecimento [34], proporcional à abertura do distribuidor  $G$  e ao desvio em relação a velocidade nominal  $\Delta\omega$ , deve ser também levado em consideração. A potência mecânica no eixo da turbina em p.u. pode então ser descrita como

$$P_m = A_t h(q - q_{nl}) - D_{tur} G \Delta\omega_m \quad (2.2)$$

onde  $D_{tur}$  é chamado de coeficiente de amortecimento nominal da turbina, com valores típicos entre 0,5 e 2 [34].  $A_t$  é um fator de proporcionalidade que leva em consideração as potências nominais da turbina  $P_T$  e do gerador  $P_G$ , medidas em Watts, a queda nominal  $h_r$  e a vazão nominal da turbina  $q_r$ , ambas em valores por unidade:

$$A_t = \frac{P_T}{P_G h_r (q_r - q_{nl})} \quad (2.3)$$

Fazemos agora a análise da parte dinâmica do sistema, o conduto forçado. Estamos interessados em determinar a pressão e a vazão instantâneas em cada ponto ao longo de um cano com seção circular constante. É um fato notório que uma súbita alteração da vazão em um cano pode causar ruídos sonoros, um fenômeno conhecido como golpe de aríete. É razoável supor que esse fenômeno é causado pela compressibilidade da água, já que ondas sonoras em um fluido são geradas quando essa propriedade está presente [24]. Além da compressibilidade, um outro parâmetro físico que altera o comportamento do fluido em escoamento é a elasticidade das paredes do conduto forçado, já que neste caso o volume do conduto varia também com o tempo [24]. Modelos de escoamento obtidos levando-se em conta estas duas propriedades físicas são chamados de modelos de ondas viajantes [25], já que o escoamento neste caso está sujeito às ondas de flutuação de pressão e vazão ao longo do duto.

A solução do problema onde se consideram as ondas viajantes descritas acima pode ser bastante complexa. Todos os métodos de análise se iniciam com as equações de movimento, continuidade e energia, além de relações entre outras propriedades físicas do fluido e do conduto propriamente dito [40]. Vários métodos de solução, tanto numéricos quanto analíticos, são encontrados na literatura. Um método numérico bastante utilizado é o método das características [40][25]. Neste método, as duas equações diferenciais parciais de movimento e continuidade são convertidas em quatro equações diferenciais totais. Essas equações são então escritas utilizando-se o método de divisão em intervalos de tempo específicos, sob a forma de diferenças finitas. As soluções são obtidas a partir de simulações computacionais [40]. Apesar de ser um método bastante poderoso e com os resultados mais precisos dentre os métodos numéricos, este método não se mostra adequado a nossa análise.

Como estamos interessados em construir modelos fechados a serem incorporados nos algoritmos de controle, é necessário, em nosso caso, a utilização de um método analítico para obtenção de uma solução fechada para as equações diferenciais que descrevem o problema. Gostaríamos de citar dois desses métodos. Um deles resolve o problema supondo que o conduto hidráulico pode ser modelado como uma linha de transmissão terminada por um circuito aberto na extremidade da turbina e por um curto-circuito na extremidade do reservatório[29]. Um outro método, sugerido por Oldenburger[23], parte das equações diferenciais parciais do golpe de aríete e, através do uso de funções hiperbólicas e da transformada de Laplace[24], chega a uma função de transferência fechada relacionando vazão e pressão no interior do conduto. O resultado para os dois métodos é o mesmo e a variação de queda  $h_p$  causada pelo escoamento da água pelo interior do conduto é dada por

$$\frac{h_p(s)}{q(s)} = \frac{-Z_0[1 - \exp(-2T_e s)]}{[1 + \exp(-2T_e s)]} \quad (2.4)$$

onde  $Z_0$ , chamada de impedância do conduto, é definida por

$$Z_0 = \frac{q_R}{Ah_R} \frac{1}{\sqrt{g\alpha}} \quad (2.5)$$

$T_e$ , o tempo de viagem da onda de choque, é definido como

$$T_e = \frac{L}{a} \quad (2.6)$$

Definimos a constante de tempo da água  $T_W$  como

$$T_W = \left(\frac{L}{A}\right) \frac{q_R}{h_R g} \quad (2.7)$$

Das expressões (2.5) e (2.6) e da definição de  $a$  apresentada na tabela 2.1, fica fácil notar que

$$T_W = Z_0 T_e \quad (2.8)$$

Um outro fator importante é a viscosidade da água e a conseqüente perda de carga causada pela atrito da água com as paredes do conduto. Esta perda de carga é proporcional ao quadrado da vazão [15][25][23]

$$h_l = f_p q^2 \quad (2.9)$$

e  $f_p$  é um fator de proporcionalidade obtido experimentalmente.

A queda  $h$  na entrada da turbina pode ser, portanto, descrita como a composição de três fatores: a queda estática determinada pela gravidade, a variação da queda determinada pela equação (2.4) e

a perda de carga causada pela viscosidade do fluido e descrita na equação (2.9). De maneira mais precisa

$$h = 1 - h_l + q \frac{-Z_0[1 - \exp(-2T_e s)]}{[1 + \exp(-2T_e s)]} \quad (2.10)$$

As relações descritas nas equações (2.1), (2.2) e (2.10) podem ser resumidas no diagrama de blocos exposto na figura 2.4.

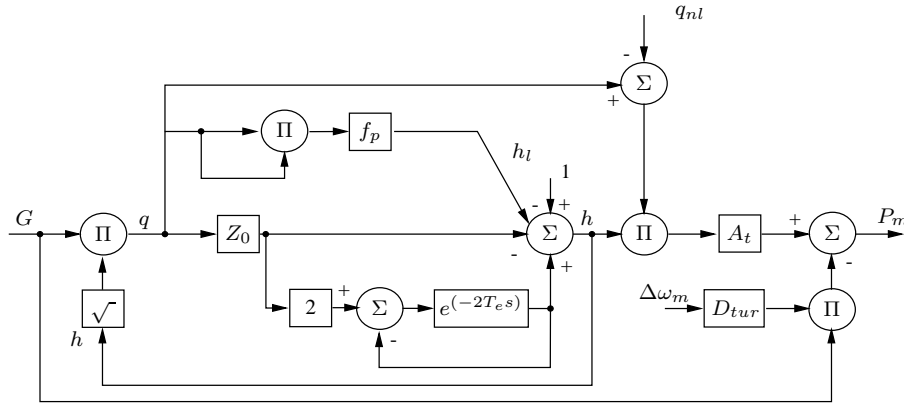


Fig. 2.4: Diagrama de blocos - modelo não-linear da turbina.

Nosso próximo passo é obter um modelo aproximado a partir do modelo não-linear contido no diagrama 2.4. As equações (2.1), (2.2) e (2.10) serão substituídas por aproximações de primeira ordem e a perda de pressão por atrito na parede do duto dada pela equação (2.9) será desprezada. Utilizando-se uma aproximação de Padé de primeira ordem [38]

$$\exp(x) = \frac{1 - x/2}{1 + x/2} \quad (2.11)$$

e desprezando-se a perda de carga por viscosidade  $h_l$ , a equação (2.10) pode ser reduzida à forma

$$h = 1 - qT_W s \quad (2.12)$$

ou seja

$$\frac{q(s)}{h(s)} = -\frac{1}{T_W s} \quad (2.13)$$

que por linearidade pode também ser escrita na forma de perturbações em torno do ponto de equilíbrio

$$\frac{\Delta q(s)}{\Delta h(s)} = -\frac{1}{T_W s} \quad (2.14)$$

A equação (2.1) pode ser reescrita como

$$h = \left(\frac{q}{G}\right)^2 \quad (2.15)$$

Aplicando uma análise de pequenas perturbações à (2.15) temos

$$\begin{aligned} h &= f(q, G) \\ h &\cong f(q_0, G_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial q}\right|_{q_0, G_0} \cdot \Delta q + \left.\frac{\partial f}{\partial G}\right|_{q_0, G_0} \cdot \Delta G \\ h &\cong h_0 + 2\frac{q_0}{G_0^2}\Delta q - 2\frac{q_0^2}{G_0^3}\Delta G \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $G_0$  é abertura do distribuidor no ponto inicial de operação em p.u. e  $q_0$  é a vazão de regime no ponto inicial de operação em p.u.. Notar que, por definição,  $G_0 = q_0$ , e portanto

$$\begin{aligned} h &\cong h_0 + \frac{2}{G_0} \cdot \Delta q - \frac{2}{G_0} \cdot \Delta G \\ h &\cong h_0 + \frac{2}{G_0}(\Delta q - \Delta G) \end{aligned} \quad (2.17)$$

ficando explícito que

$$\Delta h = \frac{2}{G_0}(\Delta q - \Delta G) \quad (2.18)$$

Repetindo a análise de pequenas perturbações para a equação (2.2) temos

$$\begin{aligned} P_m &= f(q, h) \\ P_m &\cong f(q_0, h_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial q}\right|_{q_0, h_0} \cdot \Delta q + \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_{q_0, h_0} \cdot \Delta h \\ P_m &\cong P_0 + A_t[h_0\Delta q + (q_0 - q_{nl})\Delta h] - D_{tur}G_0\Delta\omega_m \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde  $h_0$  é a queda em regime na entrada da turbina em p.u., sendo portanto  $h_0 = 1$ . Dessa maneira,

$$\Delta P_m = A_t[\Delta q + (q_0 - q_{nl})\Delta h] - D_{tur}G_0\Delta\omega_m \quad (2.20)$$

A partir das equações linearizadas (2.13), (2.18) e (2.20) chegamos ao diagrama de blocos da figura 2.5.

Vale notar aqui que um modelo ainda mais simples para turbina e conduto é muito utilizado em estudos de sistemas de potência. Ignorando-se as perdas de eficiência, o que equivale a fazer  $q_{nl} = 0$ , desprezando-se o fator de amortecimento da turbina, considerando-se que o fator de proporcionali-

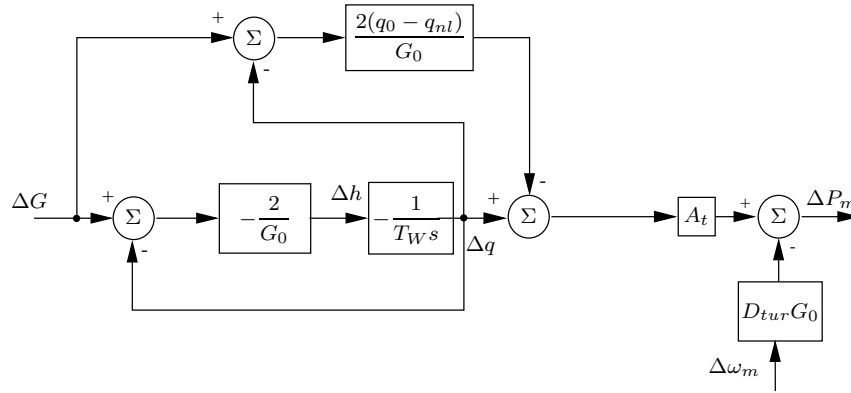


Fig. 2.5: Diagrama de blocos - modelo linear da turbina.

dade  $A_t$  é unitário e tendo-se em conta que por definição  $q_0 = G_0$ , é fácil demonstrar que o modelo da figura 2.5 pode ser simplificado e reescrito como a seguinte função de transferência:

$$\frac{\Delta P_m}{\Delta G} = \frac{1 - G_0 T_w s}{1 + \frac{G_0 T_w s}{2}} \quad (2.21)$$

### 2.2.2 Posicionador do Distribuidor

O próximo elemento da figura 2.2 a ser analisado será o posicionador do distribuidor. Como mencionado anteriormente, o posicionador do distribuidor é um servo-mecanismo que atua sobre o anel distribuidor da turbina, alterando sua posição. Esta posição, por sua vez, determina a vazão de água através da turbina. Este mecanismo está ilustrado na figura 2.6.

Em usinas hidrelétricas modernas, o sistema de posicionamento do distribuidor é implementado utilizando-se um servomecanismo de dois estágios. O primeiro estágio, chamado de estágio piloto, é usualmente implementado com uma servo-válvula proporcional direcional de alto desempenho, que atua como interface eletro-hidráulica entre o sistema de controle digital e o segundo estágio do servomecanismo. Citamos como exemplo desse tipo de dispositivo a linha de válvulas Tipo 4WRPEH 6 fabricada pela Bosch-Rexroth[26]. Esse tipo de válvula recebe um sinal elétrico de um sistema de controle e o converte em um sinal de vazão de óleo em sua saída proporcional ao sinal de entrada. Esse sinal de vazão, por sua vez, posiciona o êmbolo da chamada válvula distribuidora, o segundo estágio hidráulico do servomecanismo. Estando o êmbolo em sua posição central, a vazão de saída é igual a zero. Movendo-se o êmbolo para uma posição diferente do centro estabelece-se um fluxo de óleo em seus pórticos de saída proporcional ao deslocamento. Citamos como exemplo de válvula distribuidora a linha FC de válvulas distribuidoras fabricada pela Woodward[39]. Os pórticos de saída da válvula distribuidora por sua vez estão conectados aos servomotores de acionamento do distribuidor. O uso de

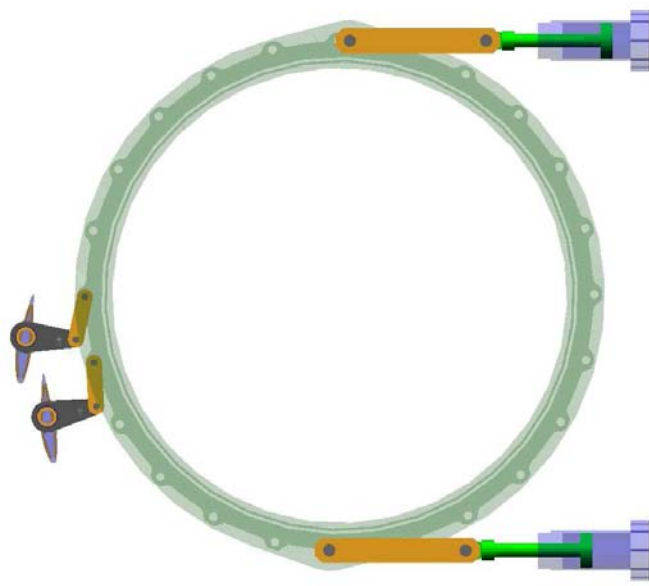


Fig. 2.6: Mecanismo posicionador do distribuidor.

um sistema de dois estágios se deve às vazões necessárias para movimentar o distribuidor da turbina. Apresentamos na figura 2.7 uma ilustração do servomecanismo de dois estágios acima descrito.

Para facilitar a sequência do desenvolvimento, definimos algumas parâmetros importantes, apresentados na tabela 2.2.

Em primeiro lugar, definimos os valores base a serem utilizados na normalização das diversas grandezas. Adotamos as seguintes convenções:

- $v_R$  é definida como o volume combinado de abertura/fechamento do conjunto servomotor de acionamento do distribuidor.
- $q_R$  é definida como um volume  $v_R$  por segundo.

Em nossa análise, as válvulas piloto e distribuidora são representadas por sistemas de primeira ordem[28]. As constantes de tempo para as válvulas são determinadas a partir dos dados encontrados na documentação técnica destas válvulas. Para a válvula piloto citada acima, a frequência de corte pode ser obtida de sua curva de resposta em frequência, sendo neste caso cerca de 80Hz para a válvula citada. No caso da válvula distribuidora que usamos como exemplo, dados experimentais indicam um frequência de corte por volta de 5Hz. Nossa experiência indica que valores nessa ordem de grandeza são típicos para servo-sistemas comumente encontrados em turbinas de médio e grande porte. Para turbinas de menor porte, onde os volumes de óleo envolvidos são menores, normalmente não se faz



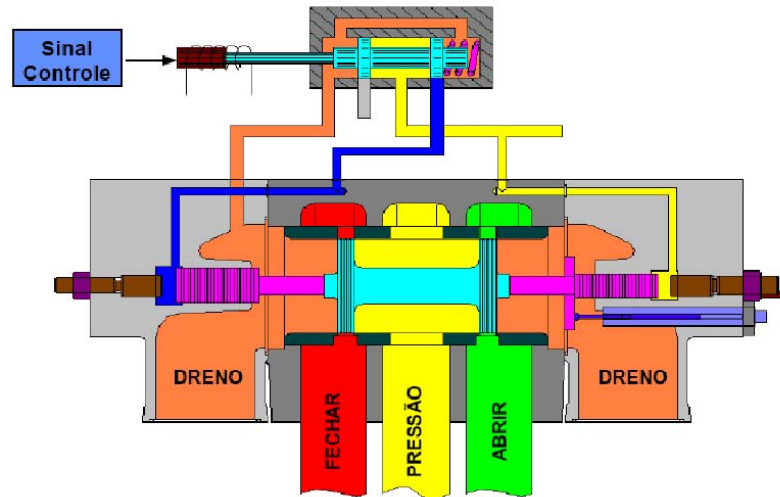


Fig. 2.7: Servomecanismo de dois estágios.

Parâmetro	Definição
$v_R$	Volume de referência, $l$
$q_R$	Vazão de referência, $l/s$
$u_{PV}$	Sinal de saída do controlador para a válvula piloto, p.u.
$f_{PV}$	Frequência de corte da válvula piloto, $Hz$
$T_{PV}$	Constante de tempo da válvula piloto, $s$
$\bar{q}_{PV}$	Vazão através da válvula piloto, $l/s$
$q_{PV}$	Vazão através da válvula piloto, p.u.
$f_{DV}$	Frequência de corte da válvula distribuidora, $Hz$
$T_{DV}$	Constante de tempo da válvula distribuidora, $s$
$\bar{q}_{DV}$	Vazão através da válvula distribuidora, $l/s$
$\bar{q}_{DV,max}$	Vazão máxima através da válvula distribuidora, $l/s$
$\bar{q}_{DV,min}$	Vazão mínima através da válvula distribuidora, $l/s$
$q_{DV}$	Vazão através da válvula distribuidora, p.u.
$q_{DV,max}$	Vazão máxima através da válvula distribuidora, p.u.
$q_{DV,min}$	Vazão mínima através da válvula distribuidora, p.u.
$G_{min}$	Posição mínima do distribuidor, p.u.
$G_{max}$	Posição máxima do distribuidor, p.u.

Tab. 2.2: Parâmetros do modelo do posicionador do distribuidor.

necessário o uso de um sistema de duplo estágio, estando o conjunto servomotor de acionamento do distribuidor diretamente conectado à válvula piloto eletro-hidráulica. Nosso desenvolvimento levará em conta os sistemas de duplo estágio, podendo-se obter o caso de estágio simples através de uma simplificação do modelo mais completo. O conjunto servomotor principal é modelado por um integrador, já que este nada faz além de acumular o óleo que flui pela válvula distribuidora em suas câmaras. Adotando-se as convenções para valores base descritas anteriormente, é fácil notar que o ganho combinado do servo-sistema é unitário, já que todas as vazões estão normalizadas sobre o volume combinado de abertura/fechamento do conjunto servomotor. Além destes elementos lineares, introduzimos também alguns elementos não lineares presentes em servo-sistemas deste tipo. Em primeiro lugar, como vimos na seção 2.2.1, variações de vazão através da turbina provocam perturbações de pressão no interior do conduto. Como as paredes tem resistência limitada a esforços causados pela pressão, faz-se necessário limitar essas perturbações. Isso é normalmente realizado através de um limitador da taxa de movimentação do posicionador do distribuidor. Além disso, o próprio anel distribuidor tem limites físicos para sua movimentação. Dessa maneira, definindo-se as constantes de tempo da válvula piloto  $T_{PV}$  e da válvula distribuidora  $T_{DV}$

$$T_{PV} = \frac{1}{2\pi f_{PV}} \quad (2.22)$$

$$T_{DV} = \frac{1}{2\pi f_{DV}} \quad (2.23)$$

e combinando-se as não-linearidades do servo-sistema com os elementos dinâmicos descritos anteriormente, chegamos ao diagrama de blocos da figura 2.8 para o posicionador do distribuidor

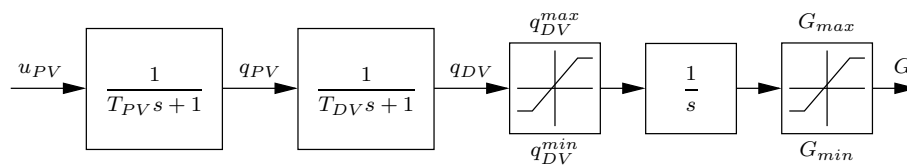


Fig. 2.8: Diagrama de blocos - posicionador do distribuidor

Obter um modelo linear a partir desse diagrama de blocos é extremamente simples, bastando apenas eliminar os limitadores de vazão e posição. Nesse sistema linear, substituímos os valores absolutos por perturbações em torno de um ponto de equilíbrio.

### 2.2.3 Rotores e Carga Elétrica

Dos elementos presentes na figura 2.2, só nos resta analisar o comportamento dinâmico do sistema composto pelos rotores da turbina e gerador e pela carga elétrica. Para a sequência do desenvolvi-

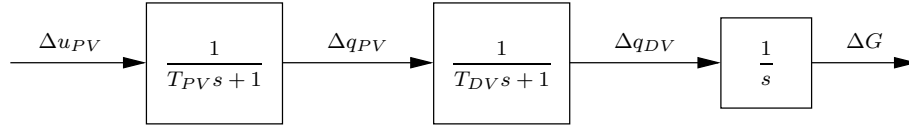


Fig. 2.9: Diagrama de blocos - posicionador do distribuidor linear

mento, é necessário definir os parâmetros da tabela 2.3.

Em primeiro lugar, definimos os valores adotados para os valores de referência:

- $P_R$  é definida como a potência nominal do gerador elétrico em VA.
- $\omega_{m,R}$  é definida como a velocidade nominal da turbina em  $rad/s$ .
- $\omega_{e,R}$  é definida como a velocidade nominal do campo girante, ou velocidade síncrona, do gerador elétrico em  $rad/s$ .
- $f_R$  é definida como a frequência nominal do gerador elétrico em Hz.

O torque mecânico devido à ação da turbina  $\bar{T}_m$  atua sobre a massa girante do conjunto rotor turbina-gerador, imprimindo a este uma aceleração angular. A carga elétrica, por sua vez, ao gerar uma força contra-eletromotriz na armadura do gerador síncrono, atua sobre o mesmo conjunto rotor com um torque eletromagnético  $\bar{T}_e$ , desacelerando-o. O torque eletromagnético é determinado pelo comportamento dinâmico do gerador elétrico e da carga elétrica ligadas a seus terminais. Temos assim uma composição de elementos dinâmicos “mecânicos”, associados à turbina e à massa girante, e elementos dinâmicos “elétricos”, associados ao gerador e à carga elétrica. A interação entre esses elementos e os torques mecânicos e eletromagnéticos a eles associados determina o comportamento dinâmico do rotor do conjunto turbina-gerador.

Pela segunda lei de Newton, em sua versão angular, podemos escrever

$$\bar{T}_m - \bar{T}_e = J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} \quad (2.24)$$

Multiplicando ambos os membros da equação acima pela velocidade angular  $\bar{\omega}_m$  obtemos

$$\bar{P}_m - \bar{P}_e = M \frac{d\bar{\omega}_m}{dt} \quad (2.25)$$

sendo o momento angular do conjunto rotor  $M$  definido por

$$M = J\bar{\omega}_m \quad (2.26)$$

<i>Parâmetro</i>	<i>Definição</i>
$\bar{T}_m$	Torque mecânico de entrada, devido à ação da turbina, $J/rad$
$\bar{T}_e$	Torque eletromagnético de saída, devido à ação da carga elétrica nos terminais do gerador, $J/rad$
$\bar{P}_m$	Potência mecânica de entrada devida à ação da turbina, $W$
$\bar{P}_e$	Potência elétrica de saída, devida à ação da carga elétrica nos terminais do gerador, $W$
$P_R$	Potência de referência, $W$
$P_m$	Potência mecânica devida à ação da turbina, p.u.
$P_e$	Potência elétrica devida à ação da carga elétrica, p.u.
$J$	Momento de inércia do conjunto rotor, $kg \cdot m^2$
$M$	Momento angular do conjunto rotor, $J \cdot s/rad$
$\theta_m$	Posição angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, $rad$
$\bar{\omega}_m$	Velocidade angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, $rad/s$
$\omega_{m,R}$	Velocidade angular mecânica de referência, $rad/s$
$\omega_m$	Velocidade angular do conjunto rotor em relação a um referencial fixo, p.u.
$\theta_e$	Posição angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, $rad$
$\bar{\omega}_e$	Velocidade angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, $rad/s$
$\omega_{e,R}$	Velocidade angular elétrica de referência, $rad/s$
$\omega_e$	Velocidade angular do campo girante do gerador em relação a um referencial fixo, p.u.
$\bar{f}$	Frequência do gerador elétrico, $Hz$
$f_R$	Frequência de referência, $Hz$
$f$	Frequência do gerador elétrico, p.u.
$\delta$	Ângulo de carga do gerador síncrono, $rad$
$E_G$	Tensão do modelo equivalente do gerador, $V$
$X_G$	Reatância indutiva série do modelo equivalente do gerador, $Ohm$
$E_{GT}$	Tensão nos terminais do gerador, $V$
$E_L$	Tensão aplicada à carga conectada ao gerador, $V$
$X_L$	Reatância indutiva série da linha de transmissão, $Ohm$
$X$	Reatância indutiva série combinada gerador/linha, $Ohm$

Tab. 2.3: Parâmetros do modelo do conjunto rotor e da carga elétrica.

Na equação (2.25) a posição angular do rotor é medida em relação a um referencial fixo. É mais conveniente contudo medir esse ângulo em relação a um eixo que gira com velocidade angular igual a velocidade nominal da turbina  $\omega_{m,R}$ [16]. Chamamos de  $\delta_m$  a posição angular do rotor em relação a esse referencial móvel. Convém estabelecer uma relação entre o ângulo  $\delta_m$  e a posição angular  $\theta_m$  do eixo do gerador em relação ao referencial fixo[7]. Na figura 2.10 apresentamos a relação entre esses dois ângulos.

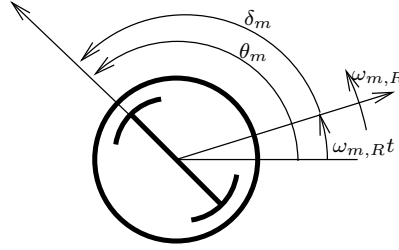


Fig. 2.10: Ângulo de carga

A partir das relações expressas nessa figura podemos escrever que

$$\begin{aligned}\delta_m &= \theta_m - \omega_{m,R}t \\ \frac{d\delta_m}{dt} &= \frac{d\theta_m}{dt} - \omega_{m,R} \\ \frac{d^2\delta_m}{dt^2} &= \frac{d^2\theta_m}{dt^2}\end{aligned}\tag{2.27}$$

Combinando as equações (2.24) e (2.27)

$$\bar{T}_m - \bar{T}_e = J \frac{d^2\delta_m}{dt^2}\tag{2.28}$$

Novamente, multiplicando ambos os membros pela velocidade angular  $\bar{\omega}_m$

$$\bar{P}_m - \bar{P}_e = M \frac{d^2\delta_m}{dt^2}\tag{2.29}$$

As equações (2.25) e (2.29) determinam o movimento do rotor e são chamadas equações de oscilação [1]. Nelas está presente uma propriedade física do conjunto rotor, mais especificamente seu momento angular  $M$ . Essa propriedade depende de características específicas da máquina em questão, como potência e velocidade nominais. Dessa maneira, convém introduzirmos uma outra grandeza que não seja tão dependente de valores específicos e que seja típica para cada classe de máquina, sendo facilmente obtida de tabelas e gráficos padronizados[7]. Denominamos essa grandeza de constante

de inércia da unidade e ela será assim definida

$$H = \frac{W}{S_N} \quad (2.30)$$

onde  $W$  é a energia cinética armazenada no rotor à velocidade nominal  $\omega_{m,R}$

$$W = \frac{1}{2} J \omega_{m,R}^2 \quad (2.31)$$

e  $S_N$  é a potência aparente nominal do gerador elétrico, sendo, portanto, igual ao valor de referência  $P_R$ . A quantidade  $H$  tem a interessante propriedade de, ao contrário do momento angular  $M$ , não variar com a potência e velocidade nominais da unidade, sendo ao contrário um valor característico para cada classe de máquina[16].

Como vimos anteriormente na equação (2.26),  $M$  depende do momento de inércia do rotor e da velocidade angular instantânea. Contudo, é usual trabalhar com um valor constante para  $M$ , igual ao valor do momento angular do rotor à velocidade nominal  $\omega_{m,R}$

$$M = J \omega_{m,R} \quad (2.32)$$

A justificativa para se usar esta aproximação se deve ao fato de ser impossível alterar-se significativamente a velocidade angular do rotor antes da perda da estabilidade do gerador elétrico[1]. Substituindo (2.32) em (2.31) temos

$$W = \frac{1}{2} M \omega_{m,R} \quad (2.33)$$

Utilizando esta expressão para  $W$  em (2.30)

$$H = \frac{1}{2} \frac{M \omega_{m,R}}{S_N} \quad (2.34)$$

e reescrevendo a equação (2.25) em p.u.

$$\begin{aligned} S_N (P_m - P_e) &= M \omega_{m,R} \frac{d\omega_m}{dt} \\ P_m - P_e &= \frac{M \omega_{m,R}}{S_N} \frac{d\omega_m}{dt} \end{aligned} \quad (2.35)$$

chegamos à equação de oscilação do gerador em p.u.

$$P_m - P_e = 2H \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.36)$$

Resta-nos, agora, analisar o comportamento dinâmico da parte “elétrica” do sistema carga-gerador.

Ao relacionarmos o comportamento dinâmico inercial, representado na equação de oscilação (2.36) com o comportamento elétrico do sistema, é mais conveniente escrever esta equação em função de um ângulo elétrico que possa ser relacionado a posição angular do rotor[1]. O gerador síncrono pode ser representado, pelo menos de maneira aproximada, por uma fonte de tensão fixa<sup>2</sup>  $E_G$  em série com uma reatância  $X_G$  constante[16]. O circuito de transmissão conectando gerador e carga será modelado por uma reatância série  $X_L$ . Na realidade, um modelo mais preciso deveria incluir além das reatâncias, resistências série nos modelos do gerador e do circuito de transmissão. No entanto, como as resistências envolvidas são normalmente desprezíveis, os termos resistivos serão ignorados[8]. O diagrama esquemático da figura 2.11 representa esse circuito equivalente

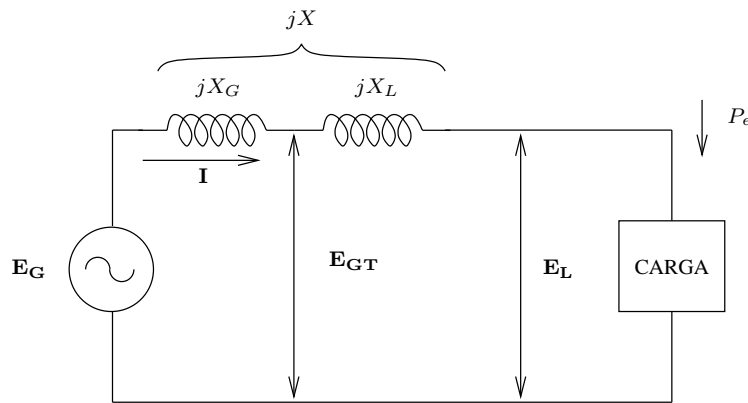


Fig. 2.11: Gerador síncrono alimentando carga elétrica

Definindo-se a reatância série combinada  $X$  do gerador e do circuito de transmissão como

$$X = X_G + X_L \quad (2.37)$$

a equação vetorial relacionando as tensões  $E_G$  e  $E_L$  à corrente  $I$  que flui pelo circuito é

$$E_G = E_L + jXI \quad (2.38)$$

Podemos demonstrar utilizando análise fasorial[16] que a potência elétrica  $P_E$  fluindo do gerador síncrono é dada por

$$P_e = \frac{E_G E_L}{X} \sin \delta \quad (2.39)$$

onde  $\delta$  é a defasagem entre a tensão equivalente do modelo do gerador  $E_G$  e a tensão  $E_L$  aplicada à carga elétrica. Como a tensão nos terminais do gerador é induzida a partir do fluxo magnético criado

<sup>2</sup>Denotamos grandezas vetoriais usando símbolos em negrito.

pelo enrolamento de campo da máquina, essa diferença de fase é igual ao ângulo elétrico do rotor do gerador[16]. Esse ângulo é chamado de ângulo de carga do gerador síncrono[8]. O ângulo  $\delta$  é igual ao ângulo entre a força magnetomotriz do campo e a força magnetomotriz resultante no entre-ferro, ambas girando na velocidade síncrona  $\omega_{e,R}$ . Este ângulo é também o ângulo entre a força eletromotriz induzida e os fasores de tensão resultantes no estator[1]. Quando a carga nos terminais do gerador é nula, esse ângulo é igual a zero. O ângulo de carga  $\delta$  se relaciona com o ângulo mecânico do rotor  $\delta_m$  através da relação[1]

$$\delta = (p/2)\delta_m \quad (2.40)$$

onde  $p$  é o número de pólos do gerador. A mesma relação pode ser estabelecida entre as velocidades angulares mecânica e elétrica, ou seja

$$\bar{\omega}_e = (p/2)\bar{\omega}_m \quad (2.41)$$

Reescrevendo (2.41) em p.u.

$$\begin{aligned} \omega_{e,R} \frac{\bar{\omega}_e}{\omega_{e,R}} &= (p/2) \omega_{m,R} \frac{\bar{\omega}_m}{\omega_{m,R}} \\ \omega_{e,R} \omega_e &= (p/2) \omega_{m,R} \omega_m \\ \frac{\omega_{e,R}}{\omega_{m,R}} \omega_e &= (p/2) \omega_m \\ (p/2) \omega_e &= (p/2) \omega_m \\ \omega_e &= \omega_m \end{aligned} \quad (2.42)$$

Portanto, a velocidade angular elétrica em p.u. é igual a velocidade angular mecânica em p.u. e a equação (2.36) pode ser reescrita como

$$P_m - P_e = 2H \frac{d\omega_e}{dt} \quad (2.43)$$

A equação (2.43) engloba, portanto, o comportamento dinâmico do conjunto girante e o comportamento elétrico da carga conectada ao gerador. Essa equação e a equação do ângulo de torque (2.39) são as duas equações fundamentais que utilizamos a seguir.

A forma final do modelo depende, portanto, além das características do conjunto turbina-gerador, das características da carga elétrica conectada ao gerador. De maneira geral, uma carga pode ser definida como qualquer dispositivo conectado a um sistema de potência que consuma potência ativa ou reativa. O modelamento de cargas elétricas é qualitativamente distinto do modelamento de um gerador elétrico. Apesar de ser bastante simples construir modelos para qualquer carga elétrica típica, como lâmpadas, refrigeradores, sistemas de ar condicionado etc., a determinação da composição da carga total em um determinado instante pode ser extremamente complicada. A composição da carga



se altera continuamente, refletindo padrões de consumo que dependem do estilo de vida do consumidor, do clima, do nível de atividade econômica, entre outros fatores. Mesmo que a composição exata da carga seja conhecida exatamente, seria impraticável representar cada componente individual. Historicamente, as características das cargas são divididas em duas categorias bastante amplas, características estáticas e características dinâmicas[6].

Um modelo estático para uma carga elétrica expressa as potências ativa e reativa como função constante no tempo da tensão e da frequência aplicadas à carga. Um modelo dinâmico, ao contrário, leva em conta o fato de que a resposta da carga a perturbações não ocorre instantaneamente e requer algum tempo. Em nosso estudo, estamos preocupados com os fenômenos cujas características temporais estão ligadas às características dinâmicas do sistema de acionamento do gerador, em especial a turbina propriamente dita e o conduto forçado. Para a maioria das cargas compostas, a resposta a variações de tensão e frequência são rápidas e o estado de regime é atingido rapidamente se comparado aos tempos de resposta dos sistemas mecânicos. Por esse motivo, consideramos em nosso estudo somente modelos estáticos.

Para modelos estáticos[20], é comum representar a carga considerando potência ativa  $P_l$  e potência reativa  $Q_l$ . Ambas podem ser representadas por uma combinação de elementos de impedância, corrente e potência constantes. Polinômios ou outras funções algébricas podem representar adequadamente estas cargas estáticas. A representação é baseada na dependência da carga em relação à frequência e tensão quando observada sobre uma gama limitada de variações. Normalmente esta representação se baseia nas derivadas parciais  $\partial \bar{P}_l / \partial f$  e  $\partial \bar{Q}_l / \partial f$ . Isso acontece porque estas quantidades são normalmente as mais conhecidas e que possuem mais dados disponíveis. Tradicionalmente o modelo representa a relação entre potência e tensão como uma equação exponencial

$$\bar{P}_l = \bar{P}_{l,0} \left( \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0} \right)^a \quad (2.44)$$

$$\bar{Q}_l = \bar{Q}_{l,0} \left( \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0} \right)^b \quad (2.45)$$

onde  $\bar{P}_{l,0}$ ,  $\bar{Q}_{l,0}$  e  $\bar{V}_0$  são os valores de potência ativa, reativa e tensão da carga nas condições iniciais de operação, medidas em Watts e Volts respectivamente. Os expoentes são  $a = \partial \bar{P}_l / \partial \bar{V}$  e  $b = \partial \bar{Q}_l / \partial \bar{V}$  em  $\bar{V} = \bar{V}_0$ . O modelo de carga estática que inclui dependência de frequência é usualmente representado multiplicando o modelo exponencial de carga por um fator de sensibilidade à frequência,

o que nos leva as seguintes equações gerais da carga

$$\bar{P} = \bar{P}_{l,0} \left( \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0} \right)^a (1 + \bar{D}_{pf} \Delta \bar{f}) \quad (2.46)$$

$$\bar{Q} = \bar{Q}_{l,0} \left( \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0} \right)^b (1 + \bar{D}_{qf} \Delta \bar{f}) \quad (2.47)$$

onde  $\bar{D}_{pf}$  e  $\bar{D}_{qf}$  são as constantes de sensibilidade à frequência do modelo, com  $\bar{D}_{pf}$  variando normalmente entre 0 e 3 e  $\bar{D}_{qf}$  variando usualmente entre -2 e 0, dependendo do tipo de carga[20]. A partir destas equações gerais de carga, os modelos estáticos de carga podem ser divididos em três classes distintas[9]:

- Modelo de potência constante - a potência não varia com mudanças na magnitude de tensão; esse modelo é obtido fazendo-se os expoentes iguais a 0.
- Modelo de impedância constante - a potência varia diretamente com o quadrado da magnitude da tensão; esse modelo é obtido fazendo-se os expoente iguais a 2.
- Modelo de corrente constante - a potência varia diretamente com a magnitude da tensão; esse modelo é obtido fazendo-se os expoentes iguais a 1.

Em nosso caso, estamos interessados na interação entre a dinâmica da carga elétrica e a dinâmica da massa girante. Como a dinâmica da massa girante só depende da carga ativa, só levamos em conta as variações de potência ativa da carga. Além disso, supomos que os sistemas de controle de tensão do gerador têm tempo de resposta muito superior aos sistemas de controle de velocidade da turbina, e conseqüentemente de frequência do gerador. Com isso, o valor de tensão nos terminais do gerador será considerado constante durante as análises. A isso equivale dizer que trabalhamos com modelos de potência ativa constante. A equação geral da carga fica sendo então

$$\bar{P}_l = \bar{P}_{l,0} (1 + \bar{D}_{pf} \Delta \bar{f}) \quad (2.48)$$

Reescrevendo esta equação em p.u.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{P}_l}{S_N} &= \frac{\bar{P}_{l,0}}{S_N} \left( 1 + \bar{D}_{pf} f_R \frac{\Delta \bar{f}}{f_R} \right) \\ P_l &= P_{l,0} (1 + D_{pf} \Delta f) \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde  $P_l$  é a potência da carga em p.u.,  $P_{l,0}$  é a potência da carga na condição inicial em p.u. e  $D_{pf}$  é a constante de sensibilidade à frequência também em p.u.. Convém agora reescrever a equação (2.49)

em função da velocidade angular  $\omega_e$ . Da definição de velocidade angular

$$\bar{\omega}_e = 2\pi \bar{f} \quad (2.50)$$

A mesma equação em p.u. é

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\omega}_e}{\omega_{e,R}} &= \frac{2\pi \bar{f}}{\omega_{e,R}} \\ \omega_e &= \frac{2\pi \bar{f}}{2\pi f_R} \\ \omega_e &= f \end{aligned} \quad (2.51)$$

Substituindo (2.51) em (2.49)

$$P_l = P_{l,0}(1 + D_{pf}\Delta\omega_e) \quad (2.52)$$

Analizamos neste trabalho duas configurações para esta carga elétrica: uma carga isolada conectada ao gerador, e gerador conectado a um sistema elétrico que pode ser considerado uma barra infinita. Em termos de análise de desempenho de um controlador de velocidade clássico para uma turbina hidráulica, a condição mais crítica se dá com a unidade alimentando uma carga isolada[25]. Por esse motivo, a construção de um modelo para esta situação é interessante. É com ele que realizamos as simulações para o controlador proposto. Entretanto, não podemos supor que esta condição será a única em que a unidade geradora operará. Como em nossa proposta o controlador necessariamente inclui um modelo do sistema controlado, faz-se necessário obter modelos para outras situações possíveis. Por esse motivo, incluímos também o modelo para uma unidade geradora conectada a uma barra infinita. Acreditamos que estes dois modelos cobrem os mais importantes modos operacionais que podem ser encontrados em situações reais.

### Unidade Geradora Alimentando Carga Isolada

Consideremos o sistema ilustrado na figura 2.12.

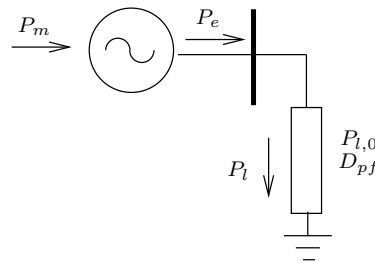


Fig. 2.12: Gerador alimentando carga isolada

Fica claro que a potência elétrica ativa nos terminais do gerador é igual à potência ativa que flui pela carga, ou seja,  $P_e = P_l$ . Reescrevendo a equação (2.52)

$$\begin{aligned} P_l &= P_{l,0} + P_{l,0} D_{pf} \Delta\omega_e \\ P_l &= P_{l,0} + D \Delta\omega_e \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde o termo de amortecimento  $D = P_{l,0} D_{pf}$  é proporcional à carga na condição inicial e ao parâmetro de sensibilidade à frequência. A equação (2.53) e a equação de oscilação (2.36) irão determinar o comportamento dinâmico do sistema.

Vamos agora obter um modelo de pequenas perturbações para este sistema. Introduzindo uma pequena perturbação na equação de oscilação (2.36):

$$P_{m,0} + \Delta P_m - P_{e,0} - \Delta P_e = 2H \frac{d(\omega_{e,0} + \Delta\omega_e)}{dt} \quad (2.54)$$

onde  $P_{m,0}$  e  $P_{e,0}$  são as potências mecânica e elétrica no instante inicial,  $\omega_{e,0}$  é a velocidade angular elétrica neste mesmo instante e  $\Delta P_m$ ,  $\Delta P_e$  e  $\Delta\omega_e$  representam variações em torno destes pontos iniciais. Sabendo que  $\omega_{e,0}$  é constante e supondo que na condição inicial o sistema está em equilíbrio, ou seja,  $P_{m,0} = P_{e,0}$  temos

$$\Delta P_m - \Delta P_e = 2H \frac{d(\Delta\omega_e)}{dt} \quad (2.55)$$

Da mesma maneira, reescrevendo (2.53) em função de pequenas perturbações

$$\begin{aligned} P_{l,0} + \Delta P_l &= P_{l,0} + \Delta P_{l,0} + D \Delta\omega_e \\ \Delta P_l &= \Delta P_{l,0} + D \Delta\omega_e \end{aligned} \quad (2.56)$$

Combinando (2.55) e (2.56)

$$\Delta P_m - \Delta P_{l,0} - D \Delta\omega_e = 2H \frac{d(\Delta\omega_e)}{dt} \quad (2.57)$$

Aplicando a transformada de Laplace

$$\Delta P_m(s) - \Delta P_{l,0}(s) - D \Delta\omega_e(s) = 2H s \Delta\omega_e(s) \quad (2.58)$$

O diagrama de blocos para a expressão acima é apresentado na figura 2.13.

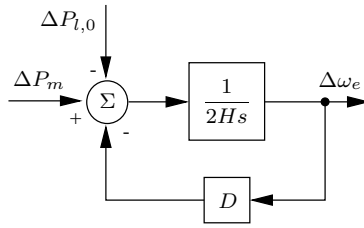


Fig. 2.13: Diagrama de blocos - gerador alimentando carga isolada

### Unidade Geradora Conectada à Barra Infinita

O diagrama na figura 2.14 ilustra a unidade geradora conectada a uma barra infinita. O diagrama inclui uma carga local conectada diretamente ao gerador.

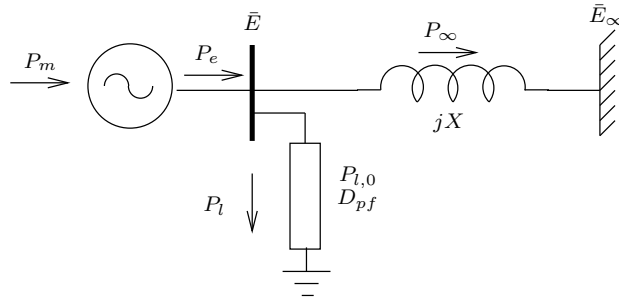


Fig. 2.14: Gerador conectado à barra infinita

Fica claro que a potência elétrica nos terminais do gerador é igual à potência pela carga local  $P_l$  somada à potência entregue à barra infinita  $P_\infty$ , ou seja

$$P_e = P_l + P_\infty \quad (2.59)$$

A potência  $P_l$  já foi determinada na subseção anterior. A potência  $P_\infty$  é determinada utilizando-se a equação (2.39)

$$P_\infty = \frac{EE_\infty}{X} \sin \delta \quad (2.60)$$

Para obtenção de um modelo de pequenas perturbações, a equação (2.60) deve ser linearizada em torno de um ponto de operação

$$\begin{aligned} P_\infty &= f(\delta) \\ P_\infty &\cong f(\delta_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial \delta} \right|_{\delta_0} \cdot \Delta\delta \\ P_\infty &\cong P_{\infty,0} + \frac{EE_\infty}{X} \cos \delta_0 \cdot \Delta\delta \end{aligned} \quad (2.61)$$

Definindo-se o coeficiente de potência de sincronização  $T_s$  como

$$T_s = \frac{EE_\infty}{X} \cos \delta_0 \quad (2.62)$$

e levando-se em conta que

$$\delta(s) = \omega_{e,R} \frac{1}{s} \omega_e(s) \quad (2.63)$$

a equação de oscilação linear para pequenas perturbações pode ser escrita como

$$\Delta P_m - \Delta P_{l,0} - D\Delta\omega_e - T_s\Delta\delta = 2H \frac{d(\Delta\omega_e)}{dt} \quad (2.64)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace e observando que a relação expressa pela equação (2.63) também vale para pequenas perturbações

$$\Delta P_m(s) - \Delta P_{l,0}(s) - D\Delta\omega_e(s) - T_s\Delta\delta(s) = 2Hs\Delta\omega_e(s) \quad (2.65)$$

O diagrama de blocos para esta equação é apresentado na figura 2.15.

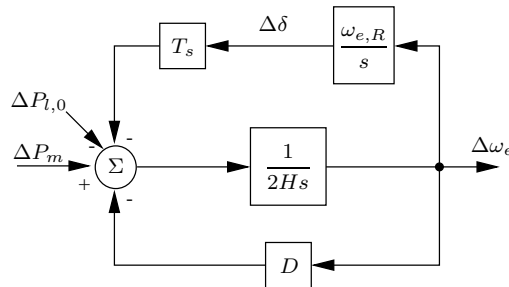


Fig. 2.15: Diagrama de blocos - gerador alimentando barra infinita

Fica claro que o modelo obtido na seção 2.2.3 pode ser obtido do modelo acima fazendo-se  $T_s$  igual a zero.

## 2.3 Modelo no Espaço de Estado

Na seção anterior, obtivemos os modelos dinâmicos para os diversos elementos ilustrados na figura 2.2. Esses modelos foram, contudo, apresentados no formato de funções de transferência e diagramas de bloco, muito apropriados para simulações computacionais, mas inadequados para tratamento a ser realizado no Capítulo 1, onde um modelo do sistema no espaço de estado será necessário. Dessa maneira, desenvolvemos nessa seção modelos no espaço de estado para cada um dos subsistemas analisados na seção 2.2. Mais uma vez a construção é feita a partir de uma análise de cada

uma das partes do sistemas. Contudo, ao final, um único modelo no espaço de estado para o sistema completo é apresentado.

As equações diferenciais que regem o comportamento de um sistema podem ser expressas como um sistema de equações de primeira ordem. Essas equações podem ser representadas na forma de variável de estado através da seguinte equação vetorial[10]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.66)$$

onde o vetor  $\mathbf{x}$  é chamado de estado do sistema, o vetor  $\mathbf{u}$  é um vetor contendo as entradas de controle e a função vetorial  $\mathbf{f}$  relaciona a derivada do vetor de estado ao próprio estado e ao vetor de entradas de controle. A saída do sistema é descrita como

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.67)$$

onde  $\mathbf{y}$  é o próprio vetor de saída e  $\mathbf{h}$  é uma outra função vetorial que relaciona o vetor de saída ao vetor de estado e ao vetor de entradas de controle.

Um modelo que descreve o comportamento utilizando as equações (2.66) e (2.67) acima é chamado de modelo no espaço de estado. Para o caso linear, as equações (2.66) e (2.67) podem ser reescritas como

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.68)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (2.69)$$

Um modelo do sistema no formato das equações (2.68) e (2.69) é chamado de modelo linear no espaço de estado.

### 2.3.1 Turbina e Conduto Forçado

Nosso ponto de partida é o diagrama de blocos da figura 2.5 e as equações (2.13), (2.18) e (2.20). Para facilitar a análise, reapresentamos na figura 2.16 esse diagrama explicitando os integradores.

Como a única relação dinâmica contida nesse sistema de equações é a dinâmica de primeira ordem relacionando as variações  $\Delta q$  com as variações  $\Delta h$ , descrita na equação (2.13), fica claro que estamos tratando de um sistema de primeira ordem. Temos, portanto, apenas um estado  $x_1$ , igual à variação de vazão  $\Delta q$ . As entradas são definidas como  $u_1$ , igual à variação de abertura do distribuidor  $\Delta G$ , e  $u_2$ , igual à variação de velocidade  $\Delta \omega$ . Finalmente, a saída  $y_1$  desse subsistema é igual à variação na potência mecânica  $\Delta P_m$ .

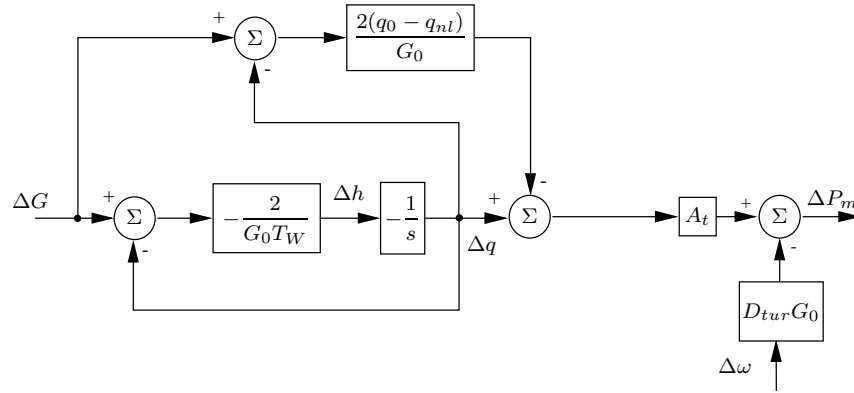


Fig. 2.16: Diagrama de blocos modificado - modelo linear da turbina

Observando o diagrama de blocos da figura 2.16 podemos escrever uma equação de estado

$$\Delta \dot{q} = -\frac{2}{G_0 T_W} \Delta q + \frac{2}{G_0 T_W} \Delta G \quad (2.70)$$

e uma equação de saída

$$\Delta P_m = A_t \left[ \frac{G_0 + 2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] \Delta q - A_t \left[ \frac{2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] \Delta G - D_{tur} G_0 \Delta \omega \quad (2.71)$$

As matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  definidas nas equações (2.68) e (2.69) para este subsistema são portanto

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{2}{G_0 T_W} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{2}{G_0 T_W} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= A_t \left[ \frac{G_0 + 2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \frac{-2A_t(q_0 - q_{nl})}{G_0} & -D_{tur} G_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### 2.3.2 Posicionador do Distribuidor

Nosso ponto de partida é novamente um diagrama de blocos, neste caso o diagrama 2.8. Novamente rerepresentamos na figura 2.17 esse diagrama explicitando os integradores, para facilitar a análise

Definindo-se os estados do sistema como a saída dos integradores

- o primeiro estado  $x_1$  é igual à variação de vazão através da válvula piloto  $\Delta q_{PV}$
- o segundo estado  $x_2$  é igual à variação de vazão através da válvula distribuidora  $\Delta q_{DV}$
- o terceiro estado  $x_3$  é igual à variação de posição do distribuidor  $\Delta G$



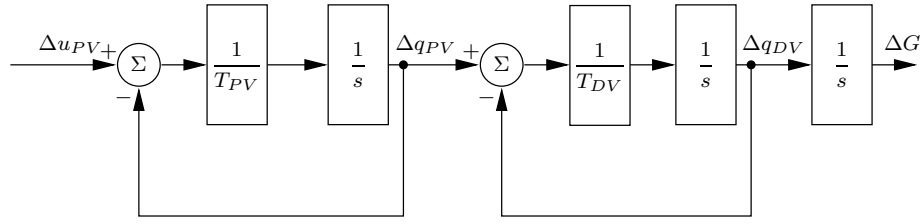


Fig. 2.17: Diagrama de blocos modificado - posicionador do distribuidor

O sistema possui apenas uma entrada  $u_1$ , igual à variação sinal de comando da válvula piloto  $u_{PV}$  e uma saída  $y_1$  igual à própria posição do distribuidor. Como se tratam de modelos lineares, as mesmas equações valem também para perturbações das variáveis em torno de um ponto de equilíbrio. As equações de estado para o posicionador do distribuidor ficam portanto na forma

$$\Delta \dot{q}_{PV} = -\frac{1}{T_{PV}} \Delta q_{PV} + \frac{1}{T_{PV}} \Delta u_{PV} \quad (2.72)$$

$$\Delta \dot{q}_{DV} = \frac{1}{T_{DV}} \Delta q_{PV} - \frac{1}{T_{DV}} \Delta q_{DV} \quad (2.73)$$

$$\Delta \dot{G} = \Delta q_{DV} \quad (2.74)$$

Adotando-se a notação definida nas equações (2.68) e (2.69), as matrizes que definem o modelo do posicionador no espaço de estado são

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{PV}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{DV}} & -\frac{1}{T_{DV}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{PV}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = 0$$

### 2.3.3 Rotor e carga elétrica

#### Carga Isolada

Repetimos por conveniência na figura 2.18 o diagrama de blocos obtido anteriormente na seção 2.2.3.

Definimos os estados do sistema como a saídas dos integradores

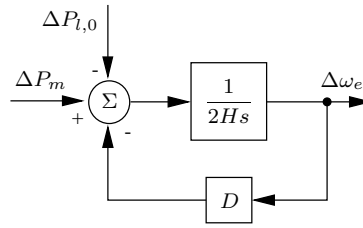


Fig. 2.18: Diagrama de blocos - gerador alimentando carga isolada

- o estado  $x_1$  é igual à variação da velocidade angular elétrica do gerador  $\Delta\omega_e$

O sistema possui duas entradas definidas como

- a entrada  $u_1$  é igual à variação da potência mecânica no eixo da turbina  $\Delta P_m$ .
- a entrada  $u_2$  é igual à variação da carga elétrica nominal  $\Delta P_{l,0}$ .

A equação de estado é portanto igual a

$$\Delta\dot{\omega}_e = -\frac{D}{2H}\Delta\omega_e + \frac{1}{2H}\Delta P_m - \frac{1}{2H}\Delta P_{l,0} \quad (2.75)$$

Novamente definindo a saída do sistema como a variação na velocidade angular elétrica do gerador, as matrizes de estado para este sistema são:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{D}{2H} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & -\frac{1}{2H} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= 1 & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### Barra Infinita

Novamente repetimos por conveniência o diagrama de blocos obtido anteriormente.

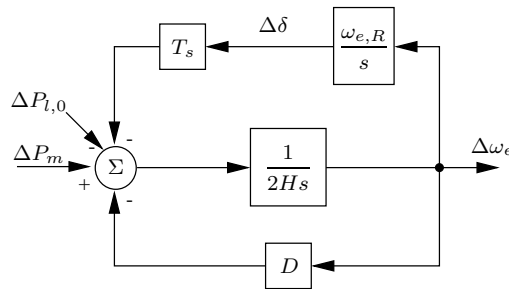


Fig. 2.19: Diagrama de blocos - gerador alimentando barra infinita

Definindo os estados do sistema como as saídas dos integradores

- o primeiro estado  $x_1$  é definido como a variação na velocidade angular elétrica do gerador  $\Delta\omega_e$ .
- o segundo estado  $x_2$  é definido como a variação no ângulo de carga do gerador  $\Delta\delta$ .

As entradas do sistema serão assim definidas:

- a primeira entrada  $u_1$  é definida como a variação da potência mecânica no eixo da turbina  $\Delta P_m$ .
- a segunda entrada  $u_2$  é definida como a variação da carga elétrica nominal  $\Delta P_{l,0}$ .

Temos portanto duas equações de estado

$$\Delta\dot{\omega}_e = -\frac{D}{2H}\Delta\omega_e - \frac{T_s}{2H}\Delta\delta + \frac{1}{2H}\Delta P_m - \frac{1}{2H}\Delta P_{l,0} \quad (2.76)$$

$$\Delta\dot{\delta} = \omega_{e,R}\Delta\omega_e \quad (2.77)$$

Para o vetor de saída definimos que

- a primeira saída  $y_1$  é a variação de velocidade angular elétrica  $\Delta\omega_e$ .
- a segunda saída  $y_2$  é a variação no ângulo de carga do gerador  $\Delta\delta$ .

As matrizes de estado são portanto:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{2H} & -\frac{T_s}{2H} \\ \omega_{e,R} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & -\frac{1}{2H} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Novamente fica claro que o modelo para o gerador alimentando carga isolada pode ser obtido a partir do modelo para gerador conectado à barra infinita fazendo-se  $T_s$  igual a zero. Por esse motivo, trabalhamos apenas com o segundo modelo apresentado.

### 2.3.4 Modelo Completo

Como último passo na construção do modelo de espaço de estado para o sistema, combinamos os elementos obtidos nas seções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3 em um único modelo no espaço de estado para todo o sistema. Por razões já expostas anteriormente, trabalhamos apenas com o modelo onde o gerador está conectado a uma barra infinita.

As variáveis de estado do sistema completo são obtidas através da composição dos estados de cada um dos elementos dinâmicos desenvolvidos anteriormente:

- o primeiro estado  $x_1$  é a variação de vazão através da válvula piloto  $\Delta q_{PV}$ .
- o segundo estado  $x_2$  é a variação de vazão através da válvula distribuidora  $\Delta q_{DV}$ .
- o terceiro estado  $x_3$  é a variação de posição do distribuidor  $\Delta G$ .
- o quarto estado  $x_4$  é a variação de vazão através da turbina  $\Delta q$ .
- o quinto estado  $x_5$  é a variação na velocidade angular elétrica do gerador  $\Delta \omega_e$ .
- o sexto estado  $x_6$  é a variação no ângulo de torque do gerador  $\Delta \delta$ .

Da mesma maneira, as variáveis de entrada são obtidas combinando as variáveis de entrada de cada subsistema:

- a primeira entrada  $u_1$  é a variação no sinal de controle da válvula piloto  $\Delta u_{PV}$ .
- a segunda entrada  $u_2$  é a variação na carga elétrica nominal  $\Delta P_{l,0}$ .

Finalmente, as seguintes definições são usadas para as variáveis de saída do sistema completo:

- a primeira saída  $y_1$  é a variação na potência mecânica da turbina  $\Delta P_m$
- a segunda saída  $y_2$  é a variação na posição do distribuidor  $\Delta G$ .
- a terceira saída  $y_3$  é a variação na velocidade angular elétrica do gerador  $\Delta \omega_e$ .
- a quarta saída  $y_4$  é a variação no ângulo de torque do gerador  $\Delta \delta$ .

A partir dessas definições, e lembrando que pela equação (2.42), as equações de estado para o sistema completo são:

$$\Delta \dot{q}_{PV} = -\frac{1}{T_{PV}} \Delta q_{PV} + \frac{1}{T_{PV}} \Delta u_{PV} \quad (2.78)$$

$$\Delta \dot{q}_{DV} = \frac{1}{T_{DV}} \Delta q_{PV} - \frac{1}{T_{DV}} \Delta q_{DV} \quad (2.79)$$

$$\Delta \dot{G} = \Delta q_{DV} \quad (2.80)$$

$$\Delta \dot{q} = \frac{2}{G_0 T_W} \Delta G - \frac{2}{G_0 T_W} \Delta q \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}_e = & -\frac{A_t(q_0 - q_{nl})}{G_0 H} \Delta G + \frac{A_t[G_0 + 2(q_0 - q_{nl})]}{2G_0 H} \Delta q \\ & - \frac{D_{tur}G_0 + D}{2H} \Delta \omega_e - \frac{T_s}{2H} \Delta \delta - \frac{1}{2H} \Delta P_{l,0} \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\Delta \dot{\delta} = \omega_{e,R} \Delta \omega_e \quad (2.83)$$

A equação de saída para a variação de potência mecânica pode ser obtida rearranjando-se a equação (2.71):

$$\Delta P_m = -A_t \left[ \frac{2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] \Delta G + A_t \left[ \frac{G_0 + 2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] \Delta q - D_{tur} G_0 \Delta \omega_e \quad (2.84)$$

As matrizes de estado do modelo completo são portanto:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{PV}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{DV}} & -\frac{1}{T_{DV}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{G_0 T_W} & -\frac{2}{G_0 T_W} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_t(q_0 - q_{nl})}{G_0 H} & \frac{A_t[G_0 + 2(q_0 - q_{nl})]}{2G_0 H} & -\frac{D_{tur}G_0 + D}{2H} & -\frac{T_s}{2H} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{e,R} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{PV}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2H} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -A_t \left[ \frac{2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] & A_t \left[ \frac{G_0 + 2(q_0 - q_{nl})}{G_0} \right] & D_{tur}G_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 2.4 Comentários Finais

Neste capítulo, partindo dos princípios físicos que modelam o comportamento do sistema turbina-gerador, obtivemos modelos que representam o comportamento dinâmico desta planta. Um modelo não-linear, que incorpora características importantes do sistema como compressibilidade da água e elasticidade do conduto foi inicialmente obtido. Um modelo linear simplificado foi criado a partir deste modelo e este modelo, por sua vez, foi reescrito segundo a representação no espaço de estado. Este modelo será a base onde será aplicado o algoritmo descrito no Capítulo 1.

## **Capítulo 3**

# **Controle Preditivo da Turbina Hidráulica**

### **3.1 Introdução**

Iniciamos este capítulo fazendo uma pequena introdução ao controle de velocidade de turbinas hidráulicas. A estrutura geral dos controladores comumente utilizados é discutida. Em seguida, apresentamos os principais resultados desta dissertação. Em primeiro lugar, avaliamos a validade dos modelos obtidos no Capítulo 2. Fatores como fidelidade do modelo aos fenômenos representados são discutidos. O objetivo principal, contudo, é apresentar os resultados obtidos com a metodologia exposta no Capítulo 1. O algoritmo desenvolvido é aplicado a um sistema de referência e os resultados são comparados a soluções bem estabelecidas na literatura. Todas as simulações são realizadas em um computador padrão IBM-PC utilizando o MATLAB®.

### **3.2 Controle de Velocidade de Turbinas Hidráulicas**

Para a utilização de turbinas hidráulicas para geração de energia, o problema de controle de velocidade das unidades geradoras é fundamental. Este controle é que permite que unidades geradoras isoladas possam ser conectadas simultaneamente a um sistema interligado de geração de energia sem perda da estabilidade de frequência. Podemos afirmar, com absoluta segurança, que atualmente o controle de velocidade de turbinas hidráulicas é quase que exclusivamente realizado com controladores do tipo PID implementados em computadores digitais. A exceção são controladores mecânico-hidráulicos ou eletrônicos-analógicos implementados antes do advento do controlador PID digital. Mesmo estes, contudo, estão sendo gradativamente substituídos por controladores PID digitais. São vários os motivadores destas substituições, mas podemos destacar entre eles a dificuldade de manutenção e calibração dos equipamentos mais antigos e a extrema flexibilidade trazida pelas implementações digitais.

Os controladores PID digitais são, na verdade, blocos construtivos básicos de um regulador digital de velocidade moderno. Estes reguladores possuem alguns controladores operando em paralelo, cada um deles implementado com um controlador PID. Neste trabalho avaliamos a possibilidade de se substituir este bloco básico por um controlador preditivo. O uso de vários controladores, extremamente facilitado com a utilização de computadores digitais, busca reproduzir no controlador as diversas condições operativas das unidades sendo controladas. Apesar de algumas implementações utilizarem mais de dois controladores em paralelo, são duas as condições operativas que apresentam diferenças fundamentais e que merecem ser refletidas na estrutura do controlador. A primeira condição operativa ocorre do momento do arranque da unidade até o momento em que o disjuntor que conecta a unidade geradora ao sistema elétrico é fechado. A segunda condição operativa ocorre a partir do momento em que a unidade passa a fornecer energia elétrica ao sistema. Para cada uma destas condições um controlador particular é utilizado.

### 3.2.1 Controle Isócrono de Velocidade

Do momento em que se arranca a unidade geradora até o momento em que a máquina é conectada ao sistema elétrico, o problema fundamental de controle é regular de forma precisa a velocidade da unidade. O objetivo é subir controladamente a velocidade da unidade até a velocidade nominal e a partir deste momento controlar com precisão esta variável de forma a permitir a sincronização da unidade ao sistema elétrico. Este modo de controle é normalmente chamado de controle isócrono de velocidade. O termo isócrono é utilizado porque, neste caso, a referência de velocidade é fixa e não depende da carga da unidade ou da posição do distribuidor. A figura 3.1 ilustra a estrutura geral deste controlador. Na figura 3.2 ilustramos o comportamento da referência de velocidade em função da carga da unidade.

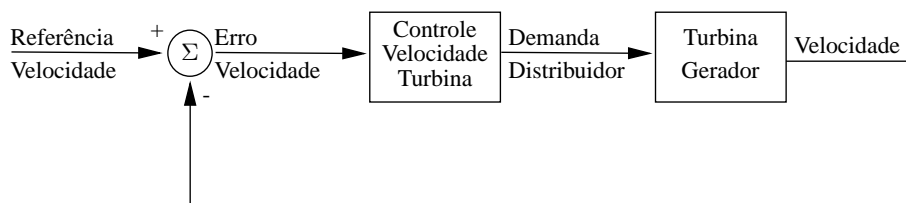


Fig. 3.1: Controle isócrono de velocidade

### 3.2.2 Controle de Velocidade/Potência com Estatismo

A suposição básica utilizada na concepção do controlador com estatismo é que a unidade geradora se conecta a um grande sistema elétrico, que pode ser modelado como uma barra finita. Em



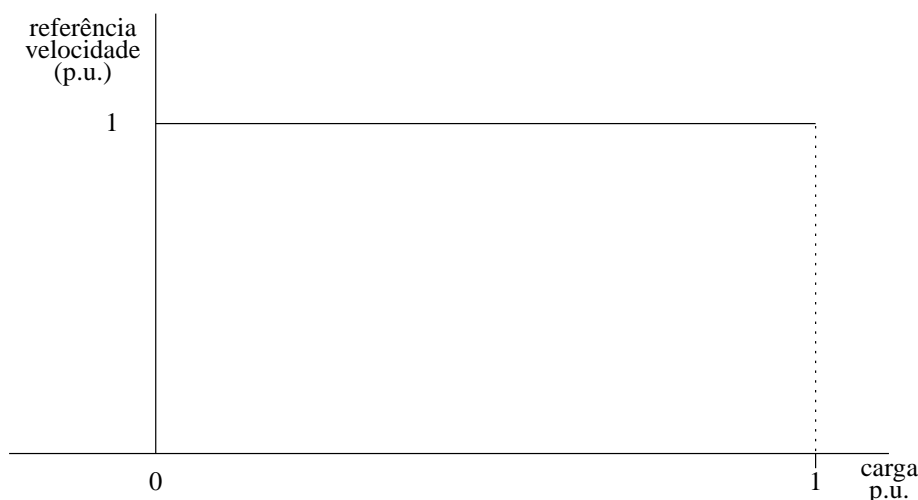


Fig. 3.2: Referência de velocidade - controle isócrono

vista disso, a partir do momento em que o disjuntor da unidade é fechado, o conjunto turbina-gerador passa a operar em uma condição fundamentalmente distinta da anterior. A frequência do gerador e, portanto, a velocidade de rotação da turbina, passa a ser determinada pela frequência do sistema elétrico e não mais pela posição do distribuidor da turbina. Como discutido na seção 2.2.3, a posição do distribuidor determina agora a potência elétrica gerada nos terminais do gerador. O objetivo primário do controlador passa a ser controlar com estabilidade esta potência e o controlador de velocidade deve ser substituído por um controlador de potência elétrica. Mas a “barra infinita” é uma abstração teórica, e uma condição para que esta barra mantenha sua estabilidade de frequência é que todas as unidades geradoras a ela conectadas contribuam para sua estabilidade. Portanto, não é razoável esperar que a velocidade da unidade se mantenha absolutamente fixa e caso esta frequência varie, cada unidade deve contribuir para que a frequência retorne a seu valor nominal. Precisamos assim de um controlador de carga que contribua para a regulação de frequência. Esse controlador é implementado alterando-se a estrutura do controlador isócrono segundo o diagrama de blocos da figura 3.3.

O estatismo implica reduzir a referência de velocidade em função da carga da unidade. Valores típicos de estatismo ficam entre 3% e 8%. Um ajuste de estatismo de 5% significa que uma carga na unidade igual a 100% significa uma redução de 5% na referência de velocidade do controlador de velocidade. A figura 3.4 ilustra a variação da referência de velocidade do controlador em função da carga da unidade.

Mas por que a introdução do estatismo significa transformar o controlador de velocidade num controlador de frequência que contribui para a regulação de frequência do sistema? Em primeiro lugar, devemos lembrar que na situação em questão, a velocidade da unidade é determinada pela frequência da barra e não pela turbina. Portanto, em momentos de estabilidade da frequência da

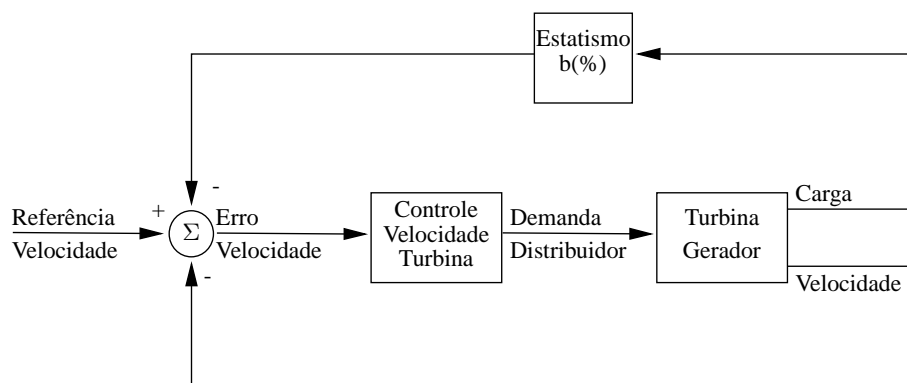


Fig. 3.3: Controle de carga com estatismo

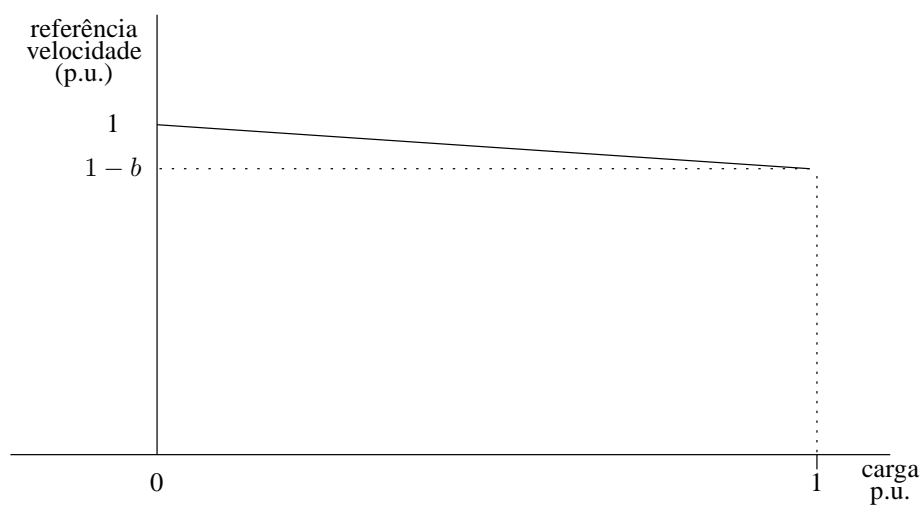


Fig. 3.4: Referência de velocidade - controle com estatismo

barra, o termo velocidade que chega no ponto de soma do controlador é fixo é conhecido. O erro de velocidade que alimenta o controlador é determinado pela referência de velocidade e pela carga da unidade ponderada pelo estatismo. Dessa maneira, supondo um fator de estatismo igual a 5%, uma referência de velocidade igual a 1.025 p.u. significa que o controlador só estará em equilíbrio para uma carga da unidade igual a 0.5 p.u.. Dessa maneira, no controlador de velocidade com estatismo, a referência de velocidade passa a determinar a potência elétrica fornecida ao sistema. Por outro lado, para uma referência de velocidade determinada, uma variação na frequência do sistema produz um erro na saída do ponto de soma. O controlador irá compensar este erro corrigindo a carga da unidade, até que a esta, ponderada pelo estatismo, anule a diferença entre a referência de velocidade e a frequência do sistema. Temos assim um regulador de velocidade controlando a potência da unidade e contribuindo para a regulação de frequência do sistema, através da injeção ou retirada de carga do sistema em momentos de oscilação da frequência.

### 3.3 Avaliação dos Modelos

Passamos agora a apresentação dos resultados deste trabalho. Em primeiro lugar, com o intuito de avaliar os modelos obtidos, algumas simulações são realizadas. A estrutura básica do sistema planta controlador é ilustrada na figura 3.5.

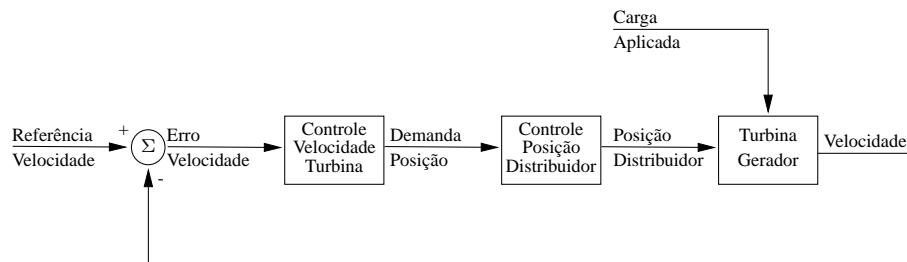


Fig. 3.5: Diagrama de blocos - validação dos modelos

Utilizamos como base para as simulações o sistema apresentado no apêndice da referência [25]. Este sistema possui chaminé de equilíbrio no conduto forçado. Esta chaminé consiste de um tanque em forma de torre interligado ao conduto forçado e que serve para amortecer transientes hidráulicos no conduto. Nas simulações apresentadas, a chaminé de equilíbrio não é considerada. Por conveniência, repetimos na tabela 3.1 os parâmetros deste sistema. Nas simulações realizadas, o posicionador do distribuidor tem resposta unitária e segue os limites de movimentação descritos nesta mesma tabela. O gerador está conectado a uma carga elétrica isolada puramente resistiva, ou seja,  $D = 0$  no modelo da equação (2.58). O controlador que comanda o posicionador do distribuidor é um PID sintonizado de

acordo com as diretrizes dadas na referência [13]. Mais detalhes a respeito da sintonia do controlador PID são apresentados na seção 3.4.1.

<i>Parâmetros</i>	<i>Valor</i>
Potência aparente nominal do gerador	100 <i>MVA</i>
Potência nominal da turbina	90,94 <i>MW</i>
Vazão nominal da turbina	71,43 $m^3/s$
Queda nominal da turbina	138,9 <i>m</i>
Posição do distribuidor na condição nominal	0,90 <i>p.u.</i>
Vazão sem carga	4,3 $m^3/s$
Taxa máxima de abertura do distribuidor	0.1 <i>p.u./s</i>
Taxa máxima de fechamento do distribuidor	-0.1 <i>p.u./s</i>
Limite máximo do distribuidor	1 <i>p.u.</i>
Limite mínimo do distribuidor	0 <i>p.u.</i>
Nível de montante	307 <i>m</i>
Nível de jusante	166.4 <i>m</i>
Comprimento do conduto	465 <i>m</i>
Seção transversal do conduto	15.2 $m^2$
Velocidade de onda no conduto	1100 $m/s$
Coefficiente de perda de carga no conduto	0.0003042 $m/(m^3/s)^2$
Amortecimento da turbina	0.5 <i>p.u./p.u.</i>
Constante de inércia do rotor	4 <i>s</i>

Tab. 3.1: Parâmetros do sistema exemplo

O objetivo principal das simulações é avaliar as diferenças de resposta dos modelos linear e não-linear. É razoável esperar que o modelo não-linear apresente resultados mais fiéis ao comportamento real do sistema modelado, sob o custo contudo de exigir um esforço computacional maior para a obtenção dos resultados [30]. É justamente essa suposição que queremos investigar com os ensaios propostos. O primeiro ensaio realizado é uma rejeição de carga de 0,2 p.u. com o sistema operando inicialmente com um abertura de 50% do distribuidor. Os resultados são apresentados na figura 3.6.

Claramente, para esse nível de perturbação, o modelo linearizado aproxima bastante bem o comportamento do modelo não-linear, que incorpora compressibilidade e viscosidade do fluido e elasticidade das paredes do conduto. A única diferença notável entre as duas simulações é a sobre-pressão na entrada da turbina. A sobre-pressão calculada através da simulação com o modelo não-linear é aproximadamente 0,02 p.u. maior que a mesma sobre-pressão obtida com a simulação do modelo linearizado. Isso, contudo, é esperado, já que, como vimos no Capítulo 2, as ondas de pressão no interior do conduto são causadas pela compressibilidade do fluido e pela elasticidade das paredes do conduto. Quando o modelo é linearizado, um erro é introduzido no cálculo das variações de pressão

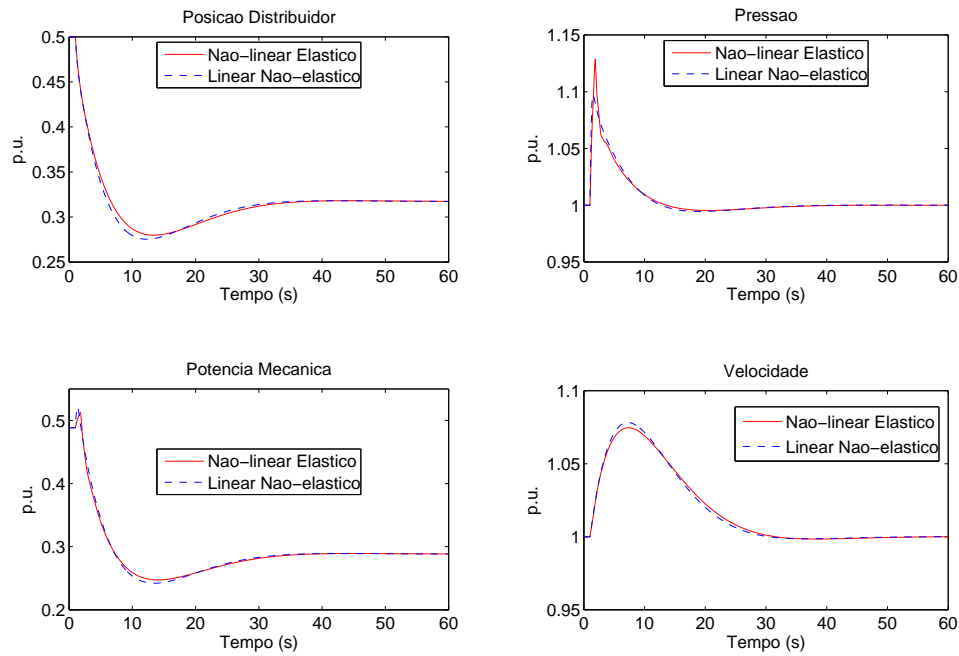


Fig. 3.6: Simulação - rejeição de carga de 0,2 p.u.

devidas a estes fenômenos não-lineares. Apesar disso, como podemos ver na curva de resposta da potência mecânica, tanto o modelo linear como o não-linear são bem-sucedidos em reproduzir uma peculiaridade interessante da turbina hidráulica, sua característica de resposta inversa.

A figura 3.7 mostra o resultado do mesmo ensaio da figura 3.6 com uma escala de tempo diferente.

Podemos ver que quando o distribuidor começa a fechar, a potência mecânica no eixo da turbina, na verdade, aumenta. À primeira vista, isso pode parecer inconsistente, já que uma menor abertura do distribuidor significa menor vazão de água pela turbina e conseqüentemente uma menor potência. Contudo, como explicitado na equação (2.4), variações de vazão produzem variações de pressão com sentido inverso. Enquanto a vazão varia segundo a taxa determinada pela posição do distribuidor, a pressão no conduto varia segundo taxas determinadas por parâmetros físicos do próprio conduto. Como podemos ver na figura 3.7, a pressão sobe mais rapidamente que o movimento do distribuidor. O rápido aumento na pressão na entrada da turbina é responsável pela resposta inversa inicial da turbina. Na medida em que a onda de pressão transitória inicial se dissipa com o tempo, a potência mecânica de saída começa a diminuir, levando a turbina a região de resposta direta de seu comportamento dinâmico.

Para avaliar a fidelidade do modelo linearizado para grandes perturbações, realizamos um outro experimento. Iniciando com o distribuidor totalmente aberto, uma rejeição total de carga foi simulada.

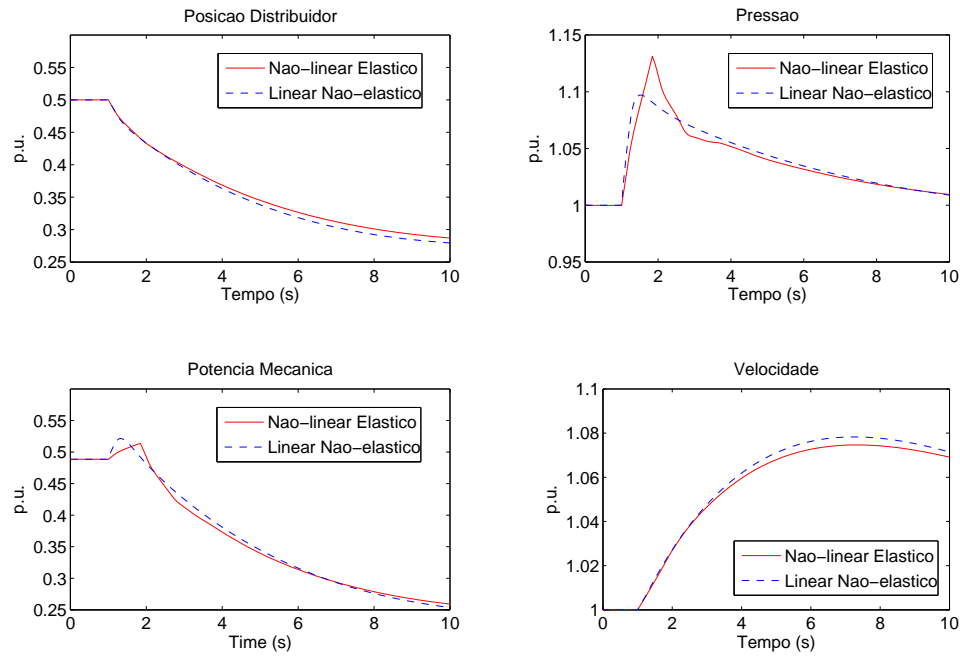


Fig. 3.7: Simulação - detalhe da rejeição de carga de 0,2 p.u.

Os resultados são apresentados na figura 3.8.

Fica claro a partir dos resultados que o modelo linear falha ao tentar representar o comportamento dinâmico do sistema quando excursões maiores das variáveis do sistema são consideradas. Enquanto a potência mecânica é razoavelmente bem aproximada pelo modelo linearizado, as respostas de pressão e de velocidade tem diferenças significativas entre os dois modelos. Especialmente interessante é a curva de pressão. Após uma rejeição completa de carga e com o distribuidor totalmente fechado, ondas de pressão pouquíssimo atenuadas se desenvolvem no interior do conduto. Este é um fenômeno bastante conhecido ao se lidar com vazão de fluidos dentro de um conduto fechado, sendo normalmente chamado de golpe de aríete. O modelo linearizado tem sucesso em representar o comportamento de baixa frequência dessa onda de pressão no interior do conduto. Ele contudo falha na representação das oscilações de alta frequência criadas pela súbita restrição ao fluxo de água. Quando o distribuidor está próximo da posição totalmente fechada, a potência mecânica no eixo da turbina é próxima de zero e as oscilações de alta frequência na pressão não se traduzem em oscilações na velocidade da turbina. Estas oscilações de pressão contudo podem ter sérias implicações na própria estrutura mecânica do conduto, não podendo ser ignoradas quando se analisa o comportamento dinâmico do sistema sobre uma faixa operacional mais ampla.

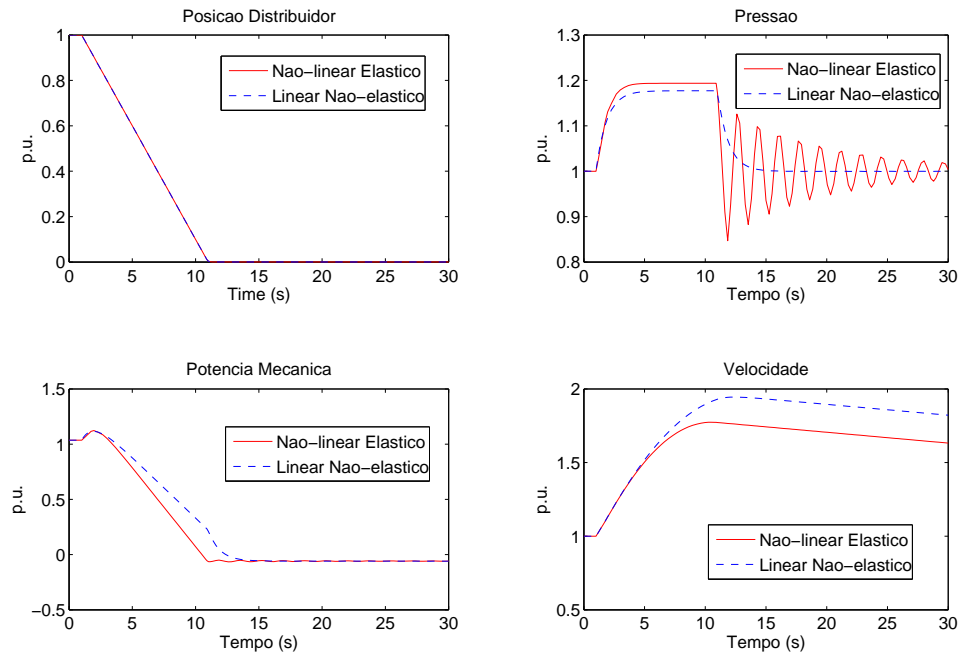


Fig. 3.8: Simulação - rejeição de carga total

## 3.4 Controle Preditivo da Turbina Hidráulica

Partimos agora para a aplicação do algoritmo de controle preditivo detalhado no Capítulo 1 para controlar uma turbina hidráulica Francis, descrito segundo o modelo desenvolvido no Capítulo 2. Para avaliar o desempenho desta abordagem, comparamos seus resultados com os resultados obtidos com um controlador tipo PID no controle de turbinas descritas por Hovey[14].

### 3.4.1 Controlador Convencional

Em seu trabalho, um marco na literatura sobre controle de turbinas e plantas de geração hidráulica, Hovey discorre sobre ajustes ótimos para os controladores de velocidade das turbinas do conjunto de plantas no Rio Manitoba, no Canadá. Os critérios determinados por Hovey são que cada máquina será estável quando alimentando uma carga isolada e que o transiente de velocidade decorrente de uma pequena perturbação de carga será quase criticamente amortecido. O trabalho de Hovey, realizado em 1962, sugere ajustes para reguladores de velocidade do tipo mecânico-hidráulico, tecnologia dominante na época. O ponto de partida de Hovey são alguns valores característicos de cada unidade geradora, como a constante de tempo da água  $T_W$ , descrita na equação (2.7), e a constante de inércia da unidade  $H$ , descrita na equação (2.30). Com base nesses números, Hovey sugere valores para os

ajustes do regulador de velocidade mecânico-hidráulico da unidade segundo as seguintes equações:

$$R_t = \frac{T_W}{H} \quad (3.1)$$

$$T_r = 4T_W \quad (3.2)$$

onde  $R_t$  é a constante de estatismo transitório e  $T_r$  é a constante de tempo do “dashpot”. Schleif et. al[32] também sugerem ajustes para o regulador mecânico-hidráulico. Como vimos no Capítulo 2, entre o controlador de velocidade e o distribuidor existe um servo-sistema hidráulico de um ou dois estágios. No trabalho de Hovey não se faz nenhuma consideração sobre como se ajustar os valores de ganho deste servo-sistema. Schleif em seu trabalho leva em consideração as limitações de ganho do servo-sistema e sugere o ajuste segundo

$$R_t = \frac{T_W}{H} \quad (3.3)$$

$$T_r = 5T_W \quad (3.4)$$

Nosso interesse, contudo, é comparar os resultados do controlador preditivo ao desempenho de controladores PID pois, como mencionamos anteriormente, esta tecnologia representa hoje o padrão de fato para controladores de turbinas hidráulicas. O diagrama da figura 3.9 ilustra a estrutura utilizada nas simulações com o controlador PID.

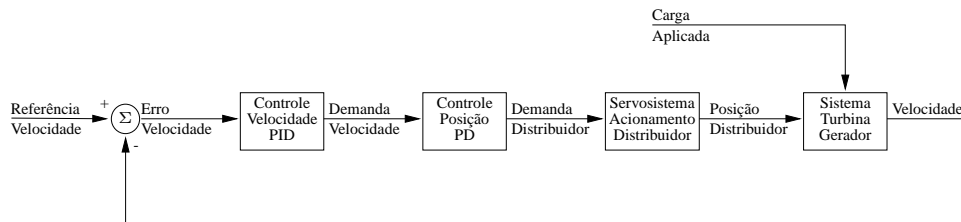


Fig. 3.9: Estrutura controlador PID

Podemos ver que, na verdade, a estrutura de controle possui dois controladores em série: um controle PID responsável pelo controle de velocidade/potência da unidade e um controlador PD responsável por controlar a posição do servo-sistema de acionamento do distribuidor. O controlador de posição pode ser uma malha de controle dentro do mesmo computador digital onde se implementa o PID de velocidade/potência, ou estar implementado em um elemento dedicado externo. Para todos os efeitos considerados neste trabalho, não há nenhuma diferença entre as implementações.

Utilizamos neste trabalho os resultado de Hagihara et al[13]. Hagihara parte dos trabalhos de Hovey e de alguns outros autores e sugere valores para ajuste dos parâmetros do controlador PID. As



condições de estabilidade são determinadas pelo critério de Routh-Hurwitz. O método do lugar das raízes é utilizado na escolha destes parâmetros e as seguintes suposições são feitas:

- O sistema opera em modo linear com pequenas perturbações de carga.
- A coluna d'água é inelástica.
- A carga é isolada.

Segundo Hagihara, o controlador PID é equivalente ao regulador mecânico hidráulico utilizado por Hovey fazendo-se

$$K_p = \frac{1}{R_t} \quad (3.5)$$

$$K_i = \frac{1}{R_t T_r} \quad (3.6)$$

$$K_d = 0 \quad (3.7)$$

Contudo, ainda conforme Hagihara, a região de estabilidade do sistema é expandindo ao se introduzir o ganho derivativo. Os ajustes ótimos sugeridos são:

$$K_p = \frac{1,6H}{T_W} \quad (3.8)$$

$$K_i = \frac{0,48H}{(T_W)^2} \quad (3.9)$$

$$K_d = 0,54H \quad (3.10)$$

Além de se sintonizar o controlador PID de carga/velocidade, faz-se necessário também ajustar os ganhos proporcional e derivativo do controlador PD responsável por posicionar o distribuidor da unidade. Essas ajustes dependem obviamente das constantes de tempo do servo-sistema em questão. Para o sistema de referência analisado por Hovey, utilizado para realizar as simulações, não conhecemos estes parâmetros. Utilizamos, assim, valores típicos para as constantes de tempo  $T_{PV}$  e  $T_{DV}$  definidas na tabela 2.2. Rouco et al [28] sugerem ajustar o controlador PD de forma a obter para um degrau de entrada de 5% uma resposta equivalente a um sistema de segunda ordem com amortecimento de 80% e frequência natural de 1Hz. Para  $T_{PV} = 0,05$  e  $T_{DV} = 0,2$ , os valores de ganho obtidos são  $K_p = 2,8$  e  $K_d = 0,5618$ . Apresentamos na figura 3.10 a resposta do sistema para o degrau sugerido e os ganhos recomendados.

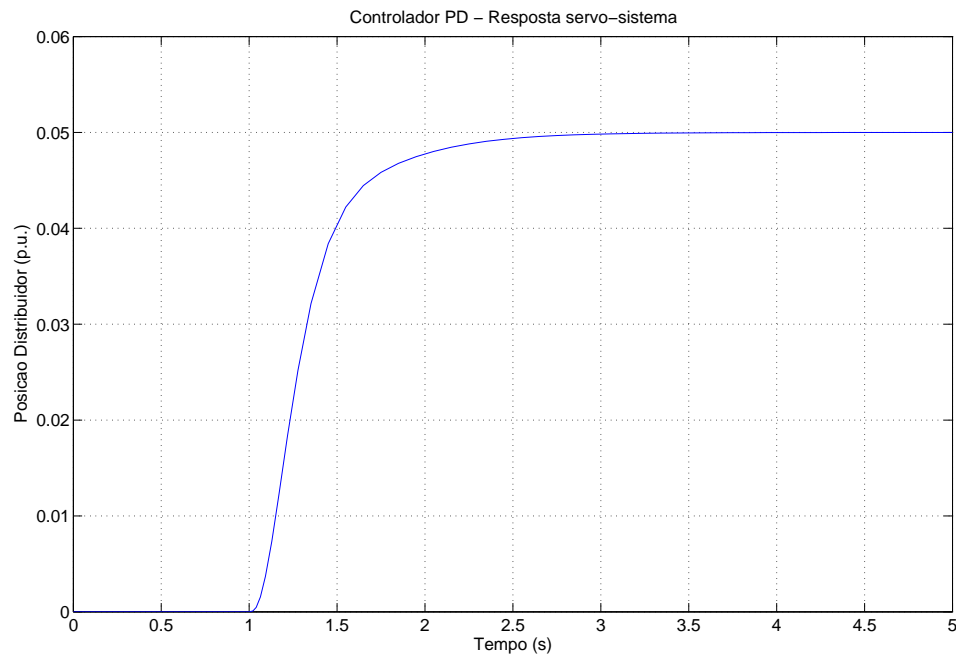


Fig. 3.10: Controlador PD - resposta do servo-sistema.

### 3.4.2 Controlador MPC

Partimos agora para a discussão do controlador preditivo. Apresentamos na figura 3.11 a estrutura geral utilizada, onde o controlador MPC é inserido.

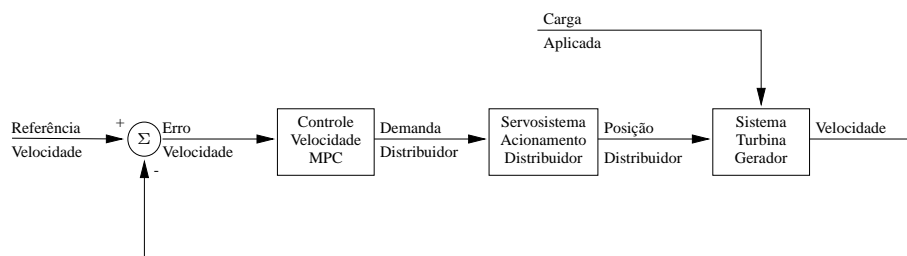


Fig. 3.11: Estrutura geral - controlador MPC

Um detalhe interessante da implementação do MPC no controle da turbina já aparece neste diagrama. Enquanto na abordagem convencional faz-se necessário o uso de um controlador de velocidade/potência e de um controlador de posição, a abordagem MPC permite que um controlador único acione diretamente o servo-sistema de posicionamento do distribuidor. Isso permite eliminar a necessidade de um procedimento de calibração em etapas, onde primeiro se ajusta o controlador de posição

para então se ajustar o controlador de velocidade/potência.

O primeiro passo na implementação do controlador MPC é especificar o modelo interno da planta, descrito na seção 1.3.2. Este modelo interno é definido por suas matrizes de parâmetros,  $\Phi$ ,  $\Gamma$ ,  $C$  e  $D$ . Na seção 2.3.4 determinamos as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  para o sistema completo, incluindo turbina, posicionador, gerador e carga. Estas são, contudo, as matrizes do modelo no tempo contínuo. Todo o desenvolvimento feito no Capítulo 1 foi feito com modelos no tempo discreto. É, portanto, necessário converter as matrizes no tempo contínuo para suas correspondentes no tempo discreto. Supomos neste trabalho que a discretização é realizada com um segurador de ordem zero. Neste caso, as matrizes no tempo contínuo e no tempo discreto satisfazem a seguinte equação[2]:

$$\begin{bmatrix} \Phi(T) & \Gamma(T) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \exp \left( \begin{bmatrix} A & B \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} T \right) \quad (3.11)$$

Nas equações acima,  $T$  representa o período de amostragem utilizado na discretização. Neste trabalho, as matrizes no tempo discreto são calculadas por computação numérica utilizando o MATLAB®. Utilizamos um modelo interno determinístico, sem levar em conta perturbações não-mensuráveis, modeladas por processos estocásticos. Com essa suposição, dispensamos também o uso de estimadores de estado mais elaborados, como sugerido na seção 1.3.3.<sup>1</sup>

O próximo passo é determinar o modelo de referência adotado. Utilizamos um modelo de referência trivial, fazendo  $\Phi_r = \Gamma_r = C_r = \mathbf{0}$  e  $D_r = \mathbf{I}$ . Resta-nos agora definir apenas o modelo da planta definido na seção 1.3.1. Este modelo, que não faz parte do controlador, é utilizado na descrição do algoritmo e nas simulações realizadas para avaliar o desempenho do controlador projetado. No desenvolvimento teórico do Capítulo 1 consideramos um modelo linear para a planta. Isso contudo não é uma necessidade e um modelo não-linear pode ser utilizado. Os resultados apresentados na seção 3.3 nos sugerem que, para pequenas perturbações, os modelos lineares podem ser utilizados de maneira satisfatória. Como buscamos neste trabalho avaliar o desempenho do controlador preditivo para pequenas perturbações, utilizamos o próprio modelo interno como modelo da planta.

Convém agora fazer alguns comentários a respeito do vetor de entrada do modelo interno  $\mathbf{u}$  para o caso específico da turbina em questão. No Capítulo 2, vimos que o vetor de entrada do sistema completo é definido como

$$\mathbf{u}'(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_{PV}(k) & \Delta P_{l,0}(k) \end{bmatrix}' \quad (3.12)$$

onde  $\Delta u_{PV}$  é a variação do sinal de comando para o servo-sistema de acionamento e  $\Delta P_{l,0}$  é carga elétrica nominal aplicada ao gerador. A discretização realizada não altera a estrutura dos vetores de

<sup>1</sup> Temos interesse no uso de perturbações aleatórias no modelamento do sistema e de estimadores de estado estocásticos usando o filtro de Kalman. Isso contudo foge do âmbito estabelecido para essa dissertação, ficando seu desenvolvimento reservado para trabalhos futuros.

estado e de saída. Observando o diagrama da figura 3.11, vemos que o sinal de comando para o servo-sistema é o único sinal de controle gerado pelo controlador. A carga elétrica nominal, apesar de ser uma entrada para o modelo, não é uma saída do controlador. Dessa maneira, seguindo a estrutura da equação (1.10), o vetor de entradas do modelo interno, definimos

$$\mathbf{m}(k) = \Delta u_{PV}(k) \quad (3.13)$$

$$\mathbf{v}(k) = \Delta P_{l,0}(k) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{z}(k) = \mathbf{e}(k) = 0 \quad (3.15)$$

O sinal de comando é, portanto, modelado como uma entrada de controle e a carga elétrica nominal como uma perturbação mensurável do sistema.

Uma vez definidos todos os modelos utilizados pelo algoritmo, nos falta determinar os parâmetros de sintonia do controlador preditivo. Estes parâmetros são as matrizes de ponderação  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  e os horizontes de predição  $P$  e controle  $M$ . Os horizontes são seguramente os parâmetros mais importantes do controlador preditivo [35]. Garcia e Morshedi[11] recomendam fazer o horizonte de predição grande o suficiente para comportar dentro do intervalo de simulação o tempo necessário para que todos os estados do sistema alcancem o regime após uma perturbação. Como as previsões realizadas pelo controlador incluem variações na entrada de controle, se o número de intervalos de amostragem necessário para se atingir o regime for chamado de  $\tau$ , Garcia e Morshedi recomendam escolher  $P \geq M + \tau$ . van Essen [35] recomenda ajustar o horizonte de controle em um valor entre  $1/6$  e  $1/3$  do horizonte de predição. Utilizamos essas recomendações nos resultados apresentados. Os valores do horizonte de predição  $P$  serão alterados entre as simulações no intuito de mostrar aspectos importantes de sua escolha adequada. O horizonte de controle  $M$  é sempre igual a 1.

Precisamos agora definir as matrizes de ponderação. A matriz  $\mathbf{Q}$  é uma matriz diagonal positiva semi-definida onde cada um dos seus elementos determina um peso relativo para o erro em regime associado ao elemento respectivo no vetor de saída. Para o modelo da turbina utilizado, como vimos na seção 2.3.4, o vetor de saída é dado por

$$\mathbf{y}'(k) = \begin{bmatrix} \Delta P_m(k) & \Delta G(k) & \Delta \omega_e(k) & \Delta \delta(k) \end{bmatrix}' \quad (3.16)$$

O controlador que desejamos é um controlador de velocidade e não desejamos controlar direta-

mente os outros parâmetros do vetor de saída. Definimos assim a matriz  $\mathbf{Q}$  como

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

O vetor de variáveis manipuladas pelo controlador está definido na equação (3.13). Estabelecemos que o custo do esforço de controle será quatro vezes menor que o custo do erro em regime de velocidade, escolhendo a seguinte matriz  $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = 0,5 \quad (3.18)$$

A escolha da matriz  $\mathbf{R}$  na verdade afeta diretamente o “ganho” do controlador preditivo, já que um maior custo de controle implica menos variação nas entradas manipuladas. Os valores absolutos das entradas das matrizes de ponderação são escolhidos de forma arbitrária. O que é importante são as razões entre estas entradas. Em nosso caso, escolhemos que o esforço de controle tem um peso quatro vezes menor que anular o erro em regime do controlador de velocidade. Em situações reais, o ajuste das matrizes de ponderação deve ser feito levando-se em conta os objetivos do controlador em cada situação operacional.

Estando todos os parâmetros do controlador preditivo definidos, o modelo do controlador equivalente para o sistema sem restrições pode ser obtido segundo o procedimento descrito na seção 1.3.9. Esse controlador pode ser combinado com a planta, resultando num modelo completo planta-controlador. Esse modelo completo é utilizado nas simulações, todas elas utilizando o conjunto de ferramentas para controle preditivo do MATLAB®. Conhecer uma forma fechada para o sistema completo permite também realizar uma análise de estabilidade na fase de projeto, analisando-se a distribuição dos pólos e zeros deste sistema no plano complexo.

### 3.4.3 Comparação dos Controladores

Apresentamos, agora, os resultados obtidos utilizando os controladores definidos nas seções 3.4.1 e 3.4.2. Os controladores são aplicados a duas unidades geradoras analisadas por Hovey e cujas características estão definidas na tabela 3.2

Consideramos que o fator de proporcionalidade  $A_t$  definido em (2.3) é unitário e que o fator de perda de carga por atrito no conduto forçado  $f_p$  e a vazão sem carga  $q_n l$  são nulos. Considera-se que as unidades estão alimentando uma carga isolada puramente resistiva,  $D = 0$ , com 50% de abertura do distribuidor e 50% da carga nominal do gerador. Um impacto de carga positivo de 10% é aplicado

<i>Central</i>	$T_W$ (s)	$H$ (s)
Pointe du Bois	0,5	2,5
Kelsey	1,24	4,53

Tab. 3.2: Parâmetros das unidades geradoras

e a resposta do sistema em malha fechada para cada controlador é obtida.

Iniciamos nossas simulações pelas unidades da central Pointe du Bois. Em todas as simulações, o controlador PID está ajustado como descrito na seção 3.4.1. Na figura 3.12 o controlador preditivo é ajustado segundo as recomendações de Garcia e Morshedi. O horizonte de predição  $P$  é igual a 5 e o horizonte de controle é igual a 1. Com estes ajustes, o MPC é estável e tem um desempenho ligeiramente superior ao controlador PID.

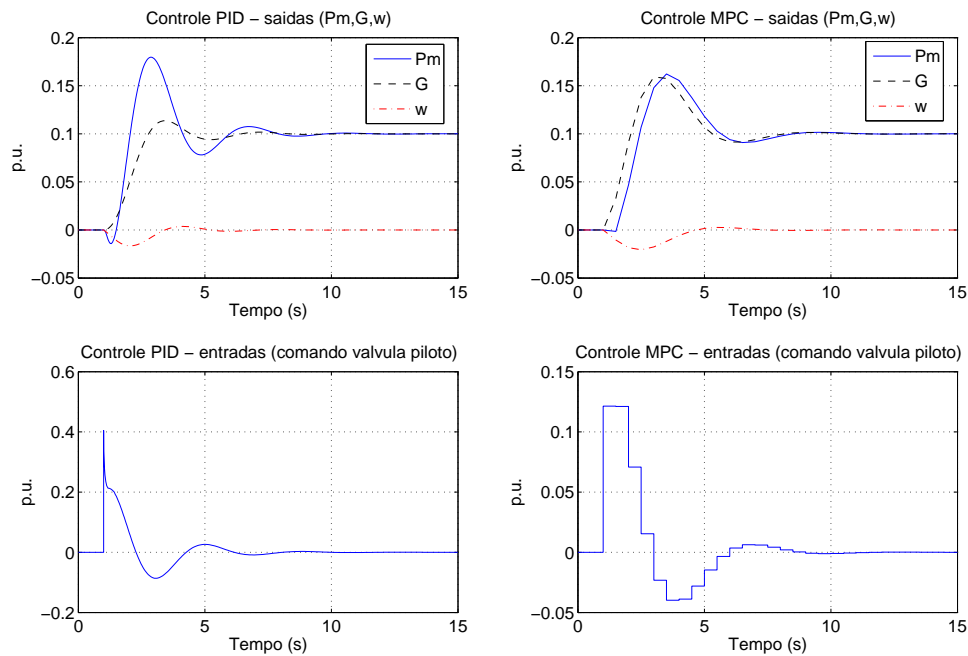


Fig. 3.12: Central Pointe du Bois - controle MPC estável

As diferenças de desempenho ficam mais explícitas na figura 3.13. Apresentamos exatamente o mesmo resultado da figura 3.12, mas com uma outra escala de tempo. O controlador PID determina a saída do controlador utilizando apenas valores instantâneos da variável a ser controlada, que neste caso é a velocidade da unidade. As respostas das variáveis potência mecânica e posição do distribuidor são ignoradas pelo controlador PID de velocidade e não influem diretamente no cálculo da saída

de demanda de posição do distribuidor a cada instante. O controlador preditivo, contudo, incorpora em sua estrutura um horizonte futuro de tempo, utilizado a cada instante no cálculo da demanda de posição do distribuidor. Isso lhe permite prever a resposta inversa da turbina e implementar a saída de controle que minimiza o erro em regime ao longo deste horizonte e não apenas instantaneamente. O resultado final é uma resposta inicial mais agressiva e um controle de velocidade com menor tempo de estabilização. Interessante, também, é o comportamento da saída do controlador. Em primeiro lugar, é notável a diferença entre os esforços de controle dos dois controladores. A excursão máxima da saída de controle no controlador PID é bem maior que no controlador MPC. Além disso, o controlador PID apresenta uma clara mudança de comportamento entre o período de tempo onde a turbina está na região de resposta inversa e o período onde a resposta passa a ser direta. O controlador preditivo não apresenta esta descontinuidade, atuando de forma mais suave sobre o servo-sistema de acionamento do distribuidor.

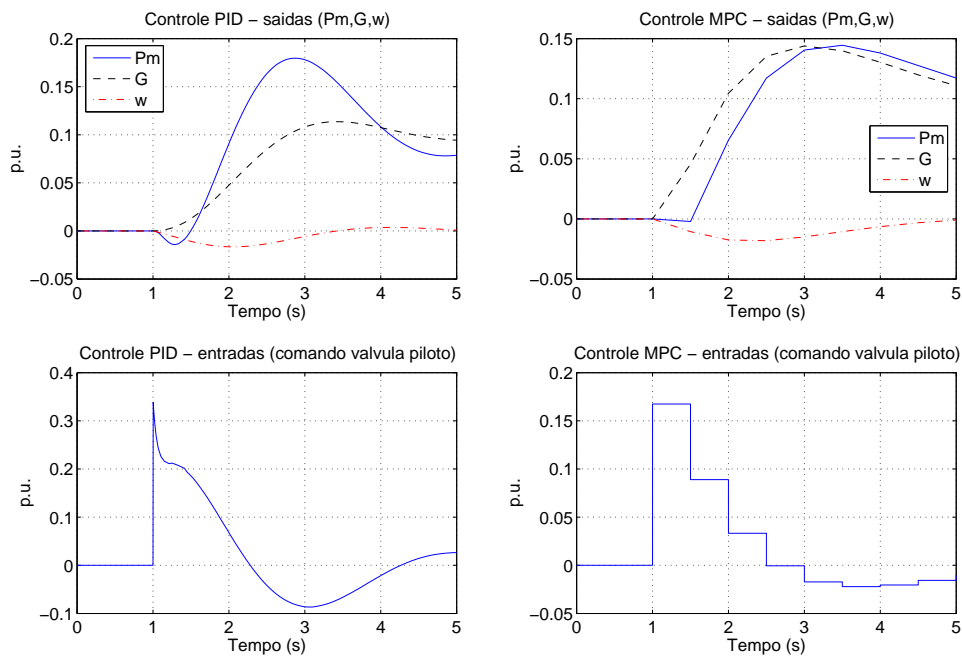


Fig. 3.13: Central Pointe du Bois - controle MPC estável - detalhe

A escolha do horizonte de predição igual a 5, equivalente a um tempo de 2,5s para um tempo de amostragem de 0,5s, tem por objetivo seguir as orientações para seleção dos horizontes mencionadas acima e fazer o horizonte de predição suficientemente grande para conter qualquer resposta transitória do sistema após a última alteração calculada para a variável de controle. Intuitivamente, para o caso do turbina hidráulica, entendemos que esses transientes estão relacionados ao comportamento da água

no interior do conduto forçado. Segundo a equação (2.8), o tempo de viagem da água no conduto é proporcional à constante de tempo de água  $T_W$ , que para a central Pointe du Bois é igual a 0,5s. Para ilustrar a importância da escolha deste parâmetro, realizamos outra simulação agora fazendo o horizonte de predição  $P = 3$ . Os resultados são apresentados na figura 3.14.

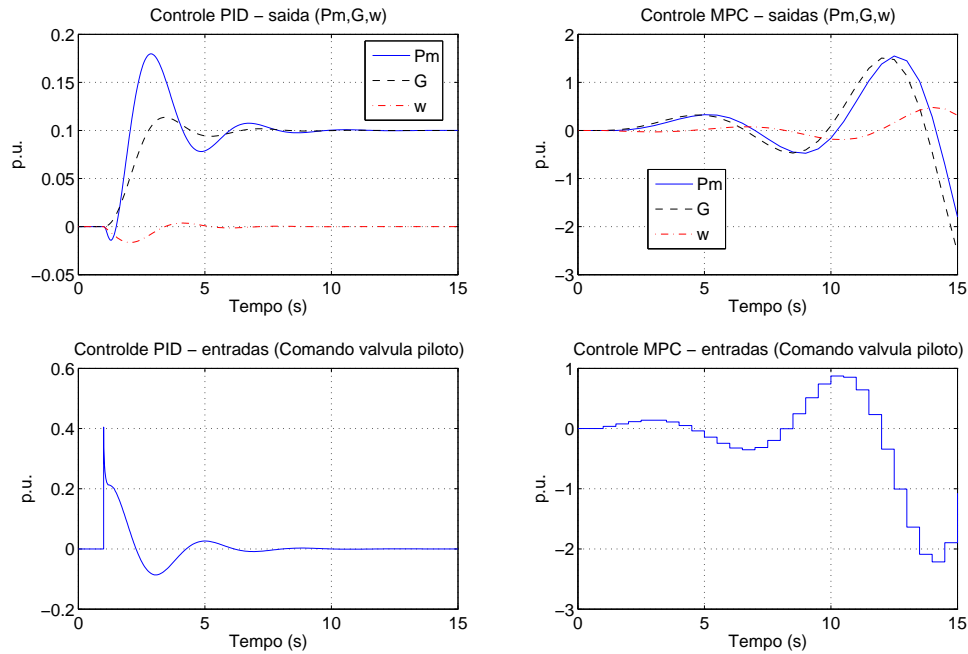


Fig. 3.14: Central Pointe du Bois - controle MPC instável

Com essa seleção de horizonte de predição, o controlador preditivo falha completamente e se torna instável. Fica clara, portanto, a extrema importância da escolha do horizonte de predição no ajuste do controlador preditivo.

Repetimos agora o mesmo ensaio para as unidades da central Kelsey. Nosso objetivo é avaliar o desempenho do controlador preditivo para diferentes valores da constante de tempo de água  $T_W$ . Na figura 3.15 o horizonte de predição  $P$  é igual a 7, o que equivale a 3,5s. Podemos ver pela curva de resposta do controlador PID que a resposta inversa da turbina hidráulica é mais acentuada, o que é esperado com uma constante  $T_W$  maior. Novamente o controlador preditivo consegue atenuar a resposta inversa mas não como no caso da central Pointe du Bois. A diferença no tempo de estabilização da velocidade da unidade contudo é significativo. Novamente podemos explicar esse fato pela resposta inicial do controlador preditivo, que “ignora” a resposta inversa da turbina e corrige de forma mais intensa a posição do distribuidor. Uma vez mais notamos também uma clara diferença no sinal de saída do controlador, com uma resposta marcadamente dividida no controlador convencional e mais



suave no controlador preditivo. Para reforçar a ligação entre o horizonte de predição  $P$  e a estabilidade do sistema planta-controlador em malha fechada, repetimos este ensaio reduzindo o horizonte de predição de 7 para 6. Os resultados estão apresentados na figura 3.16. A diferença é marcante. O controlador não se torna instável como no caso da central Pointe du Bois, mas seu desempenho se degrada sensivelmente.

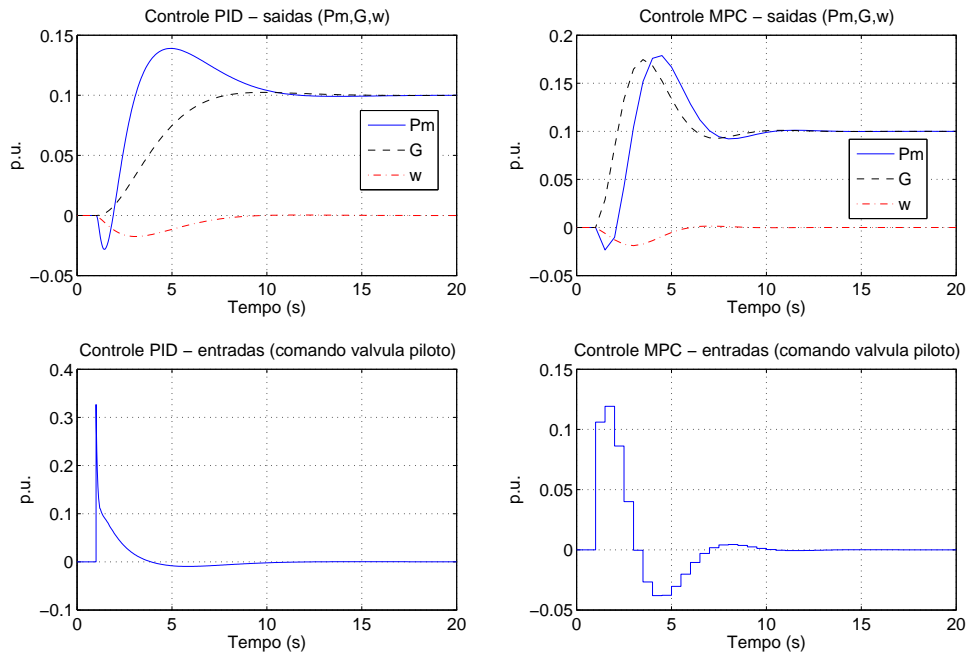


Fig. 3.15: Central Kelsey - controle MPC estável

### 3.5 Comentários Finais

Neste capítulo, apresentamos os resultados deste trabalho. Os modelos construídos no Capítulo 2 foram avaliados e as principais diferenças entre os modelos linear e não-linear foram discutidas. Fizemos também uma introdução ao controle de conjuntos turbina-gerador hidráulicos para geração de energia, ressaltando como o controlador preditivo pode ser inserido na estrutura geral de controle. Em seguida, comparamos os resultados do controlador preditivo proposto com a solução clássica do problema, o controlador PID. Algumas vantagens em desempenho foram ressaltadas e a importância da escolha dos parâmetros de sintonia, em especial do horizonte de predição  $P$ , foi discutida.

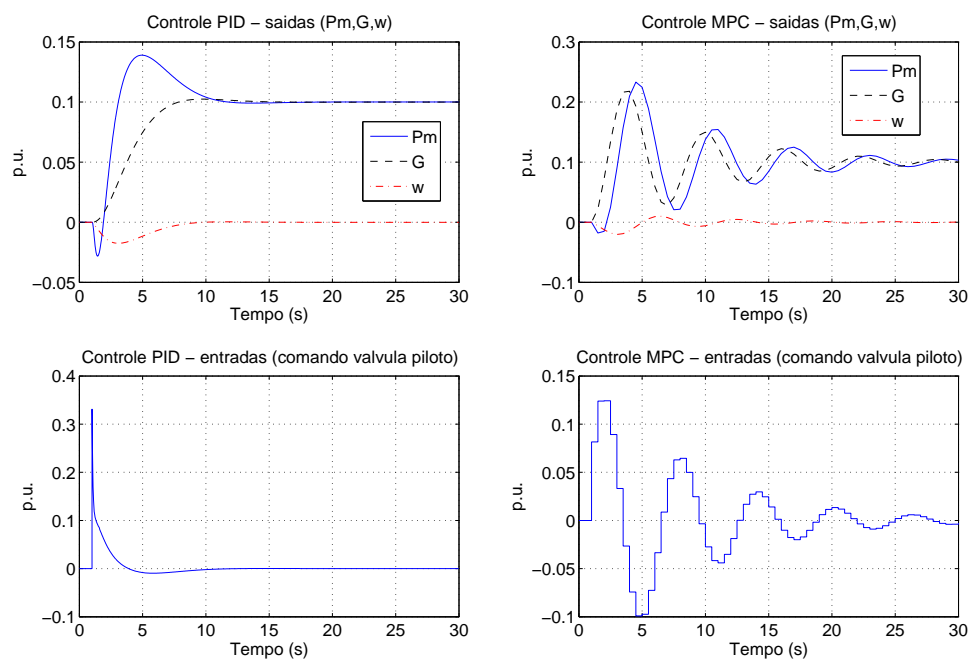


Fig. 3.16: Central Kelsey - controle MPC degradado

# Conclusão

Aplicando o algoritmo descrito no Capítulo 1 ao modelo desenvolvido no Capítulo 2, realizamos algumas simulações computacionais para avaliar a metodologia proposta. Os resultados destas simulações estão relatados no Capítulo 3 deste trabalho.

Apesar do modelo linearizado não representar fielmente alguns fenômenos importantes do sistema hidráulico, reproduzidos pelo modelo não-linear, as aproximações foram boas o suficiente para garantir a eficiência do controlador dentro dos níveis de perturbação utilizados nas simulações. Dentro destes limites, concluímos que a abordagem utilizada é válida. Está claro, no entanto, que a validade dos modelos só pode ser realmente aferida comparando-se com medições de um sistema real, o que foge dos limites propostos para este trabalho.

Nas simulações realizadas, o modelo linear é obtido para o ponto inicial de operação e não é alterado ao longo de toda o ensaio. O comportamento do controlador para uma gama maior de situações operacionais contudo não foi analisado. Uma possível abordagem para estender os resultados apresentados para toda a faixa operacional da turbina é atualizar o modelo linearizado sempre que a condição operacional se distanciar da condição operacional inicial por um fator pré-determinado. Poderíamos, por exemplo, determinar que o modelo linearizado deva ser atualizado sempre que houver uma variação maior que 5% da posição do distribuidor. Essa abordagem de linearizações sucessivas é sugerida por van Essen[35].

O controlador preditivo proposto apresentou resultados satisfatórios. Para uma perturbação bem definida, bastante utilizada para avaliar o desempenho de controladores para essa aplicação, os resultados obtidos para a resposta do controlador de velocidade foram ligeiramente superiores aos resultados dos controladores PID comumente utilizados. Outra vantagem a ser destacada é a eliminação do controlador dedicado de posição do servomecanismo de acionamento do distribuidor da turbina. O controlador MPC permite que um único controlador efetue o controle de velocidade/potência da unidade e o controle da posição do distribuidor de forma integrada, eliminando a necessidade do uso de controladores em série.

Aparentemente, os ganhos em desempenho se devem à inclusão de um horizonte futuro de predição na estrutura do controlador. Isso permite que o controlador antecipe o comportamento de resposta

inversa da turbina no cálculo da série do vetor de controle. Essa capacidade do controlador MPC de lidar bem com características dinâmicas de fase não-mínima, como resposta inversa e tempo morto, já foi destacada por outros autores[11].

Entre as possíveis vantagens do controlador proposto, gostaríamos de destacar alguns pontos. Em controladores do tipo MPC, os ajustes não são de parâmetros abstratos como ganhos proporcional, integral e derivativo e sim de parâmetros mais concretos, especificamente os custos associados ao erro de velocidade em regime e ao esforço de controle. Não exploramos as várias possibilidades de ajustes do controlador dentro deste trabalho, mas acreditamos que o uso de parâmetros mais próximos da realidade operacional do sistema controlado pode trazer vantagens na definição destes ajustes para cada condição de operação. Por exemplo, para uma unidade conectada a um sistema elétrico grande e estável, o erro em regime da velocidade não é tão importante quanto este mesmo parâmetro em um sistema pequeno e isolado, onde a contribuição de cada unidade para a regulação de frequência é mais importante. Outra vantagem, citada mas não desenvolvida nesta dissertação, é a possibilidade do controlador preditivo incluir em sua formulação restrições para as saídas e as entradas do sistema controlado. A limitação da pressão de água na caixa espiral da turbina é muito importante e define uma série de características do projeto da máquina e do sistema de controle. Acreditamos que a incorporação destes limites diretamente no desenho do controlador pode ter resultados interessantes, podendo ser explorada em trabalhos futuros.

Propor alternativas que venham a melhorar, complementar ou até mesmo substituir um tipo de controlador eficiente e amplamente utilizado é um desafio. Sobretudo pela resistência - compreensível - dos usuários a adotar outro tipo de controlador, uma vez que o que utilizam é, como já se disse, eficiente. Mais do que isso, modelos dos controladores convencionais estão inseridos em modelos bastante complexos, utilizados para estudos sobre o comportamento de grandes sistemas elétricos, com várias unidades geradoras operando em conjunto. Uma mudança da estrutura do controlador implicaria a necessidade de atualização destes modelos, o que seria bastante trabalhoso. Contudo, acreditamos que a exploração e a análise de novas possibilidades com o objetivo de propor aperfeiçoamentos é válida, sendo este um dos objetivos da pesquisa científica. Especialmente neste caso porque os equipamentos digitais hoje utilizados têm capacidade de processamento ociosa, capacidade esta que certamente tende a aumentar, dada a rapidez da evolução da tecnologia de computação digital.

# Referências Bibliográficas

- [1] Paul M. Anderson and A. A. Fouad. *Power System Control and Stability*. IEEE Press, 1994.
- [2] Karl Johan Aström and Björn Wittenmark. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Prentice Hall, 3rd edition, 1997.
- [3] Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali, and C. M. Shetty. *Nonlinear Programming*. John Wiley & Sons, Inc., 2 edition, 1993.
- [4] Stuart Bennet. A brief history of automatic control. *IEEE Control Systems Magazine*, June 1996.
- [5] IEEE Committee. Dynamic models for steam and hydro turbines in power system studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-92(6):1904–1915, November/December 1973.
- [6] C. Concordia and S. Ihdara. Load representation in power system stability studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(4):969–977, April 1982.
- [7] Antonio J. A. Simões Costa e Aginaldo S. e Silva. Controle e estabilidade de sistemas elétricos de potência. Notas de Aula, LABSPOT, UFSC, 2000.
- [8] A. E Fitzgerald, Charles Kingsley Jr., and Stephen D. Umans. *Electric Machinery*. McGraw-Hill, 1990.
- [9] IEEE Task Force. Load representation for dynamic performance analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1993.
- [10] Gene F. Franklin, J. David Powell, and Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 3rd edition, 1995.
- [11] Carlos E. Garcia and A. M. Morshedi. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (qdmc). *Chem. Eng. Commun.*, 46:73–87, 1986.

- [12] Carlos E. Garcia, David M. Prett, and Manfred Morari. Model predictive control: Theory and practice - a survey. *Automatica*, 1989.
- [13] S. Hagihara, H. Yokota, K. Goda, and K. Isobe. Stability of a hydraulic turbine generating unit controlled by p.i.d. governor. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1979.
- [14] L. M. Hovey. Optimal adjustment of hydro governors on manitoba hydro system. *AIEE Trans.*, 81(Part III):581–587, December 1962.
- [15] E. De Jaeger, N. Janssens, B. Malfiet, and F. Van de Meulebroeke. Hydro turbine model for system dynamic studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(4):1709–1715, November 1994.
- [16] Edward Wilson Kimbark. *Power System Stability*. John Wiley & Sons, Inc., 1948.
- [17] M. Leum. The development and field experience of a transistor electric governor for hydro turbines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1966.
- [18] Sifu Li, Kian Y. Lim, and D. Grant Fisher. A state space formulation for model predictive control. *AIChE Journal*, 1989.
- [19] David G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- [20] Sa’ad Mansor. *Behaviour and Operation of Pumped Storage Hydro Plants*. PhD thesis, School of Informatics, University of Wales, Bangor, 2000.
- [21] Manfred Morari and Jay H. Lee. Model Predictive Control: Past, Present and Future. In *30th European Symposium on Computer Aided Process Engineering (ESCAPE-7)*, May 1997.
- [22] N. Lawrence Ricker. Use of Quadratic Programming for Constrained Internal Model Control. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, (24):925–936, 1985.
- [23] R. Oldenburger and J. Donelson Jr. Dynamic response of a hydroelectric plant. *Transactions AIEE*, 81(Part III):403–418, 1962.
- [24] Rufus Oldenburger. *Mathematical Engineering Analysis*. Dover Publications, Inc., 1961.
- [25] IEEE Working Group on Prime Mover and Energy Supply Models for System Dynamic Performance Studies. Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):167–179, February 1992.

- [26] Rexroth - Bosch Group. *Servo solenoid valves with on-board electronics (OBE) Type 4WRPEH* 6. Product Manual.
- [27] N. Lawrence Ricker. Model predictive control with state estimation. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1990.
- [28] L. Rouco, J. L. Zamora, and M. González. Ajuste de reguladores de turbinas hidráulicas con técnicas de estimación de parámetros. In *6ª Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Julio 1999.
- [29] C. K. Sanathanan. Accurate low order model for hydraulic turbine-penstock. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 1987.
- [30] Glaucio Sansevero and Celso P. Bottura. Francis hydro turbine-generator model for model predictive speed control. In *Proceedings of COBEM 2005*, November 2005.
- [31] Gláucio Sansevero and Celso P. Bottura. Model predictive control algorithm for francis hydro turbo-generators. In *Waterpower XIII*, Buffalo, New York, USA, July 2003.
- [32] F. R. Schleif and A. B. Wilbor. The coordination of hydraulic turbine governors for power system operation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1966.
- [33] Konrad Stadler and Adrian Toller. Control of a steam turbine using model predictive control. Master's thesis, ETH Zürich, 1999.
- [34] J. M. Undrill and J. L. Woodward. Non-linear hydro governing model and improved calculation for determining temporary droop. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86(4):443–457, April 1967.
- [35] H. A. van Essen. *Modelling and Model Based Control of Turbomachinery*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, November 1998.
- [36] H. A. van Essen and H. C. de Lange. Nonlinear model predictive control experiments on a laboratory gas turbine installation. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001.
- [37] B. G. Vroemen, H. A. van Essen, A. A. van Steenhoven, and J. J. Kok. Nonlinear model predictive control of a laboratory gas turbine installation. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1999.
- [38] J. L. Woodward. Hydraulic-turbine transfer function for use in governing studies. *Proceedings IEE*, 115(3):424–426, March 1968.

- [39] Woodward Governor Company. *FC Distributing Valves*. Product Manual.
- [40] Evan Benjamin Wylie and Victor Lyle Streeter. *Fluid Transients*. McGraw-Hill International, 1st edition, 1978.