



Universidade Estadual de Campinas

LCSI Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação
Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes
Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes

Propostas de Metodologias para Identificação e Controle Inteligentes

Autor: Ginalber Luiz de Oliveira Serra

Mestre em Engenharia Elétrica - UFMA

Orientador: Prof. Dr. Celso Pascoli Bottura

LCSI/DMCSI/FEEC/UNICAMP

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Automação.**

Banca Examinadora

Celso Pascoli Bottura, Dr. UNICAMP
Luis Antonio Aguirre, Dr. UFMG
Takashi Yoneyama, Dr. ITA
Gilmar Barreto, Dr. UNICAMP
João Bosco Ribeiro do Val, Dr. UNICAMP
Wagner Caradori do Amaral, Dr. UNICAMP

Campinas, SP

16 de Setembro, 2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Se75p Serra, Ginalber Luiz de Oliveira
Propostas de metodologias para identificação e controle
inteligentes/ Ginalber Luiz de Oliveira Serra. – Campinas,
SP: [s.n.], 2005.

Orientador: Celso Pascoli Bottura.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Identificação de sistemas. 2. Sistemas inteligentes de controle.
3. Variáveis instrumentais (Estatística). 4. Sistemas nebulosos.
5. Redes Neurais (Computação). 6. Algoritmos genéticos.
I. Bottura, Celso Pascoli. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
Título

Título em Inglês: Proposals of methodologies for intelligent identification
and control.

Palavras-chave em Inglês: Systems identification, Intelligent control systems,
Instrumental variables (Statistics), Fuzzy systems, Neural networks (Com-
puter), Genetic algorithms.

Área de concentração: Automação.

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Luis Antonio Aguirre, Takashi Yoneyama, Gilmar Bar-
reto, João Bosco Ribeiro do Val e Wagner Caradori do Amaral.

Data da defesa: 16/09/2005

Ora, Àquele que é poderoso para fazer infinitamente mais do que tudo quanto pedimos ou pensamos, conforme o seu poder que opera em nós, a Ele seja a glória, na igreja e em Cristo Jesus, por todas as gerações, para todo sempre. Amém!

Efésios 3. 20,21

Resumo

Esta tese apresenta propostas de metodologias para identificação e controle inteligentes. Uma metodologia para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto, baseada no método de variável instrumental e no modelo nebuloso Takagi-Sugeno, é apresentada. Nesta metodologia, a qual é uma extensão do método de variável instrumental tradicional, as variáveis instrumentais escolhidas, estatisticamente independentes do ruído, são mapeadas em conjuntos nebulosos, particionando o espaço de entrada em subregiões, para estimação não-polarizada dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS em ambiente ruidoso. Um esquema de controle adaptativo *gain scheduling* baseado em redes neurais, sistemas nebulosos e algoritmos genéticos para sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto também é apresentado. O controlador nebuloso é desenvolvido e projetado com o uso de um algoritmo genético para satisfazer, simultaneamente, múltiplos objetivos. Com o esquema de aprendizagem supervisionada, os parâmetros do controlador nebuloso são usados para projetar um *gain scheduler* neural para ajuste *on-line* do controlador nebuloso em alguns pontos de operação do sistema dinâmico.

Palavras-chave: Identificação de sistemas, Variáveis instrumentais (Estatística), Sistemas nebulosos, Redes Neurais (Computação), Algoritmos genéticos.

Abstract

This thesis presents proposals of methodologies for intelligent identification and control. A methodology for nonlinear dynamic discrete time systems identification, based on the instrumental variable method and Takagi-Sugeno fuzzy model, is presented. In this methodology, which is an extension of the standard instrumental variable method, the chosen instrumental variables, estatistically independent of the noise, are mapped into fuzzy sets, partitioning the input space in subregions, for unbiased estimation of Takagi-Sugeno fuzzy model consequent parameters in a noisy environment. A gain scheduling adaptive control design based on neural network, fuzzy systems and genetic algorithms for nonlinear dynamic discrete time systems is also presented. The fuzzy controller is developed and designed by a genetic algorithm to satisfy, simultaneously, multiple objectives. With the supervised learning scheme, the fuzzy controller parameters are used to design the *gain neural scheduler* to tune on-line the fuzzy controller in some operation points of the dynamic system.

Keywords: Systems identification, Instrumental variables (Statistics), Fuzzy systems, Neural networks (Computer), Genetic algorithms.

Aos meus pais, Walber e Raidalva
À minha irmã Kellen
Às minhas avós Maria Iris e Raimunda Serra
À meus familiares
À minha noiva Lennildes
Aos meus amigos do LCSI
Aos professores Celso Pascoli Bottura e Gilmar Barreto

Agradecimentos

A Deus, por tudo.

Ao Prof. Celso Pascoli Bottura, pela oportunidade, pelo crédito e confiança, pela sábia orientação, pela amizade, pela paciência e pelo constante incentivo durante esses quatro anos.

Ao Prof. Gilmar Barreto, pelas valiosas e sempre oportunas considerações, ajudas, conselhos e por permitir, sempre, um ambiente agradável no laboratório.

Ao Prof. Fernando Antonio Campos Gomide, pelas sugestões, questionamentos e intervenções durante o exame de qualificação desta tese, os quais enriqueceram o seu conteúdo.

Aos amigos do LCSi: Maurício José Bordon, Paulo James de Oliveira, Annabell Del Real Tamariz, Rogério Bastos Quirino, Sérgio Antônio Augusto filho, Angel Fernando Torrico Cáceres, Gláucio, Erick, Felipe, Amilcar, André, Marcelo e Lorena, pelos bons momentos no LCSi, críticas e sugestões importantes para a elaboração desta tese.

Aos meus amigos da república (Casa dos artistas): Alexandre, Marzio e Paulo, pelos momentos de descontração, pelo ambiente sadio e agradável, pelas sugestões e estímulos para a elaboração desta tese.

Aos demais colegas de pós-graduação, pelas críticas e sugestões.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Símbolos	xiii
Trabalhos Publicados Pelo Autor	xvii
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	2
1.1.1 Modelagem e controle a partir de dados	2
1.1.2 Motivação e relevância do trabalho	5
1.2 Sistema de Inferência Nebuloso	7
1.2.1 Sistema de inferência nebuloso Mamdani	8
1.2.2 Sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno	10
1.3 Contribuições	11
1.4 Organização do Trabalho	12
2 Identificação de Sistemas e Modelos Takagi-Sugeno	13
2.1 Introdução à identificação de sistemas	14
2.1.1 Procedimentos básicos	14
2.2 Experimento	14
2.2.1 Análise de não-linearidade	16
2.2.2 Escolha da frequência de amostragem	18
2.2.3 Problema de maldição da dimensionalidade	18
2.2.4 Projeto do sinal de entrada	20
2.2.5 Pré-processamento dos dados	23
2.3 Seleção da estrutura do modelo	23
2.3.1 Estruturas de modelo lineares	25
2.3.2 Estruturas de modelo Nebuloso Takagi-Sugeno	30
2.4 Estimação dos parâmetros	41
2.4.1 Algoritmos de mínimos quadrados não-lineares	43
2.4.2 Algoritmos de mínimos quadrados lineares	45
2.5 Validação do modelo	47

3	Metodologia para Identificação: Variável Instrumental Nebulosa	49
3.1	Introdução	49
3.2	Problema de estimação dos parâmetros do conseqüente	51
3.2.1	Variável instrumental nebulosa	54
3.2.2	Métodos de variável instrumental nebulosa	58
3.3	Algoritmo de variável instrumental nebulosa	59
3.3.1	Esquema não-recursivo (<i>off-line</i>)	60
3.3.2	Esquema recursivo	61
3.3.3	Resultados de simulação	62
3.4	Algoritmo de variável instrumental nebulosa baseado em fatoração QR	68
3.4.1	Algoritmo de identificação	70
3.4.2	Resultados de simulação	73
3.5	Estudo de casos	81
3.5.1	Viga de alumínio livre-livre	81
4	Metodologia para Controle: <i>Gain Scheduling</i> Neural de Controle Nebuloso Genético Multiobjetivo	86
4.1	Introdução	86
4.2	Controle adaptativo neuro genético nebuloso	87
4.2.1	Controlador PI nebuloso no tempo discreto	89
4.2.2	Otimização multiobjetivo do controle PI nebuloso via algoritmos genéticos	93
4.2.3	<i>Gain scheduler</i> neural	95
4.3	Resultados computacionais	97
4.3.1	Sistema dinâmico não-linear	97
5	Conclusões e Propostas Futuras	104
5.1	Conclusões	104
5.2	Propostas Futuras	107
	BIBLIOGRAFIA	108
A	Elementos de Teoria Assintótica	123
A.1	Processos aleatórios ergódicos e estacionários	123
A.2	Convergência em probabilidade	125

Lista de Figuras

1.1	Sistema de inferência nebuloso: <i>fuzificador, base de conhecimento, máquina de inferência, defuzificador</i> . A linha mais fina indica o fluxo de informações e a linha mais grossa o fluxo computacional.	7
1.2	Mapeamento nebuloso do espaço de entrada no espaço de submodelos locais. O espaço de entrada do sistema dinâmico é dividido em regiões nebulosas nas quais os submodelos, que representam as expressões funcionais do conseqüente, são válidos.	11
2.1	Procedimentos básicos para identificação de sistemas.	15
2.2	Estrutura nebulosa hierárquica. A saída de um sub-sistema de inferência torna-se a entrada de um outro sub-sistema, proporcionando um crescimento linear, e não exponencial, no número de regras.	19
2.3	Relação entre o número de regras e a dimensão do espaço de entrada em estruturas hierárquica e não-hierárquica de sistemas de inferência nebulosos com valores específicos do número de partições para cada entrada lingüística.	19
2.4	Sinal constante por $S_{max} = 10$ amostras no intervalo $[-1, 1]$	21
2.5	Sinal com mudança aleatória de nível. O sinal é mostrado, no intervalo $[-1, 1]$, para: (a) $\alpha = 0,6$ e (b) $\alpha = 0,9$	22
2.6	Sinal <i>chirp</i> com frequência variável na faixa $w_{inicial} = \frac{0,01}{T_s} \leq w_k \leq w_{final} = \frac{0,2}{T_s}$, e $T_s = 0,01$	22
2.7	Modelo de Hammerstein.	36
2.8	Funções de pertinência triangulares.	38
2.9	Modelo de Wiener.	39
2.10	Erro de saída. O modelo, também conhecido como <i>modelo paralelo</i> , está sujeito às mesmas entradas aplicadas ao sistema.	42
2.11	Fluxo de informação no processo de otimização.	43
3.1	Função polinomial com erro nas variáveis.	63
3.2	Identificação da função polinomial.	64

3.3	Conjuntos nebulosos do antecedente baseado no algoritmo de agrupamento nebuloso $C - Means$	65
3.4	Funções de pertinência do antecedente.	67
3.5	Estimação recursiva dos parâmetros do modelo nebuloso TS.	68
3.6	Rastreamento da trajetória de saída via algoritmo de variável instrumental nebulosa.	69
3.7	Matriz de covariância nebulosa P_k	69
3.8	Diagrama de blocos da análise de desempenho	75
3.9	Análise comparativa	75
3.10	Validação dos modelos	76
3.11	Rastreamento da saída da planta não-linear variante no tempo	77
3.12	Modelo nebuloso multivariável	78
3.13	Problema de identificação nebuloso multivariável	78
3.14	Validação do modelo nebuloso MIMO obtido pela abordagem global	79
3.15	Validação do modelo nebuloso MIMO obtido pela abordagem local	80
3.16	Predição das saídas pelo modelo nebuloso MIMO obtido na abordagem global	80
3.17	Predição das saídas pelo modelo nebuloso MIMO obtido na abordagem local	80
3.18	Viga de alumínio livre-livre	81
3.19	Teste dinâmico em uma viga livre-livre. Sinais de (a-b) entrada e (c-d) saída resultantes de um teste experimental. A entrada é o sinal que comanda a viga e a saída é a vibração.	82
3.20	Partição das variáveis linguísticas do modelo nebuloso identificado.	83
3.21	Estimação recursiva dos parâmetros do modelo nebuloso para a viga de alumínio.	83
3.22	Matriz de covariância nebulosa P_k	84
3.23	Validação do modelo.	85
4.1	Controle adaptativo <i>Gain scheduling</i> clássico.	88
4.2	<i>Gain scheduler</i> neural de controle nebuloso genético.	89
4.3	Controle PI nebuloso. O controlador PI nebuloso tem duas variáveis linguísticas de entrada (erro $\tilde{e}_c^d(k)$, derivada do erro $\tilde{e}_r^d(k)$) e uma variável linguística de saída (controle $\Delta_u^d(k)$).	91
4.4	Conjuntos nebulosos que particionam as variáveis linguísticas da entrada e da saída: (a) erro; (b) derivada do erro; (c) controle.	91
4.5	<i>Gain scheduler</i> neural: uma rede neural <i>feedforward</i> de uma entrada, duas camadas escondidas com oito neurônios em cada camada, e sete saídas, com função de ativação do tipo sigmóide.	96
4.6	Esquema de treinamento do <i>gain scheduler</i> neural.	97
4.7	Diagrama de blocos do problema de identificação.	98

4.8	Resposta em malha-aberta do servomotor DC. As oscilações na saída correspondem ao ruído, proveniente do tacogerador, quantizado pelo conversor A/D.	98
4.9	Treinamento neural via <i>backpropagation</i> . As curvas das épocas de 2 a 14 e de 14 a 19 correspondem a um mínimo local e a um mínimo global, respectivamente.	100
4.10	Interpolação neural: “o”- parâmetros nebulosos ; “-” - saída neural.	100
4.11	Controle PI nebuloso genético adaptativo: rastreamento da trajetória de referência.	101
4.12	Controle PI nebuloso genético adaptativo: rastreamento da trajetória de referência.	101
4.13	<i>Gain Scheduling</i> de controle PI clássico: rastreamento da trajetória de referência.	102
4.14	<i>Gain Scheduling</i> de controle PI clássico: rastreamento da trajetória de referência.	103
4.15	Controle PI clássico com parâmetros fixos: rastreamento da trajetória de referência.	103

Lista de Símbolos

y_k	- Saída de um sistema dinâmico no instante k
\hat{y}_k	- Saída estimada de um sistema dinâmico no instante k
$y_{k \theta}$	- Saída predita de um sistema dinâmico no instante k
u_k	- Entrada de um sistema dinâmico no instante k
$u(k)$	- Sinal de controle no instante k
e_k	- Ruído branco no instante k
$e_{k \theta}$	- Erro de predição no instante k
$e(k)$	- Erro de rastreamento da trajetória de referência no instante k
\mathbf{y}	- Vetor de saída de um sistema dinâmico
\mathbf{u}	- Vetor de entrada de um sistema dinâmico
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$	- Matriz
\mathbf{X}	- Matrix de dados (regressores)
\mathbf{Z}	- Matrix de variável instrumental
\mathbf{N}	- Número de dados experimentais
θ	- Vetor de parâmetros
\mathbf{x}_k	- Vetor de estados no instante de tempo discreto k
$\tilde{x}_t, \tilde{y}, \dots$	- Variável lingüística
\Re	- regra SE-ENTÃO
F, G, \dots	- Conjunto nebuloso
$\mu_{(\cdot)}(\cdot), \mu_{(\cdot)}$	- função de pertinência, grau de pertinência
$\mathcal{U}_{(\cdot)}, \mathcal{Y}$	- Universo de discurso da variável de entrada, saída
$h(\cdot)$	- Grau de ativação
γ, β	- Grau de ativação normalizado
ϕ_k	- Vetor de regressores
$G(q^{-1}, \theta), H(q^{-1}, \theta), \dots$	- Função de transferência no tempo discreto
$F(\cdot), G(\cdot), \dots$	- Função não-linear
$\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N$	- Função de custo
ψ	- Matriz de graus de ativação normalizado
Γ	- Matriz de variável instrumental nebulosa
Σ	- Matriz de dados nebulosa

Operadores:

\mathbf{X}'	-	Transposta da matriz \mathbf{X}
\star	-	Norma-t
\bigvee	-	Norma-s
\circ	-	Composição max-min ou max-produto
\bigcup	-	Composição de regras
H	-	Relação funcional entre a saída y_k e a entrada u_k de um sistema dinâmico
$int(\cdot)$	-	Define a parte inteira
$\mathcal{N}(\cdot)$	-	Mapeamento não-linear estático
$\ (\cdot)\ $	-	norma euclidiana

Siglas:

A/D	- Analog/Digital
ARMAX	- AutoRegressive with Moving Average and eXogenous input
ARX	- AutoRegressive with eXogenous input
CAR	- Controlled AutoRegressive
DC	- Direct Current
ECM	- Evolving Clustering Method
ELS	- Extended Least Squares
FIR	- Finite Impulse Response
FRF	- Frequency Response Function
GLS	- Generalized Least Squares
IEEE	- Institute of Electrical and Electronics Engineers
IV	- Instrumental Variable
LMI	- Linear Matrix Inequality
LPV	- Linear Parameter-Varying
LS	- Least Squares
LTI	- Linear Time Invariant
MISO	- Multiple-Input, Single-Output
MIMO	- Multiple-Input, Multiple-Output
NARMAX	- Nonlinear AutoRegressive with Moving Average and eXogenous input
NARX	- Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input
NOE	- Nonlinear Output-Error
OE	- Output-Error
PE	- Prediction Error
PI	- Proportional-Integral
PRBS	- Pseudo Random Binary Sequence
MSE	- Mean Square Error
SISO	- Single-Input, Single-Output
TS	- Takagi-Sugeno
VAF	- Variance Accounted For

Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “An IV-QR Algorithm for Neuro-Fuzzy Multivariable Identification”. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (TFS’05), Aceito para publicação, 2005.
2. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “Multiobjective Evolution Based fuzzy PI Controller Design For Nonlinear Systems”. *International Journal Engineering Applications of Artificial Intelligence* (EAAI-IFAC’05), Aceito para publicação, 2005.
3. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “Fuzzy Instrumental Variable Concept and Identification Algorithm”. *Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (FUZZY-IEEE’05), Reno, Nevada, pg. 1062-1067, May 2005.
4. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “An IV-QR Algorithm for Neuro-Fuzzy Multivariable Identification”. *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics* (SMC’05), Hawaii, USA, October 2005.
5. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “Fuzzy Instrumental Variable Algorithm for Online Multivariable Neural Identification”. *Proceedings of 18th International Congress of Mechanical Engineering* (COBEM’05), Ouro Preto-MG, Brasil, Novembro 2005.
6. G.L.O. Serra, C.P. Bottura, A.D.R. Tamariz. “Intelligent Gain-scheduling Control For Multivariable Discrete Linear Time Varying Systems”. *Proceedings of 18th International Congress of Mechanical Engineering* (COBEM’05), Ouro Preto-MG, Brasil, Novembro 2005.
7. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “Métodos de Variável Instrumental Fuzzy para Identificação de Sistemas”. *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente* (SBAI’05), São Luis-MA, Brasil, Setembro 2005.
8. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. “Variável Instrumental Fuzzy”. *Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle* (DINCON’05), Bauru-SP, Brasil, pg. 1150-1159, Junho 2005.
9. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.P. Godoy. “Controle Multivariável Nebuloso Genético Multiobjetivo”. *Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle* (DINCON’05), Bauru-SP, Brasil, pg. 1201-1208, Junho 2005.
10. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.J. Pucciarelli. “Identificação Adaptativa de Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno de um Neutralizador de pH”. *Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle* (DINCON’05), Bauru-SP, Brasil, pg. 1185-1192, Junho 2005.

11. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.J. Pucciarelli. "Identificação Nebulosa Adaptativa Multivariável". *Anais do V Encontro Nacional de Inteligência Artificial* (ENIA'05), São Leopoldo-RS, Brasil, ref.: 8764, Julho 2005.
12. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "An Algorithm for Fuzzy Identification of Non-linear Discrete-Time Systems". *Proceedings of 43rd IEEE Conference on Decision and Control* (CDC'04), Bahamas, pg. 5421-5426, December 2004.
13. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Neural Gain Scheduling Multiobjective Genetic Fuzzy PI Control". *Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control* (ISIC'04), Taipei, Taiwan, pg. 483-488, September 2004.
14. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Computational Intelligence Applied to Signal Processing: A Proposal for Fuzzy Neural Identification". *Proceedings of IEEE Signal Processing Society Workshop: XIV Machine Learning for Signal Processing* (MLSP'04), São Luis-MA, Brasil, pg. 113-122, Setembro 29 - Outubro 1 2004.
15. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.J. Pucciarelli. "Intelligent Adaptive Data Modeling Applied to Time-Series Prediction in Industrial Processes". *Anais da VI IEEE Conferência Internacional de Aplicações Industriais* (INDUSCON'04), Joinville-SC, Brasil, ref.: *API*₄₂, Outubro 2004.
16. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Proposta de Algoritmo Adaptativo para Identificação Fuzzy de Sistemas Não-lineares Discretos". *Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática* (CBA'04), Gramado-RS, Brasil, ref.: 1024, Setembro 2004.
17. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Sistema de Inferência Fuzzy Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas SISO/MIMO Não-lineares Discretos no Tempo". *Anais do III Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle* (DINCON'04), Ilha Solteira-SP, Brasil, pg. 1304-1314, Maio 31 - Junho 3 2004.
18. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Sistema Fuzzy Neural Takagi-Sugeno Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas Não-lineares Discretos no Tempo-Parte I: Formulação". *Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais* (SBRN'04), São Luis-MA, Brasil, ref.: 3759, Setembro 29 - Outubro 1 2004.
19. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Sistema Fuzzy Neural Takagi-Sugeno Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas Não-lineares Discretos no Tempo-Parte II: Identificação de Sistemas SISO e MIMO". *Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais* (SBRN'04), São Luis-MA, Brasil, ref.: 3760, Setembro 29 - Outubro 1 2004.

20. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.J. Pucciarelli. "Identificação Adaptativa de Modelo Fuzzy Takagi-Sugeno para Predição de Séries Temporais Discretas no Tempo". *Anais do III Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle* (DINCON'04), Ilha Solteira-SP, Brasil, pg. 1335-1341, Maio 31 - Junho 3 2004.
21. G.L.O. Serra, G. Barreto, A.J. Pucciarelli. "Adaptive Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Neural Model to Discrete Time Series Prediction". *Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais* (SBRN'04), São Luis-MA, Brasil, ref.: 3748, Setembro 29 - Outubro 1 2004.
22. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "An Optimal Knowledge Based PI Controller". *Advances in Logic, Artificial Intelligence and Robotics: Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 1ed., The Netherlands: IOS PRESS, vol. 101, pg. 197-206, November 2003.
23. G.L.O. Serra. "A Multiobjective Fuzzy PI Controller Based on Genetic Algorithm". *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics* (ISIE'03), Rio de Janeiro-RJ, Brasil, vol. 2, pg. 672-677, Junho 2003.
24. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Sistema Neuro Genético Fuzzy para Projeto de Controle Adaptativo - Parte I: Formulação". *Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle* (DINCON'03), São José dos Campos-SP, Brasil, vol. III, pg. 1228-1239, Agosto 2003.
25. G.L.O. Serra, C.P. Bottura. "Sistema Neuro Genético Fuzzy para Projeto de Controle Adaptativo - Parte II: Controle com Escalonamento de Ganhos de Servomotor DC". *Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle* (DINCON'03), São José dos Campos-SP, Brasil, vol. III, pg. 1250-1259, Agosto 2003.
26. G.L.O. Serra, A.J. Pucciarelli. "Projeto de Controle PI Fuzzy Adaptativo Baseado no Conhecimento de Especialistas". *Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle* (DINCON'03), São José dos Campos-SP, Brasil, vol. III, pg. 1173-1184, Agosto 2003.

Capítulo 1

Introdução

Muitas habilidades humanas são aprendidas a partir de exemplos. Assim, é natural estabelecer este “princípio didático” em um programa de computador para que este aprenda como fornecer a saída desejada em função de uma dada entrada. De certa forma, técnicas de inteligência computacional, basicamente oriundas da teoria de Sistemas Nebulosos (*fuzzy*), Redes Neurais Artificiais e Computação Evolutiva, são programas de computador capazes de processar dados numéricos e/ou informação lingüística, cujos parâmetros podem ser ajustados a partir de exemplos. Os exemplos representam o que estes sistemas devem responder quando sujeitos a uma entrada particular. Essas técnicas usam uma representação numérica do conhecimento, demonstram adaptabilidade e tolerância a erros em contraste com a teoria de Inteligência Artificial clássica que usa representação simbólica do conhecimento. Sistemas nebulosos, em particular, são usados para formular o conhecimento humano que, por sua vez, pode ser classificado em duas categorias:

1. *Conhecimento objetivo* : Este tipo de conhecimento é usado na formulação de problemas de engenharia e é definido por meio de equações matemáticas (equações de movimento de um submarino, aeronave ou robô; modelos de resposta ao impulso que descrevem um canal de comunicação e a estatística *a priori* para parâmetros aleatórios).
2. *Conhecimento subjetivo* : Este tipo de conhecimento representa a informação lingüística (regras, informação do especialista, especificações de projeto), geralmente impossível de ser descrita de forma quantitativa.

As técnicas de inteligência computacional são capazes de coordenar ambos tipos de conhecimento para solucionar problemas reais.

Este trabalho apresenta propostas de metodologias para duas aplicações específicas de técnicas de inteligência computacional, mais especificamente os sistemas nebulosos: identificação e controle de sistemas dinâmicos. Nas

duas últimas décadas, sistemas nebulosos têm sido úteis para identificação e controle de sistemas dinâmicos não-lineares complexos. Este rápido crescimento, e o interesse neste trabalho, é motivado pelo fato de que no projeto de controle prático, devido à presença de não-linearidade e incerteza no sistema dinâmico, modelos nebulosos são capazes de representar suficientemente bem o comportamento dinâmico real de forma que os controladores projetados, baseados em tais modelos, podem garantir, matematicamente, estabilidade e robustez (Arrifano [10] e sua lista de referências, Castillo-Toledo & Meda-Campaña [22], Wang & Luoh [130], Kadmiry & Driankov [48], Tong & Li [120], Ren & Chen [75], Yoneyama [133]).

1.1 Considerações Iniciais

Sistemas de controle automático têm se tornado o elemento essencial à nossa vida diária. Eles estão aplicados desde em um simples eletrodoméstico até em equipamentos mais complexos em aeronaves e foguetes. Eles podem apresentar diferentes esquemas mas, em comum, todos têm a função de manipular um sistema dinâmico de maneira que este se comporte de modo a atender certas especificações de desempenho. No projeto de controle para um sistema dinâmico qualquer, um passo intermediário, e de extrema importância, é adquirir algum conhecimento de como este responderá se manipulado de vários modos. Se tal conhecimento não está disponível, torna-se difícil criar uma lei de controle para que o sistema dinâmico apresente o comportamento desejado.

1.1.1 Modelagem e controle a partir de dados

Uma abordagem prática e simples para projetar sistemas de controle é a partir de testes experimentais. O sistema dinâmico é submetido a um sinal de entrada, que o levará a uma resposta particular. A partir dos dados de entrada e da respectiva resposta particular do sistema dinâmico, os parâmetros do modelo são determinados e usados no projeto do controlador. Há casos em que o conhecimento mais preciso do sistema dinâmico, por meio de equações diferenciais ou de diferenças finitas, se faz necessário, seja em termos de entrada e saída, seja no espaço de estado. Desenvolver modelos matemáticos, pois, consiste em obter equações matemáticas que possam descrever de forma satisfatória o comportamento, bem como alguma dinâmica de interesse, para sistemas dinâmicos reais. Estes modelos, por sua vez, podem ser usados em, além de controle baseado em modelo (*model based control*), simulação, predição, melhor entendimento dos mecanismos intrínsecos ao sistema dinâmico

e diagnóstico de falhas. Pode-se distinguir três abordagens para a modelagem de sistemas dinâmicos reais:

- *Modelos caixa-branca.* Neste caso o conhecimento *a priori*, com base em leis físicas que regem o comportamento do sistema dinâmico, permite descrevê-lo satisfatoriamente. Isto, porém, pode ser um fator limitante na prática, considerando-se sistemas dinâmicos complexos. O pobre entendimento dos fenômenos físicos que regem o comportamento do sistema dinâmico, a imprecisão nos valores dos parâmetros e a complexidade do modelo resultante, torna a modelagem caixa-branca uma tarefa difícil, demorada e custosa. Além disso, um entendimento completo do comportamento físico do sistema dinâmico é quase que impossível em muitas aplicações práticas.
- *Modelos caixa-preta.* Neste caso, nenhum conhecimento *a priori* do sistema dinâmico está disponível. O problema de modelagem consiste em escolher uma estrutura adequada para o modelo, de maneira que o máximo de informação sobre o comportamento do sistema dinâmico possa ser extraído eficientemente dos dados. Uma vez determinada a estrutura, tem-se o problema de estimação dos parâmetros do modelo a partir dos dados medidos do sistema dinâmico. Este problema é conhecido como *identificação de sistemas* e várias técnicas têm sido desenvolvidas para sistemas dinâmicos lineares e não-lineares. Uma limitação desta abordagem é que a estrutura e os parâmetros destes modelos geralmente não estão associados diretamente a grandezas físicas usuais.
- *Modelos caixa-cinza.* Neste caso algum conhecimento *a priori* do sistema dinâmico está disponível, mas os parâmetros devem ser determinados a partir de dados observados. Esta abordagem, também conhecida como modelagem híbrida, combina as vantagens dos modelos caixa-branca e caixa-preta.

Técnicas de identificação de sistemas são largamente usadas no projeto de sistemas de controle, e aplicações de notável sucesso têm surgido nas últimas duas décadas. Há casos em que a identificação é implementada como parte integrante do controlador. Esta técnica, conhecida como *controle adaptativo*, é adequada a situações onde o sistema dinâmico é não-linear e/ou variante com o tempo. Em um esquema de controle adaptativo típico, o modelo do sistema dinâmico, válido em uma das várias condições operacionais, é identificado *on-line*. O controlador, então, é reprojeto de acordo com este modelo atual, de modo a atender as especificações de desempenho pré-definidas pelo projetista.

A literatura é vasta sobre identificação de sistemas (Ljung [58], Söderström & Stoica [112], Van Overschee and de Moor [121], Bottura [16], Barreto [12] e sua lista de referências, Walter & Pronzato [125]) e controle (Bottura [17], Lewis & Syrmos [56], Åström & Wittenmark [11], Sastry & Bodson [15], Chalam [23], Ioannou & Sun [44]) onde a maioria das abordagens apresentam um enfoque sobre modelos e controladores descritos por equações diferenciais ou de diferenças finitas lineares, seja numa representação de entrada e saída ou no espaço de estados. Além disso, motivado pelo fato de que todos os sistemas exibem algum tipo de comportamento não-linear, surgiram várias abordagens para análise, identificação e controle de sistemas dinâmicos não-lineares (Vidyasagar [124], Khalil [49], Isidori [45], Sjöberg *et. al.* [111], Aguirre [4] [5], Verdult [123]), e um dos elementos chave para estas aplicações são os sistemas nebulosos (Nobre and Palhares [67], Kim *et al.* [51], Hellendorn & Driankov [42], Brown & Harris [19], Wang [127], King [52]). Redes neurais *feedforward* e recorrentes de múltiplas camadas também são largamente empregadas para identificação e controle de sistemas dinâmicos (Haykin [41], King [52], Brown & Harris [19], Lewis *et. al.* [57], Nørgaard *et. al.* [68]).

A teoria de sistemas nebulosos foi proposta por Lofti A. Zadeh [134][135], como uma forma de processar informação vaga, imprecisa ou lingüística, e desde 1970 apresenta crescente aplicação industrial. Ela estabelece a base para representar o conhecimento e desenvolver os mecanismos essenciais para inferir decisões sobre as ações apropriadas que devem ser tomadas em um problema real. Uma lista de aplicações de sistemas nebulosos inclui: *Aplicações de Controle* - aeronaves (Rockwell Corp.), indústria de cimento e controle de motor/válvula (Asea Brown Boveri Ltd.), tratamento de água e controle de robôs (Fuji Electric), sistema de metrô (Hitachi), controle de navegação (Nissan), máquinas de lavar roupas (Matsushita, Hitachi), sistema de ar condicionado (Mitsubishi); *Tecnologia médica* - diagnóstico de cancer (Kawasaki Medical School); *Modelagem e otimização* - sistema de predição para reconhecimento de terremotos (Institute of Seismology Bureau of Metrology, Japan); *Processamento de sinais para ajuste e interpretação* - compensação de vibrações em câmara de vídeo (Matsushita), estabilizador de imagens de vídeo (Matsushita/Panasonic), reconhecimento de objetos e voz (CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh), ajuste de imagens em TV (Sony). Devido ao desenvolvimento, às inúmeras possibilidades práticas e ao grande sucesso comercial de suas aplicações, a teoria de sistemas nebulosos tem uma ampla aceitação, não só na comunidade acadêmica, como também na indústria em aplicações de identificação e controle de sistemas dinâmicos.

1.1.2 Motivação e relevância do trabalho

A necessidade de projetistas e engenheiros lidarem com problemas cada vez mais complexos, tem possibilitado, via técnicas de inteligência computacional, a identificação e o controle de sistemas dinâmicos reais difíceis de serem modelados matematicamente. As técnicas de inteligência computacional, uma vez associadas às técnicas de controle clássica e moderna, possibilitam o uso de restrições em sua formulação e a satisfação de requisitos de robustez e estabilidade de forma eficiente e prática. A implementação de sistemas inteligentes, principalmente a partir dos anos 70, vem de encontro à crescente necessidade de melhorar a eficiência dos sistemas dinâmicos industriais no aumento da qualidade dos seus produtos, diminuição de perdas, além de outros fatores vinculados ao aprimoramento e tratamento de deficiências dos métodos de identificação e controle clássicos.

As metodologias de identificação e controle inteligente empregam técnicas motivadas por sistemas biológicos, inteligência humana, e têm sido introduzidas explorando esquemas de representações alternativas usando linguagem natural, regras, redes semânticas ou modelos qualitativos. Identificação e controle nebulosos são exemplos típicos de técnicas que fazem uso de conhecimento humano e de processo dedutivo. Sua estrutura permite a modelagem de uma larga classe de sistemas dinâmicos, em muitas aplicações, e oferece maior flexibilidade no projeto de controle de alto desempenho com um certo grau de transparência para interpretação e análise, isto é, eles podem ser usados para explicar soluções ou serem construídos a partir do conhecimento do especialista em um determinado campo de interesse. Por exemplo, embora não saibamos o modelo matemático exato de um automóvel, podemos descrever o seu comportamento da seguinte forma: “**Se** aplicarmos *mais* força no acelerador **Então** a velocidade *aumenta*”, onde *mais* e *aumenta* são termos lingüísticos que, embora não sejam precisos, são informações importantes a respeito do comportamento do automóvel. De fato, para muitos problemas de controle, um especialista pode determinar um conjunto de regras de controle eficientes baseadas em descrições lingüísticas do sistema dinâmico. Os modelos matemáticos tradicionais não podem incorporar as descrições lingüísticas diretamente em suas formulações. Sistemas nebulosos são ferramentas poderosas para atingir este objetivo, visto que a estrutura lógica das regras facilita o entendimento e a análise do problema em questão de forma qualitativa.

As pesquisas sobre sistemas nebulosos desenvolveram-se em duas direções principais. A primeira direção é a abordagem lingüística ou qualitativa, na qual o sistema nebuloso é construído a partir de uma coleção de regras (proposições). A segunda direção é uma abordagem quantitativa e está relacionada à teoria de sistemas clássica e moderna. A combinação de

informações qualitativas e quantitativas, que constitui a principal motivação para o uso de sistemas inteligentes, deu origem a várias contribuições sobre estabilidade, robustez, controle adaptativo e controle adaptativo robusto.

Em Wang [126] sistemas nebulosos são usados como identificadores de sistemas dinâmicos não-lineares no tempo contínuo. Em Wang *et. al.* [129] um controlador nebuloso baseado em modelo é projetado, utilizando o conceito de *compensação paralela e distribuída*, usando desigualdades matriciais lineares, LMI's, para garantir estabilidade e robustez em malha-fechada. Em Tanaka *et. al.* [116] são apresentadas condições relaxadas de estabilidade e projeto de controle nebuloso, aplicadas a problemas de regulador e observador, usando LMI, para sistemas dinâmicos não-lineares no tempo contínuo e discreto. Em Cho *et. al.* [24] um estimador de parâmetros é desenvolvido para o modelo nebuloso de um sistema dinâmico não-linear monovariável. Com o esquema de estimação paramétrica incorporado ao controlador, um controlador nebuloso adaptativo indireto baseado em modelo de referência é proposto para garantir rastreamento assintótico do sinal de referência para um sistema dinâmico com incerteza e variante no tempo, de modo a garantir que todos os sinais do sistema em malha-fechada sejam limitados. Em Kadmiry & Driankov [48] um esquema de controle *gain scheduling* nebuloso é desenvolvido para garantir estabilidade e robustez no controle de atitude em um helicóptero. Em Branco & Dente [18], são investigados os efeitos do ruído branco em modelagem usando o sistema de inferência nebuloso Mamdani, onde são tomadas decisões quanto à escolha do tipo de funções de pertinência a serem usadas na atenuação do ruído sobre os dados experimentais, para melhor representação de uma relação de entrada e saída nominal. Porém, o efeito de ruído nos dados experimentais para modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto e a implementação de algoritmos suficientemente robustos para estimação de parâmetros usando o sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno estão em aberto. Ainda, a hibridização das técnicas de inteligência computacional já apresentadas e sua aplicação no projeto de controle adaptativo de sistemas dinâmicos no tempo discreto, também apresenta importância prática. A satisfação de critérios de desempenho, a garantia de robustez a incertezas e não-linearidades, a estabilidade do sistema dinâmico em malha-fechada, bem como a geração de restrições e/ou ações de controle oriundas de um especialista para otimização de desempenho, têm motivado o surgimento de novas arquiteturas de controle adaptativo inteligente. O escopo desta tese está inserido nestes contextos.

Além disso, várias abordagens para identificação e controle nebuloso podem ser vistas em: *Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent control*, *Proceedings of IEEE International Conference on Decision and Control*, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *International Journal on Fu-*

zzy Sets and Systems, International Journal of Control, anais do Congresso Brasileiro de Automática, do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, entre outras fontes.

1.2 Sistema de Inferência Nebuloso

A Fig.1.1 descreve a estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso que pode ser usado em aplicações de controle e processamento de sinais. Este sistema de inferência mapeia entradas *crisp* - oriundas de um conjunto

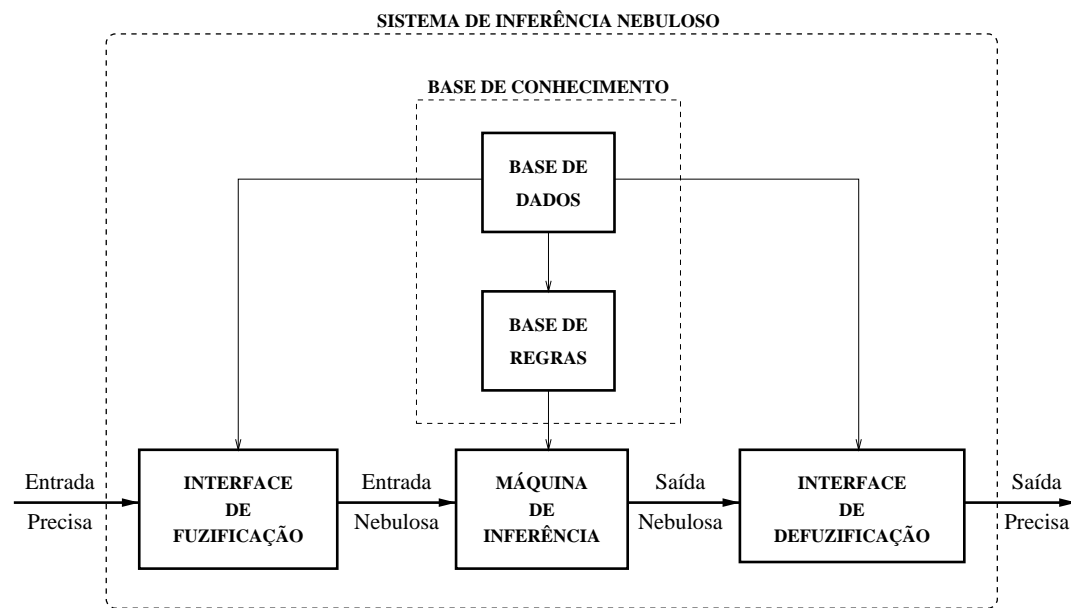


Figura 1.1: Sistema de inferência nebuloso: *fuzificador, base de conhecimento, máquina de inferência, defuzificador*. A linha mais fina indica o fluxo de informações e a linha mais grossa o fluxo computacional.

de dados resultante de medições ou observações experimentais - em saídas *crisp*; e dispõe, basicamente, de quatro componentes: *fuzificador, base de conhecimento, máquina de inferência e defuzificador*. Uma vez que as regras tenham sido estabelecidas, o sistema de inferência nebuloso mapeia as entradas precisas em saídas precisas, $y = f(u)$, onde u e y são a entrada e a saída do sistema de inferência nebuloso, e f corresponde à representação quantitativa deste mapeamento. Neste trabalho, um dos objetivos consiste em obter fórmulas explícitas para o mapeamento não-linear entre u e y com aplicações em identificação de sistemas dinâmicos.

A *Base de Conhecimento* é constituída pela base de dados e pela base de regras de maneira a caracterizar o funcionamento completo do sistema de

inferência. Na *Base de dados* estão armazenadas as variáveis lingüísticas, as definições dos respectivos universos de discurso e as funções de pertinência caracterizando os termos lingüísticos utilizados para cada variável lingüística. Na *Base de Regras* estão as declarações lingüísticas do tipo **SE-ENTÃO**, definidas por um especialista ou extraídas de dados numéricos (como por exemplo em problemas de previsão de séries temporais) que constituem aspecto fundamental ao desempenho do sistema de inferência nebuloso. A *Interface de Fuzificação* ou *Fuzificador* mapeia os números precisos da entrada em conjuntos nebulosos para ativação das regras relevantes em uma dada aplicação. A *Máquina de Inferência* mapeia os conjuntos nebulosos da entrada em conjuntos nebulosos na saída, de acordo com as características da base de dados e da base de regras, combinando as regras que foram ativadas. A *Interface de Defuzificação* ou *Defuzificador* mapeia os conjuntos nebulosos na saída em números precisos, os quais podem corresponder a ações de controle em um sistema dinâmico ou à predição da sua saída num instante de tempo futuro. As relações entre as variáveis são representadas por meio de regras com a seguinte forma geral: **SE** *antecedente* **ENTÃO** *conseqüente*. O *antecedente* consiste em uma proposição nebulosa do tipo “ \tilde{x} é F ”, onde \tilde{x} é uma variável lingüística e F é um conjunto nebuloso definido como *termo lingüístico*. Dependendo da forma do *conseqüente*, há dois tipos de sistema de inferência nebuloso:

- *Sistema de inferência nebuloso Mamdani*, onde tanto o antecedente como o conseqüente são proposições nebulosas.
- *Sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno*, onde o antecedente é uma proposição nebulosa e o conseqüente consiste em uma expressão funcional das variáveis lingüísticas definidas no antecedente.

Maiores detalhes sobre lógica nebulosa, operadores lógicos, conjuntos nebulosos, os modos como o sistema de inferência combina as regras ativas podem ser vistos em Pedrycz & Gomide [74], Wang [127], Shaw & Simões [109].

1.2.1 Sistema de inferência nebuloso Mamdani

O sistema de inferência nebuloso Mamdani, proposto por E. H. Mamdani [60] como uma forma de capturar o conhecimento qualitativo disponível em uma determinada aplicação, apresenta, sem perda de generalidade, uma coleção de regras da forma:

$$\mathfrak{R}^i : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{j|\tilde{x}_1}^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{j|\tilde{x}_n}^i \text{ ENTÃO } \tilde{y} \text{ é } G_{j|\tilde{y}}^i \quad (1.1)$$

Para cada regra $i \mid [i=1,2,\dots,l]$, onde l é o número de regras, $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ são as variáveis lingüísticas do antecedente (entrada) e \tilde{y} é a variável lingüística do conseqüente (saída), cada uma definida em seu respectivo *universo de discurso* $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ e \mathcal{Y} . Os conjuntos nebulosos $F_{j|\tilde{x}_1}^i, F_{j|\tilde{x}_2}^i, \dots, F_{j|\tilde{x}_n}^i$ e $G_{j|\tilde{y}}^i$, são os valores (termos) lingüísticos utilizados para particionar os universos de discurso das variáveis lingüísticas do antecedente e do conseqüente, ou seja, $F_{j|\tilde{x}_t}^i \in \{F_{1|\tilde{x}_t}^i, F_{2|\tilde{x}_t}^i, \dots, F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i\}^{t=1,2,\dots,n}$ e $G_{j|\tilde{y}}^i \in \{G_{1|\tilde{y}}^i, G_{2|\tilde{y}}^i, \dots, G_{p_{\tilde{y}}|\tilde{y}}^i\}$, onde $p_{\tilde{x}_t}$ e $p_{\tilde{y}}$ são os números de partições dos universos de discurso associados às variáveis lingüísticas \tilde{x}_t e \tilde{y} , respectivamente. A variável \tilde{x}_t pertence ao conjunto nebuloso $F_{j|\tilde{x}_t}^i$ com um valor $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : R \rightarrow [0, 1]$, onde $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i \in \{\mu_{F_{1|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{2|\tilde{x}_t}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i}^i\}$. A variável \tilde{y} pertence ao conjunto nebuloso $G_{j|\tilde{y}}^i$ com um valor $\mu_{G_{j|\tilde{y}}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{y}}^i : R \rightarrow [0, 1]$ onde $\mu_{G_{j|\tilde{y}}^i}^i \in \{\mu_{G_{1|\tilde{y}}^i}^i, \mu_{G_{2|\tilde{y}}^i}^i, \dots, \mu_{G_{p_{\tilde{y}}|\tilde{y}}^i}^i\}$. Cada regra é interpretada por uma implicação nebulosa

$$\mathfrak{R}^i : \mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i \rightarrow \mu_{G_{j|\tilde{y}}^i}^i \quad (1.2)$$

onde \star é uma norma-t, $\mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i$ é a relação nebulosa das entradas lingüísticas entre si, sobre os universos de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1} \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_2} \times \dots \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$, e $\mu_{G_{j|\tilde{y}}^i}^i$ é a saída definida sobre o universo de discurso \mathcal{Y} . O conjunto dessas implicações corresponde a uma única relação nebulosa em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1} \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_2} \times \dots \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_n} \times \mathcal{Y}$ da forma

$$\mathfrak{R} : \bigvee_{i=1}^l [\mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i \star \mu_{G_{j|\tilde{y}}^i}^i] \quad (1.3)$$

onde \bigvee é uma norma-s.

A saída nebulosa é, assim, dada por

$$G(\tilde{y}) = \mathfrak{R} \circ (\mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^*}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^*}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^*}^i) \quad (1.4)$$

onde \circ é um operador de *composição baseada em inferência* que pode ser do tipo *max-min* ou *max-produto*, e \tilde{x}_t^* é algum ponto em \mathcal{U}_{x_t} . De acordo com (1.4), o sistema de inferência nebuloso Mamdani representa sistemas MISO diretamente, e sistemas MIMO de r saídas por um conjunto de r bases de sub-regras MISO $\mathfrak{R}_{MISO}^j \mid [j=1,2,\dots,l]$ acopladas, ou seja,

$$\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{y}}) = \mathfrak{R}_{MIMO} \circ (\mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^*}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^*}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^*}^i) \quad (1.5)$$

com $\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{y}}) = [G(\tilde{y}_1), \dots, G(\tilde{y}_r)]^T$ e

$$\mathfrak{R}_{MIMO} : \bigcup_{m=1}^r \left\{ \bigvee_{i=1}^l [\mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i \star \mu_{G_{j|\tilde{y}_m}^i}^i] \right\} \quad (1.6)$$

onde o operador \bigcup representa a coleção de todas as relações nebulosas \mathfrak{R}_{MISO}^j associadas à cada saída \tilde{y}_m .

1.2.2 Sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno

O sistema de inferência nebuloso Mandani, representa um sistema dinâmico ou um controlador por meio de regras lingüísticas SE-ENTÃO com proposições nebulosas no antecedente e no conseqüente. O sistema de inferência nebuloso TS [118] usa no conseqüente uma expressão funcional das variáveis lingüísticas do antecedente. A i $|^{[i=1,2,\dots,l]}$ -ésima regra TS, onde l é o número de regras, é da seguinte forma:

$$R^i : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{j|\tilde{x}_1}^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{j|\tilde{x}_n}^i \text{ ENTÃO } \tilde{y}_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (1.7)$$

O vetor $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathfrak{R}^n$ contém as variáveis lingüísticas do antecedente. Cada variável lingüística tem seu próprio universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ particionado pelos conjuntos nebulosos representando os termos lingüísticos correspondentes. A variável \tilde{x}_t $|^{t=1,2,\dots,n}$ pertence ao conjunto nebuloso $F_{j|\tilde{x}_t}^i$ com um valor $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : R \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i \in \{\mu_{F_{1|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{2|\tilde{x}_t}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i}^i\}$, onde $p_{\tilde{x}_t}$ é o número de partições do universo de discurso associado à variável lingüística \tilde{x}_t . O grau de ativação h_i para a regra i é dado por:

$$h_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i \quad (1.8)$$

onde \tilde{x}_t^* é algum ponto em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_t}$. O grau de ativação normalizado para a regra i é definido como:

$$\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^l h_r(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (1.9)$$

Esta normalização implica em

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1 \quad (1.10)$$

A resposta do modelo TS é uma soma ponderada dos conseqüentes, isto é, uma combinação convexa das funções locais (modelos) f_i :

$$y = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (1.11)$$

Tal modelo pode ser visto como um sistema linear variante nos parâmetros LPV. Neste sentido, um modelo TS pode ser considerado como um mapeamento do espaço do antecedente (entrada) à região convexa (politopo) no espaço dos submodelos locais definidos pelos parâmetros do conseqüente, como mostrado na Fig. 1.2. Esta propriedade simplifica a análise de modelos TS num contexto de sistema linear robusto tanto para identificação como para projeto de controladores com características de malha-fechada desejadas ou análise de estabilidade.

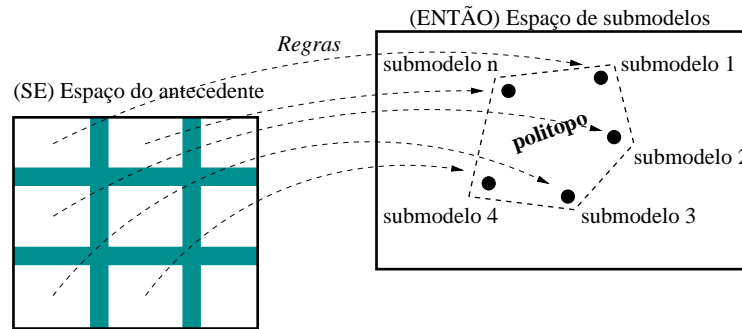


Figura 1.2: Mapeamento nebuloso do espaço de entrada no espaço de submodelos locais. O espaço de entrada do sistema dinâmico é dividido em regiões nebulosas nas quais os submodelos, que representam as expressões funcionais do conseqüente, são válidos.

1.3 Contribuições

Neste trabalho são propostas metodologias, baseada em inteligência computacional, mais especificamente em sistemas nebulosos, para identificação e controle de sistemas dinâmicos, cujas principais contribuições são listadas como segue:

1. O conceito de variável instrumental nebulosa.
2. Algoritmo de identificação baseado em variável instrumental nebulosa para sistemas não-lineares discretos no tempo com erro nas variáveis.
3. Novas condições de convergência, com base em três lemmas e um teorema, para o algoritmo de variável instrumental nebuloso em ambiente ruidoso.
4. Uma estrutura alternativa para controle adaptativo *gain scheduling* neural de controladores nebulosos, via algoritmos genéticos, com múltiplos objetivos, para sistemas não-lineares discretos no tempo.

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho, fazendo uso das definições e considerações apresentadas neste capítulo, está organizado como segue:

O **capítulo 2** aborda os procedimentos básicos a serem seguidos no processo de identificação de sistemas usando o modelo nebuloso TS, onde os seguintes aspectos, ainda que brevemente, serão discutidos: a geração de dados experimentais suficientemente informativos, a complexidade da estrutura do modelo nebuloso e a ordem, o critério pelo qual um modelo nebuloso, dentre uma família de modelos nebulosos, é selecionado para representar um sistema dinâmico real e a eficiência do modelo nebuloso obtido, validação, para uma aplicação particular. Neste contexto, o modelo nebuloso TS é apresentado como uma extensão dos modelos clássicos onde, a partir do qual, várias estruturas de modelo não-lineares são obtidas, que serão de particular interesse no capítulo 3, inclusive estruturas não-lineares mais específicas como modelos de Hammerstein e Wiener nebulosos.

No **capítulo 3** o método de variável instrumental nebulosa é proposto. O conceito de variável instrumental nebulosa e o algoritmo de identificação recursivo, são apresentados. Condições de convergência do algoritmo proposto baseadas em três lemas e um teorema são analisadas e utilizadas para explorar o desempenho do algoritmo em ambiente ruidoso. Além disso, o modelo nebuloso obtido, embora não explorado neste aspecto, também pode ser usado numa arquitetura de controle inteligente mais específica como a apresentada no capítulo 4.

No **capítulo 4** um esquema de controle adaptativo inteligente alternativo, baseado em redes neurais, sistemas nebulosos e algoritmos genéticos, é proposto. A partir deste esquema de controle, um controlador nebuloso é projetado via algoritmos genéticos, atendendo múltiplos critérios de desempenho. Uma vez projetado em várias condições operacionais, seus parâmetros são fornecidos a uma rede neural que, por aprendizagem supervisionada, é capaz de ajustar *on-line* os parâmetros do controlador nebuloso inclusive em condições operacionais desconhecidas no processo de aprendizagem neural inicial.

No **capítulo 5** as conclusões e as propostas para trabalhos futuros são apresentadas.

Capítulo 2

Identificação de Sistemas e Modelos Takagi-Sugeno

Modelo matemático é uma representação matemática que descreve o regime de operação de um sistema dinâmico qualquer. Uma maneira eficiente de obter tais modelos é a partir das leis físicas que regem o comportamento do sistema dinâmico. Quando a construção destes modelos, a partir de tais leis físicas, for consideravelmente difícil, custosa ou até mesmo impossível, a identificação de sistemas se faz necessária. Identificação de sistemas é a tarefa de extrair uma representação matemática, o modelo, a partir de dados experimentais de um sistema dinâmico. A área de identificação de sistemas é muito vasta, e cobre assuntos desde regressão linear até conceitos mais elaborados relacionados a modelos nebulosos, os quais ganharam muita atenção na comunidade científica (Brown & Harris [19], Wang [127], Pedrycz & Gomide [74]; Shaw & Simões [109], Abonyi et al. [2]).

O modelo identificado pode ser usado para:

- Análise e melhor entendimento de fenômenos (modelos em engenharia, economia, biologia, sociologia, física e química);
- Estimar quantidades, a partir de medidas indiretas, onde nenhum sensor está disponível;
- Teste de hipóteses (diagnóstico de falha, diagnóstico médico e controle de qualidade);
- Ensino (simuladores para aeronaves, para sistemas dinâmicos na área de energia nuclear e para pacientes em condições críticas de saída);
- Predição de comportamento (controle adaptativo de sistemas dinâmicos variantes no tempo);

- Controle (regulação em torno de algum ponto de operação, controle ótimo e controle robusto);
- Processamento de sinais (cancelamento de ruídos, filtragem e interpolação);

Este capítulo objetiva ilustrar o problema de identificação de sistemas, abordando a utilização de modelos nebulosos TS com vistas aos pontos essenciais no procedimento de identificação. A fim de atingir este objetivo, uma breve introdução sobre identificação de sistemas e os assuntos essenciais relacionados aos procedimentos de identificação, desde o experimento inicial para aquisição de dados experimentais até a validação, são apresentados. Ainda, a utilização de modelos nebulosos TS nos contextos correspondentes aos procedimentos de identificação, será discutida.

2.1 Introdução à identificação de sistemas

2.1.1 Procedimentos básicos

A Fig. 2.1 mostra os procedimentos básicos utilizados para identificar um modelo para um sistema dinâmico: experimento, seleção da estrutura do modelo, estimação do modelo, validação do modelo. Logicamente, a intuição física ou algum conhecimento disponível sobre o sistema influenciará todos os procedimentos. Uma discussão sobre cada procedimento bem como a relação entre eles no problema de identificação é dada a seguir.

2.2 Experimento

O experimento é realizado aplicando-se um sinal de entrada, u_k , tal como degrau, soma de senóides, ruído branco, sinal pseudo-aleatório ou sinal binário, e avaliando o efeito sobre a saída y_k . O propósito é gerar um conjunto de dados que descrevem o comportamento do sistema dinâmico em toda a faixa de operação de interesse (Ljung [58]; Söderström & Stoica [112]). Considerando-se um sistema dinâmico com uma entrada e uma saída, isto é, um sistema SISO, o conjunto de dados de entrada \mathbf{u} e saída \mathbf{y} , agrupados na forma

$$\mathbf{X}^N = [\mathbf{y}, \mathbf{u}] \quad (2.1)$$

é usado para construir o modelo. Com esta notação, a extensão para sistemas MIMO é direta. Se o sistema dinâmico a ser identificado é instável ou contém dinâmica lentamente amortecida, é necessário conduzir o experimento em malha-fechada.

Os principais assuntos envolvidos no experimento são:

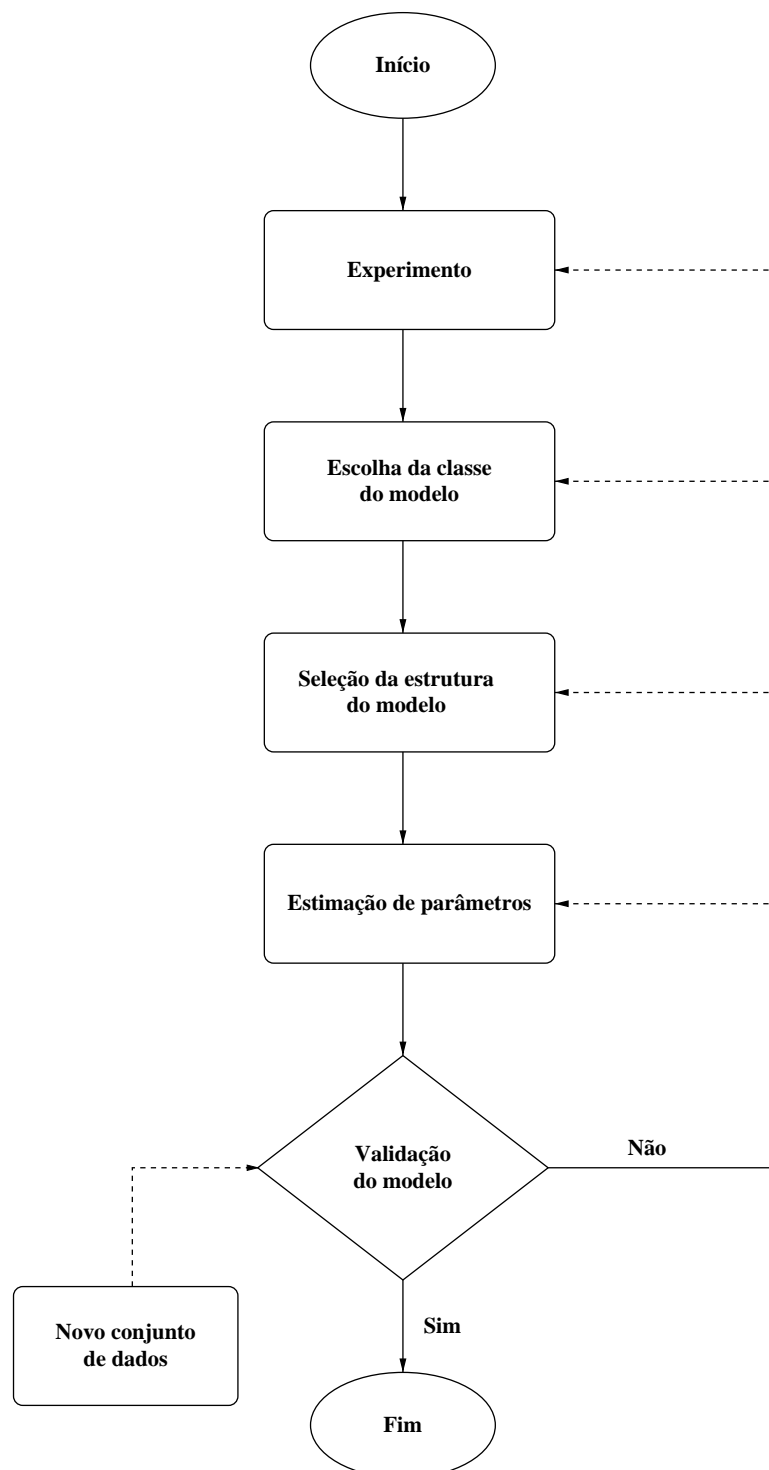


Figura 2.1: Procedimentos básicos para identificação de sistemas.

- Testes para decidir quando um modelo não-linear é relevante;
- Projeto do sinal de entrada para gerar o conjunto de dados com informação suficiente sobre o comportamento do sistema dinâmico;
- Escolha da frequência de amostragem;
- Pré-processamento dos dados para modelagem.

2.2.1 Análise de não-linearidade

Dependendo do tipo de aplicação, dentre as várias já apresentadas no início deste capítulo, o modelo a ser identificado pode ser linear ou não-linear. Considerando, por exemplo, que o modelo será usado no projeto de controle, à primeira vista um modelo linear seria suficiente, ainda que o sistema dinâmico seja não-linear. Esta escolha inicial, deve-se à facilidade de projeto e implementação de controladores baseados em modelos lineares, embora sua eficiência seja limitada a algum regime de operação nominal. Porém, há casos em que a decisão sobre a escolha de modelos lineares ou não-lineares para uma dada aplicação pode ser difícil e custosa. Neste caso, é desejável estabelecer alguns testes para avaliar quão não-linear o sistema dinâmico em questão realmente é. No que segue, alguns testes de não-linearidade são apresentados.

Análise de superposição

Duas características principais de sistemas não-lineares são que a aditividade e a homogeneidade não são satisfeitas. Estas propriedades, válidas para sistemas lineares, baseiam-se na definição de linearidade.

Definição 2.1 *Linearidade.* Um sistema dinâmico H é dito ser *linear* se e somente se

$$H(u_{k,1} + u_{k,2}) = Hu_{k,1} + Hu_{k,2} \quad (2.2)$$

$$H(\alpha u_{k,1}) = \alpha Hu_{k,1} \quad (2.3)$$

para entradas $u_{k,1}$ e $u_{k,2}$, e para algum número real α . Caso contrário, ele é *não-linear*.

A relação em (2.2) atende a *propriedade da aditividade* e em (2.3) atende a *propriedade da homogeneidade*. Um sistema dinâmico linear apresenta estas duas propriedades e, conseqüentemente, satisfaz o *princípio da superposição*. Para uma análise prática de não-linearidade pelo método da superposição aplica-se um sinal nulo ao sistema dinâmico e verifica-se o valor do nível DC

(*offset*), D , da saída em regime estacionário. Uma vez obtido este valor, o sistema dinâmico é submetido a dois sinais de entrada diferentes, $u_{k,1}$ e $u_{k,2}$,

$$u_{k,2} = cu_{k,1} \quad (2.4)$$

onde c é uma constante de proporcionalidade.

Se o sistema é linear, então

$$r_k = \frac{y_{k,2} - D}{y_{k,1} - D} = c \quad (2.5)$$

para todo k . O índice de não-linearidade do sistema dinâmico é dado por

$$v = \max \left| \frac{r_k - c}{c} \right| \quad (2.6)$$

o qual deve ser zero para sistemas dinâmicos lineares.

Estas condições são estabelecidas considerando-se o sistema dinâmico relaxado.

Definição 2.2 *Relaxação.* Um sistema é dito *relaxado* em k_0 se, e somente se, a saída $y_{[k_0, \infty)}$ é somente e unicamente excitada por $u_{[k_0, \infty)}$.

Como exemplo, um sistema dinâmico que armazena energia está relaxado no instante k_0 se não há energia armazenada neste instante. Assim sendo, aplicando-se uma entrada $u_{(-\infty, \infty)}$, a saída correspondente será excitada unicamente por u_k . Portanto, tem-se que

$$y_k = Hu_k \quad (2.7)$$

onde H é um operador ou função que especifica, unicamente, a saída y_k em função da entrada u_k .

Análise da resposta em frequência

A geração de harmônicas é uma característica típica de sistemas não-lineares. Enquanto a resposta em regime estacionário de um sistema dinâmico, linear invariante no tempo e estável, a uma entrada senoidal é uma senóide de mesma frequência e com amplitude proporcional à da entrada, um sistema dinâmico não-linear pode produzir oscilações harmônicas e sub-harmônicas e caóticas. Segundo Haber & Unbehauen [36], uma não-linearidade estática de grau n definida, pode produzir harmônicas com frequência de até n vezes a frequência do sinal de entrada. Esta relação pode ser usada para selecionar os termos não-lineares dominantes em um sistema dinâmico não-linear, ou seja,

selecionar o maior grau do termo não-linear que deve ser incluído na estrutura do modelo, o que é de muita utilidade em identificação de sistemas com estruturas do tipo Hammerstein e Wiener. Estas estruturas, a serem descritas na próxima seção, apresentam uma não-linearidade estática interconectada a um subsistema dinâmico linear e invariante no tempo.

2.2.2 Escolha da frequência de amostragem

Na maioria das aplicações de identificação e controle, as variáveis são registradas de forma discreta no tempo, ou seja, amostradas a cada período ou intervalo de amostragem, T_s . Em identificação de sistemas, se houver erro de quantização e, ainda, a frequência de amostragem é muito alta, comparada ao regime dinâmico sob consideração, podem ocorrer problemas de mal condicionamento numérico, pelo fato da matriz de regressores apresentar colunas linearmente dependentes (Aguirre [4]). Se a identificação é realizada para projeto de controle, a seleção da frequência de amostragem deve levar em conta o regime dinâmico em malha-fechada. Uma alta frequência de amostragem, leva a um rápido rastreamento da trajetória de referência, a um sinal de controle mais intenso, e o problema de mal condicionamento tende a ser mais evidente. Conseqüentemente, a frequência de amostragem deve ser selecionada tendo o compromisso de favorecer a identificação do modelo e o projeto do controlador.

2.2.3 Problema de maldição da dimensionalidade

Um problema geral em sistema de inferência nebuloso é o crescimento exponencial do número de regras em função do aumento na dimensão do seu espaço de entrada e saída. Ele é um dos principais obstáculos à aplicação de sistemas nebulosos a sistemas dinâmicos com um espaço de entrada n -dimensional relativamente grande, e é conhecido na literatura como *maldição da dimensionalidade* (*curse of dimensionality*). Uma estratégia eficiente para suprir esta deficiência é a *estrutura hierárquica*. Nesta estratégia, o espaço de entrada n -dimensional é particionado em subespaços de menor dimensão representados por um conjunto de sub-sistemas de inferência nebulosos conectados em cascata, conforme mostrado na Fig.2.2, o que proporciona a redução do número total de regras. Um sistema de inferência nebuloso de estrutura não-hierárquica, com espaço de entrada n -dimensional e v termos lingüísticos para cada entrada, apresenta um total de v^n regras. Uma estrutura hierárquica, com sub-sistemas de inferência nebulosos e espaço de entrada bidimensional, como ilustrado na Fig.2.2, e v termos lingüísticos para cada entrada, apresenta um total de $(n - 1)v^2 \mid_{n \geq 2}$ regras. Como um

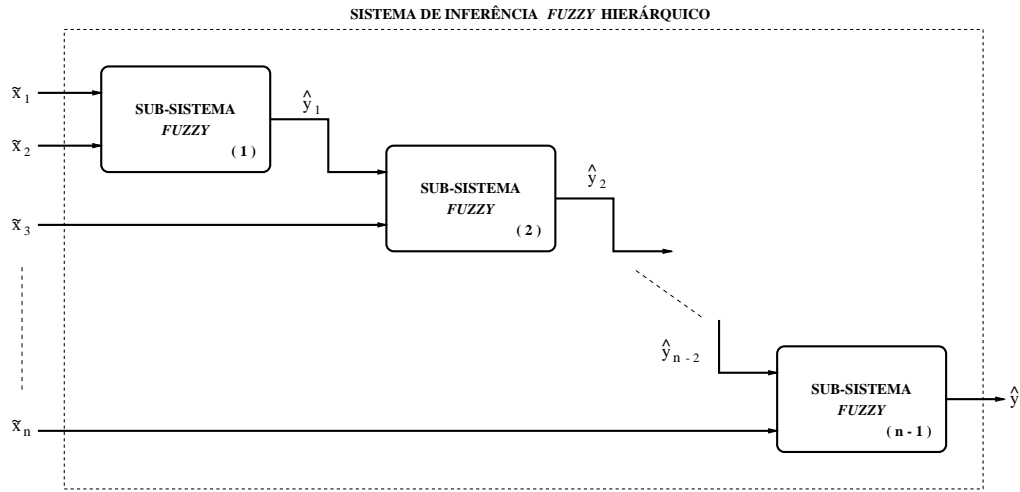


Figura 2.2: Estrutura nebulosa hierárquica. A saída de um sub-sistema de inferência torna-se a entrada de um outro sub-sistema, proporcionando um crescimento linear, e não exponencial, no número de regras.

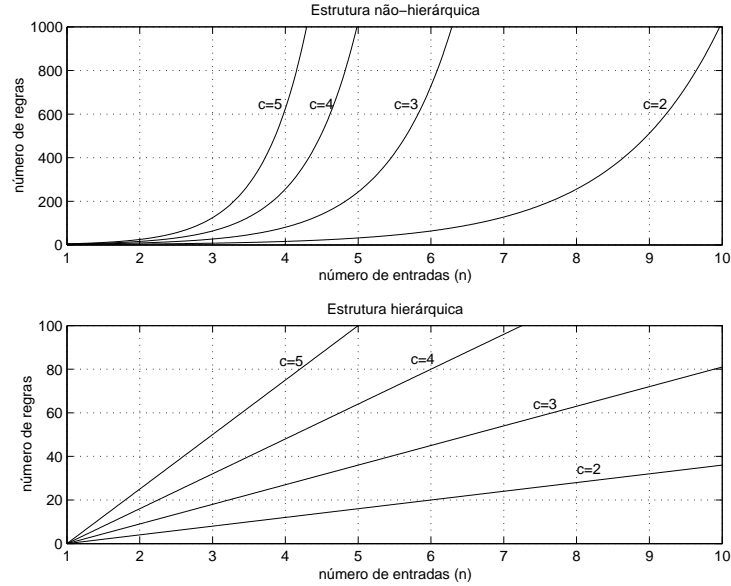


Figura 2.3: Relação entre o número de regras e a dimensão do espaço de entrada em estruturas hierárquica e não-hierárquica de sistemas de inferência nebulosos com valores específicos do número de partições para cada entrada lingüística.

exemplo, supondo $n = 4$ entradas e $v = 5$ termos lingüísticos para cada entrada, a estrutura hierárquica teria um total de 75 regras (cada sub-sistema teria 25 regras), enquanto que a estrutura não-hierárquica teria um total de 625 regras. A Fig.2.3 mostra, para as duas estruturas de sistema de inferência nebuloso, a relação entre o número de entradas e o número de regras para valores específicos de v . Observa-se, claramente, que na estrutura hierárquica o crescimento é linear, em contraste com a estrutura não-hierárquica onde o crescimento é exponencial. Uma estrutura hierárquica usando modelos relacionais nebulosos, bem como sua aplicação à modelagem e controle de sistemas dinâmicos, pode ser vista em Campello [21].

Outra estratégia para suprir o problema de explosão de regras é usar técnicas de agrupamento (*clustering*). A análise de *cluster* busca agrupar elementos de dados baseando-se na similaridade entre eles. No projeto de sistemas de inferência nebulosos, vários algoritmos de *clustering* também têm sido aplicados no espaço de entrada e/ou saída com o propósito de geração de regras (Gustafson & Kessel [35], Mckinney & Kehtarnavaz [62], Chopra *et al.* [25], Hathaway *et al.* [39], Hellendorn *et al.* [42], Kasabov *et al.* [50]).

2.2.4 Projeto do sinal de entrada

A primeira coisa a ser feita antes de selecionar um sinal de entrada é definir a faixa de operação do sistema dinâmico. Outro requisito fundamental é a condição de *excitação persistente*. Um sinal de entrada *excitante persistentemente* de ordem p é capaz de excitar p modos (regimes relacionados às autoestruturas) do sistema dinâmico [?]. Para identificação de sistemas lineares, por exemplo, é comum aplicar um sinal consistindo de várias senóides de amplitudes e, principalmente, de frequências diferentes, bem como sinais binários pseudo-aleatórios (PRBS) (Ljung [58]; Söderström & Stoica [112]; Aguirre [4]). Porém, para sistemas dinâmicos não-lineares, dentro da sua faixa de operação, é importante que todas as amplitudes e frequências, sejam representadas. A seguir, são apresentados alguns sinais com estas características.

Sinal constante por S_{max} amostras

Seja e_k um sinal do tipo ruído branco com média zero e variância σ_e^2 . O sinal definido por

$$u_k = e_{(int[\frac{k-1}{S_{max}}]+1)} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.8)$$

onde *int* define a parte inteira, terá um nível constante durante S_{max} amostras, conforme mostrado na Fig. 2.4.

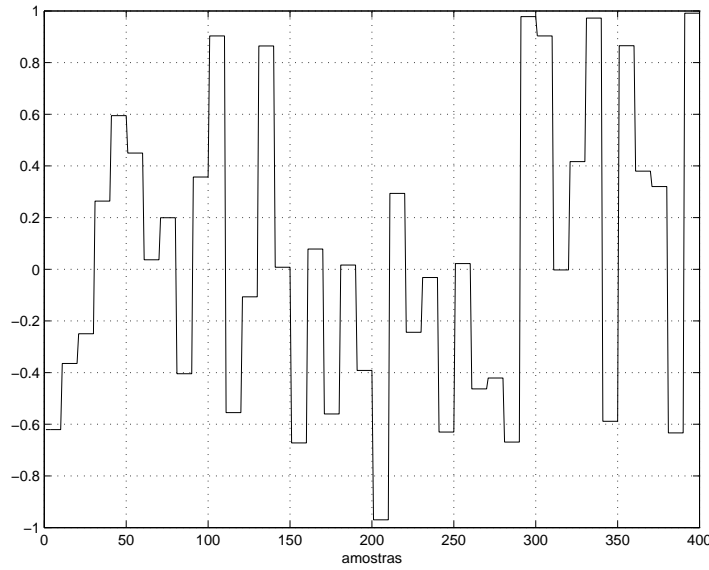


Figura 2.4: Sinal constante por $S_{max} = 10$ amostras no intervalo $[-1, 1]$.

Sinal com mudança aleatória de nível

Este sinal é uma extensão do anterior. A Fig. 2.5 mostra o sinal em questão. Ele é obtido por meio de uma variável aleatória que decide quando o nível irá mudar:

$$u_k = \begin{cases} u_{k-1} & \text{com probabilidade } \alpha \\ e_k & \text{com probabilidade } 1 - \alpha \end{cases} \quad (2.9)$$

Sinal Chirp

O sinal *chirp* é uma senóide com com uma frequência gradualmente crescente, conforme mostrado na Fig. 2.6. Assim, pode-se, precisamente, excitar os regimes dinâmicos na faixa de frequência desejada.

Este sinal é gerado da seguinte forma:

$$w_k = w_{inicial} + \frac{k}{N}(w_{final} - w_{inicial}) \quad (2.10)$$

onde w_k é a frequência do sinal senoidal com valor inicial $w_{inicial}$ e valor final w_{final} , N é o total de amostras, k é o instante discreto no tempo, e

$$u_k = u_0 + A \sin(w_k k T_s) \quad , \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.11)$$

onde u_k é o sinal de entrada com valor inicial u_0 , A é a amplitude da senóide e T_s é o valor do período de amostragem.

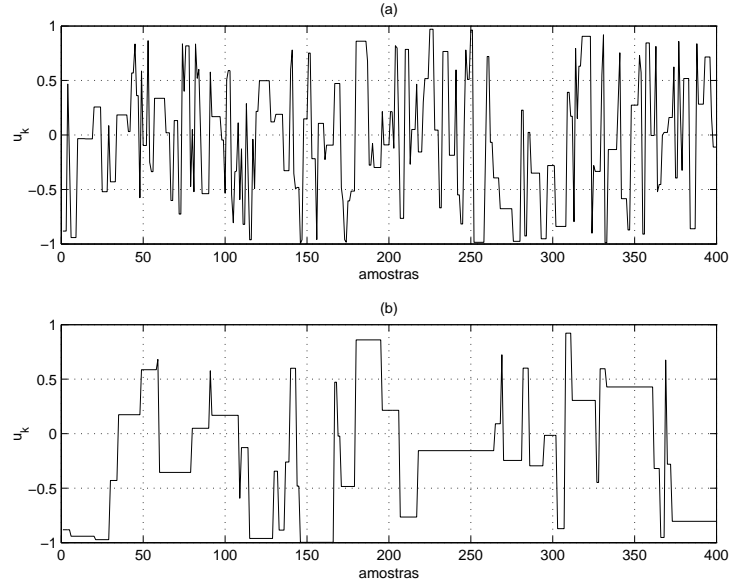


Figura 2.5: Sinal com mudança aleatória de nível. O sinal é mostrado, no intervalo $[-1, 1]$, para: (a) $\alpha = 0,6$ e (b) $\alpha = 0,9$.

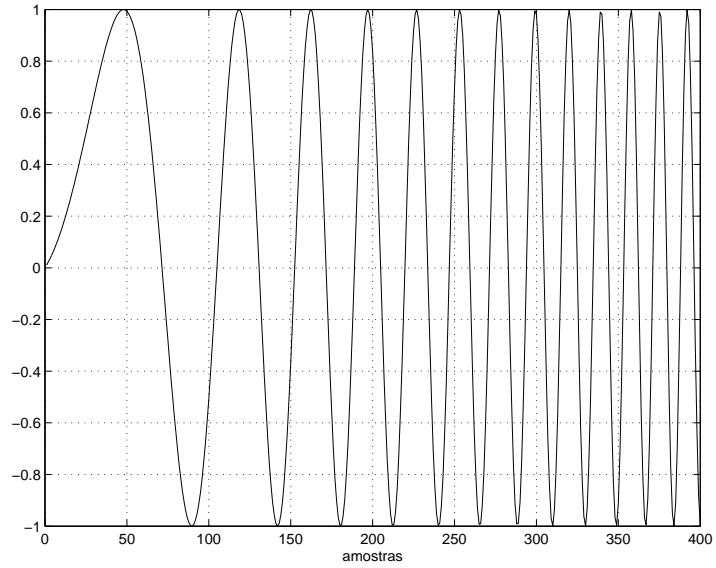


Figura 2.6: Sinal *chirp* com frequência variável na faixa $w_{inicial} = \frac{0,01}{T_s} \leq w_k \leq w_{final} = \frac{0,2}{T_s}$, e $T_s = 0,01$.

Na prática, independente do sinal de entrada a ser selecionado, é importante ressaltar o fato de que não sejam violadas as limitações físicas do sistema dinâmico sob consideração, bem como as restrições dos conversores, sensores e atuadores. Além disso, segundo Aguirre [4], em se tratando de um sistema dinâmico multivariável, é fundamental que os sinais de entrada usados para excitar o sistema dinâmico estejam descorrelacionados entre si, de maneira que o algoritmo de identificação possa atribuir um determinado efeito observado, numa saída, à entrada correspondente.

2.2.5 Pré-processamento dos dados

O pré-processamento é utilizado para extrair as informações mais importantes dos dados experimentais, de maneira que um modelo seja adequadamente identificado para uma dada aplicação. Dentre as técnicas utilizadas neste propósito, tem-se as seguintes:

- **Filtragem.** A filtragem é usada para remover sinais de ruído e efeitos dinâmicos desnecessários. Se um sistema dinâmico está sujeito a um ruído de alta frequência, é necessário removê-lo por meio de um filtro de pré-amostragem analógico para evitar o fenômeno de falseamento (*aliasing*) dos dados.
- **Remoção de outliers.** Em algumas aplicações práticas pode ocorrer a presença de sinais espúrios, *outliers*, os quais terão um grande impacto no modelo identificado com base nos dados experimentais. Uma forma de evitar o efeito de *outliers* é substituí-los por valores interpolados do sinal corrompido.

2.3 Seleção da estrutura do modelo

É sabido que, em identificação de sistemas, a seleção da estrutura do modelo pode ser o estágio mais difícil. Uma estrutura do modelo consiste num conjunto de modelos candidatos, ou seja, uma representação matemática, seja por entrada e saída ou no espaço de estados, que abrange uma família de modelos, dentro da qual um modelo mais adequado para a aplicação de interesse pode ser encontrado. O problema pode ser dividido em três subproblemas. Em *primeiro* lugar, é necessário especificar o tipo de modelo a ser usado: linear ou não-linear, representação interna ou externa, contínua ou discreta, entre outros. Em *segundo* lugar, é necessário decidir o tamanho do modelo: escolher as variáveis de entrada e saída possíveis, combinar as variáveis a usar no modelo, etc. Em *terceiro* lugar, é necessário parametrizar o modelo: funções de base ortonormais a serem usadas, método de parametrização

destas funções de base, etc.. Matematicamente falando, uma estrutura de modelo geral é dada por

$$\hat{y}_{k|\theta} = g(\phi_k, \theta) \in \mathfrak{R} \quad (2.12)$$

onde $\hat{y}_{k|\theta}$ é o valor predito e $g(\phi_k, \theta)$ é um preditor, isto é, baseia-se em sinais conhecidos até o instante $k - 1$ para prever a saída no instante k . A estrutura do preditor é uma função do vetor de regressão r -dimensional ϕ_k , o qual, basicamente, possui como componentes os valores dos sinais de entrada e saída até o índice $k - 1$. Este vetor é da forma

$$\phi_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-1}, \dots, u_{k-n_u}] \quad (2.13)$$

com n_y e n_u inteiros relacionados à ordem do sistema dinâmico, embora possa ser composto por algumas combinações dos sinais de entrada u_k , saída y_k e erro de predição $e_{k|\theta}$. O mapeamento de $g(\cdot, \cdot) : \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$ é parametrizado por $\theta \in \mathcal{D} \subset \mathfrak{R}^p$, onde \mathcal{D} é o conjunto factível dos p parâmetros em θ . Com esta formulação, a escolha da estrutura do modelo consiste em duas subtarefas:

1. A escolha da dinâmica, isto é, a escolha das variáveis que serão incorporadas ao vetor de regressão ϕ_k ;
2. A escolha do mapeamento estático $g(\cdot, \cdot)$.

A seleção da estrutura do modelo é o primeiro passo na construção de modelos para sistemas dinâmicos. Com este objetivo em mente, a partir dos dados experimentais, pode-se extrair o máximo de informação possível que possa levar a uma estrutura de modelo adequada ou, a partir de uma estrutura de modelo candidata (modelo neural, modelo nebuloso, ARMAX, etc.), verificar a eficiência da mesma na representação do regime dinâmico nominal. Dessa forma, tem-se que: a estrutura do modelo pode ser fixa e os parâmetros podem ser obtidos a partir dos dados experimentais; a estrutura do modelo pode ser estabelecida com base nas informações físicas dos dados experimentais; a estrutura do modelo pode ser deduzida pela combinação das informações físicas e os parâmetros determinados a partir dos dados experimentais.

A escolha do tipo de modelo, das variáveis de entrada e saída a serem utilizadas e a ordem do modelo escolhido são etapas essenciais para se chegar à uma estrutura adequada (Pearson [72]). Em Aguirre [4] são descritas algumas ferramentas úteis para a escolha da estrutura de modelos lineares e não-lineares, bem como um conjunto de exemplos e comentários abordando os principais aspectos para se chegar à uma estrutura de modelo adequada. Em Anders & Franchek [9] é feita a implementação de uma abordagem de

identificação, baseada em variável instrumental e modelos de Volterra, para controle de velocidade em um motor, considerando-se aspectos práticos para a seleção da estrutura, da ordem do modelo bem como o projeto da sequência de entrada.

Em modelagem nebulosa, o problema de seleção da estrutura pode ser dividido em três subproblemas: escolha das variáveis de entrada e saída, representação da dinâmica do sistema e determinação do número de partições por variável (Hellendoorn & Driankov [42]). As variáveis de entrada e saída dos sistemas dinâmicos, embora supostamente conhecidas na maioria das aplicações de identificação, podem não ser tão claras, principalmente em sistemas dinâmicos multivariáveis, de forma que a análise de correlação e/ou conhecimento *a priori* devem ser usados. Para representar um sistema dinâmico, o problema de identificação é transformado em um problema de regressão, onde o modelo nebuloso consiste numa representação por espaço de estados ou por entrada e saída. A definição do número de partições está relacionada com o número de regras e, logo, com as propriedades de aproximação e complexidade do modelo nebuloso.

Esta seção objetiva apresentar algumas estruturas de modelo para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares. As estruturas de modelos lineares, também apresentadas, servem como ponto de partida à análise das estruturas não-lineares com uma formulação nebulosa TS (Hellendoorn & Driankov [42], Sjöberg et al. [111], Serra & Bottura [92]), as quais, por sua vez, considerase como uma generalização das estruturas lineares, de modo que as técnicas de identificação bem como de projeto de controle convencionais possam ser estendidas para sistemas dinâmicos não-lineares a partir desta formulação.

2.3.1 Estruturas de modelo lineares

Antes de apresentar algumas estruturas de sistemas dinâmicos SISO lineares relevantes para o estudo desta tese, é importante descrever, matematicamente, sem perda de generalidade, os termos *sistema*, *estrutura do modelo* e *modelo*.

- O *sistema* real é suposto ser descrito por

$$y_k = G_0(q^{-1}, \theta)u_k + H_0(q^{-1}, \theta)e_k \quad (2.14)$$

onde, no instante k , θ é o vetor de parâmetros nominais, o índice 0 em G_0 denota o sistema original, y_k é a saída, u_k é a entrada, e_k é um ruído branco independente da entrada u_k e que possui uma certa função densidade de probabilidade, G_0 e H_0 são funções racionais de ordem finita, no domínio z , em q^{-1} . O argumento q^{-d} representa um

deslocamento d passos para trás, onde q é um operador de deslocamento para frente [16]. No caso multivariável, y_k , u_k e e_k são vetores enquanto G_0 e H_0 são matrizes polinomiais em q^{-1} .

- A *estrutura do modelo* é um conjunto parametrizado de modelos candidatos

$$\begin{aligned} \mathcal{M} : \{ & G(q^{-1}, \theta); H(q^{-1}, \theta) \mid \theta \in \mathcal{D} \\ & y_k = G(q^{-1}, \theta)u_k + H(q^{-1}, \theta)e_k \} \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde θ corresponde aos p parâmetros ajustáveis, e \mathcal{D} é algum subconjunto de \mathbb{R}^p a partir do qual um modelo satisfatório deve ser obtido. Multiplicando ambos termos de (2.15) por $H(q^{-1}, \theta)^{-1}$, tem-se

$$H(q^{-1}, \theta)^{-1}y_k = H(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)^{-1}u_k + e_{k|\theta} \quad (2.16)$$

$$H(q^{-1}, \theta)^{-1}y_k = H(q^{-1}, \theta)^{-1}G(q^{-1}, \theta)u_k + y_k - \hat{y}_{k|\theta} \quad (2.17)$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = H(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)^{-1}u_k + y_k - H(q^{-1}, \theta)^{-1}y_k \quad (2.18)$$

E o preditor da estrutura do modelo é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = H(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)^{-1}u_k + [1 - H(q^{-1}, \theta)^{-1}]y_k \quad (2.19)$$

De acordo com Söderström & Stoica [112], a consideração básica sobre o conjunto \mathcal{D} é

$$\mathcal{D} = \left\{ \theta \mid \begin{array}{l} H(q^{-1}, \theta)^{-1}G(q^{-1}, \theta) \text{ assintoticamente estável} \\ H(q^{-1}, \theta)^{-1} \text{ assintoticamente estável} \\ G(0, \theta) = 0, H(0, \theta) = 1 \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

a qual garante que o preditor permanece estável. As suposições de que $G(0, \theta) = 0$ e $H(0, \theta) = 1$ reflete o fato das previsões dependerem apenas das entradas e saídas passadas. Além disso, supõe-se que a estrutura do modelo \mathcal{S} é suficiente para descrever o sistema dinâmico real, isto é

$$\mathcal{S} \in \mathcal{M} \quad (2.21)$$

e

$$\theta \in \mathcal{D} \quad (2.22)$$

- Um *modelo* corresponde a uma escolha particular do vetor de parâmetros, ou seja, $\theta = \hat{\theta}$.

A diferença entre os modelos está de acordo com a densidade espectral do ruído e como o ruído influencia o sistema dinâmico. A estrutura do modelo é dada por

$$A(q^{-1}, \theta)y_k = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \theta)}{F(q^{-1}, \theta)} u_k + \frac{C(q^{-1}, \theta)}{D(q^{-1}, \theta)} e_k \quad (2.23)$$

onde

$$\begin{aligned} A(q^{-1}, \theta) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \\ B(q^{-1}, \theta) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \\ C(q^{-1}, \theta) &= 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_l q^{-l} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} D(q^{-1}, \theta) &= 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_s q^{-s} \\ F(q^{-1}, \theta) &= 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_l q^{-r} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Os polinômios $A(q^{-1}, \theta)$, $C(q^{-1}, \theta)$, $D(q^{-1}, \theta)$ e $F(q^{-1}, \theta)$ são *mônios*, por terem 1 como o primeiro coeficiente.

Modelos FIR

A estrutura de modelo mais simples corresponde à escolha

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} B(q^{-1}, \theta) ; H(q^{-1}, \theta) = 1 \quad (2.26)$$

cujo preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = q^{-d} B(q^{-1}, \hat{\theta}) u_k \quad (2.27)$$

ou na forma de regressão

$$\hat{y}_{k|\theta} = \phi_k^T \hat{\theta} \quad (2.28)$$

onde o vetor de regressão é definido por

$$\phi_k = [u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}]^T \quad (2.29)$$

onde k é o instante de amostragem, n_u é um inteiro relacionado à ordem do sistema, e d é o tempo de atraso. O vetor de parâmetros correspondente é

$$\theta = [b_0, \dots, b_m]^T \quad (2.30)$$

É importante ressaltar o fato de que um sistema SISO com pólos não pode ser descrito exatamente por um modelo FIR de ordem finita. Porém, se o sistema dinâmico é estável e a resposta ao impulso decai de forma razoavelmente rápida, o seu comportamento pode ser satisfatoriamente aproximado se $B(q^{-1}, \theta)$ é selecionado como os primeiros m coeficientes da resposta ao impulso. Este tipo de representação também é conhecido como *seqüência de ponderação* e os parâmetros do modelo como *parâmetros de Markov* (Söderström & Stoica [112], Juang [47]).

Modelos ARX

A estrutura de modelo ARX corresponde à escolha

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)} ; H(q^{-1}, \theta) = \frac{1}{A(q^{-1}, \theta)} \quad (2.31)$$

cujo preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = q^{-d} B(q^{-1}, \hat{\theta}) u_k + [1 - A(q^{-1}, \hat{\theta})] y_k \quad (2.32)$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = \phi_k^T \hat{\theta} \quad (2.33)$$

com

$$\phi_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}]^T \quad (2.34)$$

$$\hat{\theta} = [-\hat{a}_1, \dots, -\hat{a}_n, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_m]^T \quad (2.35)$$

Esta descrição também é conhecida como CAR, *modelo do erro de equação e modelo série-paralelo*.

Modelos ARMAX

Esta estrutura, mais geral que a ARX, corresponde à escolha

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \theta)}{C(q^{-1}, \theta)} ; H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)} \quad (2.36)$$

cujo preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \hat{\theta})}{C(q^{-1}, \hat{\theta})} u_k + [1 - \frac{A(q^{-1}, \hat{\theta})}{C(q^{-1}, \hat{\theta})}] y_k \quad (2.37)$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = q^{-d} B(q^{-1}, \hat{\theta}) u_k + [1 - A(q^{-1}, \hat{\theta})] y_k + [C(q^{-1}, \hat{\theta}) - 1] e_{k|\theta} \quad (2.38)$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = \phi_k^T \hat{\theta} \quad (2.39)$$

onde $e_{k|\theta} = y_k - \hat{y}_{k|\theta}$ é o *erro de predição* ou *resíduo*. O vetor de regressão e de parâmetros são, respectivamente, dados por

$$\phi_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}, e_{k|\theta}, \dots, e_{k-l|\theta}]^T \quad (2.40)$$

$$\theta = [-\hat{a}_1, \dots, -\hat{a}_n, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_m, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_l]^T \quad (2.41)$$

Devido à presença de $C(q^{-1}, \theta)$, o preditor apresenta pólos, os quais devem estar dentro do círculo unitário para garantir estabilidade. Ainda, os pólos implicam que o vetor de regressão depende dos parâmetros do modelo do ruído, o que torna a estimação paramétrica mais complicada.

Modelos OE

A estrutura de modelo do erro de saída, ou paralelo, é usada se, e somente se, um ruído branco corrompe aditivamente a saída do sistema:

$$y_k = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \theta)}{F(q^{-1}, \theta)} + e_k \quad (2.42)$$

Isso corresponde à seguinte escolha de $G(q^{-1}, \theta)$ e $H(q^{-1}, \theta)$

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1}, \theta)}{F(q^{-1}, \theta)} ; H(q^{-1}, \theta) = 1 \quad (2.43)$$

O preditor para esta estrutura é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = q^{-d} B(q^{-1}, \hat{\theta}) u_k + [1 - F(q^{-1}, \hat{\theta})] \hat{y}_{k|\theta} \quad (2.44)$$

ou

$$\hat{y}_{k|\theta} = \phi_k^T \hat{\theta} \quad (2.45)$$

onde

$$\phi_k = [\hat{y}_{k-1|\theta}, \dots, \hat{y}_{k-r|\theta}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}]^T \quad (2.46)$$

$$\hat{\theta} = [-\hat{f}_1, \dots, -\hat{f}_r, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_m]^T \quad (2.47)$$

de maneira que para o preditor ser estável os pólos de $F(q^{-1}, \hat{\theta})$ devem estar dentro do círculo unitário.

Modelos no Espaço de estado

A descrição no espaço de estado é uma forma alternativa, além da representação de entrada e saída, supondo-se que o sistema possa ser descrito por um conjunto de equações de diferenças finitas de primeira ordem. A equação dinâmica de um sistema linear e invariante no tempo discreto LTI é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B} u_k \\ y_k &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k + \mathbf{D} u_k \end{aligned} \quad (2.48)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, u_k é a entrada e y_k é a saída. Se \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} forem dependentes de k , tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k u_k \\ y_k &= \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k u_k \end{aligned} \quad (2.49)$$

sendo que, neste caso, o sistema é linear e variante no tempo discreto.

2.3.2 Estruturas de modelo Nebuloso Takagi-Sugeno

Em primeira instância, a utilização de modelos não-lineares advém do fato de os sistemas dinâmicos reais serem, por natureza, não-lineares. No entanto é possível descrever o regime de operação do sistema dinâmico, com exceção dos sistemas bilineares, por um modelo linear quando a mudança do regime de operação nominal for pequena quando o sistema dinâmico é submetido a diferentes condições operacionais. Logo, a escolha de modelos não-lineares é motivada não só pelo fato de o sistema dinâmico ser não-linear, mas pela possibilidade de se representar os diferentes regimes de operação nominais em diferentes condições operacionais, onde a representação por um modelo linear é inadequada. Neste sentido, o objetivo desta seção é apresentar, brevemente, estruturas de modelo não-lineares; em particular, algumas estruturas que podem ser formuladas com base no sistema de inferência nebuloso TS. Em Aguirre [4] são apresentadas diversas representações matemáticas não-lineares comumente usadas e, em mais detalhes, a representação polinomial e a racional NARMAX, bem como algumas ferramentas úteis na análise, determinação da estrutura e estimação de parâmetros destes modelos.

Para identificação de sistemas não-lineares, o problema da seleção de estruturas de modelo torna-se mais complexo. Basicamente, a escolha de tal estrutura não-linear leva em conta os seguintes pontos:

- Selecionar as entradas do modelo;
- Selecionar a arquitetura interna do mapeamento não-linear;

Visto que o modelo nebuloso TS, sendo um aproximador universal [118], é uma ferramenta eficiente para mapear a relação de entrada e saída de um sistema dinâmico a partir de dados experimentais, várias estruturas não-lineares podem ser estabelecidas. Uma abordagem comum é a utilização do vetor de regressão usado em estruturas lineares, mas com arquitetura interna nebulosa TS. Esta abordagem apresenta as seguintes vantagens:

- É uma extensão natural das estruturas de modelo lineares conhecidas;
- A arquitetura interna pode ser expandida gradualmente dando maior flexibilidade para modelar dinâmicas não-lineares complexas;
- Pode representar sistemas MISO diretamente e sistemas MIMO em uma forma decomposta como um conjunto de modelos MISO acoplados;
- É adequada para projeto de controle.

No caso não-linear, os dados são gerados por

$$y_k = g(\phi_k, \theta) + e_k \quad (2.50)$$

e o preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = g(\phi_k, \hat{\theta}) \quad (2.51)$$

onde ϕ_k é o vetor de regressão, $\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimados e $g(\cdot, \cdot)$ é o mapeamento não-linear. Dependendo da escolha do vetor de regressão, tem-se diferentes estruturas de modelo não-linear nebuloso TS. Ainda, é importante ressaltar que se o vetor de regressores for o mesmo, isso não implica numa mesma estrutura. Se o vetor de regressão é selecionado como ARX, a estrutura é conhecida como NARX. Uma análise similar é feita para as estruturas nebulosas NARMAX, NOE, etc..

Modelos nebulosos NARX

O modelo NARX estabelece uma relação não-linear entre a coleção de dados de entrada e saída passados e a saída predita presente:

$$\hat{y}_{k|\theta} = g([y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}], \hat{\theta}) \quad (2.52)$$

onde k é o instante de amostragem, n_y e n_u são inteiros relacionados à ordem do sistema, e d é o tempo de atraso. Em termos de regras, o modelo é dado por

R^i : SE y_{k-1} é F_1^i E \dots E y_{k-n_y} é $F_{n_y}^i$ E u_{k-d} é G_1^i E \dots E u_{k-d-n_u} é $G_{n_u}^i$

$$\text{ENTÃO } \hat{y}_{k|\theta}^i = \sum_{j=1}^{n_y} \hat{a}_{i,j} y_{k-j} + \sum_{j=1}^{n_u} \hat{b}_{i,j} u_{k-d-j} + \hat{c}_i \quad (2.53)$$

onde $\hat{a}_{i,j}$, $\hat{b}_{i,j}$ e \hat{c}_i são os parâmetros do consequente a serem determinados. O preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = \frac{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i}{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k)} \quad (2.54)$$

ou

$$\hat{y}_{k|\theta} = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i \quad (2.55)$$

com

$$\mathbf{x}_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}] \quad (2.56)$$

onde $h_i(\mathbf{x}_k)$ é dado como em (1.8).

Modelos nebulosos NOE

O modelo NOE estabelece uma relação não-linear entre a coleção de dados de entrada e saída predita passados e a saída predita presente:

$$\hat{y}_{k|\theta} = g([\hat{y}_{k-1}, \dots, \hat{y}_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}], \hat{\theta}) \quad (2.57)$$

onde k é o instante de amostragem, n_y e n_u são inteiros relacionados à ordem do sistema, e d é o tempo de atraso. Em termos de regras, o modelo é dado por

$$R^i : \text{SE } \hat{y}_{k-1} \text{ é } F_1^i \text{ E } \dots \text{ E } \hat{y}_{k-n_y} \text{ é } F_{n_y}^i \text{ E } u_{k-d} \text{ é } G_1^i \text{ E } \dots \text{ E } u_{k-d-n_u} \text{ é } G_{n_u}^i$$

$$\text{ENTÃO } \hat{y}_{k|\theta} = \sum_{j=1}^{n_y} \hat{a}_{i,j} \hat{y}_{k-j} + \sum_{j=1}^{n_u} \hat{b}_{i,j} u_{k-d-j} + \hat{c}_i \quad (2.58)$$

onde $\hat{a}_{i,j}$, $\hat{b}_{i,j}$ e \hat{c}_i são os parâmetros do conseqüente a serem determinados. O preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = \frac{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i}{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k)} \quad (2.59)$$

ou

$$\hat{y}_{k|\theta} = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i \quad (2.60)$$

com

$$\mathbf{x}_k = [\hat{y}_{k-1}, \dots, \hat{y}_{k-r}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}] \quad (2.61)$$

onde $h_i(\mathbf{x}_k)$ é dado em (1.8).

Modelos nebulosos NARMAX

O modelo NARMAX inclui os valores passados do erro de predição no vetor de regressão:

$$\hat{y}_{k|\theta} = g([y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}, e_{k-1|\theta}, \dots, e_{k-l|\theta}]^T, \hat{\theta}) \quad (2.62)$$

onde k é o instante de amostragem, n_y e n_u são inteiros relacionados à ordem do sistema, e d é o tempo de atraso. Em termos de regras, o modelo é dado por

$$R^i : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_1^i \text{ E } \dots \text{ E } y_{k-n_y} \text{ é } F_{n_y}^i \text{ E } u_{k-d} \text{ é } G_1^i \text{ E } \dots \text{ E } u_{k-d-n_u} \text{ é } G_{n_u}^i$$

$$E\ e_{k-1|\theta} \text{ é } M_1^i \ E \ \dots \ E\ e_{k-l|\theta} \text{ é } M_l^i$$

$$\text{ENTÃO } \hat{y}_{k|\theta}^i = \sum_{j=1}^{n_y} \hat{a}_{i,j} y_{k-j} + \sum_{j=1}^{n_u} \hat{b}_{i,j} u_{k-d-j} + \sum_{j=1}^l \hat{c}_{i,j} e_{k-j|\theta} \quad (2.63)$$

onde $\hat{a}_{i,j}$, $\hat{b}_{i,j}$ e $\hat{c}_{i,j}$ são os parâmetros do conseqüente a serem determinados. O preditor é dado por

$$\hat{y}_{k|\theta} = \frac{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i}{\sum_{i=1}^l h_i(\mathbf{x}_k)} \quad (2.64)$$

ou

$$\hat{y}_{k|\theta} = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\mathbf{x}_k) \hat{y}_{k|\theta}^i \quad (2.65)$$

com

$$\mathbf{x}_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-r}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}, e_{k-1|\theta}, \dots, e_{k-l|\theta}] \quad (2.66)$$

onde $h_i(\mathbf{x}_k)$ é dado em (1.8).

Modelos nebulosos no Espaço de estado

Um sistema dinâmico não-linear no tempo discreto, apresenta a seguinte forma geral

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= F(\mathbf{x}_k, u_k, \theta \in \vartheta) \\ y_k &= G(\mathbf{x}_k, u_k, \theta \in \vartheta) \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, u_k é a entrada, y_k é a saída e θ é o vetor de parâmetros possivelmente variantes no tempo. As funções F e G podem muito bem ser representadas por um modelo nebuloso TS. Em termos de regras, o modelo é dado por

$$\begin{aligned} R^i : \text{SE } \theta_1 \text{ é } F_1^i \text{ E } \theta_2 \text{ é } F_2^i \text{ E } \dots \text{ E } \theta_p \text{ é } F_p^i \\ \text{ENTÃO } \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^i = \hat{F}^i(\mathbf{x}_k, u_k, \theta \in \vartheta) \\ \hat{y}_k^i = \hat{G}^i(\mathbf{x}_k, u_k, \theta \in \vartheta) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.68)$$

O preditor é dado por

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta}) \hat{F}^i(\mathbf{x}_k, u_k, \hat{\theta} \in \vartheta) \quad (2.69)$$

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta}) \hat{G}^i(\mathbf{x}_k, u_k, \hat{\theta} \in \vartheta) \quad (2.70)$$

onde $\gamma_i(\theta)$ é o mesmo que em (1.9). A escolha das funções do conseqüente depende do tipo de aplicação. No entanto, considerando sistemas LTI no conseqüente, tem-se

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta})(\mathbf{A}^i \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^i u_k) = \mathbf{A}(\hat{\theta}) \mathbf{x}_k + \mathbf{B}(\hat{\theta}) u_k \quad (2.71)$$

$$\hat{y}_k^i = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta})(\mathbf{C}^i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}^i u_k) = \mathbf{C}(\hat{\theta}) \mathbf{x}_k + \mathbf{D}(\hat{\theta}) u_k \quad (2.72)$$

ou

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta})(\mathbf{A}^i \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^i u_k + \mathbf{a}^i) = \mathbf{A}(\hat{\theta}) \mathbf{x}_k + \mathbf{B}(\hat{\theta}) u_k + \mathbf{a}(\hat{\theta}) \quad (2.73)$$

$$\hat{y}_k^i = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\hat{\theta})(\mathbf{C}^i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}^i u_k + \mathbf{c}^i) = \mathbf{C}(\hat{\theta}) \mathbf{x}_k + \mathbf{D}(\hat{\theta}) u_k + \mathbf{c}(\hat{\theta}) \quad (2.74)$$

onde $\mathbf{a}^i \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{c}^i \in \mathbb{R}^q$ são os termos de *offset* usados para melhorar significativamente o desempenho em aplicações de aproximação, $\mathbf{A}^i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}^i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C}^i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ e $\mathbf{D}^i \in \mathbb{R}^{q \times m}$. As equações (2.71) e (2.72) correspondem ao modelo nebuloso TS homogêneo, enquanto que as equações (2.73) e (2.74) correspondem ao modelo nebuloso TS afim [13]. Assim, estes sistemas podem ser vistos como uma classe de sistemas LPV onde $\hat{\theta} \in \vartheta$ e os pesos $\gamma^i(\hat{\theta})$ definem uma decomposição convexa de ϑ descrita pela base de regras. Então, os métodos desenvolvidos para sistemas LPV também podem ser usados para modelos nebulosos TS com a vantagem de que estes são aproximadores universais, isto é, um sistema dinâmico não-linear pode ser aproximado por eles com uma precisão arbitrária.

O modelo LPV tem recebido muita atenção nos últimos anos. A sua equação dinâmica, de forma geral, é dada por

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{x}_k + \mathbf{B}(\theta) u_k + w_k \quad (2.75)$$

$$y_k = \mathbf{C}(\theta) \mathbf{x}_k + \mathbf{D}(\theta) u_k + v_k \quad (2.76)$$

onde w_k e v_k são ruídos brancos independentes do sinal de entrada, u_k , e

$$\mathbf{E} \left\{ \begin{bmatrix} w_k \\ v_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_k^T & v_k^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_w(\theta) & \mathbf{R}_{wv}(\theta) \\ \mathbf{R}_{wv}^T(\theta) & \mathbf{R}_v(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

O vetor $\theta_k \in \mathbb{R}^p$ é um vetor de parâmetros variantes com o tempo, supostamente conhecido, dentro de um conjunto compacto $\theta \in \vartheta$ com variação limitada

$$|\theta_k^i - \theta_{k-1}^i| \leq s_i^{max} \quad (2.78)$$

onde $s_i^{max} \geq 0 \mid i=1,2,\dots,p$. A vantagem desta classe de sistemas é a possibilidade de estender as técnicas de análise de sistemas LTI para os LPV. O projeto de controle para estes sistemas é formulado como um problema de escalonamento de ganhos (*gain scheduling*), visto que a matriz de ganho varia com o parâmetro θ .

O preditor de um passo à frente, *forma inovativa no espaço de estado*, é dado por

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|\theta} = \mathbf{A}(\hat{\theta})\hat{\mathbf{x}}_{k|\theta} + \mathbf{B}(\hat{\theta})u_k + \mathbf{K}(\hat{\theta})e_{k|\theta} \quad (2.79)$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = \mathbf{C}(\hat{\theta})\hat{\mathbf{x}}_{k|\theta} \quad (2.80)$$

onde, omitindo-se o índice θ por simplicidade,

$$\mathbf{K} = [\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{wv}][\mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{C} + \mathbf{R}_v]^{-1} \quad (2.81)$$

e \mathbf{P} representa a solução da equação de Riccati estacionária

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^T + \mathbf{R}_w - [\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{wv}][\mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_v]^{-1}[\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{wv}]^T \quad (2.82)$$

A relação entre a forma no espaço de estado e a forma geral de entrada e saída é dada por

$$G(q^{-1}, \theta) = \mathbf{C}(\theta)[q\mathbf{I} - \mathbf{A}(\theta)]^{-1}\mathbf{B}(\theta) \quad (2.83)$$

$$H(q^{-1}, \theta) = \mathbf{C}(\theta)[q\mathbf{I} - \mathbf{A}(\theta)]^{-1}\mathbf{K}(\theta) + \mathbf{I} \quad (2.84)$$

Modelos de Hammerstein nebulosos

Em identificação de sistemas, o modelo de Hammerstein foi usado, aparentemente, pela primeira vez em Narendra & Gallman [65], onde um método iterativo para identificação de sistemas lineares é estendido ao problema de identificação não-linear. Nessa proposta, o operador de Hammerstein com uma não-linearidade polinomial foi usado e a identificação consistiu na obtenção das partes linear e não-linear minimizando um critério de desempenho quadrático. Desde então, vários métodos têm sido propostos para a estimação de tais modelos, os quais são formados por uma interconexão em cascata de uma não-linearidade estática $\mathcal{N}(\cdot)$, seguida por um subsistema dinâmico linear e invariante no tempo $G(\theta, q^{-1})$. Esta estrutura é mostrada na Fig. 2.7, onde a não-linearidade mapeia a entrada u_k em uma variável intermediária $v_k = \mathcal{N}(u_k)$ e o modelo linear $G(\theta, q^{-1})$ mapeia a sequência intermediária $\{v_k\}$ na sequência de saída do modelo $\{y_k\}$.

A partir da Fig. 2.7, tem-se

$$y_k = G(\theta, q^{-1})\mathcal{N}(u_k) \quad (2.85)$$

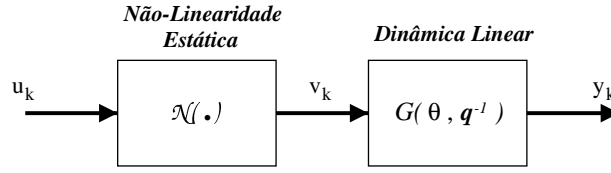


Figura 2.7: Modelo de Hammerstein.

$$y_k = \sum_{i=1}^{n_y} a_i y_{k-i} + \sum_{j=1}^{n_u} b_j \mathcal{N}(u_{k-j-d+1}) \quad (2.86)$$

onde y_k é a saída, u_k é a entrada, a_i e b_j são coeficientes escalares, $\mathcal{N}(\cdot)$ é o mapeamento não-linear estático, $\theta = [a_1, \dots, a_{n_y}, b_1, \dots, b_{n_u}] \in \Re^{1 \times (n_y + n_u)}$ é o vetor de parâmetros do modelo linear, d é o tempo de atraso do sistema dinâmico e $n_u, n_y \in \Re$ são escalares relacionados à ordem do sistema. Do ponto de vista qualitativo, estes modelos apresentam comportamentos similares aos dos modelos lineares em que foram baseados. Esta análise fundamenta-se, de acordo com a eq. (2.86), no fato de que o mapeamento realizado pela não-linearidade é estático. Assim, supondo uma seqüência de entrada qualquer, a seqüência da variável intermediária apresentará transições nos mesmos instantes da seqüência de entrada, mas com valores diferentes, de maneira que a resposta transitória será inteiramente definida pelo subsistema dinâmico linear $G(\theta, q^{-1})$, visto que este é o único bloco que apresenta um comportamento dinâmico no modelo de Hammerstein. Esta estrutura de modelo encontra aplicações práticas em processos químicos (Pearson & Pottmann [73], Nugroho et al. [69]), processos biológicos (Westwick & Kearney [131]), identificação (Alonge et al. [7], Stoica [114]), controle (Fruzzetti et al. [30]), dentre outras.

O modelo de Hammerstein nebuloso é usado para aproximar processos de Hammerstein, cuja representação é da forma (2.86). Se o ganho do subsistema linear é igual a um,

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_y} b_i}{1 - \sum_{j=1}^{n_y} a_j} = 1 \quad (2.87)$$

o comportamento em regime estacionário é dado por $u_s = \mathcal{N}(y_s)$, onde u_s e y_s são as variáveis de entrada e saída em regime estacionário. Por ser uma não-linearidade estática, este mapeamento pode ser representado por um modelo nebuloso TS de ordem zero, ou seja, os consequentes das regras são polinômios de ordem zero (constantes). A i -ésima regra TS é da seguinte forma:

$$\mathfrak{R}^i : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{j|\tilde{x}_1}^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{j|\tilde{x}_n}^i \text{ ENTÃO } \tilde{y}_{s,i} = d_i \quad (2.88)$$

onde l é o número de regras. O vetor $\tilde{\mathbf{x}} \in \Re^n$ contém as variáveis lingüísticas do antecedente. Cada variável lingüística tem seu próprio universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ particionado por conjuntos nebulosos que representam os termos lingüísticos correspondentes. A variável \tilde{x}_t pertence ao conjunto nebuloso $F_{j|\tilde{x}_t}^i$ com um valor $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : R \rightarrow [0, 1]$, onde $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i \in \{\mu_{F_{1|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{2|\tilde{x}_t}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i}^i\}$. A resposta do modelo TS é dada por:

$$\hat{y}_s = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) d_i \quad (2.89)$$

onde $\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}})$ é o grau de ativação normalizado, usando o produto algébrico, da i -ésima regra e definido por

$$\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^l h_r(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (2.90)$$

com $h_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \prod_{t=1}^n \mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ o grau de ativação da i -ésima regra, e \tilde{x}_t^* é algum ponto em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_t}$. Esta normalização implica

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1. \quad (2.91)$$

Este modelo também pode ser obtido como um caso especial de modelo nebuloso Mamdani, onde no conseqüente os conjuntos nebulosos são números reais (*singletons*):

$$\mu_{G_{j|\tilde{y}_s}^i}^i = \begin{cases} 1 & , \text{ se } y_{s,i} = d_i \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.92)$$

com $G_{j|\tilde{y}_s}^i$ o conjunto nebuloso na j -ésima partição do universo de discurso da variável lingüística $\tilde{y}_{s,i}$, na i -ésima regra. Em Abonyi et al. [2] foram usadas funções de pertinência triangulares no antecedente das regras, conforme mostrado na Fig. 2.8.

Estas funções de pertinência são definidas como segue:

$$\begin{aligned} F_{i,j}(\tilde{x}_i) &= \frac{x_i - f_{i,j-1}}{f_{i,j} - f_{i,j-1}} & , & \quad f_{i,j-1} \leq x_i < f_{i,j} \\ F_{i,j}(\tilde{x}_i) &= \frac{f_{i,j+1} - x_i}{f_{i,j+1} - f_{i,j}} & , & \quad f_{i,j} \leq x_i < f_{i,j+1} \\ F_{i,j}(\tilde{x}_i) &= 0 & , & \quad \text{caso contrário} \end{aligned} \quad (2.93)$$

Assim, o modelo de Hammerstein nebuloso pode ser formulado da seguinte forma:

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{n_y} \hat{a}_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^{n_u} \hat{b}_i \sum_{j=1}^l \gamma_j(u_{k-d-j}) d_j \quad (2.94)$$

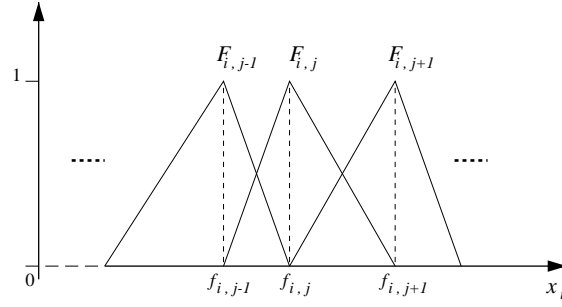


Figura 2.8: Funções de pertinência triangulares.

e o objetivo do algoritmo de identificação é a determinação dos parâmetros \hat{a}_i , \hat{b}_i e \hat{d}_j , enquanto que os parâmetros do antecedente $f_{i,j-1}$, $f_{i,j}$ e $f_{i,j+1}$ podem ser definidos *a priori* ou por algum algoritmo de agrupamento. A identificação dos parâmetros \hat{b}_i e \hat{d}_j , devido ao produto entre eles, consiste num problema de otimização não-linear. Este problema pode ser transformado na estimação por mínimos quadrados com restrições, introduzindo-se uma nova parametrização: $p_{i,j} = \hat{b}_i \hat{d}_j$ e as restrições baseadas no fato de que $\frac{p_{i,k}}{p_{j,k}} = \frac{\hat{b}_i}{\hat{b}_j}$:

$$\frac{p_{i,k} p_{j,r}}{p_{j,k} p_{i,r}} = 1 \quad (2.95)$$

Assim, o modelo de Hammerstein nebuloso reparametrizado, linear em seus parâmetros \hat{a}_i e $p_{i,j}$, é dado por:

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{n_y} a_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^{n_u} \sum_{j=1}^l p_{i,j} \gamma_j(u_{k-d-j}) \quad (2.96)$$

e

$$\hat{y}_k = \phi_{k-1}^T \hat{\theta}_{k-1} \quad (2.97)$$

onde

$$\hat{\theta}_k = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_y}, p_{1,1}, \dots, p_{n_u,l}] \quad (2.98)$$

e

$$\begin{aligned} \phi_{k-1}^T = & [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, \gamma_1(u_{k-d-1}), \dots, \gamma_l(u_{k-d-1}), \dots, \\ & \dots, \gamma_1(u_{k-d-n_u}), \dots, \gamma_l(u_{k-d-n_u})] \end{aligned} \quad (2.99)$$

são os vetores de parâmetros e variáveis independentes, respectivamente. Para obter um modelo de Hammerstein nebuloso, os parâmetros devem satisfazer as restrições dadas em (2.95) (Abonyi et al. [2]).

Modelos de Wiener nebulosos

Estruturalmente, o modelo de Wiener é obtido simplesmente revertendo-se a ordem entre a não-linearidade estática $\mathcal{N}(\cdot)$ e o subsistema linear $G(\theta, q^{-1})$, conforme mostrado na Fig. 2.9. O subsistema linear mapeia a seqüência de entrada $\{u_k\}$ em uma seqüência intermediária $\{v_k\}$, e a saída do modelo é $y_k = \mathcal{N}(v_k)$.

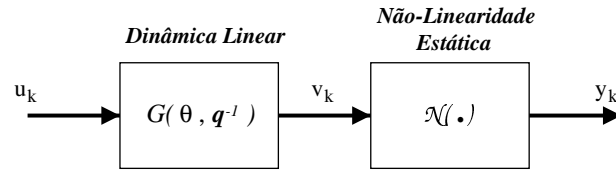


Figura 2.9: Modelo de Wiener.

O modelo de Wiener é dado por

$$y_k = \mathcal{N}\left(\sum_{i=1}^{n_v} a_i v_{k-i} + \sum_{j=1}^{n_u} b_j u_{k-j-d}\right) \quad (2.100)$$

onde u_k é a entrada, v_k é a variável intermediária, y_k é a saída, a_i e b_j são coeficientes escalares, $\mathcal{N}(\cdot)$ é o mapeamento não-linear estático, $\theta = [a_1, \dots, a_{n_y}, b_1, \dots, b_{n_u}] \in \mathfrak{R}^{1 \times (n_y + n_u)}$ é o vetor de parâmetros do modelo linear, d é o tempo de atraso, n_u e n_y são escalares relacionados à ordem do sistema dinâmico. O seu comportamento em regime estacionário é análogo ao do modelo de Hammerstein, visto que, considerando-se o ganho do subsistema linear igual a um:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_y} b_i}{1 - \sum_{j=1}^{n_y} a_j} = 1 \quad (2.101)$$

o comportamento do sistema dinâmico será descrito pela não-linearidade estática $\mathcal{N}(\cdot)$. Porém, o comportamento transitório é diferente devido a saída do modelo de Wiener ser uma função não-linear do comportamento dinâmico do subsistema linear. Estes modelos também encontram aplicações práticas em processos químicos (Al-Duwaish & Naeem [8], Zhu [136]), processamento de sinais (Huang et al. [43]; Tanskanen et al. [117]), identificação (Hagenblad [37], Chou & Verhaegen [26]), controle (Tan et al. [119]), dentre outras.

Em Aguirre [3] são apresentadas as diferenças entre modelos de Hammerstein e Wiener levando-se em conta o fato de como os autovalores do sistema dinâmico nominal variam com o ponto de operação. Além dos modelos de Hammerstein e Wiener, outras estruturas também fazem parte da classe de modelos orientados em bloco: *modelos de Hammerstein-Wiener* (Kozek &

Jovanovic [54], Sano & Sun [78]), e *modelos em bloco interconectados por realimentação* (Pearson & Pottmann [73]).

O modelo de Wiener nebuloso é usado para aproximar processos cuja representação é da forma (2.100). Se o ganho do subsistema linear é igual a um,

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_y} b_i}{1 - \sum_{j=1}^{n_y} a_j} = 1 \quad (2.102)$$

o comportamento em regime estacionário é dado por $y_s = \mathcal{N}(u_s)$, onde u_s e y_s são as variáveis de entrada e saída em regime estacionário. Supondo-se que a não-linearidade estática é invertível, este mapeamento inverso pode ser representado por um modelo nebuloso TS de ordem zero. A i $|^{i=1,2,\dots,l}$ -ésima regra TS é da seguinte forma:

$$\mathfrak{R}^i : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{j|\tilde{x}_1}^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{j|\tilde{x}_n}^i \text{ ENTÃO } \tilde{u}_{s,i} = d_i \quad (2.103)$$

onde l é o número de regras. O vetor $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathfrak{R}^n$ contém as variáveis lingüísticas do antecedente. Cada variável lingüística tem seu próprio universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ particionado por conjuntos nebulosos que representam os termos lingüísticos correspondentes. A variável \tilde{x}_t pertence ao conjunto nebuloso $F_{j|\tilde{x}_t}^i$ com um valor $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : R \rightarrow [0, 1]$, onde $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i \in \{\mu_{F_{1|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{2|\tilde{x}_t}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i}^i\}$. A resposta do modelo TS é dada por:

$$\hat{u}_s = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) d_i \quad (2.104)$$

onde $\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}})$ é o grau de ativação normalizado da i -ésima regra

$$\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^l h_r(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (2.105)$$

com $h_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \prod_{t=1}^n \mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ o grau de ativação da i -ésima regra, e \tilde{x}_t^* algum ponto em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_t}$. Esta normalização implica em

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1 \quad (2.106)$$

Assim, o modelo de Wiener nebuloso pode ser formulado da seguinte forma:

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{n_y} a_i \sum_{j=1}^l \gamma_j(y_{k-i}) d_j + \sum_{i=1}^{n_u} b_i u_{k-d-i} \quad (2.107)$$

onde

$$\sum_{j=1}^l \gamma_j(y_{k-i}) d_j = \sum_{j=1}^l \frac{h_j(y_{k-i}) d_j}{\sum_{j=1}^l h_j} = \mathcal{N}^{-1}(y_{k-i}) = \hat{v}_{k-i} \quad (2.108)$$

é a variável intermediária. O problema de identificação é a determinação dos parâmetros a_i , b_i e d_j . A identificação dos parâmetros a_i e d_j , devido ao produto entre eles, consiste num problema de otimização não-linear. Este problema pode ser transformado na estimação por mínimos quadrados com restrições, introduzindo-se uma nova parametrização: $p_{i,j} = a_i d_j$ e as restrições baseadas no fato de que $\frac{p_{i,k}}{p_{j,k}} = \frac{a_i}{a_j}$:

$$\frac{p_{i,k} p_{j,r}}{p_{j,k} p_{i,r}} = 1 \quad (2.109)$$

Assim, o modelo de Wiener nebuloso reparametrizado, linear nos parâmetros b_i e $p_{i,j}$, é dado por:

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{n_y} \sum_{j=1}^l p_{i,j} \gamma_j(y_{k-j}) + \sum_{i=1}^{n_u} b_i u_{k-d-i} \quad (2.110)$$

e

$$\hat{y}_k = \phi_{k-1}^T \theta_{k-1} \quad (2.111)$$

onde

$$\theta_k = [p_{1,1}, \dots, p_{n_u, l}, b_1, \dots, b_{n_u}] \quad (2.112)$$

e

$$\begin{aligned} \phi_{k-1}^T = & [\gamma_1(y_{k-1}), \dots, \gamma_l(y_{k-1}), \dots, \gamma_1(y_{k-n_y}), \dots, \\ & \dots, \gamma_l(y_{k-n_y}), u_{k-d-1}, \dots, u_{k-d-n_y}] \end{aligned} \quad (2.113)$$

são os vetores de parâmetros e variáveis independentes, respectivamente. Em Abonyi et al. [1] um modelo de Wiener nebuloso usando uma estrutura linear FIR foi proposto para controle preditivo de sistemas dinâmicos não-lineares.

2.4 Estimação dos parâmetros

Supondo-se que o modelo está sujeito às mesmas entradas aplicadas ao sistema dinâmico, conforme mostrado na Fig. 2.10, a diferença entre as saídas do sistema dinâmico e as do modelo

$$\mathbf{e}_{k|\theta} = y_k - \hat{y}_{k|\theta} \quad (2.114)$$

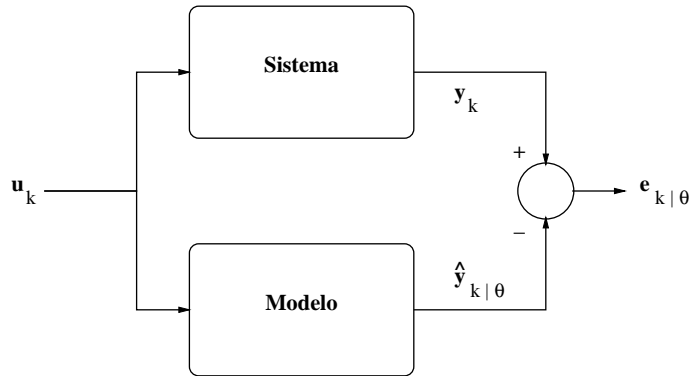


Figura 2.10: Erro de saída. O modelo, também conhecido como *modelo paralelo*, está sujeito às mesmas entradas aplicadas ao sistema.

é chamada de *erro de saída*, a qual reflete as dinâmicas não modeladas bem como o ruído. Esta diferença deve ser tão próxima de zero quanto possível, em média e variância. Isto é possível pela escolha de um critério de seleção, o qual compara o desempenho dos vários modelos de acordo com alguma função de custo pré-definida. A escolha do critério reflete o motivo para o qual o modelo foi obtido, de maneira que um bom modelo está relacionado à habilidade de produzir previsões de um passo à frente com erros de baixa variância. A função de custo é minimizada, de acordo com um algoritmo de otimização, pelo melhor modelo possível. O algoritmo usa a informação disponível (dados experimentais) para avaliar os parâmetros no sentido de minimizar a função de custo. Dentre os vários critérios de seleção que podem ser usados, o mais comum é o erro quadrático médio

$$\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (y_k - \hat{y}_{k|\theta})^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_{k|\theta}^2 \quad (2.115)$$

Assim, uma vez que um conjunto de modelos tenha sido escolhido, o próximo passo será obter um modelo particular deste conjunto, de acordo com a otimização da função de custo, como indicado na Fig. 2.11, o que em estatística é conhecido como *estimação*.

A estimação de modelos nebulosos TS a partir de dados experimentais, está relacionada às variáveis de entrada e saída, às estruturas do antecedente e do conseqüente e às funções de pertinência associadas com as variáveis lingüísticas. O tipo de algoritmo a ser usado para este propósito depende da forma com os parâmetros estão inseridos na estrutura do modelo: linear ou não-linear. Alguns destes algoritmos são listados a seguir.

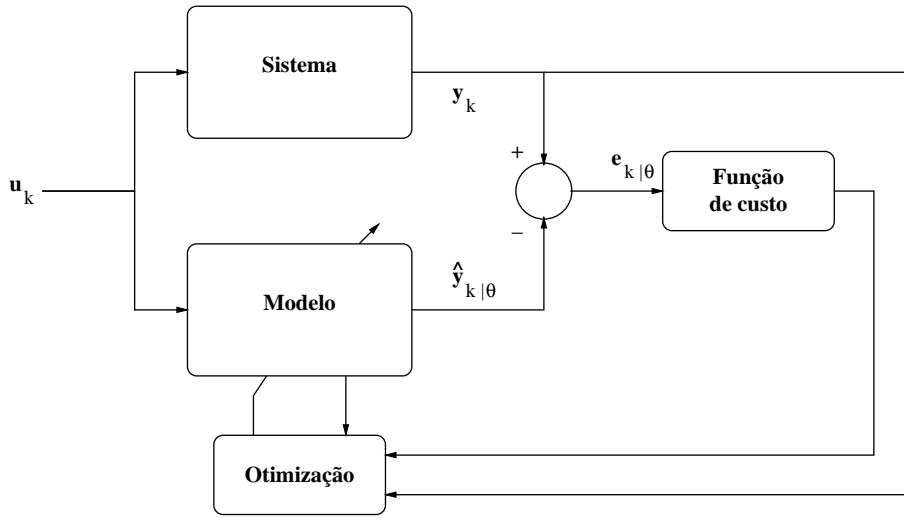


Figura 2.11: Fluxo de informação no processo de otimização.

2.4.1 Algoritmos de mínimos quadrados não-lineares

Método do gradiente

A partir da função de custo dada em (2.115), o objetivo é encontrar um vetor de parâmetros que minimiza o erro quadrático médio

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N \quad (2.116)$$

Para tal propósito, o método do gradiente consiste em modificar iterativamente os parâmetros numa direção oposta à do gradiente da função de custo. A expansão em série de Taylor de (2.115) em função de θ^* é dada por

$$\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta^*)}^N + (\theta - \theta^*)^T \frac{d\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta^*)}^N}{d\theta} + \frac{1}{2}(\theta - \theta^*)^T \frac{d^2\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta^*)}^N}{d\theta^2}(\theta - \theta^*) + n(O) \quad (2.117)$$

onde o gradiente é definido pela derivada de primeira ordem, enquanto que a derivada de segunda ordem é a matrix Hessiana, e $n(O)$ corresponde a derivadas de ordem elevada. O ajuste dos parâmetros pelo método do gradiente é dado por

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \mu_k \left. \frac{d\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_{k-1}} \quad (2.118)$$

onde μ_k é o tamanho do passo, cuja escolha influenciará diretamente a convergência e redução do critério: $\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k+1})}^N \leq \mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta_k)}^N$.

Método de Newton

O método de Newton é baseado na expansão de segunda ordem da função de custo, na iteração atual

$$\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N + (\theta - \theta_{k-1})^T \frac{d\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N}{d\theta} + \frac{1}{2}(\theta - \theta_{k-1})^T \frac{d^2\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N}{d\theta^2} (\theta - \theta_{k-1}) + n(O) \quad (2.119)$$

Seja $\psi_{k|\theta} = \frac{d\hat{y}_{k|\theta}}{d\theta}$. O gradiente e a Hessiana de $\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N$ são dados por

$$\mathbf{V}'_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k|\theta} [y_k - \hat{y}_{k|\theta}] \quad (2.120)$$

e

$$\mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k|\theta} \psi_{k|\theta}^T - \frac{1}{N} \psi'_{k|\theta} e_{k|\theta} \quad (2.121)$$

respectivamente. O mínimo de (2.119) é dado no ponto onde $\tilde{\mathbf{V}}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = 0$. Visto que a Hessiana é simétrica, isto corresponde a

$$0 = \mathbf{V}'_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N + \frac{1}{2} [2\mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N \theta - \mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N \theta_{k-1} - \mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N \theta_{k-1}] \quad (2.122)$$

$$0 = \mathbf{V}'_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N + \mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N [\theta - \theta_{k-1}] \quad (2.123)$$

o que leva à seguinte regra de ajuste dos parâmetros

$$\theta_k = \theta_{k-1} - [\mathbf{V}''_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N]^{-1} \mathbf{V}'_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}^N \quad (2.124)$$

Método de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton é baseado na seguinte aproximação linear do erro de predição, $e_{k|\theta} = y_k - \hat{y}_{k|\theta}$,

$$\tilde{e}_{k|\theta} = e_{k|\theta_{k-1}} + [e'_{k|\theta_{k-1}}]^T (\theta - \theta_{k-1}) \quad (2.125)$$

$$\tilde{e}_{k|\theta} = e_{k|\theta_{k-1}} + [\psi_{k|\theta_{k-1}}]^T (\theta - \theta_{k-1}) \quad (2.126)$$

para a minimização do critério

$$\mathbf{V}_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N \simeq \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \tilde{e}_{k|\theta}^2 \quad (2.127)$$

Quando avaliado em $\theta = \theta_{k-1}$, o gradiente é dado por:

$$\mathbf{V}'_{(\mathbf{x}^N, \theta)}^N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k|\theta} [y_k - \hat{y}_{k|\theta}] \quad (2.128)$$

enquanto a matriz Hessiana de Gauss-Newton é dada por:

$$\mathbf{V}''^N_{(\mathbf{x}^N, \theta)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k, \theta} \psi_{k| \theta}^T \geq 0 \quad (2.129)$$

O ajuste dos parâmetros, pelo método de Gauss-Newton, é da forma

$$\theta_k = \theta_{k-1} - [\mathbf{V}''^N_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})}]^{-1} \mathbf{V}'^N_{(\mathbf{x}^N, \theta_{k-1})} \quad (2.130)$$

Método de Levemberg-Marquardt

Neste caso, o problema de minimização do critério dado em (2.127), é da forma

$$\theta_k = \arg \min_{\theta} \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \tilde{e}_{k, \theta}^2 \quad \text{sujeito a} \quad |\theta - \theta_{k-1}| \leq \delta_k \quad (2.131)$$

onde δ é o raio de uma bola imaginária referente à vizinhança do mínimo da função de custo. E a regra de ajuste dos parâmetros é um problema de otimização com restrições:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + [\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k| \theta} \psi_{k| \theta}^T + \lambda \mathbf{I}]^{-1} \sum_{k=1}^N \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_{k| \theta} [y_k - \hat{y}_{k| \theta}] \quad (2.132)$$

onde λ deve ser cuidadosamente escolhido para que esta função decresça.

2.4.2 Algoritmos de mínimos quadrados lineares

Há uma variedade de algoritmos que podem ser usados para a estimação de parâmetros do conseqüente em modelos nebulosos TS. Dentre eles, o mais usado é o estimador recursivo de mínimos quadrados. Além dele, nesta seção, serão apresentados alguns algoritmos recursivos que também são úteis para estimação paramétrica no sentido dos mínimos quadrados.

Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados

As equações para o estimador recursivo de mínimos quadrados com fator de esquecimento, viável para estimação de parâmetros variantes com o tempo, são:

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1} \phi_k}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k} \quad (2.133)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \mathbf{K}_k [y_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1}] \quad (2.134)$$

$$\mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \phi_k \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k}] \quad (2.135)$$

onde, na k -ésima amostra, λ é o fator de esquecimento ($0 < \lambda < 1$), \mathbf{P}_k é a matrix de covariância, ϕ_k é o vetor de regressores, \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman e $\hat{\theta}_k$ é o vetor de parâmetros estimados.

Estimador Recursivo Estendido de Mínimos Quadrados

As equações para o estimador são :

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1}\phi_k}{1 + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k} \quad (2.136)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \mathbf{K}_k[y_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1}] \quad (2.137)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{K}_k \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (2.138)$$

$$e_k = y_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1} \quad (2.139)$$

com o vetor de regressores dado por

$$[y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d-1}, \dots, u_{k-d-n_u}, e_{k-1}, \dots, e_{k-n_e}] \quad (2.140)$$

onde e_k é o erro de predição de um passo a frente. Neste caso, como pode ser observado pelas equações acima, a estimação dos parâmetros do modelo e do ruído são obtidas de uma só vez.

Estimador Recursivo Generalizado de Mínimos Quadrados

Neste caso, o estimador é composto pelas seguintes equações:

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1}\phi_k}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k} \quad (2.141)$$

$$\hat{\theta}_k^{processo} = \hat{\theta}_{k-1} + \mathbf{K}_k[y_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1}] \quad (2.142)$$

$$\mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1}\phi_k \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k}] \quad (2.143)$$

com $v_k = y_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1}$, e

$$\phi_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d-1}, \dots, u_{k-d-n_u}] \quad (2.144)$$

e, a partir de um modelo auto-regressivo usando o estimador de mínimos quadrados para a sequência de resíduos v_k , tem-se que

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1}\phi_k}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k} \quad (2.145)$$

$$\hat{\theta}_k^{ruído} = \hat{\theta}_{k-1} + \mathbf{K}_k[v_k - \phi_k^T \hat{\theta}_{k-1}] \quad (2.146)$$

$$\mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \phi_k \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k}] \quad (2.147)$$

com

$$\phi_k = [v_{k-1}, \dots, v_{k-n_v}, e_{k-1}, \dots, e_{k-n_e}] \quad (2.148)$$

onde os parâmetros obtidos são do filtro descorrelacionador de ruído. Neste caso, a seqüência de v_k está relacionada à parte do ruído correlacionado e a seqüência e_k está relacionada ao ruído branco. As estimativas dos parâmetros do modelo e do ruído são obtidas iterativamente.

2.5 Validação do modelo

O modelo estimado deve ser avaliado, a partir de um novo conjunto de dados experimentais, no sentido de encontrar as especificações pré-definidas para o objetivo que se pretende atingir. Quando um modelo nebuloso é invalidado, os parâmetros que causam a discrepância entre o modelo nebuloso e o sistema dinâmico são raramente identificados, levando à realização de um novo treinamento da base de regras. Para decidir quão satisfatório um sistema de inferência nebuloso possa ser, no processo de identificação, o erro quadrático médio, o coeficiente de determinação e o VAF são muito usados. Em Walter & Pronzato [125] são apresentados testes de validação de modelos clássicos como: simples inspeção, análise estatística de resíduos, teste por normalidade e teste por estacionariedade ou independência. Em Rigatos & Zhang [76], a análise local estatística é usada com base no resíduo gerado entre o modelo nebuloso e o sistema dinâmico. A validação de modelos nebulosos também pode ser feita por meio de simulações numéricas, comparações com novos dados experimentais, análise dos modelos do conseqüente (estabilidade, resposta ao degrau, ganhos, constante de tempo, comportamento de fase não-mínima, etc.) e análise de cobertura do espaço de entrada pelas regras. Para uma base de regras incompleta, novas regras podem ser adicionadas à base de regras inicial a partir do conhecimento *a priori* do especialista ou pelo método de linearização local. Os antecedentes destas regras podem ser criados a partir de combinações das variáveis lingüísticas de entrada que ainda não foram utilizadas pelo modelo nebuloso inicial.

Os caminhos em direção aos estágios anteriores indicam que o procedimento é executado de forma iterativa. Se o modelo não for satisfatório, é necessário determinar diferentes modelos, tentar outras estruturas de modelos ou, no pior caso, refazer o experimento, conforme já ilustrado na Fig. 2.1:

- *Caminho em direção à estimação do modelo:* Na maioria das aplicações práticas o sistema é variante com o tempo, de maneira que o modelo obtido não é capaz de representar o comportamento do sistema em sua faixa de operação nominal. Assim, se faz necessário realizar a estimação recursiva dos parâmetros do modelo, em contraste com a estimação em batelada onde todo o conjunto de dados é processado uma única vez. Além disso, algoritmos locais, os quais buscam o ótimo local da função de custo, devem ser diferenciados dos algoritmos globais, os quais objetivam encontrar o ótimo global da função de custo sobre um domínio factível para os parâmetros a serem estimados.
- *Caminho em direção à seleção da estrutura do modelo:* Além do fato do sistema dinâmico ser não-linear, certamente não há dados perfeitos em uma aplicação real. Assim, a dinâmica e os dados contaminados por ruído devem ser levados em consideração de modo que uma estrutura de modelo apropriada seja encontrada. Uma estratégia para a solução deste problema seria automatizar a seleção da estrutura do modelo, onde uma estrutura de modelo inicial, a mais abrangente possível para descrever o sistema, é determinada e, então, é reduzida gradualmente até que uma estrutura ótima seja obtida.
- *Caminho em direção ao experimento:* A impossibilidade na determinação de um modelo, independentemente da estrutura selecionada, indica que os dados experimentais obtidos são insuficientes. Isto ocorre seja pela necessidade de pré-processamento dos dados, tal como filtragem, seja pela falta de informação do comportamento do sistema nos dados experimentais. O último implica que certos regimes da faixa de operação do sistema dinâmico não são refletidos no conjunto de dados experimentais. Assim, é necessário fazer um experimento adicional para adquirir mais informações sobre os estes regimes omitidos.

Capítulo 3

Metodologia para Identificação: Variável Instrumental Nebulosa

Neste capítulo, uma metodologia para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto, baseada no método de variável instrumental e no modelo nebuloso Takagi-Sugeno, é proposta. Nesta metodologia, que é uma extensão do método de variável instrumental tradicional, as variáveis instrumentais escolhidas, estatisticamente independentes do ruído, são mapeadas em conjuntos nebulosos, particionando o espaço de entrada em sub-regiões, para estimação não-polarizada dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS em ambiente ruidoso.

3.1 Introdução

Identificação de sistemas, conforme já discutido, é a tarefa de desenvolver ou melhorar a descrição matemática de um sistema dinâmico a partir de dados experimentais (Ljung [58], Söderström & Stoica [112]). Esta tarefa pode ser desempenhada de três formas diferentes: *modelagem caixa-branca*, *modelagem caixa-preta* e *modelagem caixa-cinza*. Estes modelos podem ser usados para simulação, predição, detecção de falhas, projeto de controladores, etc. Identificação de sistemas dinâmicos não-lineares é uma importante área de pesquisa. Várias metodologias úteis para o projeto de controle com características satisfatórias de robustez e estabilidade têm sido desenvolvidas. A maioria dos sistemas dinâmicos industriais apresentam um comportamento não-linear variante no tempo, o que limita a aplicação dos métodos de identificação voltados para sistemas dinâmicos lineares.

Metodologias baseadas em modelos nebulosos estão se tornando cada vez mais estabelecidas não apenas na área acadêmica mas também em aplicações industriais, devido à eficiência destes modelos em combinar informações qua-

litativas e quantitativas em sua estrutura (Hellendorn & Driankov [42]). Em modelos nebulosos, a relação entre as variáveis são baseadas em regras tais como SE < *antecedente* > ENTÃO < *conseqüente* >, onde o antecedente avalia a entrada e o conseqüente fornece o valor da saída do modelo. Takagi e Sugeno, em 1985, desenvolveram uma metodologia, na qual a idéia central era particionar o espaço de entrada em áreas nebulosas e aproximar cada área por um modelo linear ou não-linear (Takagi & Sugeno [118]). Esta estrutura, conhecida como modelo nebuloso Takagi-Sugeno, pode ser usada para aproximar uma função não-linear usando poucas regras.

A identificação de sistemas dinâmicos usando modelos nebulosos TS está dividida em duas etapas: *identificação da estrutura* e *estimação paramétrica*. A primeira etapa consiste na definição do número de regras de acordo com o número de partições das variáveis lingüísticas de entrada definidas no antecedente. A segunda etapa consiste na estimação dos parâmetros do antecedente e do conseqüente, onde os parâmetros do conseqüente são os coeficientes das expressões em função das variáveis lingüísticas do antecedente. Para ser aplicável a problemas reais, a otimização paramétrica deve ser eficiente no tratamento de ruído. Importantes problemas na área de identificação ocorrem porque as medidas de entrada e saída podem estar corrompidas por ruído. Para ruído branco, a polarização do estimador de mínimos quadrados, por exemplo, será nula e este pode produzir excelente estimação dos parâmetros de um sistema dinâmico. Se o ruído ou erro na equação de regressão não for branco, ou seja, quando o ruído for autocorrelacionado (colorido) e o modelo inclui regressores da saída, o estimador generalizado de mínimos quadrados GLS, o estimador estendido de mínimos quadrados ELS, o estimador do erro de predição PE, podem ser usados, apesar de serem inevitavelmente dependentes da precisão do modelo do ruído (Aguirre [4], Ljung [58]). Para uma estimação paramétrica consistente sem necessidade de modelagem de ruído, o estimador da variável instrumental VI é adequado. Com a escolha apropriada das variáveis instrumentais, tem-se uma estimação consistente com certas propriedades ótimas (Anders & Francheck [9], Ljung [58], Serra & Costa Filho [107], Söderström & Stoica [112]).

No que segue, o conceito de variável instrumental nebulosa, sua aplicação ao desenvolvimento de um algoritmo de identificação, recursivo e não-recursivo, associado a uma estrutura NARX nebulosa TS, são apresentados. As condições de convergência do algoritmo para estimação dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS em ambiente ruidoso são estudadas, a partir de três lemas e um teorema propostos. Um algoritmo de variável instrumental nebuloso baseado em fatoração QR via transformações ortogonais de Householder, com característica de estimação inicial automática, também é proposto.

3.2 Problema de estimação dos parâmetros do conseqüente

A representação por entrada e saída não-linear é bastante usada para construir modelos nebulosos TS a partir de dados, onde o vetor de regressão é representado por um número finito de entradas e saídas atrasadas do sistema dinâmico. Nesta tese, a estrutura de modelo NARX será usada. Este modelo é aplicado na maioria das metodologias de identificação tais como redes neurais, funções radiais de base e também sistemas nebulosos (Brown & Harris [19]). Conforme discutido brevemente no capítulo anterior, o modelo NARX estabelece uma relação entre o conjunto de dados de entrada e saída atrasados do sistema dinâmico e a saída predita

$$y_{k|\theta} = g([y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}], \hat{\theta}) \quad (3.1)$$

onde no instante k de tempo discreto, n_y e n_u são inteiros relacionados à ordem do sistema, d é o tempo de atraso. Este modelo nebuloso representa sistemas dinâmicos MISO diretamente e sistemas dinâmicos MIMO em uma forma decomposta como um conjunto de modelos MISO acoplados, cujo comportamento dinâmico é coerente com a propriedade LPV apresentada no capítulo 1.

A fórmula de inferência (2.55) pode ser expressa por

$$\begin{aligned} \hat{y}_{k|\theta} = & \gamma_1(\mathbf{x}_k)[\hat{a}_{1,1}y_{k-1} + \dots + \hat{a}_{1,n_y}y_{k-n_y} + \hat{b}_{1,1}u_{k-d} + \dots \\ & + \hat{b}_{1,n_u}u_{k-d-n_u} + \hat{c}_1] + \gamma_2(\mathbf{x}_k)[\hat{a}_{2,1}y_{k-1} + \dots + \hat{a}_{2,n_y}y_{k-n_y} \\ & + \hat{b}_{2,1}u_{k-d} + \dots + \hat{b}_{2,n_u}u_{k-d-n_u} + \hat{c}_2] + \dots + \\ & \gamma_l(\mathbf{x}_k)[\hat{a}_{l,1}y_{k-1} + \dots + \hat{a}_{l,n_y}y_{k-n_y} + \hat{b}_{l,1}u_{k-d} + \dots \\ & + \hat{b}_{l,n_u}u_{k-d-n_u} + \hat{c}_l] \end{aligned} \quad (3.2)$$

a qual é linear nos parâmetros do conseqüente: \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} . Para um conjunto de N pares de dados de entrada e saída $\{(\mathbf{x}_k, y_k) | i = 1, 2, \dots, N\}$ disponível, a seguinte forma vetorial é obtida:

$$\mathbf{Y} = [\psi_1 \mathbf{X}, \psi_2 \mathbf{X}, \dots, \psi_l \mathbf{X}] \theta + \Xi \quad (3.3)$$

onde $\psi_i = \text{diag}(\gamma_i(\mathbf{x}_k)) \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{X} = [\mathbf{y}_k, \dots, \mathbf{y}_{k-n_y+1}, \mathbf{u}_k, \dots, \mathbf{u}_{k-n_u+1}, \mathbf{1}] \in \mathbb{R}^{N \times (n_y+n_u+1)}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$, $\Xi \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ e $\theta \in \mathbb{R}^{l(n_y+n_u+1) \times 1}$ são a matriz dos

graus de ativação normalizados, a matriz de dados, o vetor de saída, o vetor de erro de aproximação e o vetor de parâmetros estimados, respectivamente. Se os valores das variáveis associadas aos parâmetros desconhecidos são *exatamente conhecidos*, então o método de mínimos quadrados pode ser usado eficientemente. Porém, na prática, e no presente contexto, os valores dos elementos de \mathbf{X} não são exatamente conhecidos, mas expressos na forma

$$y_k = \chi_k^T \theta + \eta_k \quad (3.4)$$

onde, no k -ésimo instante de amostragem, $\chi_k^T = [\gamma_k^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]$ é o vetor de dados com erro nas variáveis, $\mathbf{x}_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}, 1]^T$ é o vetor de dados com valores exatamente conhecidos, isto é, dados de entrada e saída livres de ruído, ξ_k é o vetor de ruído associado com a observação de \mathbf{x}_k , e η_k é o ruído na equação.

As equações normais são formuladas por

$$[\sum_{j=1}^k \chi_j \chi_j^T] \hat{\theta}_k = \sum_{j=1}^k \chi_j y_j \quad (3.5)$$

e multiplicando os dois membros da igualdade por $\frac{1}{k}$, tem-se

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \hat{\theta}_k = \\ = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] y_j \end{aligned} \quad (3.6)$$

Notando-se que $y_j = \chi_j^T \theta + \eta_j$,

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \hat{\theta}_k = \\ = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \theta + \\ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] \eta_j \end{aligned} \quad (3.7)$$

e

$$\tilde{\theta}_k = \left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\}^{-1}$$

$$\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] \eta_j \quad (3.8)$$

onde $\tilde{\theta}_k = \hat{\theta}_k - \theta$ é o erro paramétrico. O limite no sentido de robabilidade quando $k \rightarrow \infty$, é

$$\text{p.lim } \tilde{\theta}_k = \text{p.lim } \left\{ \frac{1}{k} \mathbf{C}_k^{-1} \frac{1}{k} \mathbf{b}_k \right\} \quad (3.9)$$

com

$$\mathbf{C}_k = \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T$$

$$\mathbf{b}_k = \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] \eta_j$$

Aplicando-se o teorema de Slutsky e supondo-se que os elementos de $\frac{1}{k} \mathbf{C}_k$ e $\frac{1}{k} \mathbf{b}_k$ convergem em limite no sentido de probabilidade, tem-se

$$\text{p.lim } \tilde{\theta}_k = \text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{C}_k^{-1} \text{ p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{b}_k \quad (3.10)$$

Assim,

$$\text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{C}_k = \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots,$$

$$\gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T$$

$$\text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{C}_k = \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\gamma_j^1)^2(\mathbf{x}_j + \xi_j) (\mathbf{x}_j + \xi_j)^T + \dots + \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\gamma_j^l)^2(\mathbf{x}_j +$$

$$\xi_j) (\mathbf{x}_j + \xi_j)^T$$

Supondo-se \mathbf{x}_j e ξ_j estatisticamente independentes,

$$\text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{C}_k = \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\gamma_j^1)^2 [\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T + \xi_j \xi_j^T] + \dots + \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\gamma_j^l)^2 [\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T +$$

$$\xi_j \xi_j^T]$$

$$\text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{C}_k = \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T [(\gamma_j^1)^2 + \dots + (\gamma_j^l)^2] + \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \xi_j \xi_j^T [(\gamma_j^1)^2 +$$

$$\dots + (\gamma_j^l)^2] \quad (3.11)$$

com $\sum_{i=1}^l \gamma_j^i = 1$. Logo, a análise assintótica da estimação dos parâmetros do conseqüente do modelo nebuloso TS é baseada numa soma ponderada das matrizes de covariância nebulosas de \mathbf{x} e ξ . Similarmente,

$$\begin{aligned} \text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{b}_k &= \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] \eta_j \\ \text{p.lim } \frac{1}{k} \mathbf{b}_k &= \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1 \xi_j \eta_j, \dots, \gamma_j^l \xi_j \eta_j] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Substituindo-se (3.11) e (3.12) em (3.10), resulta

$$\begin{aligned} \text{p.lim } \tilde{\theta}_k &= \{ \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T [(\gamma_j^1)^2 + \dots + (\gamma_j^l)^2] + \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \xi_j \xi_j^T [(\gamma_j^1)^2 + \\ &\dots + (\gamma_j^l)^2] \}^{-1} \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1 \xi_j \eta_j, \dots, \gamma_j^l \xi_j \eta_j] \end{aligned} \quad (3.13)$$

com $\sum_{i=1}^l \gamma_j^i = 1$. Para o caso de apenas uma regra ($l = 1$), a análise é simplificada para o modelo linear, com $\gamma_j^i \big|_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l} = 1$. Assim, esta análise, a qual é uma contribuição deste trabalho, é uma extensão dos métodos tradicionais usados no caso linear, a partir do qual aplicações para filtragem e modelagem nebulosa em ambiente ruidoso, melhoramento de sinal em canais de comunicação, entre outros, podem ser obtidas. Visto que a entrada u_k excita continuamente o sistema dinâmico e, ao mesmo tempo, os coeficientes dos submodelos no conseqüente não são todos nulos, então a saída $\hat{y}_{k|\theta}$ existirá para todo instante k de amostragem. Conseqüentemente, a matriz de covariância nebulosa $\sum_{j=1}^k \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T [(\gamma_j^1)^2 + \dots + (\gamma_j^l)^2]$ será não-singular e sua inversa existirá. Assim, o único modo no qual o erro assintótico possa ser zero é para $\xi_j \eta_j$ igual a zero. Mas, se ξ_j e η_j estão correlacionados, o erro assintótico não será zero e a estimação via método de mínimos quadrados será assintoticamente polarizada em função da taxa sinal/ruído. Em outras palavras, a estimação dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS pelo método de mínimos quadrados, em ambiente ruidoso, será inconsistente e a polarização permanecerá independentemente do tamanho do conjunto de dados utilizados para estimação.

3.2.1 Variável instrumental nebulosa

Para superar o problema de polarização e inconsistência, a geração de um vetor de variáveis independentes estatisticamente do ruído e correlacionado

com o vetor de dados \mathbf{x}_j a partir do sistema dinâmico, se faz necessária. Caso isto seja possível, a escolha deste vetor torna-se eficiente para remover a polarização assintótica da estimação dos parâmetros do conseqüente. A estimação via método de mínimos quadrados é dada por:

$$\left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \hat{\theta}_k =$$

$$\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)] \{ [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \theta + \eta_j \}$$

Usando-se um novo vetor de variáveis da forma $[\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$, a última equação pode ser escrita da forma

$$\left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \hat{\theta}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots,$$

$$, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \{ [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \theta + \eta_j \} \quad (3.14)$$

onde \mathbf{z}_j é um vetor com a dimensão de \mathbf{x}_j , associado ao comportamento do sistema dinâmico, e $\beta_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l}$ é o grau de ativação normalizado associado a \mathbf{z}_j . Para a análise de convergência da estimação, com a inclusão deste novo vetor de variáveis nebulosas, o seguinte é proposto:

Lema 1 *Seja \mathbf{z}_j um vetor com a dimensão de \mathbf{x}_j , correlacionado ao comportamento do sistema dinâmico e independente do ruído ξ_j , e $\beta_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l}$ o grau de ativação normalizado associado a \mathbf{z}_j . Então, no limite*

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \xi_j^T = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

Prova: Desenvolvendo-se o primeiro membro de (3.15), resulta

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \xi_j^T = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j \xi_j^T, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j \xi_j^T]$$

Como $\beta_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l}$ é um escalar, e, por definição, as variáveis escolhidas são, em média $E(\cdot)$, independentes do ruído, o produto interno entre \mathbf{z}_j e ξ_j será zero. Assim, no limite $k \rightarrow \infty$, resulta

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j \xi_j^T, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j \xi_j^T] = \mathbf{0}$$

□

Lema 2 *Sejam \mathbf{z}_j um vetor com a dimensão de \mathbf{x}_j , correlacionado ao comportamento do sistema dinâmico e independente do ruído η_j , e β_j^i $\left|_{j=1,\dots,k}^{i=1,\dots,l}$ o grau de ativação normalizado associado a \mathbf{z}_j . Então, no limite*

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

Prova: Desenvolvendo o primeiro membro de (3.16), resulta

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j \eta_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j \eta_j]$$

Visto que as variáveis escolhidas são independentes do ruído, o produto interno entre \mathbf{z}_j e η_j será zero. Logo, no limite, tem-se

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j \eta_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j \eta_j] = \mathbf{0}$$

□

Lema 3 *Sejam \mathbf{z}_j um vetor com a dimensão de \mathbf{x}_j , correlacionado ao comportamento do sistema dinâmico, e β_j^i $\left|_{j=1,\dots,k}^{i=1,\dots,l}$ o grau de ativação normalizado associado a \mathbf{z}_j . Então, de acordo com (3.14), no limite*

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T = \mathbf{C}_{\mathbf{z}\mathbf{x}} \neq \mathbf{0} \quad (3.17)$$

Prova: Desenvolvendo-se o primeiro membro de (3.17), resulta

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \gamma_j^1 \mathbf{z}_j (\mathbf{x}_j \\ &+ \xi_j)^T + \dots + \beta_j^l \gamma_j^l \mathbf{z}_j (\mathbf{x}_j + \xi_j)^T] \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \gamma_j^1 (\mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T \\ &+ \mathbf{z}_j \xi_j^T) + \dots + \beta_j^l \gamma_j^l (\mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T + \mathbf{z}_j \xi_j^T)] \end{aligned}$$

A partir do **Lema 1**, esta expressão pode ser simplificada para

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \gamma_j^1 \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T$$

$$+ \dots + \beta_j^l \gamma_j^l \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T]$$

e esta matriz de covariância nebulosa tem a seguinte propriedade:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \gamma_j^1 \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T + \dots + \beta_j^l \gamma_j^l \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T] \neq 0$$

e

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \gamma_j^1 \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T + \dots + \beta_j^l \gamma_j^l \mathbf{z}_j \mathbf{x}_j^T] = \mathbf{C}_{\mathbf{zx}} \neq \mathbf{0} \quad (3.18)$$

□

Teorema: *Sejam \mathbf{z}_j um vetor com a dimensão de \mathbf{x}_j , correlacionado ao comportamento do sistema dinâmico, e $\beta_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l}$ o grau de ativação normalizado associado a \mathbf{z}_j . Então, no limite*

$$\text{p.lim } \tilde{\theta} = 0 \quad (3.19)$$

Prova: A partir do novo vetor de variáveis nebulosas da forma $[\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$, a estimação via método de mínimos quadrados pode ser modificada como segue:

$$\left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \hat{\theta}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \{ [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \theta + \eta_j \}$$

a qual pode ser expressa na forma

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} (\hat{\theta}_k - \theta) = \\ = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\} \tilde{\theta} = \\ = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j \end{aligned}$$

Tomando-se o limite no sentido de probabilidade quando $k \rightarrow \infty$, e aplicando-se o teorema de Slutsky, tem-se

$$\begin{aligned} \text{p.lim } \tilde{\theta}_k &= \left\{ \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\}^{-1} \\ &\quad \left\{ \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j \right\} \end{aligned}$$

A partir do **Lema 1** e do **Lema 3**, resulta

$$\text{p.lim } \tilde{\theta}_k = \{ \text{p.lim } \mathbf{C}_{\mathbf{zx}} \}^{-1} \left\{ \text{p.lim } \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] \eta_j \right\}$$

onde a matriz de covariância nebulosa $\mathbf{C}_{\mathbf{zx}}$ é não-singular e, conseqüentemente, a inversa existe. A partir do **Lema 2**, tem-se

$$\text{p.lim } \tilde{\theta}_k = \{ \text{p.lim } \mathbf{C}_{\mathbf{zx}} \}^{-1} \mathbf{0}$$

Assim, o erro paramétrico, em limite no sentido de probabilidade, é

$$\text{p.lim } \tilde{\theta} = 0 \quad (3.20)$$

e a estimação é assintoticamente não-polarizada, como desejado. \square

A partir desta análise, a definição do vetor $[\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$ como *vetor de variável instrumental nebulosa* ou, simplesmente, *variável instrumental nebulosa*, é proposta. Claramente, com o uso deste vetor, na forma sugerida, é possível eliminar a polarização assintótica e garantir a existência de uma solução. Porém, a eficiência estatística desta metodologia, dependerá do grau de correlação entre $[\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$ e $[\gamma_j^1 \mathbf{x}_j, \dots, \gamma_j^l \mathbf{x}_j]$. Em particular, a menor variância obtida da estimação ocorre apenas quando $\mathbf{z}_j = \mathbf{x}_j$ e $\beta_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l} = \gamma_j^i \mid_{j=1, \dots, k}^{i=1, \dots, l}$, isto é, quando os elementos de \mathbf{z}_j são iguais às variáveis do sistema dinâmico “livres de ruído”, as quais estão indisponíveis na prática.

3.2.2 Métodos de variável instrumental nebulosa

Diante do exposto, várias variáveis instrumentais nebulosas $[\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$ podem ser escolhidas. Uma escolha eficiente seria de acordo com a seqüência de entrada atrasada:

$$\mathbf{z}_j = [u_{k-d-\tau}, \dots, u_{k-d-\tau-n_u}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}]^T$$

onde τ é escolhido de modo que os elementos da matriz de covariância nebulosa $\mathbf{C}_{\mathbf{zx}}$ sejam maximizados. Neste caso, o sinal de entrada é considerado excitante persistentemente, ou seja, ele excita continuamente o sistema dinâmico. Uma outra variável instrumental nebulosa seria de acordo com a seqüência de entrada e saída atrasada:

$$\mathbf{z}_j = [y_{k-1-dl}, \dots, y_{k-n_y-dl}, u_{k-d-dl}, \dots, u_{k-n_u-d-dl}]^T$$

onde dl é o atraso aplicado. Outra variável instrumental nebulosa seria de acordo com a entrada e a saída de um “modelo nebuloso auxiliar” com a mesma estrutura do modelo nebuloso usado para identificar o sistema dinâmico. Logo,

$$\mathbf{z}_j = [\hat{y}_{k-1|\theta}^{filt}, \dots, \hat{y}_{k-n_y|\theta}^{filt}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-n_u}]^T$$

onde $\hat{y}_{k|\theta}^{filt}$ é a saída do modelo nebuloso auxiliar, e u_k é o sinal de entrada aplicado ao sistema dinâmico. A fórmula de inferência do modelo nebuloso auxiliar é dada por

$$\begin{aligned} \hat{y}_{k|\theta}^{filt} = & \beta_1(\mathbf{z}_k)[\alpha_{1,1}\hat{y}_{k-1|\theta}^{filt} + \dots + \alpha_{1,n_y}\hat{y}_{k-n_y|\theta}^{filt} + \rho_{1,1}u_{k-d} + \dots + \\ & \rho_{1,n_u}u_{k-d-n_u} + \delta_1] + \beta_2(\mathbf{z}_k)[\alpha_{2,1}\hat{y}_{k-1|\theta}^{filt} + \dots + \alpha_{2,n_y}\hat{y}_{k-n_y|\theta}^{filt} \\ & + \rho_{2,1}u_{k-d} + \dots + \rho_{2,n_u}u_{k-d-n_u} + \delta_2] + \dots + \beta_l(\mathbf{z}_k)[\alpha_{l,1}\hat{y}_{k-1|\theta}^{filt} + \\ & \dots + \alpha_{l,n_y}\hat{y}_{k-n_y|\theta}^{filt} + \rho_{l,1}u_{k-d} + \dots + \rho_{l,n_u}u_{k-d-n_u} + \delta_l] \end{aligned}$$

a qual é, também, linear em seus parâmetros: α , ρ e δ . Quanto mais próximos estes parâmetros são dos parâmetros nominais, mas desconhecidos (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c}), como em (3.2), mais correlacionado \mathbf{z}_k e \mathbf{x}_k serão, e a estimação obtida tende a ser ótima.

3.3 Algoritmo de variável instrumental nebulosa

A metodologia de identificação proposta neste capítulo é simples e atraente visto que não requer a modelagem do ruído para garantir uma estimação consistente e não-polarizada dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS.

3.3.1 Esquema não-recursivo (*off-line*)

As equações normais são formuladas por

$$\sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \hat{\theta}_k - \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] y_j = 0 \quad (3.21)$$

ou, com $\zeta_j = [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j]$,

$$[\sum_{j=1}^k \zeta_j \chi_j^T] \hat{\theta}_k - \sum_{j=1}^k \zeta_j y_j = 0 \quad (3.22)$$

de modo que a estimação via variável instrumental nebulosa é dada por

$$\hat{\theta}_k = \left\{ \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \right\}^{-1} \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] y_j \quad (3.23)$$

e, na forma matricial, o problema de interesse é

$$\hat{\theta} = (\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Sigma})^{-1} \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{Y} \quad (3.24)$$

onde $\mathbf{\Gamma}^T \in \Re^{l(n_y+n_u+1) \times N}$ é a matriz de variáveis instrumentais nebulosas estendida com linhas dadas por ζ_j , $\mathbf{\Sigma} \in \Re^{N \times l(n_y+n_u+1)}$ é a matriz de dados nebulosa estendida com linhas dadas por χ_j , $\mathbf{Y} \in \Re^{N \times 1}$ é o vetor de saída e $\hat{\theta} \in \Re^{l(n_y+n_u+1) \times 1}$ é o vetor de parâmetros. Este modelo nebuloso pode ser obtido por meio de duas abordagens:

- *Abordagem global* : Nesta abordagem, todos os parâmetros do conseqüente são estimados simultaneamente, minimizando o critério:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Sigma} \theta - \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{Y}\|_2^2 \quad (3.25)$$

- *Abordagem local* : Nesta abordagem, os parâmetros do conseqüente são estimados para cada regra i , independentemente, minimizando um conjunto de critérios locais ponderados ($i = 1, 2, \dots, l$):

$$\hat{\theta}_i = \arg \min \|\mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{X} \theta_i - \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{Y}\|_2^2 \quad (3.26)$$

onde \mathbf{Z}^T tem linhas dadas por \mathbf{z}_j e $\mathbf{\Psi}_i$ é a matriz de graus de ativação normalizados associados a \mathbf{z}_j .

3.3.2 Esquema recursivo

Um esquema recursivo pode ser obtido a partir da solução recursiva das equações de variável instrumental nebulosa, atualizando o modelo nebuloso com base na estimação dos parâmetros do conseqüente. A estimação via variável instrumental nebulosa dada em (3.23) pode ser da forma

$$\hat{\theta}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{b}_k \quad (3.27)$$

onde

$$\mathbf{P}_k = \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_j + \xi_j), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_j + \xi_j)]^T \}^{-1}$$

e

$$\mathbf{b}_k = \sum_{j=1}^k [\beta_j^1 \mathbf{z}_j, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_j] y_j$$

que podem ser expressas por

$$\mathbf{P}_k^{-1} = \mathbf{P}_{k-1}^{-1} + [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] [\gamma_k^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \quad (3.28)$$

e

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{b}_{k-1} + [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] y_k \quad (3.29)$$

respectivamente. Pré-multiplicando (3.28) por \mathbf{P}_k e pós-multiplicando por \mathbf{P}_{k-1} tem-se

$$\mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{P}_k + \mathbf{P}_k [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] [\gamma_k^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (3.30)$$

e pós-multiplicando pelo vetor de variáveis instrumentais nebulosas, resulta

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] &= \mathbf{P}_k [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] + \mathbf{P}_k [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_j^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] &= \mathbf{P}_k [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] \{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k]\} \end{aligned}$$

Então, pós-multiplicando por $\{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k]\}^{-1}$ $[\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1}$, tem-se

$$\mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] \{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k]\}^{-1}$$

$$\begin{aligned} [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} &= \mathbf{P}_k [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_k^l \mathbf{z}_k] [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Substituindo-se (3.30) em (3.31), tem-se

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k] \{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k]\}^{-1} [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (3.32)$$

Substituindo-se (3.32) e (3.29) em (3.27), a estimação recursiva dos parâmetros do conseqüente será:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_k = & \{ \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k] \{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k]\}^{-1} \\ & [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1} \} \\ & \{ \mathbf{b}_{k-1} + [\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k] y_k \} \end{aligned}$$

de modo que, finalmente,

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} - \mathbf{K}_k \{ [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \hat{\theta}_{k-1} - y_k \} \quad (3.33)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k = & \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k] \{1 + [\gamma_j^1(\mathbf{x}_k + \xi_k), \dots, \gamma_k^l(\mathbf{x}_k + \xi_k)]^T \mathbf{P}_{k-1}[\beta_k^1 \mathbf{z}_k, \\ & \dots, \beta_j^l \mathbf{z}_k]\}^{-1} \end{aligned} \quad (3.34)$$

As equações (3.32)-(3.34) compõem a fórmula de estimação recursiva, via variável instrumental nebulosa, implementada para determinar uma estimação não-polarizada dos parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos TS em ambiente ruidoso.

3.3.3 Resultados de simulação

No que segue, dois exemplos serão apresentados para demonstrar a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta em ambiente ruidoso.

Identificação de uma função não-linear

Seja a função não-linear definida por

$$u_k = u_k^{nom} + \nu_k \quad (3.35)$$

$$y_k^{nom} = 1 - 2u_k + u_k^2 \quad (3.36)$$

$$y_k = y_k^{nom} + c_k - 0,25c_{k-1} \quad (3.37)$$

Na Fig. 3.1 são mostradas as observações da entrada e da saída da função não-linear nominal ($u_k^{nom} \in [0, 2], y_k^{nom}$) e ruidosa (u_k, y_k) corrompida por ruído com $\sigma_c = \sigma_\nu = 0,2$. O algoritmo de agrupamento $C - Means$ foi

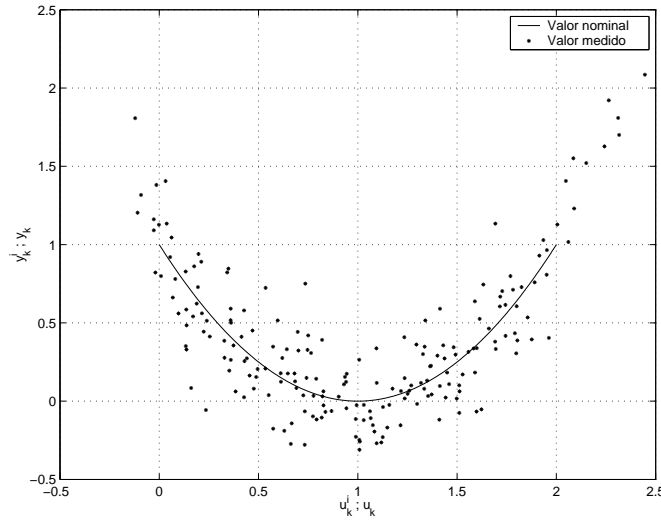


Figura 3.1: Função polinomial com erro nas variáveis.

usado para particionar a variável lingüística da entrada. O método de variável instrumental nebulosa utilizado nesta aplicação foi de acordo com a saída filtrada de um modelo nebuloso auxiliar, com a mesma estrutura do modelo nebuloso usado para identificar a função não-linear. Nesta aplicação, para ilustrar a propriedade de convergência paramétrica, as funções do consequente apresentam a mesma estrutura da função não-linear. Os modelos nebulosos apresentam a seguinte estrutura:

$$R^i : \text{SE } y_k \text{ é } F_i \text{ ENTÃO } \hat{y}_{k|\theta} = a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2$$

onde $i = 1, 2, \dots, 4$. Para o método proposto, o modelo nebuloso auxiliar apresenta a seguinte estrutura:

$$R^i : \text{SE } y_{filt} \text{ é } F_i \text{ ENTÃO } \hat{y}_{k|\theta}^i = a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2$$

onde y_{filt} é a saída filtrada, baseada na estimação dos parâmetros do consequente via método de mínimos quadrados, e usado para criar os conjuntos nebulosos que particionam a variável lingüística da entrada, bem como a matriz de variável instrumental nebulosa. Os resultados para os modelos nebulosos TS obtidos via metodologia proposta bem como via método de mínimos quadrados na estimação dos parâmetros do consequente são mostrados em Fig. 3.2. Pode ser visto, claramente, que as curvas para a função não-linear e para o modelo nebuloso identificado via variável instrumental nebulosa são bem próximos. Os centros dos grupos para o método de mínimos quadrados e o método proposto foram $\mathbf{c} = [-0,0983 \ 0,2404 \ 0,6909 \ 1,1611]^T$

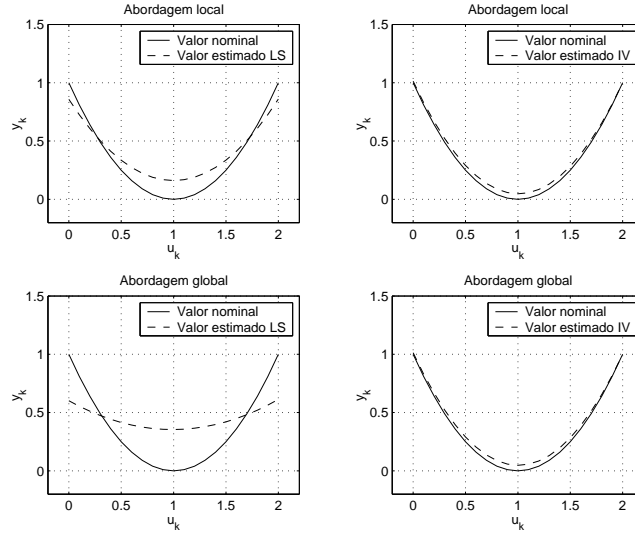


Figura 3.2: Identificação da função polinomial.

e $\mathbf{c} = [0, 1022 \ 0, 4075 \ 0, 7830 \ 1, 1906]^T$, respectivamente, como mostrado na Fig. 3.3.

Os modelos nebulosos obtidos via método de mínimos quadrados foram:
Abordagem local:

$$\begin{aligned} R^1 : \text{SE } y_k \text{ é } F_1 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,7074 - 1,7120u_k + 0,8717u_k^2 \\ R^2 : \text{SE } y_k \text{ é } F_2 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,7466 - 1,2077u_k + 0,5872u_k^2 \\ R^3 : \text{SE } y_k \text{ é } F_3 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,8938 - 1,1831u_k + 0,5935u_k^2 \\ R^4 : \text{SE } y_k \text{ é } F_4 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0853 - 1,4776u_k + 0,7397u_k^2 \end{aligned}$$

Abordagem global:

$$\begin{aligned} R^1 : \text{SE } y_k \text{ é } F_1 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,0621 - 0,4630u_k + 0,2272u_k^2 \\ R^2 : \text{SE } y_k \text{ é } F_2 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,3729 - 0,3068u_k + 0,1534u_k^2 \\ R^3 : \text{SE } y_k \text{ é } F_3 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 0,7769 - 0,3790u_k + 0,1891u_k^2 \\ R^4 : \text{SE } y_k \text{ é } F_4 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,1933 - 0,8500u_k + 0,4410u_k^2 \end{aligned}$$

Por outro lado, os modelos nebulosos obtidos via metodologia proposta foram:

Abordagem local:

$$\begin{aligned} R^1 : \text{SE } y_k \text{ é } F_1 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0130 - 1,9302u_k + 0,9614u_k^2 \\ R^2 : \text{SE } y_k \text{ é } F_2 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0142 - 1,9308u_k + 0,9618u_k^2 \\ R^3 : \text{SE } y_k \text{ é } F_3 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0126 - 1,9177u_k + 0,9555u_k^2 \\ R^4 : \text{SE } y_k \text{ é } F_4 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0123 - 1,9156u_k + 0,9539u_k^2 \end{aligned}$$

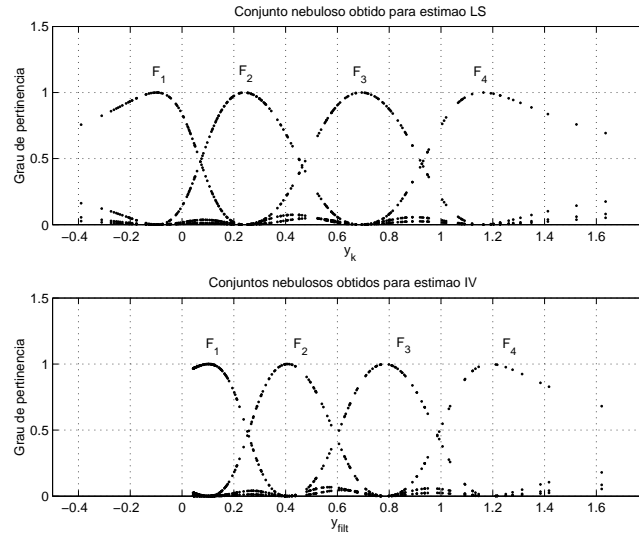


Figura 3.3: Conjuntos nebulosos do antecedente baseado no algoritmo de agrupamento nebuloso $C - Means$.

Abordagem global:

$$\begin{aligned}
 R^1 : \text{ SE } y_k \text{ é } F_1 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0147 - 1,9310u_k + 0,9613u_k^2 \\
 R^2 : \text{ SE } y_k \text{ é } F_2 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0129 - 1,9196u_k + 0,9570u_k^2 \\
 R^3 : \text{ SE } y_k \text{ é } F_3 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0125 - 1,9099u_k + 0,9508u_k^2 \\
 R^4 : \text{ SE } y_k \text{ é } F_4 \text{ ENTÃO } \hat{y}_k &= 1,0141 - 1,9361u_k + 0,9644u_k^2
 \end{aligned}$$

A partir dos resultados de simulação, percebe-se que os modelos nebulosos TS obtidos via método de mínimos quadrados são muito pobres e não são capazes de aproximar a função não-linear. Isto deve-se à influência do ruído nos regressores da matriz de dados, conforme mostrado na seção 3.2, tornando a estimação dos parâmetros do conseqüente polarizada e inconsistente. Em contrapartida, os parâmetros do conseqüente dos modelos nebulosos obtidos via metodologia proposta tendem aos parâmetros da função não-linear (3.35)-(3.37), o que evidencia a robustez do método de variável instrumental nebulosa para aproximar a função não-linear em ambiente ruidoso. Dois critérios, muito usados em análise de dados experimentais e modelagem nebulosa foram aplicados para avaliar os modelos obtidos: *Variance Accounted For* (VAF)

$$\mathbf{VAF}(\%) = 100 \times \left[1 - \frac{\text{var}(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})}{\text{var}(\mathbf{Y})} \right] \quad (3.38)$$

onde \mathbf{Y} é a saída nominal do sistema dinâmico, $\hat{\mathbf{Y}}$ é a saída do modelo

nebuloso com *var* a variância do sinal, e *Mean Square Error* (MSE)

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_{k|\theta})^2 \quad (3.39)$$

onde y_k é a saída nominal do sistema dinâmico, $\hat{y}_{k|\theta}$ é a saída do modelo nebuloso e N é o número de pontos. Os modelos nebulosos TS obtidos via método de mínimos quadrados apresentaram um desempenho com VAF e MSE de 74,4050% e 0,0226 para a abordagem local e de 6,0702% e 0,0943 para a abordagem global, respectivamente. Os modelos nebulosos TS obtidos via método de variável instrumental nebulosa apresentaram um desempenho com VAF e MSE de 99,5874% e 0,0012 para a abordagem local e de 99,5730% e 0,0013 para a abordagem global, respectivamente. As variáveis instrumentais nebulosas satisfizeram os **Lemas 1-3** bem como o **Teorema 1**, na seção 3.2.1 e, conseqüentemente, o algoritmo proposto mostrou-se robusto ao ruído.

Identificação recursiva de um sistema dinâmico não-linear

O sistema dinâmico não-linear no tempo discreto a ser identificado é dado por

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^{nom} + \nu_k \\ x_{k+1} &= \frac{x_k x_{k-1} (x_k + 2, 5)}{1 + x_k^2 + x_{k-1}^2} + u_k \\ y_{k+1} &= x_{k+1} + c_k - 0,5c_{k-1} \end{aligned} \quad (3.40)$$

o qual é, sem ruído, um problema padrão em modelagem neural e nebulosa (Papadakis & Theocaris [70], Narendra & Parthasarathy [64]), onde x_k é a saída nominal do sistema dinâmico e $u_k^{nom} = 1,5 \sin(\frac{2\pi k}{25})$ é a entrada nominal aplicada. Neste caso, ν_k e c_k são sinais do tipo ruído branco com $\sigma_\nu^2 = \sigma_c^2 = 0,1$ implicando que o nível de ruído aplicado à saída está entre 0% e $\pm 20\%$ dos seus valores nominais, o que é uma percentagem de ruído aceitável na prática. A base de regras, para o modelo nebuloso TS, é da forma:

$$\begin{aligned} R^i : \text{ SE } y_k \text{ é } F_{1,2}^i \text{ E } y_{k-1} \text{ é } G_{1,2}^i \text{ ENTÃO} \\ \hat{y}_{k+1} = a_{i,1}y_k + a_{i,2}y_{k-1} + b_{i,1}u_k + c_i \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde $F_{1,2}^i |_{i=1,2,\dots,l}$ são conjuntos nebulosos gaussianos. O método de variável instrumental nebulosa utilizado é de acordo com o seguinte modelo nebuloso auxiliar:

$$R^i : \text{ SE } y_k^{filt} \text{ é } F_{1,2}^i \text{ E } y_{k-1}^{filt} \text{ is } G_{1,2}^i \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k+1}^{filt} = a_{i,1}y_k^{filt} + a_{i,2}y_{k-1}^{filt} + b_{i,1}u_k + c_i \quad (3.42)$$

onde \hat{y}^{filt} é a saída filtrada, baseada na estimação via método de mínimos quadrados, e usado para criar os conjuntos nebulosos que particionam as variáveis lingüísticas da entrada bem como a matriz de variável instrumental nebulosa. O número de regras do modelo nebuloso é 4, os parâmetros do antecedente foram obtidos pelo método de agrupamento ECM proposto em (Kasabov *et al.* [50]). Um conjunto de dados experimentais de 500 pontos foi criado de (3.40). As partições das variáveis lingüísticas obtidas pelo método ECM são mostradas na Fig. 3.4. O resultado da estimação recursiva dos

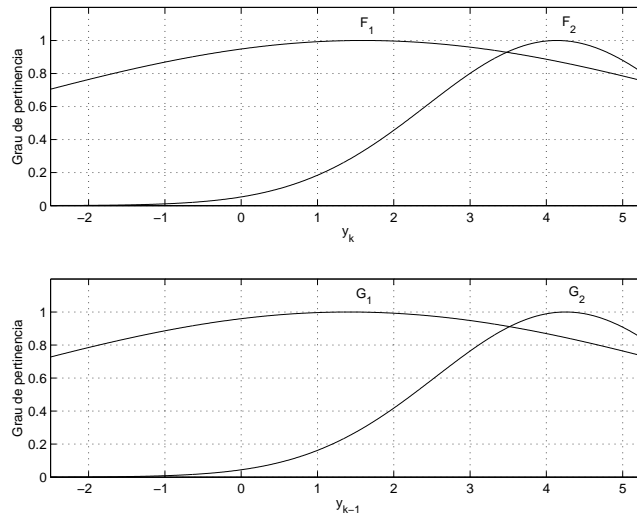


Figura 3.4: Funções de pertinência do antecedente.

parâmetros do conseqüente do modelo nebuloso TS é mostrado na Fig. 3.5. O coeficiente de determinação, muito usado em análise de dados experimentais para modelagem de séries temporais, foi usado para avaliar o desempenho do modelo nebuloso identificado:

$$R_T^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_{i|\theta})^2}{\sum_{i=1}^T y_i^2} \quad (3.43)$$

onde y_i é a saída nominal do sistema dinâmico, $\hat{y}_{i|\theta}$ é a saída do modelo nebuloso TS e R_T é simplesmente uma medida normalizada do grau de explanação dos dados. O coeficiente de determinação foi de 0,9771. De acordo com a Fig. 3.5, pode ser visto que o algoritmo recursivo de variável instrumental nebulosa é sensível ao comportamento do sistema dinâmico, e que a estimação dos parâmetros é satisfatória. Como esperado, a metodologia proposta permite uma estimação não-polarizada dos parâmetros do conseqüente e, conseqüentemente, a convergência do modelo nebuloso TS ao comportamento do

sistema dinâmico em um ambiente ruidoso. Estas características são muito importantes em aplicações de projeto de controle adaptativo. O rastreamento da trajetória de saída do sistema dinâmico é mostrado na Fig. 3.6. A Figura 3.7 mostra a matriz de covariância nebulosa \mathbf{P}_k da estimação recursiva dos parâmetros no último instante de amostragem. Pode ser visto que a incerteza paramétrica tende a zero e os valores maiores neste gráfico em 3D representam os elementos da diagonal principal, os quais asseguram a propriedade de não-singularidade desta matriz durante o processo de estimação.

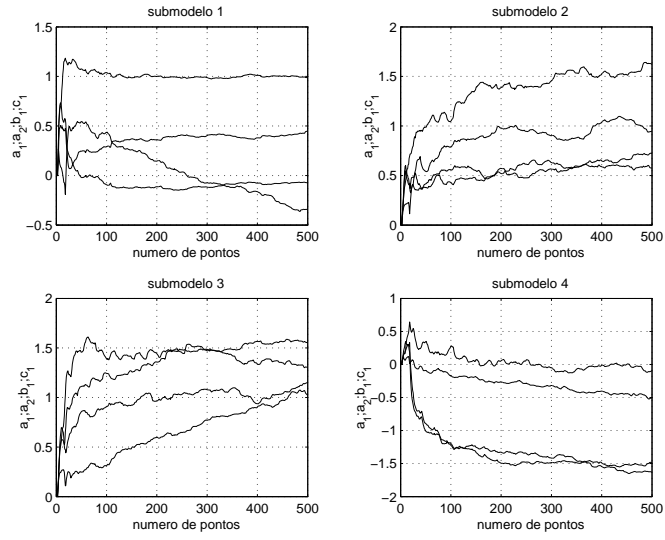


Figura 3.5: Estimação recursiva dos parâmetros do modelo nebuloso TS.

3.4 Algoritmo de variável instrumental nebulosa baseado em fatoração QR

A partir da formulação geral do modelo NARX nebuloso TS, para um conjunto de N pares de dados de entrada-saída $\{(\mathbf{x}_k, y_k) | i = 1, 2, \dots, N\}$ disponível, a seguinte forma vetorial é obtida

$$\mathbf{Y} = [\psi_1 \mathbf{X}, \psi_2 \mathbf{X}, \dots, \psi_l \mathbf{X}] \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\Xi} \quad (3.44)$$

onde $\psi_i = \text{diag}(\gamma_i(\mathbf{x}_k)) \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{X} = [\mathbf{y}_k, \dots, \mathbf{y}_{k-ny+1}, \mathbf{u}_k, \dots, \mathbf{u}_{k-nu+1}, \mathbf{1}] \in \mathbb{R}^{N \times (n_y + n_u + 1)}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$, $\boldsymbol{\Xi} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ e $\boldsymbol{\Theta} \in \mathbb{R}^{l(n_y + n_u + 1) \times 1}$ são a matriz de grau de pertinência normalizada, a matriz de dados, o vetor de saída, o vetor de ruído desconhecido e o vetor de parâmetros estimados, respectivamente.

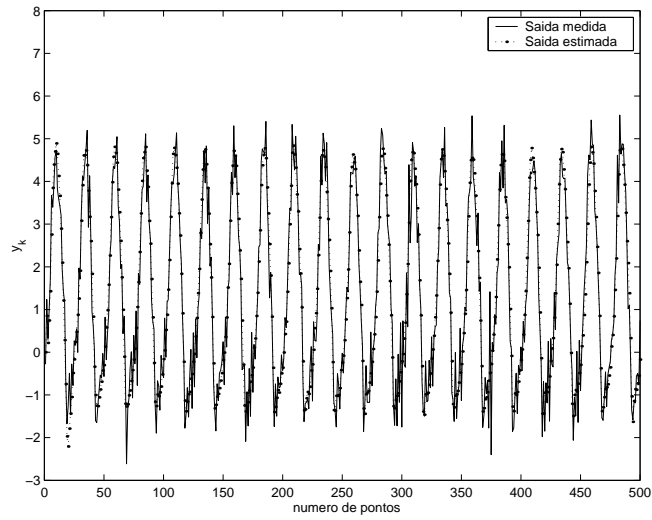


Figura 3.6: Rastreamento da trajetória de saída via algoritmo de variável instrumental nebulosa.

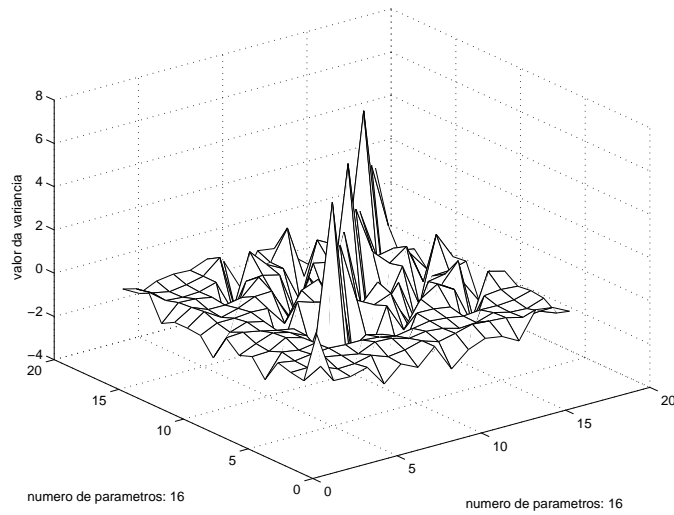


Figura 3.7: Matriz de covariância nebulosa P_k .

Fazendo $\Sigma = [\psi_1 \mathbf{X}, \psi_2 \mathbf{X}, \dots, \psi_l \mathbf{X}] \in \Re^{N \times l(n_y + n_u + 1)}$, de (3.44) resulta

$$\mathbf{Y} = \Sigma \Theta + \Xi \quad (3.45)$$

que pode ser solucionado pelo método de mínimos quadrados, dando

$$\hat{\Theta} = (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T \mathbf{Y} \quad (3.46)$$

Substituindo (3.45) em (3.46) resulta

$$\hat{\Theta} = (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T (\Sigma \Theta + \Xi) \quad (3.47)$$

Daí,

$$\hat{\Theta} = (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T \Sigma \Theta + (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T \Xi \quad (3.48)$$

e

$$\hat{\Theta} = \Theta + (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T \Xi \quad (3.49)$$

Para o caso de não correlação entre \mathbf{X} e Ξ , tem-se que $E[(\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T \Xi]$ é zero e $(E[\hat{\Theta} = \Theta])$. Porém, se \mathbf{X} e Ξ são correlacionados $\hat{\Theta}$ não convergirá para Θ . Em aplicações práticas, as medidas de entrada e saída podem ser contaminadas por ruído correlacionado e pobres modelos caracterizando o sistema dinâmico sob análise serão obtidos. Para superar este problema, a metodologia da variável instrumental nebulosa, já apresentada, é eficiente para obter-se uma estimação consistente com certas propriedades ótimas, e será usada como parte do algoritmo de identificação nebuloso adaptativo proposto nesta seção.

3.4.1 Algoritmo de identificação

O objetivo desta seção é o desenvolvimento de um algoritmo de identificação, numericamente robusto, que forneça estimação freqüente dos parâmetros do conseqüente de modelos nebulos TS por processar iterativamente os dados de entrada e saída de um sistema dinâmico e que possa adaptar-se às variações nos parâmetros com o tempo. O problema de interesse pode ser definido como

$$\Gamma^T \Sigma \Theta = \Gamma^T \mathbf{Y} \quad (3.50)$$

onde $\Gamma^T = [\psi_1 \mathbf{Z}, \psi_2 \mathbf{Z}, \dots, \psi_l \mathbf{Z}]^T \in \Re^{l(n_y + n_u + 1) \times N}$ é a matriz de variável instrumental estendida. A equação (3.50) pode ser escrita como

$$\Gamma^T \mathbf{W} \Sigma \Theta = \Gamma^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \quad (3.51)$$

onde $\mathbf{W} = \text{diag}(\lambda^{n-1}, \lambda^{n-2}, \dots, 1) \in \mathbb{R}^{N \times N}$, com $0 < \lambda < 1$. O escalar λ , *fator de esquecimento*, é usado para atribuir menor peso aos dados passados. Desenvolvendo-se ambos os membros de (3.51), resulta

$$\mathbf{S}\Theta = \mathbf{b} \quad (3.52)$$

onde $\mathbf{S} = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{W} \mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{l(n_y+n_u+1) \times l(n_y+n_u+1)}$ e $\mathbf{b} = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{l(n_y+n_u+1) \times 1}$. As ordens da matriz \mathbf{S} e do vetor \mathbf{b} são menores que as da matriz $\mathbf{\Sigma}$ e do vetor \mathbf{Y} , respectivamente, porque $l(n_y + n_u + 1)$ é igual ao número de parâmetros a serem estimados, implicando menor esforço computacional e, conseqüentemente, maior velocidade para solução de Θ . Genericamente, para \mathbf{S} e \mathbf{b} resulta:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_1^2 \mathbf{W} \mathbf{X} & \dots & \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_1 \mathbf{\Psi}_l \mathbf{W} \mathbf{X} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_l \mathbf{\Psi}_1 \mathbf{W} \mathbf{X} & \dots & \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_l^2 \mathbf{W} \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_1 \mathbf{W} \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_2 \mathbf{W} \mathbf{Y} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_l \mathbf{W} \mathbf{Y} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

onde \mathbf{Z} é a matriz de variáveis instrumentais e $\mathbf{\Psi}$ é uma matriz, diagonal, contendo o grau de ativação normalizado para cada regra. Fazendo $\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{W} \mathbf{\Psi}_j \mathbf{X}$ e $\mathbf{b}_i = \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{W} \mathbf{Y}$, resulta

$$\mathbf{S}_{ij} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) u_{k-1} y_{k-1} \lambda^{n-k} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{k=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) u_{k-p} y_{k-1} \lambda^{n-k} & \dots \\ \sum_{k=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) y_{k-1} \lambda^{n-k} & \dots \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) u_{k-1} y_k \lambda^{n-k} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) u_{k-p} y_k \lambda^{n-k} \\ \sum_{k=1}^n \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) y_k \lambda^{n-k} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

onde $\gamma_{ij}(\mathbf{x}_{k-1}) = \gamma_i(\mathbf{x}_{k-1}) \gamma_j(\mathbf{x}_{k-1}) |_{(i=j=1,2,\dots,l)}$. De (3.55) e (3.56), pode ser visto que a matriz \mathbf{S} e o vetor \mathbf{b} são somatórios que dependem dos valores atual e imediatamente anterior da entrada e da saída do sistema dinâmico, bem como da dimensão do problema. Estas estruturas implicam gerar, diretamente, isto é, a cada amostra, \mathbf{S} e \mathbf{b} , sem necessidade de operações matriciais em bloco, como em (3.51), com a vantagem de que a ordem é

menor para a aplicação da fatoração QR. Pelo uso de matrizes de transformação ortogonal de Householder podemos solucionar problemas de mínimos quadrados via fatoração QR (Patel *et. al.* [71]). Uma matriz ortogonal de Householder é da forma

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} - 2 \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^T}{\|\mathbf{v}_2\|^2} \quad (3.57)$$

onde $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T$ e $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{-1}$. Ela é muito usada para anular um bloco de elementos em matrizes ou vetores através da seleção apropriada do vetor \mathbf{v} em (3.57). Se \mathbf{a} é um vetor não nulo e \mathbf{e}_i é um vetor unitário com 1 na i -ésima posição, quando

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \pm \|\mathbf{a}\| \mathbf{e}_i \quad (3.58)$$

então

$$\mathbf{H}\mathbf{a} = \mp \|\mathbf{a}\| \mathbf{e}_i \quad (3.59)$$

Os vetores \mathbf{v} e \mathbf{a} são idênticos, exceto para o i -ésimo elemento. Assim, o problema consiste em encontrar a solução:

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\mathbf{S}\Theta - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (3.60)$$

Aplicando-se fatoração QR com transformação ortogonal de Householder, resulta

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\mathbf{Q}^T \mathbf{S}\Theta - \mathbf{Q}^T \mathbf{b}\|_2^2 \quad (3.61)$$

e

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\mathbf{R}\Theta - \mathbf{d}\|_2^2 \quad (3.62)$$

onde $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{(n_y+n_u+1) \times (n_y+n_u+1)}$ é uma matriz ortogonal, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{(n_y+n_u+1) \times (n_y+n_u+1)}$ é uma matriz triangular superior e $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{(n_y+n_u+1)}$ é um vetor resultante. Logo, o minimizador de (3.60) pode ser encontrado na solução de $\mathbf{R}\hat{\Theta} = \mathbf{d}$ por substituição para trás. O algoritmo recebe um conjunto inicial de dados de entrada e saída do sistema dinâmico para a estimação inicial automática, e a atualização é feita pela inserção, a cada período de amostragem, de pares de dados de entrada e saída nos somatórios da matriz \mathbf{S} e do vetor \mathbf{b} . Assim, na n -ésima amostra

$$\mathbf{S}_{ij}^{new} = \mathbf{S}_{ij} + \lambda \begin{bmatrix} \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})u_{n-1}y_{n-1} & \cdots \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})u_{n-p}y_{n-1} & \cdots \\ \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})y_{n-1} & \cdots \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

e

$$\mathbf{b}_i^{new} = \mathbf{b}_i + \lambda \begin{bmatrix} \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})u_{n-1}y_n \\ \vdots \\ \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})u_{n-p}y_n \\ \gamma_{ij}(\mathbf{x}_{n-1})y_n \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

O algoritmo proposto pode ser resumido como:

1. Definir um número de medidas de entrada e saída para estimação inicial automática;
2. Gerar a matriz \mathbf{S} e o vetor \mathbf{b} a partir de (3.53)-(3.54);
3. Aplicar fatoração QR por transformação ortogonal de Householder para gerar (3.62);
4. Solucionar (3.62) por substituição para trás;
5. Obter novas medidas de entrada-saída;
6. Gerar a nova matriz \mathbf{S} e o vetor \mathbf{b} a partir de (3.63) e (3.64);
7. Ir para 3.

3.4.2 Resultados de simulação

Seja o seguinte sistema dinâmico não-linear

$$y_k = \frac{y_{k-1}y_{k-2}(y_{k-1} + 2, 5)}{1 + y_{k-1}^2 + y_{k-2}^2} + u_k + e_k \quad (3.65)$$

onde y_k é a saída e $u_k = \sin(\frac{2\pi k}{25})$ é a entrada aplicada. Neste caso e_k é um ruído branco com média zero e variância σ^2 . O modelo TS tem duas entradas y_{k-1} e y_{k-2} e uma saída $\hat{y}_{k|\theta}$, e os parâmetros do antecedente na base de regras do modelo nebuloso são definidos pelo método de agrupamento ECM. O modelo nebuloso é composto de regras da forma:

$$R^i : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_1^i \text{ E } y_{k-2} \text{ é } F_2^i \text{ ENTÃO} \\ \hat{y}_{k|\theta}^i = a_{i,1}y_{k-1} + a_{i,2}y_{k-2} + b_{i,1}u_k + c_i \quad (3.66)$$

onde $F_{1,2}^i$ são conjuntos nebulosos com funções gaussianas.

Conjuntos de dados experimentais de N pontos cada são criados a partir de (3.65), com o ruído variando na faixa $\sigma^2 \in [0, 23]$. Isto quer dizer que o ruído aplicado tem valores entre 0 e $\pm 30\%$ do valor da saída nominal,

que é uma percentagem de ruído aceitável na prática. Estes conjuntos de dados são apresentados ao algoritmo proposto, para a obtenção de um modelo nebuloso TS (IV), e a um algoritmo via método de mínimos quadrados, para a obtenção de um modelo nebuloso TS (LS). Os modelos são obtidos pelas seguintes abordagens:

- *Abordagem global* : Nesta abordagem, todos os parâmetros do conseqüente são estimados simultaneamente, minimizando o critério:

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\mathbf{S}\Theta - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (3.67)$$

onde $\mathbf{S} = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{W} \mathbf{\Sigma}$ e $\mathbf{b} = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}$ para o algoritmo proposto; $\mathbf{S} = \mathbf{\Sigma}^T \mathbf{\Sigma}$ e $\mathbf{b} = \mathbf{\Sigma}^T \mathbf{Y}$ para o algoritmo baseado no método de mínimos quadrados.

- *Abordagem local* : Nesta abordagem os parâmetros do conseqüente são estimados para cada regra i , independentemente uns dos outros, minimizando o conjunto de critérios locais ponderados ($i = 1, 2, \dots, l$):

$$\hat{\Theta}_i = \arg \min \|\mathbf{S}_i \Theta_i - \mathbf{b}_i\|_2^2 \quad (3.68)$$

onde $\mathbf{S}_i = \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{X}$ e $\mathbf{b}_i = \mathbf{Z}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{Y}$ para o algoritmo proposto; $\mathbf{S}_i = \mathbf{X}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{X}$ e $\mathbf{b}_i = \mathbf{X}^T \mathbf{\Psi}_i \mathbf{Y}$ para o algoritmo baseado no método de mínimos quadrados.

A influência do ruído é analisada de acordo com a diferença entre as saídas dos modelos nebulosos obtidos a partir dos dados ruidosos, e a saída da planta sem ruído. Os parâmetros do antecedente e a estrutura dos modelos nebulosos são as mesmas nos experimentos, enquanto os parâmetros do conseqüente são obtidos pelo método proposto e pelo método de mínimos quadrados. Assim, os resultados obtidos são devidos a estes algoritmos e conclusões precisas serão obtidas sobre o desempenho do algoritmo proposto na presença de ruído. Dois critérios são aplicados para validação dos modelos nebulosos obtidos : VAF (*Variance Accounted For*)

$$\mathbf{VAF}(\%) = 100 \times \left[1 - \frac{\text{var}(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})}{\text{var}(\mathbf{Y})} \right] \quad (3.69)$$

onde \mathbf{Y} é a saída nominal da planta, $\hat{\mathbf{Y}}$ é a saída do modelo nebuloso e var é a variância do sinal, e MSE (*Mean Square Error*)

$$\mathbf{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_{k|\theta})^2 \quad (3.70)$$

onde y_k é a saída nominal da planta, $\hat{y}_{k|\theta}$ é a saída do modelo nebuloso, N é o número de pontos. Uma vez obtidos estes valores, uma análise comparativa é estabelecida entre o algoritmo proposto, baseado em variável instrumental nebulosa, e o algoritmo baseado em mínimos quadrados, de acordo com as abordagens apresentadas acima. A Fig. 3.8 mostra um diagrama de blocos representativo para esta análise de desempenho.

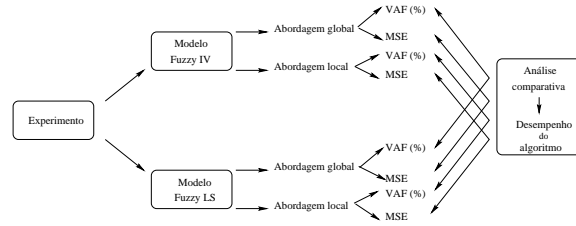


Figura 3.8: Diagrama de blocos da análise de desempenho

A Fig. 3.9 mostra os desempenhos dos modelos obtidos *off-line* de acordo com (3.67) e (3.68). Para estes resultados, o número de pontos foi 500, o algoritmo proposto usou λ igual a 0,99; o número de regras foi 4, a estrutura foi apresentada em (3.66) e os parâmetros do antecedente foram obtidos pelo método ECM para ambos os algoritmos. A partir da Fig. 3.9 pode-se ver, claramente, que o algoritmo proposto apresenta melhor desempenho que o algoritmo baseado em mínimos quadrados nas duas abordagens, sendo mais robusto ao ruído. Isto é devido à matriz de variável instrumental nebulosa, a qual satisfaz as condições de convergência propostas tão bem quanto possível. Na abordagem global, para baixa variância do ruído, ambos algoritmos apre-

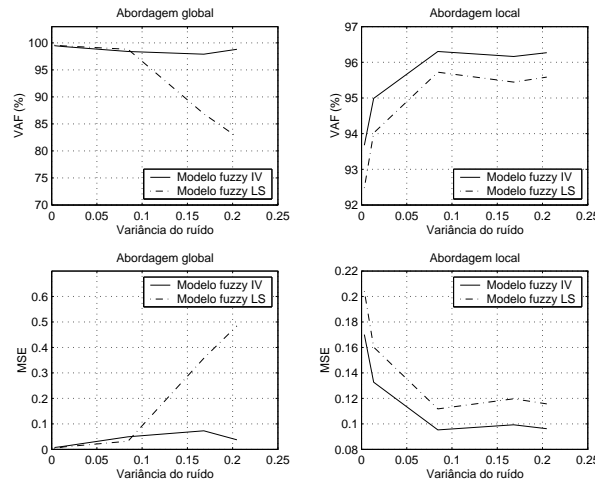


Figura 3.9: Análise comparativa

sentaram desempenhos similares com VAF e MSE de 99, 50% e 0,0071 para

o algoritmo proposto e de 99,56% e 0,0027 para o algoritmo baseado em mínimos quadrados, respectivamente. Porém, quando a variância do ruído aumenta, a matriz de variável instrumental nebulosa escolhida satisfaz as condições de convergência, o que, conseqüentemente, torna o algoritmo proposto mais robusto ao ruído com VAF e MSE de 98,81% e 0,0375, enquanto que o algoritmo baseado em mínimos quadrados apresentou VAF e MSE de 82,61% e 0,4847, respectivamente. Uma análise similar pode ser feita com a abordagem local: aumentando a variância do ruído, ambos algoritmos apresentam bom desempenho onde os valores de VAF e MSE aumentam também. Isto é devido à propriedade politópica, onde os modelos obtidos podem representar aproximações locais com maior flexibilidade. O algoritmo proposto apresentou valores de VAF e MSE de 93,70% e 0,1701 para o pior caso e de 96,3% e 0,0962 para o melhor caso. O algoritmo baseado em mínimos quadrados apresentou valores de VAF e MSE de 92,4% e 0,2042 para o pior caso e de 95,5% e 0,1157 para o melhor caso. A Fig. 3.10 mostra parte dos dados de saída ruidosos para $\sigma^2 = 0,24$, bem como as saídas dos modelos nebulosos para ambos algoritmos e a saída da planta livre de ruído para ambas abordagens objetivando a validação dos modelos. Claramente, pode ser observada a precisão da estimação da saída para o método proposto para ambas abordagens. Para a abordagem global, os valores de VAF e MSE foram de 96,5%

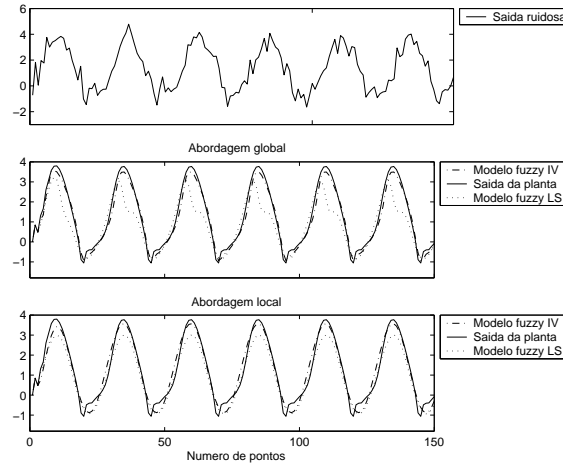


Figura 3.10: Validação dos modelos

e 0,09 para o método proposto e de 81,4% e 0,52 para o algoritmo baseado em mínimos quadrados, respectivamente. Para a abordagem local, os valores de VAF e MSE foram de 96,0% e 0,109 para o método proposto e de 95,5% e 0,1187 para o algoritmo baseado em mínimos quadrados, respectivamente. Para a versão recursiva, a análise de desempenho do algoritmo proposto é

feita para a seguinte planta não-linear

$$y_k = \frac{y_{k-1}y_{k-2}(y_{k-1} + prmt_k)}{1 + y_{k-1}^2 + y_{k-2}^2} + u_k + e_k \quad (3.71)$$

onde $prmt_k = 2,5 + 0,1 \sin(\frac{2\pi k}{45})$. A Fig. 3.11 mostra o rastreamento da saída da planta não-linear variante no tempo em um ambiente ruidoso com $\sigma^2 = 0,01$. Nesta aplicação, 25 pontos foram usados para fazer a estimação inicial e $\lambda = 0,99$. Como esperado, o método proposto fornece uma predição

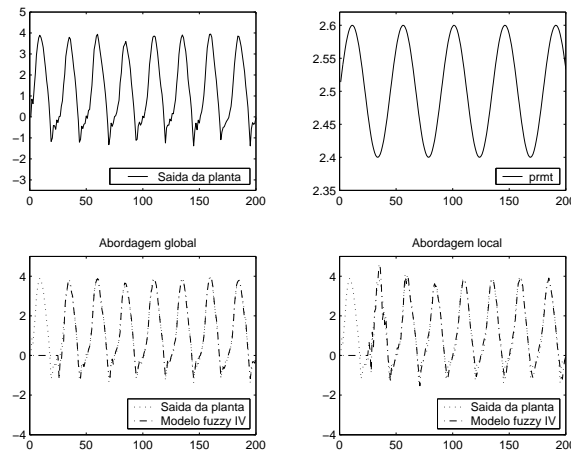


Figura 3.11: Rastreamento da saída da planta não-linear variante no tempo

da saída com alta precisão, uma estimação consistente e não-polarizada dos parâmetros do conseqüente do modelo nebuloso TS e, conseqüentemente, alta velocidade de convergência dos modelos nebulosos (baseados nas abordagens global e local) para seguir o comportamento variante no tempo da planta em um ambiente ruidoso. Estas características são muito importantes em aplicações ao projeto de controle adaptativo.

Exemplo 2 : Planta não-linear MIMO

Uma vez validado o método proposto para o caso SISO, neste exemplo é mostrada sua aplicabilidade para identificação de plantas não-lineares MIMO. A planta é descrita pelas seguintes equações (Narendra & Parthasarathy [64]):

$$\begin{bmatrix} y_{k,1} \\ y_{k,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{k-1,1}}{1+y_{k-1,2}^2} \\ \frac{y_{k-1,1}y_{k-1,2}}{1+y_{k-1,2}^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{k,1} \\ u_{k,2} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Neste caso, o modelo nebuloso TS MIMO é composto por dois modelos nebulosos TS MISO acoplados de duas entradas $y_{k-1,1}$ e $y_{k-1,2}$ e uma saída

$\hat{y}_{k,ns|\theta}^{ns=1,2}$, onde ns corresponde à saída de cada modelo nebuloso TS MISO utilizado. Nas Figs. 3.12 e 3.13 são mostrados, respectivamente, sem perda de generalidade, o modelo nebuloso multivariável bem como o problema de identificação nebuloso multivariável adotados neste trabalho.

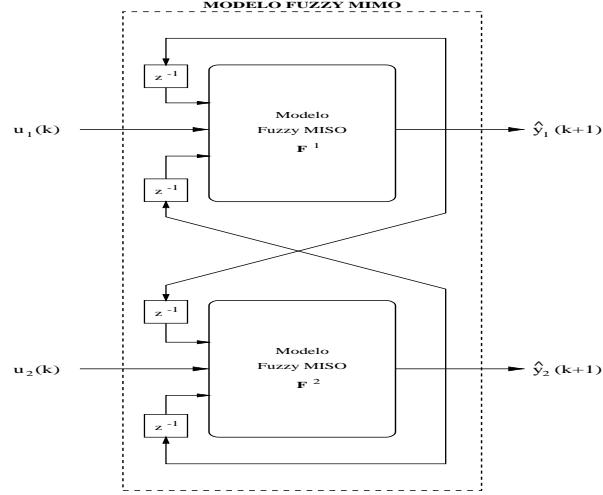


Figura 3.12: Modelo nebuloso multivariável

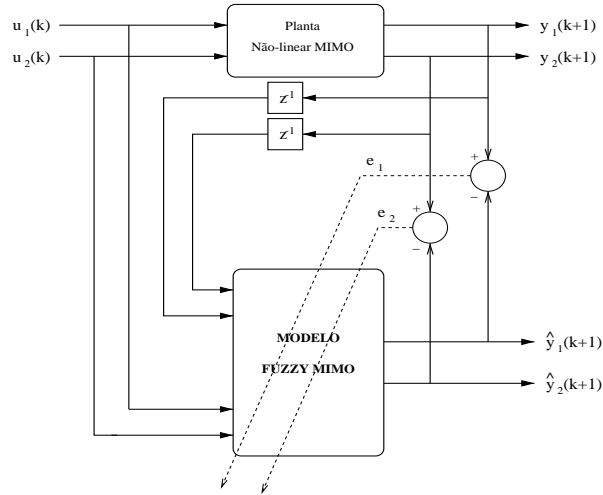


Figura 3.13: Problema de identificação nebuloso multivariável

A base de regras, para cada modelo nebuloso TS MISO, é da forma:

$$R^i : \text{SE } y_{k-1,1} \text{ é } F_1^i \text{ E } y_{k-1,2} \text{ é } F_2^i \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k,ns|\theta}^i = a_{i,1}y_{k-1,1} + a_{i,2}y_{k-1,2} + b_{i,1}u_{k,ne} + c_i \quad (3.73)$$

onde $F_{1,2}^i$ são conjuntos nebulosos com funções gaussianas e $ne = \{1, 2\}$ é a entrada da planta correspondente. Assim, tem-se o seguinte mapeamento nebuloso multivariável:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{k,1} \\ \hat{y}_{k,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^1(y_{k,1}, y_{k,2}, u_{k,1}) \\ \mathbf{F}^2(y_{k,1}, y_{k,2}, u_{k,2}) \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

onde \mathbf{F}^i representa a estrutura do modelo nebuloso MISO proposta.

Um conjunto de dados experimentais de 300 pontos foi criado a partir de (3.72), com entradas $u_{k,1}$ e $u_{k,2}$ aleatórias e distribuídas uniformemente no intervalo $[-1, 1]$ e $\sigma^2 = 0,02$. O nível de ruído aplicado às saídas é de $\pm 15\%$ dos seus valores nominais, que é uma percentagem de ruído aceitável na prática. Este conjunto de dados é apresentado ao algoritmo proposto, para a obtenção do modelo nebuloso multivariável, nas duas abordagens.

Nesta aplicação, foram utilizadas quatro regras para cada modelo nebuloso MISO, os parâmetros do antecedente foram obtidos pelo método ECM e os parâmetros do conseqüente foram obtidos pelo algoritmo de variável instrumental nebulosa, de acordo com os dados de entrada e saída atrasados, com $\lambda = 0,99$ e $dl = 1$. As Figs. 3.14 e 3.15 mostram os primeiros 150 pontos das saídas $y_{k,1}$ e $y_{k,2}$ medidas e as suas respectivas previsões pelo modelo nebuloso multivariável, obtido *off-line*, em cada abordagem. Na abordagem

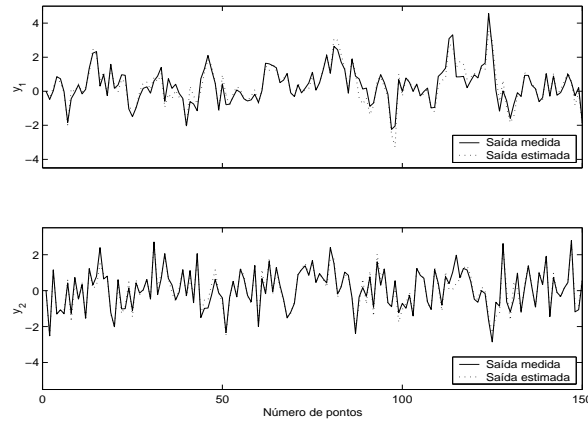


Figura 3.14: Validação do modelo nebuloso MIMO obtido pela abordagem global

global, os valores de VAF e MSE foram de 95,02% e 0,1317 para a saída $y_{k,1}$ e de 96,1647% e 0,0994 para a saída $y_{k,2}$, respectivamente. Na abordagem local, os valores de VAF e MSE foram de 95,85% e 0,1082 para a saída $y_{k,1}$ e de 93,7582% e 0,1677 para a saída $y_{k,2}$, respectivamente. As Figs. 3.16 e 3.17 mostram o rastreamento das saídas da planta não-linear em um ambiente ruidoso com $\sigma^2 = 0,02$. Nesta aplicação, 30 pontos foram usados para fazer a estimação inicial.

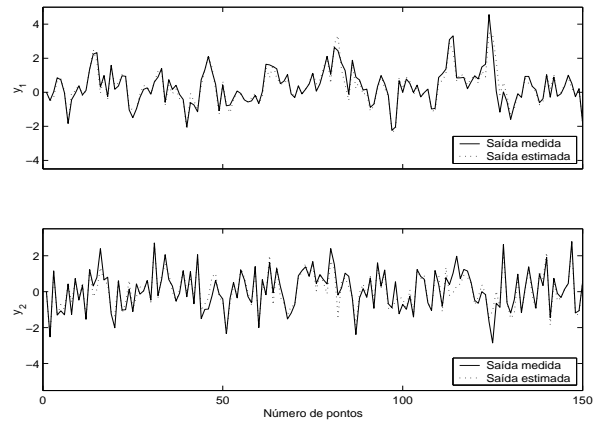


Figura 3.15: Validação do modelo nebuloso MIMO obtido pela abordagem local

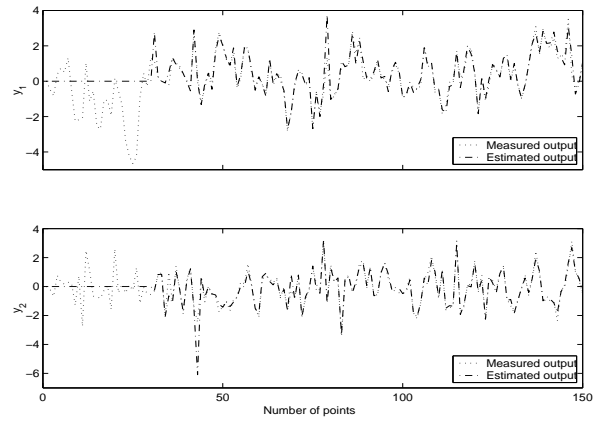


Figura 3.16: Predição das saídas pelo modelo nebuloso MIMO obtido na abordagem global

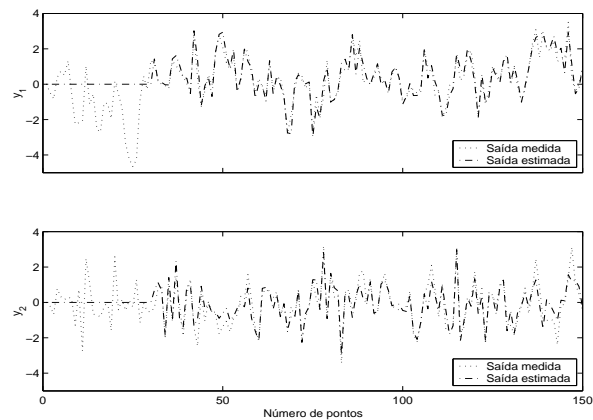


Figura 3.17: Predição das saídas pelo modelo nebuloso MIMO obtido na abordagem local

Como esperado, o método proposto fornece uma predição suficientemente precisa das saídas, uma estimação consistente e não-polarizada dos parâmetros nebulosos e, conseqüentemente, alta velocidade de convergência dos modelos nebulosos (baseados nas abordagens global e local) para seguir o comportamento da planta não-linear MIMO em um ambiente ruidoso. Estas características são muito importantes em aplicações ao projeto de controle adaptativo multivariável.

3.5 Estudo de casos

3.5.1 Viga de alumínio livre-livre

Esta seção é dedicada à identificação de uma viga de alumínio, uma planta complexa, não-linear e variante com o tempo, cujas dimensões são: 1100x32x3 mm, e cujo estudo serve como fundamento para aplicações em estruturas mecânicas de aeronaves e/ou veículos aeroespaciais. A estrutura geral do experimento é do tipo livre-livre, ou seja, nenhuma das suas extremidades está fixa e a viga está suspensa por fios de *nylon* conforme mostra a Fig.3.18.

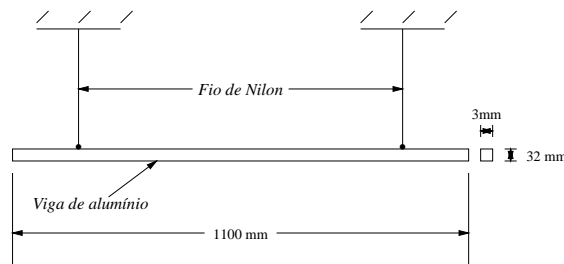


Figura 3.18: Viga de alumínio livre-livre

Esta viga faz parte do laboratório de Vibroacústica do Departamento de Mecânica Computacional na Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Vários estudos têm sido aplicados com o objetivo de se obter um modelo suficientemente preciso para fins de controle ativo de vibração. Foram utilizados 49152 pontos num intervalo de 49,152 s, que implica um intervalo de amostragem de 1 ms.

Um sinal *chirp* com frequência variando de 1 a 125 Hz foi utilizado como entrada, em três repetições, e a vibração (medida a partir de um micro-acelerômetro) da viga de alumínio como a saída ruidosa. O conjunto de dados de entrada e saída durante todo o experimento são mostrados na Fig. 3.19 (a) e (c), enquanto que os primeiros 20 ms dos dados, para fins de ilustração, são apresentados na Fig. 3.19 (b) e (d). Este tipo de sinal de entrada

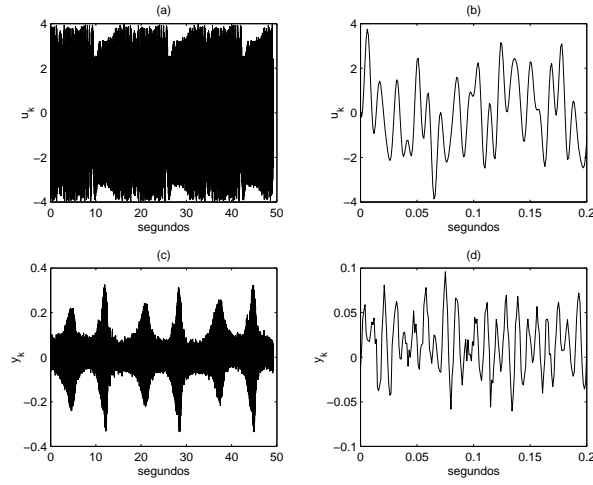


Figura 3.19: Teste dinâmico em uma viga livre-livre. Sinais de (a-b) entrada e (c-d) saída resultantes de um teste experimental. A entrada é o sinal que comanda a viga e a saída é a vibração.

é de grande interesse prático pois permite que os modos da planta, na varredura da frequência, sejam excitados e um modelo mais preciso seja obtido. Foram utilizados os primeiros 24576 pontos para estimação paramétrica e os próximos 24576, o que equivale à segunda metade do conjunto de dados, para a validação. O modelo nebuloso apresenta a seguinte estrutura:

$$R^i : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_{1,2}^i \text{ E } y_{k-2} \text{ é } G_{1,2}^i \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = a_{i,1}y_{k-1} + a_{i,2}y_{k-2} + b_{i,1}u_k + c_i \quad (3.75)$$

onde $F_{1,2}^i |_{i=1,2,\dots,l}$ são conjuntos nebulosos gaussianos. As variáveis instrumentais nebulosas são as variáveis linguísticas y_k e y_{k-1} filtradas, geradas automaticamente a partir do modelo auxiliar nebuloso, e usada para criar os conjuntos nebulosos bem como a matriz de variável instrumental nebulosa para estimação dos parâmetros do consequente. A Fig. 3.20 mostra as partições das variáveis linguísticas do modelo nebuloso obtido.

A Fig. 3.21 mostra os parâmetros estimados usando o algoritmo recursivo de variável instrumental nebulosa, e na Fig. 3.22 a matriz de covariância P_k na última recursão. A base de regras do modelo nebuloso obtido na última recursão é da seguinte forma:

$$R^1 : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_1 \text{ E } y_{k-2} \text{ é } G_1 \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = 6,3565y_{k-1} - 3,4363y_{k-2} - 0,0025u_k - 0,6552$$

$$R^2 : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_1 \text{ E } y_{k-2} \text{ é } G_2 \text{ ENTÃO}$$

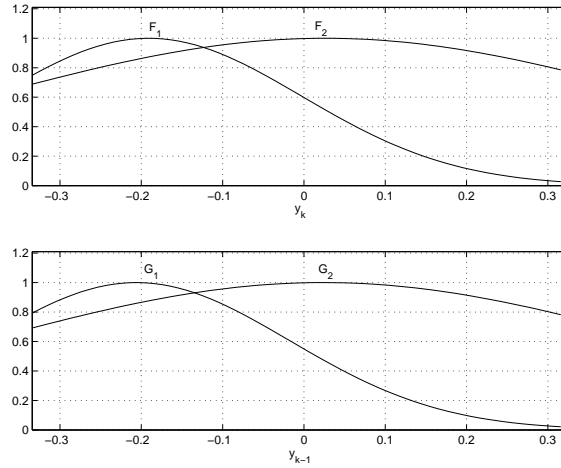


Figura 3.20: Partição das variáveis linguísticas do modelo nebuloso identificado.

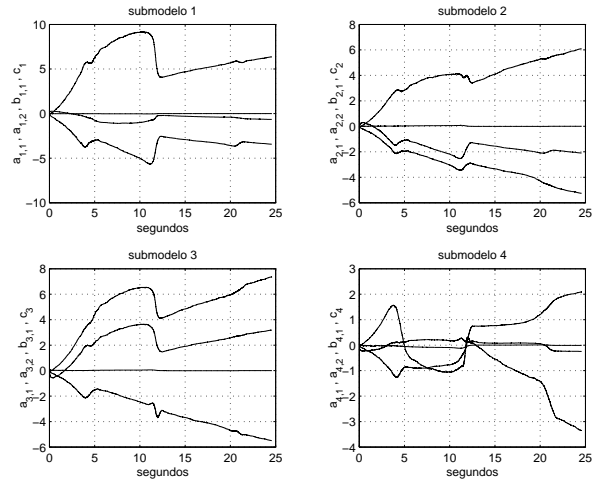


Figura 3.21: Estimação recursiva dos parâmetros do modelo nebuloso para a viga de alumínio.

$$\hat{y}_{k|\theta} = 6,0951y_{k-1} - 5,2626y_{k-2} + 0,0067u_k - 2,0973$$

$$R^3 : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_2 \text{ E } y_{k-2} \text{ é } G_1 \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = 7,3567y_{k-1} - 5,4944y_{k-2} + 0,0037u_k + 3,1799$$

$$R^4 : \text{SE } y_{k-1} \text{ é } F_2 \text{ E } y_{k-2} \text{ é } G_2 \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{y}_{k|\theta} = -3,3510y_{k-1} + 2,0907y_{k-2} - 0,0112u_k - 0,2468$$

O erro de estimação, o qual representa o ruído a partir dos componen-

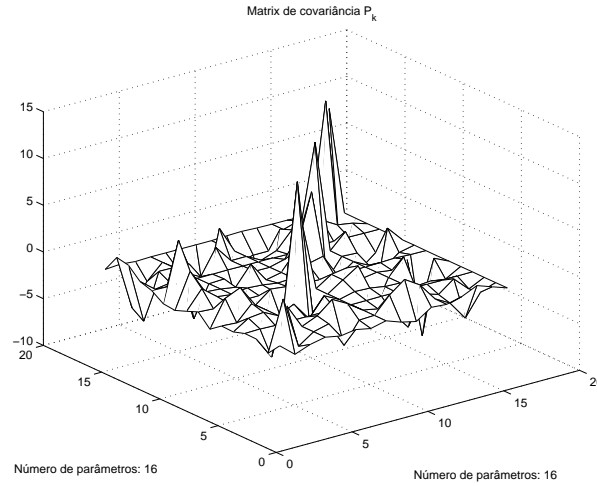


Figura 3.22: Matriz de covariância nebulosa P_k .

tes eletrônicos incluindo o atuador, sensor, sistema de aquisição de dados e amplificador de sinais, apresentou um valor quadrático médio MSE (*Mean Square Error*) de $4,2808 \times 10^{-4}$. A Fig. 3.23 mostra a validação do modelo nebuloso obtido de acordo com a curva da função de resposta em frequência FRF (Juang [47]) da viga de alumínio. A complexidade consiste nas três frequências naturais da viga de alumínio representadas pelos picos em 35 Hz, 70 Hz e 120 Hz, respectivamente. Claramente, o modelo nebuloso obtido é suficientemente preciso na faixa de interesse do experimento e pode ser usado eficientemente no projeto de controle ativo de vibração.

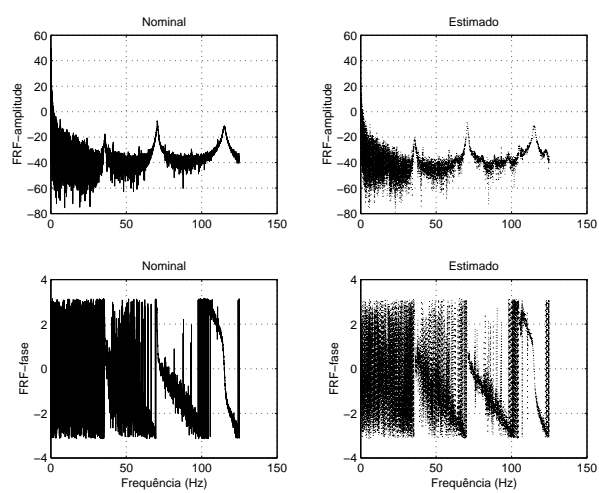


Figura 3.23: Validação do modelo.

Capítulo 4

Metodologia para Controle: *Gain Scheduling* Neural de Controle Nebuloso Genético Multiobjetivo

Este capítulo apresenta a proposta de um esquema de controle adaptativo *gain scheduling* baseado em redes neurais, sistemas nebulosos e algoritmos genéticos para sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto. O controlador nebuloso é desenvolvido e projetado com o uso de algoritmos genéticos para satisfazer, simultaneamente, múltiplos objetivos. Com o esquema de aprendizagem supervisionada, os parâmetros do controlador nebuloso são usados para projetar um *gain scheduler* neural para ajuste *on-line* do controlador nebuloso em alguns pontos de operação do sistema dinâmico.

4.1 Introdução

Controle adaptativo está intrinsecamente relacionado ao problema de estimação recursiva de parâmetros e sua motivação principal é bastante atraente: um controlador capaz de modificar-se de acordo com o comportamento do sistema dinâmico, de forma a satisfazer as especificações de projeto pré-definidas (Åström & Wittenmark [11], Chalam [23]). Estes esforços iniciaram-se em 1950. Em 1980 as pesquisas em controle adaptativo progrediram, principalmente, nas seguintes direções: *controle auto-ajustável*, *controle baseado em modelo de referência* e *controle gain scheduling*. Particularmente, o problema de controle *gain scheduling* tem sido alvo de grande interesse de pesquisa nos aspectos prático e teórico (Korba *et al.* [53], Rugh & Shamma [77]). Este interesse advém do desenvolvimento de técnicas que levam a um trata-

mento mais rigoroso e sistemático do problema de controle. A abordagem clássica de controle *gain scheduling* consiste, essencialmente, em uma síntese de controle associada a alguma estratégia de escalonamento de ganhos ou parâmetros em função das várias regiões de operação que refletem um tipo de comportamento específico do sistema dinâmico em termos de variáveis auxiliares associadas.

A necessidade de aplicações de controle adaptativo envolvendo sistemas inteligentes tem crescido na última década, devido à procura por sistemas com alto desempenho, à explosão e globalização de informações e, conseqüentemente, ao alto grau de competitividade na busca por soluções mais rápidas e eficientes em engenharia. A explosão de informações tem posto restrições no tempo para a tomada de decisões. Este rápido desenvolvimento, tem aberto as portas para uma larga faixa de aplicações (Sinha & Gupta [110]). Dentre as metodologias mais usadas em aplicações industriais em áreas tais como telecomunicações, controle de qualidade, controle de processos industriais, sistema financeiro, modelagem e predição de séries temporais tem-se: *redes neurais*, *sistemas nebulosos* e *algoritmos genéticos*. Estas metodologias, porém, devido às limitações particulares, passaram por um processo de hibridização, abrindo as portas para um grande número de contribuições (Serra & Bottura [102], Vellasco *et al.* [122], Melin & Castillo [61]).

Neste capítulo, uma estratégia computacional, mais diretamente ligada às técnicas de inteligência computacional, é empregada como uma ferramenta para o projeto de controle adaptativo *gain scheduling*, explorando as vantagens de redes neurais, sistemas nebulosos e algoritmos genéticos (Serra & Bottura [93], Goonatilake & Khebbal [34], Dillon & Khosla [28]). Resultados de simulação demonstram a eficiência da estrutura proposta no controle adaptativo de velocidade de um servomotor DC, usado como atuador de manipuladores robóticos.

4.2 Controle adaptativo neuro genético nebuloso

O elemento chave em controle adaptativo é o mecanismo de ajuste dos parâmetros do controlador. Dentre os tipos de mecanismos de ajuste tem-se: o *gain scheduling*, o *baseado em modelo de referência* e o *auto-ajustável* (Åström & Wittenmark [11], Ioannou & Sun [44], Chalam [23]). Visto que o comportamento de um sistema dinâmico está sujeito a mudanças devido à não-linearidade, é possível, em muitas situações, encontrar variáveis mensuráveis correlacionadas a estas mudanças. Estas variáveis podem ser usadas para modificar os parâmetros de um controlador e acomodar as mudanças do

sistema dinâmico. Esta abordagem é chamada *gain scheduling* e é ilustrada na Fig. 4.1. O diagrama apresenta duas malhas: uma malha de realimentação composta pelo controlador e o sistema dinâmico, e outra malha composta pelo mecanismo de ajuste dos parâmetros do controlador de acordo com as condições de operação conhecidas *a priori*, em função das variáveis auxiliares associadas. O *gain scheduler* clássico é composto por uma tabela

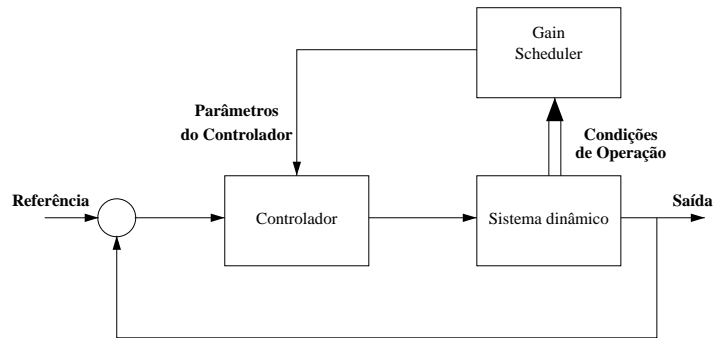
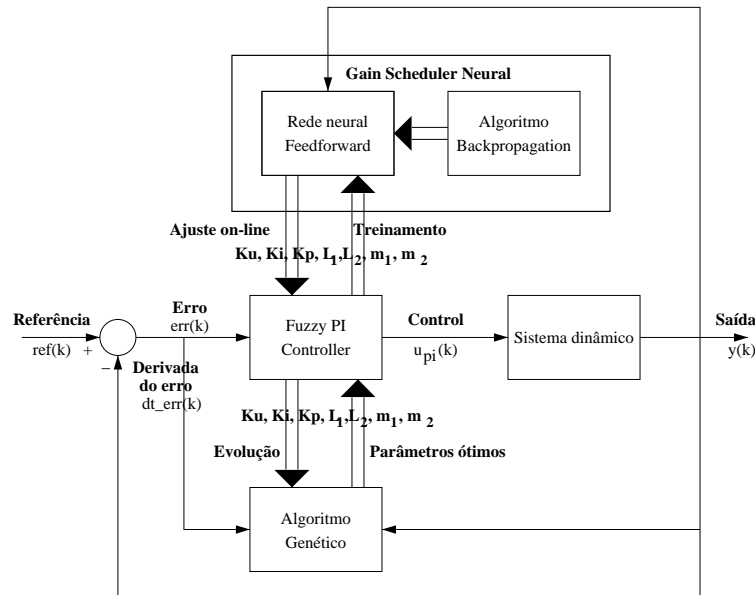


Figura 4.1: Controle adaptativo *Gain scheduling* clássico.

de busca e uma lógica apropriada para detectar uma condição de operação e escolher os valores correspondentes dos parâmetros do controlador a partir desta tabela. A vantagem do *gain scheduling* é que o controlador pode ser ajustado, tão rapidamente quanto possível, em função das variáveis auxiliares mensuráveis correlacionadas às mudanças do sistema dinâmico. Porém, mudanças rápidas e freqüentes nos parâmetros do controlador, podem levar à instabilidade; portanto, há um limite no quão rápido os parâmetros do controlador podem ser ajustados. Uma das desvantagens do *gain scheduling* clássico, é que o mecanismo de ajuste dos parâmetros do controlador, *gain scheduler*, é pré-projetado *off-line* e, portanto, não fornece alguma realimentação para compensar escalonamentos incorretos. Mudanças imprevisíveis no sistema dinâmico, podem levar à deterioração de desempenho ou, até mesmo, à uma falha completa. Um outro possível ponto fraco do *gain scheduling* clássico são o custo do projeto e da implementação que aumentam com o número de condições de operação. Na tentativa de superar estes problemas, uma estrutura alternativa de controle adaptativo neuro genético nebuloso, com um *gain scheduler* neural, é proposta, conforme mostrado na Fig. 4.2. Um controlador nebuloso é projetado via algoritmo genético para satisfazer, simultaneamente, as seguintes especificações de desempenho: *minimização do sobre-sinal*, *minimização do tempo de acomodação*, *suavização da resposta transitória*. Um *gain scheduler* neural é projetado, via algoritmo *backpropagation*, para ajustar os parâmetros do controlador nebuloso em alguns pontos de operação. Esta estrutura busca apresentar as seguintes características:


 Figura 4.2: *Gain scheduling* neural de controle nebuloso genético.

melhor desempenho da malha de controle, trabalhar com um mecanismo de ajuste inteligente (rede neural), ajustar todos os parâmetros do controlador nebuloso *on-line*, fornecer uma boa interpolação entre os controladores nebulosos em função das condições de operação. Uma explanação detalhada da metodologia de controle proposta é apresentada a seguir em termos de um controlador PI nebuloso, baseado no sistema de inferência do tipo Mamdani apresentado no capítulo 1 desta tese.

4.2.1 Controlador PI nebuloso no tempo discreto

A saída de um controlador PI no tempo contínuo é dado por

$$u_{PI}(s) = (K_p + \frac{K_i}{s})E(s) ,$$

onde K_p e K_i são os ganhos proporcional e integral, respectivamente, e $E(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de erro de rastreamento do sinal de referência.

Aplicando-se a transformação bilinear

$$s = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} ,$$

onde $T > 0$ é o período de amostragem, resulta a seguinte forma discreta para a equação de saída do controlador PI

$$u_{PI}(z) = (K_p - \frac{K_i T}{2} + \frac{K_i T}{1 - z^{-1}})E(z) ,$$

onde $E(z)$ é a transformada- z do sinal de erro de rastreamento da trajetória de referência. Considerando-se $K_p^d = K_p - \frac{K_i T}{2}$ e $K_i^d = K_i T$, e tomando-se a transformada- z inversa, tem-se que

$$u_{PI}(k) - u_{PI}(k-1) = K_p^d[e(k) - e(k-1)] + K_i^d T e(k) . \quad (4.1)$$

Dividindo-se (4.1) por T , tem-se

$$\frac{u_{PI}(k) - u_{PI}(k-1)}{T} = K_p^d \left[\frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right] + K_i^d e(k)$$

e

$$u_{PI}(k) = u_{PI}(k-1) + T \{ K_p^d \left[\frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right] + K_i^d e(k) \} . \quad (4.2)$$

Atribuindo-se ao termo T , multiplicador em (4.2), um ganho da ação de controle nebulosa, resulta a seguinte lei de controle PI nebulosa

$$u_{PI}(k) = u_{PI}(k-1) + K_u^d \{ K_p^d \left[\frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right] + K_i^d e(k) \} ,$$

onde K_p^d , K_i^d , e K_u^d são os ganhos de controle a serem determinados. Sejam

$$e_r^d(k) = \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

$$e_c^d(k) = e(k)$$

e

$$\Delta_u^d(k) = K_p^d e_r^d(k) + K_i^d e_c^d(k)$$

A lei de controle PI nebulosa fica da seguinte forma

$$u_{PI}(k) = u_{PI}(k-1) + K_u^d \Delta_u^d(k) . \quad (4.3)$$

A Fig. 4.3 mostra o esquema de controle com o controlador PI nebuloso. O estudo deste controlador nesta configuração é muito importante para aplicações práticas em controle assistido por computador, baseado em um sistema de aquisição de dados. A fuzificação levou em consideração a lei de controle PI nebulosa dada em (4.3). Os conjuntos nebulosos, os quais particionam os

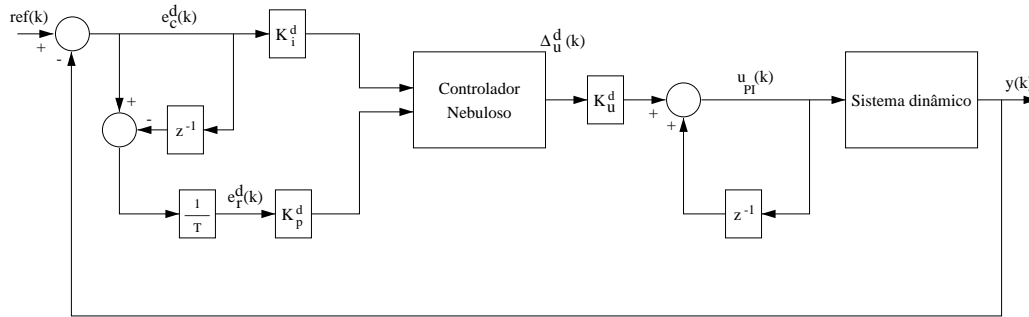


Figura 4.3: Controle PI nebuloso. O controlador PI nebuloso tem duas variáveis lingüísticas de entrada (erro $\tilde{e}_c^d(k)$, derivada do erro $\tilde{e}_r^d(k)$) e uma variável lingüística de saída (controle $\Delta_u^d(k)$).

universos de discurso da entrada e da saída do controlador PI nebuloso, são mostrados na Fig. 4.4(a), (b), e (c), onde **n** significa negativo, **z** significa zero e **p** significa positivo. O controlador PI nebuloso apresenta duas entradas, o sinal de erro de rastreamento do sinal de referência $\tilde{e}_c^d(k) = K_i^d e_c^d(k)$ com $e_c^d = ref(k) - y(k)$ e a derivada do sinal de erro $\tilde{e}_r^d(k) = K_p^d e_r^d(k)$, e uma única saída $\Delta_u^d(k)$, onde as constantes $L_1 > 0$ e $L_2 > 0$ devem ser determinadas. As constantes L_1 e L_2 são parâmetros usados nos conjuntos nebulosos

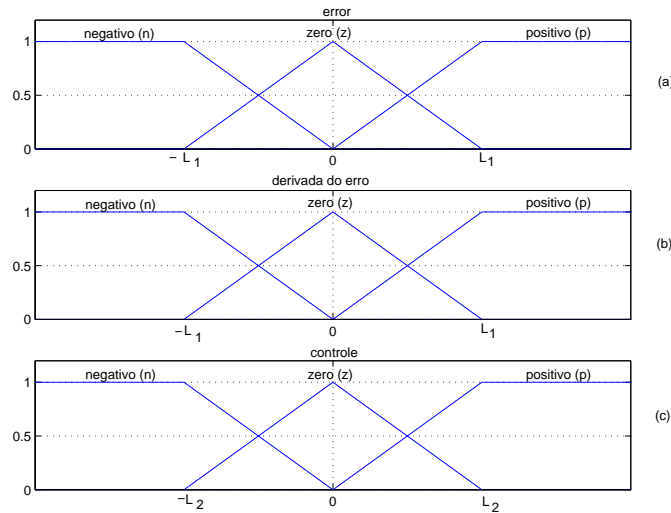


Figura 4.4: Conjuntos nebulosos que particionam as variáveis lingüísticas da entrada e da saída: (a) erro; (b) derivada do erro; (c) controle.

para fornecer mais flexibilidade na obtenção dos parâmetros do controlador PI nebuloso via algoritmos genéticos. Para melhorar a resposta transitória do sistema de controle em malha-fechada, foram usados os operadores de

concentração e *dilatação* nos conjuntos nebulosos, os quais apresentam as seguintes definições:

Definição (Concentração). Por concentração é entendida a operação de tornar os conjuntos nebulosos mais concentrados em torno do ponto, a partir do universo de discurso, com maior grau de pertinência. Ela é estabelecida pelo seguinte operador

$$Con(A(x)) = A^p(x)$$

com $p > 1$.

Definição (Dilatação). O operador dilatação tem efeito oposto ao operador concentração e é obtido pela modificação da função de pertinência da seguinte forma:

$$Dil(A(x)) = A^r(x)$$

com $0 < p < 1$.

As seguintes regras de controle foram estabelecidas para o controlador PI nebuloso, a partir da curva de resposta transitória subamortecida de um sistema dinâmico ao degrau unitário, usando-se os conjuntos nebulosos já mencionados:

- (R_1): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{n}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{n}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{n}$
- (R_2): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{n}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{z}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{n}$
- (R_3): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{n}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{p}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{z}$
- (R_4): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{z}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{n}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{n}$
- (R_5): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{z}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{z}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{z}$
- (R_6): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{z}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{p}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{p}$
- (R_7): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{p}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{n}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{z}$
- (R_8): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{p}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{z}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{p}$
- (R_9): SE $\tilde{e}_c^d = \mathbf{p}$ E $\tilde{e}_r^d = \mathbf{p}$ ENTÃO $\Delta_u^d = \mathbf{p}$

Estas nove regras podem ser explicadas como segue: A regra R_1 significa que se a saída do sistema de controle em malha-fechada está acima da referência e a taxa de variação do erro está decrescendo, então o sinal de controle deve decrescer também. As regras R_2 a R_9 são similarmente analisadas. No passo de defuzzificação, a fórmula do centróide foi empregada para defuzzificar o controle incremental $\Delta_u^d(k)$ da lei de controle PI nebuloso como segue:

$$\Delta_u^d(k) = \frac{\sum_{i=1}^n A_i(x) a_i}{\sum_{i=1}^n A_i(x)}$$

4.2.2 Otimização multiobjetivo do controle PI nebuloso via algoritmos genéticos

Para muitos problemas de tomada de decisão há a necessidade da otimização de múltiplos objetivos que, na prática, no todo ou em parte podem ser conflitantes. Logo, tal problema de otimização multiobjetivo requer técnicas diferentes das de otimização padrão para um único objetivo. Otimização multiobjetivo via algoritmos genéticos busca otimizar os parâmetros de projeto pela minimização ou maximização de uma *função de fitness vetorial*, obtida de acordo com alguns objetivos pré-definidos. Formalmente, tem-se

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} / \max_{\mathbf{x}} \quad \mathbf{y} &= f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})) \\ \text{sujeito a} \quad \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_m) \in X \\ \mathbf{y} &= (y_1, y_2, \dots, y_n) \in Y \end{aligned}$$

onde \mathbf{x} é chamado *vetor de decisão*, X é o *espaço de parâmetros*, \mathbf{y} é o *vetor de objetivos*, Y é o *espaço de objetivos*. Supondo, sem perda de generalidade, um problema de minimização, temos a seguinte definição:

Definição (Solução dominada) : Um vetor de decisão ou solução \mathbf{x} é dominado se existe uma solução factível \mathbf{y} melhor que \mathbf{x} em todas as coordenadas, isto é, para todos os objetivos $f_i (i = 1, \dots, k)$:

$$f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y}) \quad \text{para todo } 1 \leq i \leq k$$

Definição (Solução não-dominada) : Um vetor de decisão ou solução \mathbf{x} é não-dominado se os objetivos correspondentes não podem ser melhorados sem influenciar no resultado dos outros. Esta solução é ótima no sentido de Pareto e o vetor de decisão é denominado *ótimo de Pareto* ou, *conjunto ótimo de Pareto*. Assim, se $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in X$, \mathbf{x}_1 é dito *dominar* \mathbf{x}_2 (ou $\mathbf{x}_1 \succ \mathbf{x}_2$) se, e somente se,

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} : f_i(\mathbf{x}_1) &\geq f_i(\mathbf{x}_2) \quad \wedge \\ \exists j \in \{1, 2, \dots, n\} : f_j(\mathbf{x}_1) &> f_j(\mathbf{x}_2) \end{aligned}$$

Abordagem da soma ponderada

Dentre as abordagens evolutivas para otimização multiobjetivo, nesta tese, a abordagem soma ponderada será usada. Os n objetivos f_1, \dots, f_n são ponderados por coeficientes definidos pelo usuário w_1, \dots, w_n e somados para a obtenção de uma medida escalar do custo de cada indivíduo. Esta medida pode ser usada como base para a seleção. Esta abordagem é largamente

conhecida, intuitiva, simples de implementar e a mais popular. Formalmente, tem-se:

$$f(\mathbf{x}_i) \mapsto \sum_{k=1}^n w_k f_k(\mathbf{x}_i)$$

$$\phi : \Re^n \rightarrow \Re .$$

Os valores dos coeficientes de ponderação w_k dependem do problema em mãos bem como do interesse do projetista. O algoritmo genético usado para otimizar os ganhos de controle (K_u, K_p, K_i), as constantes L_1 e L_2 e os modificadores m_1 e m_2 também apresenta as seguintes características (Goldberg [32], Haupt & Haupt [40], Michalewicz [63]): Codificação em ponto flutuante, Tamanho do candidato: 7, Tamanho da população: 20, Seleção: Elitista (Mantém o melhor candidato e os outros são escolhidos aleatoriamente), bem como:

Operador de *crossover* aritmético

Combina linearmente dois vetores. Se os vetores S_v^t e S_w^t foram escolhidos para *crossover* na t -ésima geração, então os filhos serão

$$\begin{aligned} S_v^{t+1} &= aS_w^t + (1-a)S_v^t \\ S_w^{t+1} &= aS_v^t + (1-a)S_w^t , \end{aligned}$$

onde a é um número aleatório em $[0, 1]$.

Operador de mutação não-uniforme

Se $S_v^t = \langle v_1, \dots, v_m \rangle$ é um cromossomo e o elemento v_k foi selecionado para esta mutação, no domínio $[l_k, u_k]$, o resultado é um vetor $S_v^{t+1} = \langle v_1, \dots, v'_k, \dots, v_m \rangle$, com $k \in \{1, \dots, n\}$ e

$$v'_k = \begin{cases} v_k + \Delta(t, u_k - v_k) & \text{para } rand \leq 0.5 \\ -v_k + \Delta(t, v_k - l_k) & \text{para } rand > 0.5 \end{cases} ,$$

com

$$\Delta(t, y) = y(1 - r^{(1 - \frac{t}{T})^b}) \quad (4.4)$$

onde r é um número aleatório em $[0, 1]$, T é o número máximo de gerações, e b é um parâmetro que determina o grau de não-uniformidade.

Função vetorial de *fitness*

Para problemas de controle em geral, é desejável otimizar simultaneamente diferentes especificações de desempenho. As seguintes especificações de desempenho (os objetivos) são adotadas nesta tese:

1 minimização de sobre-sinal

$$\min_{K_p, K_i, K_u, L_1, L_2, m_1, m_2} \left(\frac{1}{1 + \|ref - max(y_k)\|} \times w_1 \right)$$

2 Minimização do tempo de acomodação

$$\min_{K_p, K_i, K_u, L_1, L_2, m_1, m_2} \left(\frac{1}{1 + \|err(t = t_i/t = t_f)\|} \times w_2 \right)$$

3 Suavidade da resposta transitória

$$\min_{K_p, K_i, K_u, L_1, L_2, m_1, m_2} e_v = \begin{cases} w_3 & \text{for } e_v \leq 0 \\ 0 & \text{for } e_v > 0 \end{cases}$$

$$\text{com } \sum_{i=1}^3 w_i = 1.$$

A variável *ref* é o sinal da trajetória de referência, y_k é a saída do sistema em malha-fechada, *err* é o sinal de erro, t_i e t_f são os instantes inicial e final, e_v é a taxa de variação do erro, e $w_{i\{i=1,2,3\}}$ são os pesos a serem definidos pelo projetista. Este problema é de caráter multiobjetivo e o desempenho da malha de controle pode ser melhorado com a obtenção dos parâmetros do controlador PI nebuloso via algoritmo genético (Serra [103]).

4.2.3 Gain scheduler neural

Em aplicações de projeto de redes neurais, sua estrutura deve ser eficiente quanto a sua capacidade de exatidão e generalização se devidamente treinada. Nesta aplicação, a rede neural apresenta as seguintes características, Fig. 4.5: rede *Feedforward*, uma camada de entrada (1 entrada), duas camadas escondidas (8 neurônios em cada camada), uma camada de saída (7 saídas), função de ativação sigmóide e algoritmo *backpropagation*. O *gain scheduler* neural mapeia todos os parâmetros correspondentes aos controladores PI nebulosos de acordo com as condições operacionais, no sentido de implementar a técnica de *gain scheduling*, garantindo uma transição suave destes parâmetros entre as condições de operação. O *gain scheduler* neural deve representar uma relação não-linear entre todas as condições de operação

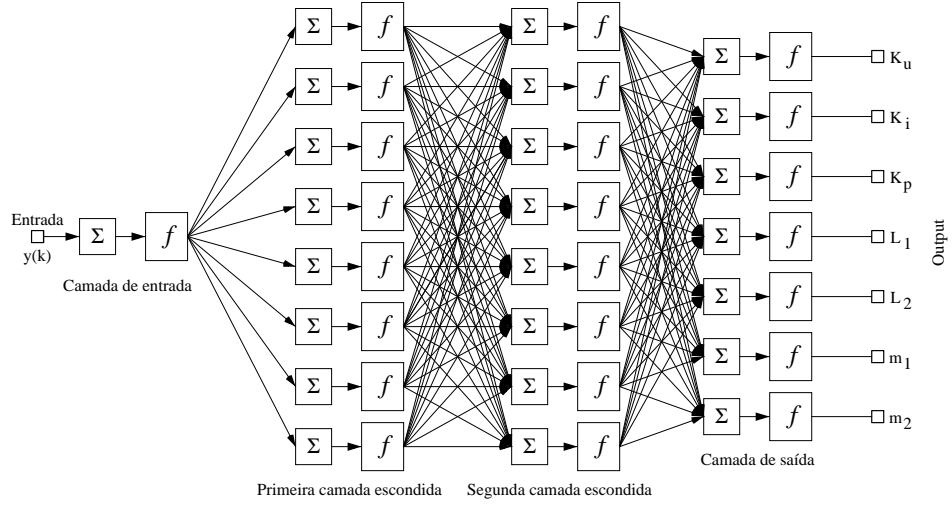


Figura 4.5: *Gain scheduler* neural: uma rede neural *feedforward* de uma entrada, duas camadas escondidas com oito neurônios em cada camada, e sete saídas, com função de ativação do tipo sigmóide.

$\mathbf{r} \in \mathbb{R}^n$ e os sete parâmetros do controlador PI nebuloso $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{7 \times n}$, respectivamente, obtidos via algoritmos genéticos para cada condição de operação, onde

$$\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n],$$

$$\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_n],$$

com $\mathbf{p}_i = [K_u^i, K_p^i, K_i^i, L_1^i, L_2^i, m_1^i, m_2^i]^T_{i=1,2,\dots,n}$. A saída y_k do sistema, onde k é o instante de amostragem, é usada como variável *scheduling* para a transição dos parâmetros do controlador PI nebuloso entre as condições de operação, como mostrado na Fig. 4.5, e, conseqüentemente, melhor desempenho da malha de controle; a saída do *gain scheduling* neural mapeia uma relação da forma

$$\mathbf{p}_i(k) = \tilde{f}(y_k)$$

$$\tilde{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^7.$$

O esquema de treinamento do *gain scheduler* neural é mostrado na Fig. 4.6. Neste esquema, o treinamento é baseado na referência escolhida r_i e nos parâmetros do controlador PI nebuloso \mathbf{p}_i , usando o algoritmo *backpropagation*. Logo após o processo de aprendizagem supervisionada, o *gain scheduler* neural é usado para ajustar os parâmetros *on-line* de acordo com a Fig. 4.2.

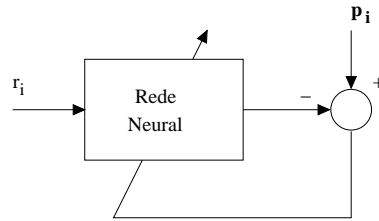


Figura 4.6: Esquema de treinamento do *gain scheduler* neural.

4.3 Resultados computacionais

Nesta seção, serão apresentados alguns resultados para demonstrar a eficiência e as características anteriormente apresentadas (veja seção 4.2) da metodologia de controle proposta, no controle adaptativo de velocidade de um servomotor DC.

4.3.1 Sistema dinâmico não-linear

A planta a ser controlada consiste em um servomotor DC de 12 volts. Uma vez que o objetivo é controle de velocidade do servomotor DC, um modelo, descrevendo a relação entre o nível de tensão aplicada e a velocidade como resposta, se faz necessário. Um algoritmo de identificação foi desenvolvido e implementado para esta tarefa, Fig. 4.7, de modo que um modelo linear invariante no tempo discreto foi obtido [108]:

$$G(z) = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} ,$$

onde e_k é a perturbação, u_k é a tensão de entrada, y_k e $\hat{y}_{k|\theta}$ são as saídas real e estimada do servomotor DC (Serra [108]). Na Fig. 4.8 são mostrados o sinal de entrada degrau com um nível de tensão de 4 volts, a curva de resposta do servomotor DC a partir do sensor de velocidade (tacogerador) e a curva de resposta do servomotor DC predita pelo algoritmo de identificação. O modelo obtido a partir da identificação apresenta a seguinte forma:

$$G(z) = \frac{0,082360z - 0,030469}{z^2 - 0,370435z - 0,570980} .$$

Porém, este modelo não leva em conta as incertezas, não-linearidades devidas ao amplificador de potência e ao tacogerador. Conseqüentemente, condições operacionais diferentes daquela utilizada na identificação, podem pôr a malha de controle no limiar de instabilidade. A resposta pode ser subamortecida ou ir à instabilidade, indicando um problema de robustez. O seguinte modelo

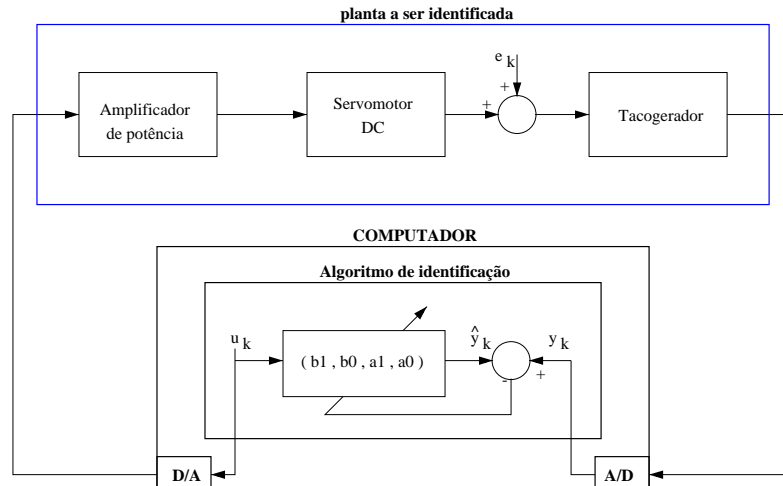


Figura 4.7: Diagrama de blocos do problema de identificação.

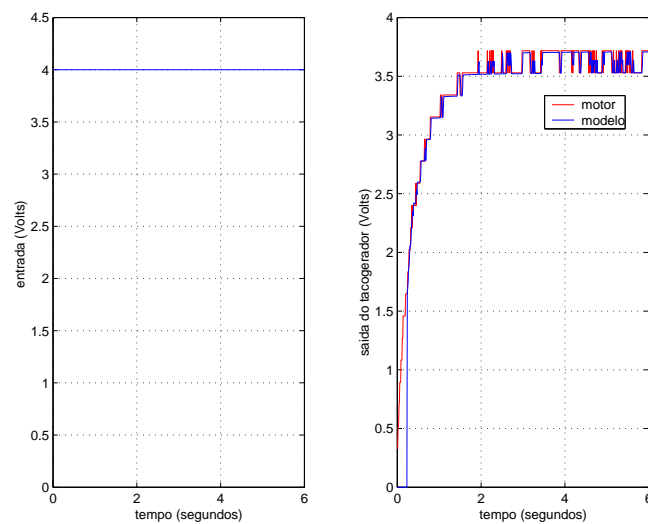


Figura 4.8: Resposta em malha-aberta do servomotor DC. As oscilações na saída correspondem ao ruído, proveniente do tacogerador, quantizado pelo conversor A/D.

não-linear é usado para descrever este tipo de comportamento:

$$\hat{y}_{k|\theta} = 0,37044y_{k-1} + 0,57098y_{k-2} + 0,08236u_{k-1}^4 - 0,03047u_{k-2}^4 + e_k \quad (4.5)$$

onde k é o instante de amostragem, u_k é a entrada da planta, y_k é a saída do sistema dinâmico e e_k é um ruído desconhecido. Os controladores PI nebulosos foram obtidos *off-line*, via algoritmo genético multiobjetivo, de acordo com as três especificações de projeto apresentadas na seção 4.2.2, para quatro condições de operação, com 500 gerações, probabilidade de *crossover* de 0,98 e probabilidade de mutação de 0,35, como segue:

- a - Condição 1 (referência = 1) - Parâmetros ótimos: $K_u = 0,2377$, $K_p = 0,8326$, $K_i = 0,2040$, $L_1 = 11,7643$, $L_2 = 2,7926$, $m_1 = 0,9252$, $m_2 = 1,4487$. *Fitness* = 0,9621.
- b - Condição 2 (referência = 3) - Parâmetros ótimos: $K_u = 0,1705$, $K_p = 0,8193$, $K_i = 0,1656$, $L_1 = 7,0902$, $L_2 = 8,5811$, $m_1 = 0,9582$, $m_2 = 1,7502$. *Fitness* = 0,9186.
- c - Condição 3 (referência = 7) - Parâmetros ótimos: $K_u = 0,1002$, $K_p = 0,9845$, $K_i = 0,1775$, $L_1 = 9,5716$, $L_2 = 4,0926$, $m_1 = 0,9938$, $m_2 = 2,2785$. *Fitness* = 0,8804.
- d - Condição 4 (referência = 10) - Parâmetros ótimos: $K_u = 0,128256$, $K_p = 0,7747$, $K_i = 0,1518$, $L_1 = 9,2470$, $L_2 = 8,3267$, $m_1 = 0,9738$, $m_2 = 2,0488$. *Fitness* = 0,8265.

A Fig. 4.9 mostra a curva do treinamento da rede neural relacionada ao mapeamento que estabelece a relação entre a condição de operação e os parâmetros do controlador PI nebuloso obtidos via algoritmos genéticos, onde pode-se observar que o erro quadrático médio foi reduzido de 23,3715 a $3,0895 \times 10^{-22}$, em 19 épocas, o qual é um bom resultado para esta aplicação. O *gain scheduler* neural garante uma transição suave entre as diferentes condições de operação, conforme mostrado na Fig. 4.10. A Fig. 4.11 mostra o desempenho do sistema de controle neuro genético nebuloso a partir de uma trajetória de referência constante de 1 até a 3, com a presença de ruído na saída (média = 0, variância = 0,01), e mecanismo de ajuste *on-line* do controlador PI nebuloso dos parâmetros K_p e K_i . A Fig. 4.12 mostra o desempenho com uma trajetória de referência da forma $7 + 2\sin(t)$, na mesma situação de ruído, mas em condições de operação diferentes das apresentadas ao *gain scheduler* neural no processo de aprendizagem supervisionada. As Fig. 4.13 e 4.14 mostram o desempenho de um *gain scheduling* de controle

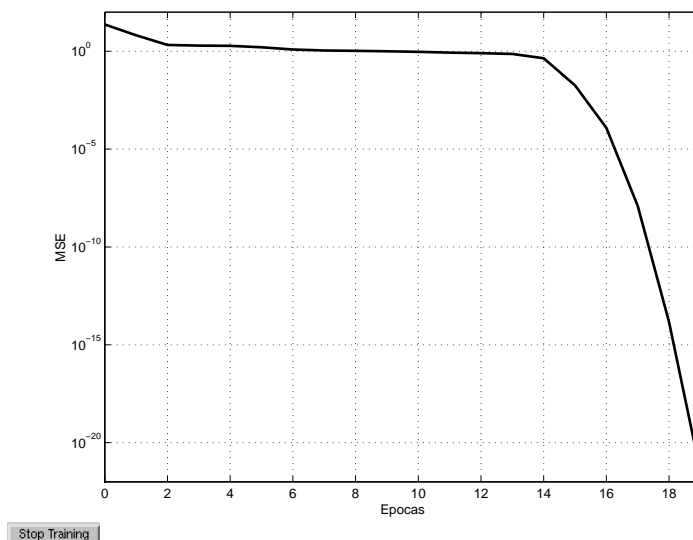


Figura 4.9: Treinamento neural via *backpropagation*. As curvas das épocas de 2 a 14 e de 14 a 19 correspondem a um mínimo local e a um mínimo global, respectivamente.

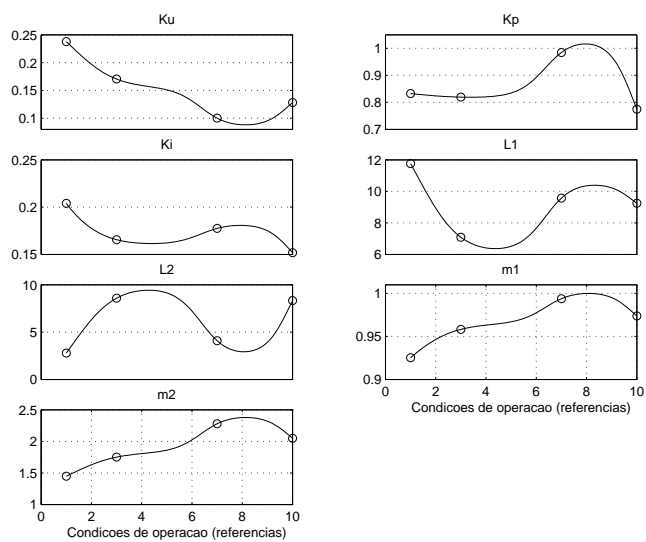


Figura 4.10: Interpolação neural: “o”- parâmetros nebulosos ; “-” - saída neural.

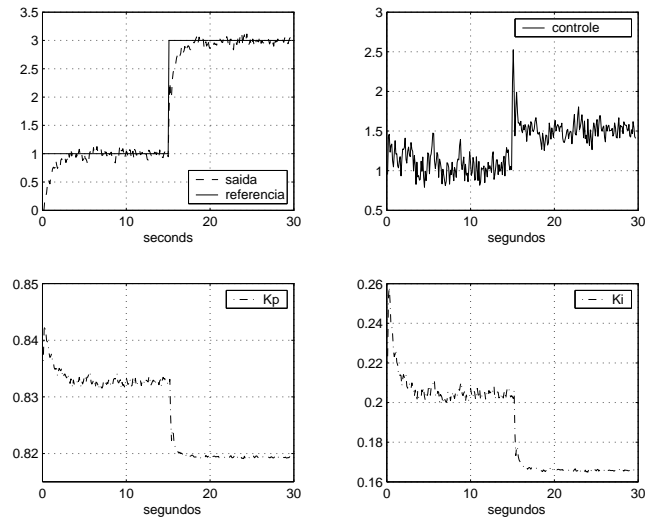


Figura 4.11: Controle PI nebuloso genético adaptativo: rastreamento da trajetória de referência.

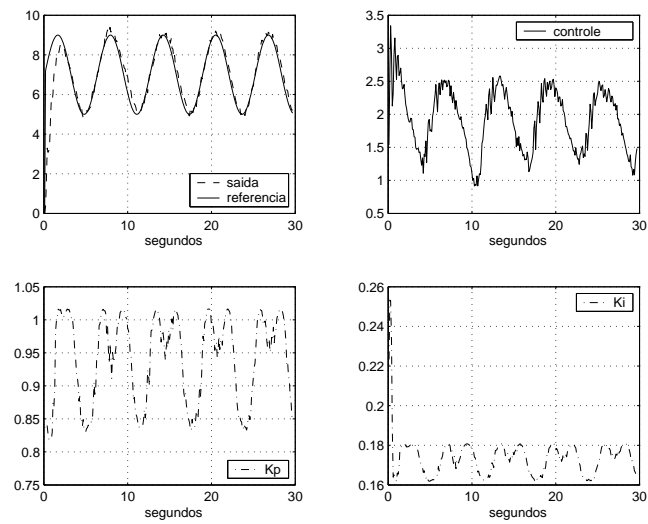


Figura 4.12: Controle PI nebuloso genético adaptativo: rastreamento da trajetória de referência.

PI clássico, com as mesmas situações de referência e de ruído apresentadas à estrutura proposta. Neste caso, dez controladores PI da forma

$$u_k = u_{k-1} + n_k(\beta_0 err_k + \beta_1 err_{k-1}) ,$$

onde err_k é o sinal de erro, β_0 e β_1 são os parâmetros do controlador, na mesma faixa de operação da estrutura proposta, obtidos por uma técnica baseada nas margens de ganho e fase. O *gain scheduler* clássico n_k é usado para mudar tão rapidamente quanto possível às mudanças na saída do sistema dinâmico. Pode ser visto que o *gain scheduling* de controle PI clássico rastreia a saída, Fig. 4.13 e 4.14, mas seu desempenho é inferior ao do *gain scheduling* neural, Fig. 4.11 e 4.12, com erros maiores e respostas mais lentas. Para obter melhor resultado com a estrutura clássica é necessário aumentar o número de controladores PI e, conseqüentemente, as condições de operação, o que deve ser uma tarefa custosa. Por outro lado, a estrutura proposta usou apenas quatro pontos de operação e o desempenho dos controladores PI nebulosos foram muito melhores. A Fig. 4.15 mostra o rastreamento com um controle

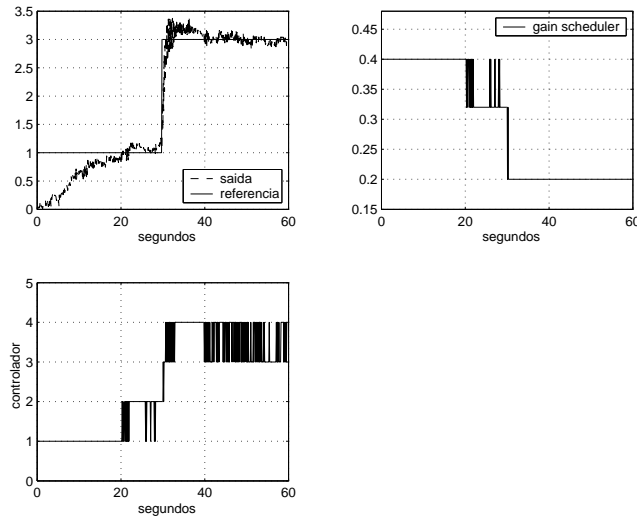


Figura 4.13: *Gain Scheduling* de controle PI clássico: rastreamento da trajetória de referência.

PI clássico com parâmetros fixos, quando a referência é mudada de 1 a 3. Claramente, um controlador PI fixo apresenta um desempenho muito pobre nesta aplicação.

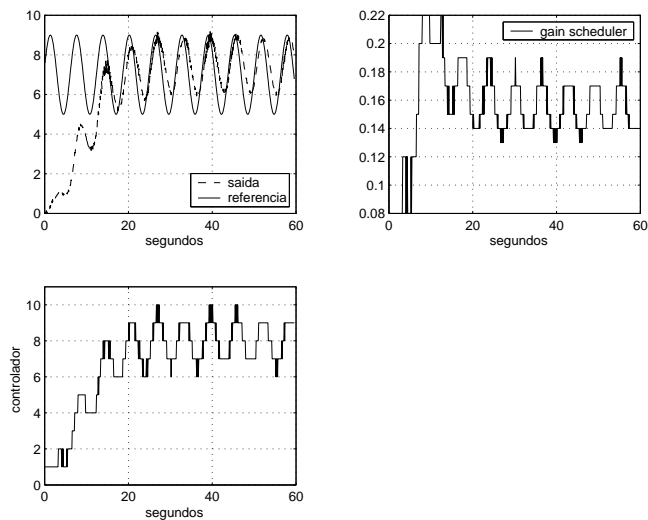


Figura 4.14: *Gain Scheduling* de controle PI clássico: rastreamento da trajetória de referência.

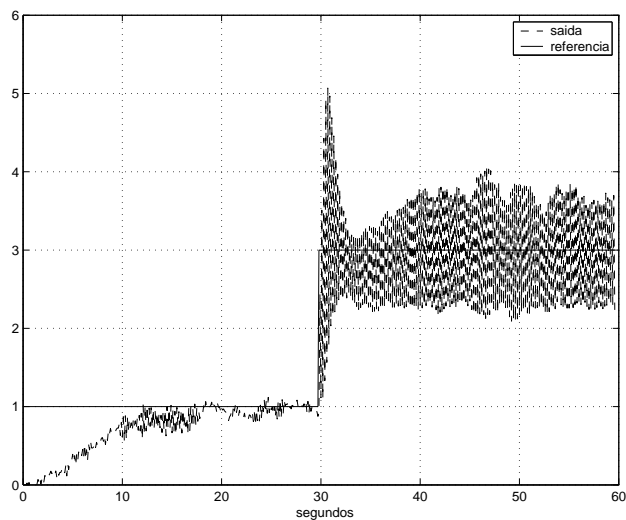


Figura 4.15: Controle PI clássico com parâmetros fixos: rastreamento da trajetória de referência.

Capítulo 5

Conclusões e Propostas Futuras

5.1 Conclusões

Há várias metodologias para identificação e controle de sistemas dinâmicos não-lineares usando técnicas de inteligência computacional. Em identificação de sistemas dinâmicos, particularmente, pode-se estabelecer a diferença entre abordagens local e global. Na abordagem global o sistema dinâmico é representado por uma relação funcional não-linear entre suas variáveis. Como exemplos clássicos estão os modelos não-lineares no espaço de estados ou modelos caixa-preta de entrada e saída tais como, a bem conhecida, estrutura de modelo NARX, a qual é muito usada em conjunto com redes neurais. Na abordagem local, por outro lado, o sistema dinâmico é decomposto em vários subsistemas dinâmicos mais simples, na maioria dos casos, subsistemas dinâmicos lineares. Esta abordagem é, conceitualmente, mais simples e intuitiva devido a facilidade de interpretação quando comparada com a global. As metodologias de identificação baseadas em sistemas nebulosos podem ser vistas como abordagens locais, visto que elas visam particionar o domínio do sistema dinâmico em um certo número de regiões nebulosas. Para cada região do espaço de entrada, uma regra, a qual pode ser vista como um submodelo local, é definida para especificar a saída do modelo. A natureza exata destes submodelos, bem como o modo como eles são combinados, depende do tipo de regra e do mecanismo de inferência envolvidos. Uma distinção pode ser feita entre submodelos locais do tipo Mamdani (lingüístico) e submodelos locais representados por regras do tipo TS, conforme já definidos no primeiro capítulo. Os modelos nebulosos podem ser obtidos, basicamente, de duas formas:

1. A partir do conhecimento de um especialista;

2. A partir de dados experimentais usando técnicas de identificação de sistemas.

Nesta tese, atenção tem sido dada à modelagem de sistemas dinâmicos no tempo discreto, usando modelos nebulosos TS, a partir de dados experimentais ruidosos. Dentre as várias estruturas apresentadas, e que poderiam ser usadas em conjunto com a metodologia de variável instrumental nebulosa proposta, a estrutura NARX, por sua simplicidade de formulação, foi adotada para representar o comportamento nominal de um sistema dinâmico. Com este objetivo em mente, os assuntos essenciais relacionados aos passos que podem ser implementados no procedimento de identificação de sistemas, desde o experimento inicial para aquisição dos dados experimentais até o procedimento de validação do modelo, e a utilização dos modelos nebulosos TS nos contextos correspondentes, foram apresentados com o objetivo de ilustrar a base teórica bem como o arcabouço matemático, baseado na noção chave de modelo nebuloso TS, a serem explorados para fins de simulação e estudo de caso. O conceito de variável instrumental nebulosa, baseado no método de variável instrumental e no modelo NARX nebuloso TS, serviu como ponto de partida para a proposta, o desenvolvimento e a implementação do algoritmo de identificação de variável instrumental nebulosa. Neste contexto, uma vez definidas as condições de convergência do algoritmo proposto, a partir de três lemas e um teorema, vários métodos de variável instrumental nebulosa foram indicados. Porém, uma limitação do algoritmo era a necessidade de inicialização dos parâmetros do modelo nebuloso no processo de identificação recursiva, o que motivou o desenvolvimento de outro algoritmo de variável instrumental nebulosa, agora baseado em fatoração QR via transformações ortogonais de Householder, com inicialização automática dos parâmetros do consequente. Os conceitos de consistência e não-polarização, bem como alguns critérios de validação (VAF, MSE e coeficiente de determinação R_T), foram discutidos nos resultados computacionais apresentados. Dentre as principais conclusões sobre a metodologia de identificação proposta, podemos destacar:

- a eficiência da metodologia proposta na aproximação de funções não-lineares e na identificação de sistemas dinâmicos não-lineares SISO e MIMO no tempo discreto em ambiente ruidoso;
- a modelagem de sistemas dinâmicos MIMO foi estabelecida com base numa composição de vários subsistemas MISO acoplados o que torna possível a extração de possíveis relações de entrada-saída específicas;
- o modelo nebuloso obtido, embora não explorado neste contexto, pode ser inserido num esquema de controle adaptativo indireto, onde o pro-

jeto do controlador é baseado no modelo nebuloso identificado recursivamente, bem como numa estrutura alternativa de controle adaptativo inteligente baseada em modelo.

A busca por sistemas de controle mais sofisticados, as restrições impostas sobre o tempo na tomada de decisões para satisfazer múltiplos objetivos e, ainda, o alto grau de competitividade na busca por soluções mais rápidas e eficientes, têm motivado o desenvolvimento de estruturas alternativas de controle adaptativo inteligente. Com este objetivo em mente, as metodologias mais usadas nas mais diversas áreas da engenharia são: *redes neurais*, *sistemas nebulosos* e *algoritmos genéticos*; as quais, devido às limitações particulares, passaram por um processo de hibridização, dando condições a um grande número de contribuições bem como à metodologia de controle proposta nesta tese. Nesta metodologia, os parâmetros de um controlador nebuloso obtidos via algoritmo genético, para satisfazer múltiplos objetivos, em cada ponto de operação do sistema dinâmico não-linear no tempo discreto, foram usados no projeto de um *gain scheduler* neural. Com o processo de aprendizagem supervisionada, uma rede neural foi projetada para fazer o mapeamento que representa a relação pontos de operação/parâmetros do controlador nebuloso, e utilizada para ajustar *on-line* os parâmetros do controlador nebuloso até mesmo em pontos de operação que não foram usados no processo de aprendizagem. Para fins de aplicação da metodologia proposta foram usados um controlador PI nebuloso, baseado no sistema de inferência do tipo Mamdani, o qual permite a incorporação do conhecimento do especialista em sua formulação, uma rede neural *feedforward* e um algoritmo genético multiobjetivo baseado no método de soma ponderada. Os múltiplos objetivos adotados foram: *minimização do sobre-sinal*, *minimização do tempo de acomodação*, *suavização da resposta transitória*. Dentre as principais conclusões sobre a metodologia de controle proposta, a partir dos resultados computacionais, podemos ressaltar que ela:

- permite obter melhor desempenho da malha de controle;
- trabalha com um mecanismo de ajuste inteligente (rede neural);
- ajusta todos os parâmetros do controlador nebuloso *on-line*;
- fornece uma boa interpolação entre os controladores nebulosos em função das condições de operação.

5.2 Propostas Futuras

Algumas extensões e problemas em aberto relacionados às metodologias de identificação e controle propostas nesta tese são apresentados a seguir:

1. Estabilidade e robustez são assuntos muito importantes quando os modelos estão sendo usados em aplicações de controle. A aplicação do algoritmo de variável instrumental nebulosa, num esquema de controle adaptativo indireto, para os casos SISO e MIMO, levando em conta tais aspectos, parece-nos muito importante. Para o caso multivariável, uma iniciativa neste sentido pode ser vista em Serra [80];
2. Vários métodos de variáveis instrumentais nebulosas foram apresentados, com eficiência demonstrada apenas em termos de resultados computacionais. Portanto, uma prova analítica da eficiência de cada método de variável instrumental, para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares no tempo discreto e em ambiente ruidoso, é de grande importância.
3. Os conjuntos nebulosos usados para a definição das variáveis instrumentais nebulosas foram obtidos por um algoritmo de agrupamento nebuloso. Porém, a utilização de conjuntos nebulosos iguais e igualmente espaçados para particionar os universos de discurso das variáveis lingüísticas de entrada poderia gerar novas variáveis instrumentais nebulosas mais eficientes?
4. A metodologia de controle proposta, preservando-se a estrutura de controle, pode ser estendida não só usando outros tipos de controladores nebulosos, modelos dinâmicos, redes neurais e algoritmos genéticos, mas também para o contexto multivariável. Iniciativas neste sentido podem ser vistas em Serra *et al.* [86] e Tamariz [115].

Referências Bibliográficas

- [1] Abonyi, J., Bódzs, A., Nagy, L., Szeifert, F. *Predictor Corrector Controller Using Wiener Fuzzy Convolution Model*. Hungarian Journal of Industrial Chemistry, Vol. 27, No. 3, 227-233, 1999.
- [2] Abonyi, J., Babuska, R., Ayala Botto, M., Szeifert, F. and Nagy, L. *Identification and Control of Nonlinear Systems Using Fuzzy Hammerstein Models*. Industrial Engineering and Chemistry Research, Vol. 39, No 11, pp. 4302-4314, 2000.
- [3] Aguirre, L.A, Coelho, M.C.S. and Corrêa, M.V. *On the Interpretation and Practice of Dynamical Differences Between Hammerstein and Wiener Models*. IEE Proceedings of Control Theory and Applications, Vol. 152, No. 4, July 2005.
- [4] Aguirre, L.A. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-lineares Aplicadas a sistemas Reais*. UFMG, 2^a ed., 2004.
- [5] Aguirre, L.A. and Billings, S.A. *Nonlinear Chaotic Systems: Approaches and Implications for Science and Engineering - a Survey*. Applied Signal Processing, 2, 224-248, 1995.
- [6] Ahmed, M.S. *BPD Computation and Model Reference Adaptive Control (MRAC) of Hammerstein Plants*. IEE Proceedings of Control Theory and Applications, Vol. 142, 475-485, 1995.
- [7] Alonge, F., D'Ippolito, F., Raimondi, F.M., Tumminaro, S. *Identification of Nonlinear Systems Described by Hammerstein Models*.

- Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, 3990-3995, 2003.
- [8] Al-Duwaish, H. and Naeem, W. *Nonlinear Model Predictive Control of Hammerstein and Wiener Models Using Genetic Algorithms*. Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, 465-469, 2001.
- [9] Anders, J. and Franchek, M. *An Instrumental Variable Approach to Nonlinear Model based Adaptive Control of Engine Speed*. International Journal of Control, Vol. 78, No. 1, 29-44, 2005.
- [10] Arrifano, N.S.D. *Uma Abordagem Fuzzy para a Estabilização de uma Classe de Sistemas Não-lineares com Saltos Marcovianos*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Brasil, 2004.
- [11] Åström, K. J. e Wittenmark, B. *Adaptive Control*. Addison-Wesley, 1995.
- [12] Barreto, G. *Modelagem Computacional Distribuída e Paralela de Sistemas e de Séries Temporais Multivariáveis no Espaço de Estado*. Tese de Doutorado, FEEC - UNICAMP, Brasil, 2002.
- [13] Bergsten, P. *Observers and Controllers for Takagi-Sugeno Fuzzy Systems*. Ph.D. Thesis, Örebro University, 2001.
- [14] Boaghe, O.M. and Billings, S.A. *Subharmonic Oscillation Modeling and MISO Volterra Series*. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 50, No. 7, 877-884, 2003.
- [15] Sastry, S. and Bodson, M. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice Hall, 1989.
- [16] Bottura, C.P. *Análise Linear de Sistemas*. Guanabara Dois, 1982.

- [17] Bottura, C.P. *Princípios de Controle e Servomecanismo*. Guanabara Dois, 1982.
- [18] Branco, P.J.C. and Dente, J.A. *Noise Effects in Fuzzy Modeling Systems: Three Case Studies*. Computational Intelligence and Applications: World Scientific and Engineering Society Press, Danvers, USA, 103-108, 1999.
- [19] Brown, M. and Harris, C. *Neurofuzzy Adaptive Modelling and Control*. Prentice Hall, 1994.
- [20] Caines, P.E. *Linear Stochastic Systems*. John Wiley & Sons, 1988.
- [21] Campello, R.J.G.B. *Arquiteturas e Metodologias para Modelagem e Controle de Sistemas Complexos Utilizando Ferramentas Clássicas e Modernas*. Tese de Doutorado, FEEC - UNICAMP, Brasil, 2002.
- [22] Castillo-Toledo, B. and Meda-Campaña, A. *The Fuzzy Discrete-Time Robust Regulation Problem: An LMI Approach*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.12, No.3, June, pp. 360-367, 2004.
- [23] Chalam, V.V. *Adaptive Control Systems: Techniques and Applications*. Marcel Dekker, 1987.
- [24] Cho, Y.-W., Park, C.-W. and Park, M. *An Indirect Model Reference Adaptive Fuzzy Control for SISO Takagi-Sugeno Model*. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 131, pp. 197-215, 2002.
- [25] Chopra, S., Mitra, R. and Kumar, V. *Identification of Rules Using Subtractive Clustering with Application to Fuzzy Controllers*. Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Vol. 7, pp. 4125 - 4130, 2004.
- [26] Chou, C.T. and Verhaegen, M. *An Indirect Approach to Closed-loop Identification of Wiener Models*. Proceedings of IEEE American

- Control Conference, Vol. 5, 3451-3455, 1999.
- [27] Davies, W.D.T. *System Identification for Self-Adaptive Control*. Wiley-Interscience, 1970.
- [28] Dillon, T. and Khosla, R. *Engineering Intelligent Hybrid Multi-Agent Systems*, Boston: Kluwer Academic Publisher, 1997.
- [29] Doob, J.L. *Stochastic Processes*. John Wiley & Sons, 1953.
- [30] Fruzzetti, K.P., Palazo, A. and McDonald, K.A. *Nonlinear Model Predictive Control Using Hammerstein Models*. Journal of Process Control, Vol. 7, No. 1, 31-41, 1997.
- [31] Gath, I. e Geva, A.B. *Unsupervised Optimal Fuzzy Clustering*. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.11, No.7, July, 1989.
- [32] Goldberg, D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Boston: Addison-Wesley, 1989.
- [33] Gómez, J.C. and Baeyens, E. *Identification of Block-oriented Nonlinear Systems Using Orthogonal Bases*. Journal of Process Control, Vol. 14, No. 6, 685-697, 2004.
- [34] Goonatillake, S. and Khebbal, S. *Intelligent Hybrid Systems*, Canada: John Wiley and Sons, 1995.
- [35] Gustafson, D.E. and Kessel, W.C. *Fuzzy Clustering With a Fuzzy Covariance Matrix*. Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, 761-766, 1979.
- [36] Haber, R. and Unbehauen, H. *Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems - A Survey on Input/Output Approaches*. Automatica, Vol. 26, 651-677, 1990.

- [37] Hagenblad, A. *Aspects of the Identification of Wiener Models*. PHD Thesis, LinkÖpings Universitet, Sweden, <http://www.control.isy.liu.se>, 1999.
- [38] Hatanaka, T., Uosaki, K. and Koga, M. *Block Oriented Nonlinear Model Identification by Evolutionary Computation Approach*. Proceedings of IEEE Conference on Control Applications, Vol.1, 43 - 48, 2003.
- [39] Hathaway, Richard J. and Bezdek, James C. *Switching Regression Models and Fuzzy Clustering*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.1, No.3, August, 1993.
- [40] Haupt, R.L. and Haupt, S.E. *Practical Genetic Algorithms*. John Wiley & Sons, 2nd ed., 2004.
- [41] Haykin, S. *Redes Neurais: Princípios e Prática*. Bookman, 2^a ed., 1999.
- [42] Hellendoorn, H. and Driankov, D. (Eds.). *Fuzzy Model Identification - Selected Approaches*. Springer, 1997.
- [43] Huang, A., Tanskanen, J.M.A. and Hartimo, I.O. *Design of Optimum Power Estimator Based on Wiener Model Applied to Mobile Transmitter Power Control*. Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Vol. 5, 249-252, 1998.
- [44] Ioannou, P.A. and Sun, J. *Robust Adaptive Control*. Prentice-Hall, 1996.
- [45] Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, 1995.
- [46] James, B. *Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1996.
- [47] Juang, J. *Applied System Identification*. Prentice Hall, 1994.

- [48] Kadmiry, B. and Driankov, D. *A Fuzzy Gain-Scheduler for the Attitude Control of an Unmanned Helicopter*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.12, No.3, August, pp. 502-515, 2004.
- [49] Khalil, H. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 3rd ed., 2002.
- [50] Kasabov, Nikola K. and Song, Qo. *DENFIS: Dynamic Evolving Neural-Fuzzy Inference System and Its Application for Time-Series Prediction*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.10, No.2, April, 2002.
- [51] Kim, E., Park, M., Ji, S. and Park, M. *A New Approach to Fuzzy Modeling*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.5, No.3, August, 1997.
- [52] King, R. E. *Computational Intelligence in Control Engineering*. Marcel Dekker, 1999.
- [53] Korba, P., Babuska, R., Verbruggen, H.B. and Frank, P.M. *Fuzzy Gain Scheduling: Controller and Observer Design Based on Lyapunov Method and Convex Optimization*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 11, No. 3, 285-298, 2003.
- [54] Kozek, M. and Jovanovic, N. *Identification of Hammerstein/Wiener Nonlinear Systems with Extended Kalman Filters*. Proceedings of American Control Conference, Vol. 2, 969-974, 2002.
- [55] Laning, J.H. and Battin, R.H. *Random Process in Automatic Control*. McGraw-Hill, 1956.
- [56] Lewis, F.L. e Syrmos, V.L. *Optimal Control*. John Wiley & Sons, 2nd ed., 1995.
- [57] Lewis, F.L., Jagannathan, S. and Yesildirek, A. *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*. Taylor &

Francis, 1999.

- [58] Ljung, L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, 2nd ed., 1999.
- [59] Loève, M. *Probability Theory*. 3rd Ed., Van Nostrand Reinhold Company, 1963.
- [60] Mamdani, E.H. *Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Systems*. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 26, pp. 1182-1191, 1977.
- [61] Melin, P. and Castillo, O. *Intelligent Control of Complex Electrochemical Systems with a Neuro-Fuzzy-Genetic Approach*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 5, 951-955, 2001.
- [62] McKinney, T.M. and Kehtarnavaz, N. *Fuzzy Rule Generation via Multi-scale Clustering*. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 4, 12-15, October. 1997.
- [63] Michalewicz, Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, 3rd ed., London: Springer-Verlag, 1996.
- [64] Narendra, K.S. and Parthasarathy, K. *Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks*. IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 1, No. 1, pp. 4-27, 1990.
- [65] Narendra, K.S. and Gallman, P.G. *An Iterative Method for the Identification of Nonlinear Systems Using a Hammerstein Model*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 11, No. 3, 546-550, 1966.
- [66] Fonseca Neto, J.V. *Alocação Computacional Inteligente de Autoestruturas para Controle Multivariável*. Tese de Doutorado, FEEC - UNICAMP, Brasil, 2000.

- [67] Nobre, F.S.M. and Palhares, A.G.B. *Informações Quantitativas e Qualitativas no Projeto de Controladores Nebulosos*. Controle & Automação, Vol.8, No.2, pp.77-93, 1997.
- [68] Nørgaard, M., Ravn, O., Poulsen, N.K. and Hansen, L.K. *Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems: A Practitioner's Handbook*. Springer, 2000.
- [69] Nugroho, S., Nazaraddin, Y.Y. and Tjokronegoro, H.A. *Non-linear Identification of Aqueous Ammonia Binary Distillation Column Based on Simple Hammerstein Model*. Proceedings of 5th IEEE Asian Control Conference, Vol. 1, 118-123, 2004.
- [70] Papadakis, S.E. and Theocaris, J.B. *A GA-based Fuzzy Modeling Approach for Generating TSK models*. Fuzzy Sets and Systems, 131(2):121-152, 2002.
- [71] Patel, R.V., Laub, A.J. and Dooren, P.M.V. *Numerical Linear Algebra Techniques for Systems and Control*, IEEE PRESS, 1994.
- [72] Pearson, R.K. *Nonlinear Input/Output Modelling*. Journal of Process Control, Vol. 5, No. 4, 197-211, 1995.
- [73] Pearson, R.K. and Pottmann, M. *Gray-box Identification of Block-oriented Nonlinear Models*. Journal of Process Control, Vol. 10, 301-315, 2000.
- [74] Pedrycz, W. and Gomide, F.C. *An Introduction to Fuzzy Sets - Analysis and Design*. MIT Press, 1998.
- [75] Ren, T. and Chen, T. *A Robust Model Reference Fuzzy Control for Nonlinear Systems*. Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, pp. 165-170, 2004.
- [76] Rigatos, G. and Zhang, Q. *Fuzzy Model Validation Using the Statistical Local Approach*. Proceedings of IEEE International Conference on

Systems, Man and Cybernetics, Vol. 1, pp. 106-110, 2002.

- [77] Rugh, W.J. and Shamma, J.S. *Research on Gain Scheduling*, Automatica, No. 36, 1401-1425, 2000.
- [78] Sano, M. and Sun, L. *Identification of Hammerstein-Wiener System with Application to Compensation for Nonlinear Distortion*. Proceedings of 41st IEEE SICE Annual Conference, Vol. 3, 1521-1526, 2002.
- [79] Sargent, T.J. *Macroeconomic Theory*. Academic Press, 1979.
- [80] Serra, G.L.O. *Controle Fuzzy Adaptativo Indireto Multivariável de Sistemas Não-lineares Estocásticos Discretos no Tempo*. Projeto de pós-doutorado submetido à FAPESP/CNPq, Supervisor Científico: Celso Pascoli Bottura, 2005.
- [81] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *An IV-QR Algorithm for Neuro-Fuzzy Multivariable Identification*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Aceito para publicação, 2005.
- [82] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *Multiobjective Evolution Based Fuzzy PI Controller Design For Nonlinear Systems*. International Journal Engineering Applications of Artificial Intelligence, Aceito para publicação, 2005.
- [83] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *Fuzzy Instrumental Variable Concept and Identification Algorithm*. Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1062-1067, 2005.
- [84] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *An IV-QR Algorithm for Neuro-Fuzzy Multivariable Identification*. Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Hawaii, USA, October 2005.
- [85] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *Fuzzy Instrumental Variable Algorithm for Online Multivariable Neural Identification*. Proceedings of 18th

International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto-MG, Novembro, 2005.

- [86] Serra, G.L.O., Bottura, C.P. and Tamariz, A.D.R. *Intelligent Gain-scheduling Control For Multivariable Discrete Linear Time Varying Systems*. 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto-MG, Novembro, 2005.
- [87] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Métodos de Variável Instrumental Fuzzy para Identificação de Sistemas*. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, São Luis-MA, Brasil, Setembro 2005.
- [88] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Variável Instrumental Fuzzy*. Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle, 1150-1159, 2005.
- [89] Serra, G.L.O., Barreto, G. e Godoy, A.P. *Controle Multivariável Nebuloso Genético multiobjetivo*. Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle, 1201-1208, 2005.
- [90] Serra, G.L.O., Barreto e G. Pucciarelli, A.J. *Identificação Adaptativa de Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno de um Neutralizador de PH*. Anais do IV Congresso Temático de Dinâmica e Controle, 1185-1192, 2005.
- [91] Serra, G.L.O., Barreto e G. Pucciarelli, A.J. *Identificação Nebulosa Adaptativa Multivariável* Anais do V Encontro Nacional de Inteligência Artificial, ref.: 8764, 2005.
- [92] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *An Algorithm for Fuzzy Identification of Nonlinear Discrete-Time Systems* Proceedings of 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 5421-5426, 2004.
- [93] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *Neural Gain Scheduling Multiobjective Genetic Fuzzy PI Control* Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control, 483-488, 2004.

- [94] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *Computational Intelligence Applied to Signal Processing: A Proposal for Fuzzy Neural Identification* Proceedings of IEEE Signal Processing Society Workshop: XIV Machine Learning for Signal Processing, 113-122, 2004.
- [95] Serra, G.L.O., Barreto and G. Pucciarelli, A.J. *Intelligent Adaptive Data Modeling Applied to Time-Series Prediction in Industrial Processes* Anais da VI IEEE Conferência Internacional de Aplicações Industriais, ref.: *API*₄₂, 2004.
- [96] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Proposta de Algoritmo Adaptativo para Identificação Fuzzy de Sistemas Não-lineares Discretos* Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática, ref.: 1024, 2004.
- [97] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Sistema de Inferência Fuzzy Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas SISO/MIMO Não-lineares Discretos no Tempo* Anais do III Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle, 1304-1314, 2004.
- [98] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Sistema Fuzzy Neural Takagi-Sugeno Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas Não-lineares Discretos no Tempo-Parte I: Formulação* Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais, ref.: 3759, 2004.
- [99] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Sistema Fuzzy Neural Takagi-Sugeno Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas Não-lineares Discretos no Tempo-Parte II: Identificação de Sistemas SISO e MIMO* Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais, ref.: 3760, 2004.
- [100] Serra, G.L.O., Barreto G. and Pucciarelli, A.J. *Adaptive Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Neural Model to Discrete Time Series Prediction* Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais, ref.: 3748, 2004.
- [101] Serra, G.L.O., Barreto and G. Pucciarelli, A.J. *Identificação Adaptativa de Modelo Fuzzy Takagi-Sugeno para Predição de Séries Temporais*

Discretas no Tempo Anais do III Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle, 1335-1341, 2004.

- [102] Serra, G.L.O. and Bottura, C.P. *An Optimal Knowledge Based PI Controller*, Advances in Intelligent Systems and Robotics: Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, 1 ed., The Netherlands: IOS PRESS, Vol. 101, 197-206, 2003.
- [103] Serra, G.L.O. *A Multiobjective Fuzzy PI Controller Based on Genetic Algorithm* Proceedings of IEEE International Symposium Industrial Electronics, Vol. 2, 672-677, 2003.
- [104] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Sistema Neuro Genético Fuzzy para Projeto de Controle Adaptativo - Parte I: Formulação* Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle, vol. III, 1228-1239, 2003.
- [105] Serra, G.L.O. e Bottura, C.P. *Sistema Neuro Genético Fuzzy para Projeto de Controle Adaptativo - Parte II: Controle com Escalonamento de Ganhos de Servomotor DC* Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle, vol. III, 1250-1259, 2003.
- [106] Serra, G.L.O. e Pucciarelli, A.J. *Projeto de Controle PI Fuzzy Adaptativo Baseado no Conhecimento de Especialistas* Anais do II Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle, vol. III, 1173-1184, 2003.
- [107] Serra, G.L.O. and Costa Filho, J.T. *An Instrumental Variable Algorithm for On-line Identification of Systems*. II Congress of Logic Applied to Technology LAPTEC'01: Logic, Artificial Intelligence and Robotics, Plêiade, Vol. II, 171-178, 2001.
- [108] Serra, G.L.O. *Uma Contribuição à Identificação em Malha-Fechada com Aplicações em Controle Adaptativo e Robusto*. Dissertação de mestrado, UFMA, 2001.

- [109] Shaw, I.S. and Simões, M.G. *Controle e Modelagem Fuzzy*. Edgard Blucher, 2001.
- [110] Sinha, N.K. and Gupta, M.M. *Intelligent Control Systems - Theory and Design*, IEEE PRESS, 1996.
- [111] Sjöberg, J. Zhang, Q., Ljung, L., Benveniste, A., Delyon, B., Glorennec, P., Hjalmarsson, H. and Juditsky, A. *Nonlinear Black-box Modeling in System Identification: A Unified Overview*. Automatica, Vol. 31, No. 12, pp. 1691-1724, 1995.
- [112] Söderström, T. and Stoica, P. *System Identification*. Prentice Hall, 1989.
- [113] Solodovnikov, V.V. *Introduction to the Statistical Dynamics of Automatic Control Systems*. Dover, 1960.
- [114] Stoica, P. *On the Convergence of an Iterative Algorithm Used for Hammerstein System Identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 26, No. 4, 967-969.
- [115] Tamariz, A.D.R. *Modelagem Computacional de Dados e Controle Inteligente no Espaço de Estado*. Tese de Doutorado, UNICAMP, Julho 2005.
- [116] Tanaka, K., Wang, H.O. and Ikeda, T. *Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-based Designs*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6, No.2, May, pp. 250-265, 1998.
- [117] Tanskanen, J.M.A., Huang, A. and Hartimo, I.O. *Predictive Power Estimators in CDMA Closed Loop Power Control*. Proceedings of 48th IEEE Vehicular Technology Conference, Vol. 2, 1091-1095, 1998.
- [118] Takagi, T. and Sugeno, M. *Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control*. IEEE Transactions on Systems,

- Man and Cibernetics, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [119] Tan, W.W., Lu, F. and Loh, A.P. *An Application of Genetic Algorithm for Designing a Wiener-Model Controller to Regulate the pH Value in a Pilot Plant*. Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation, Vol. 2, 1055-1061, 2001.
- [120] Tong, S. and Li, H. *Observer-based Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties*. Fuzzy Sets and Systems, 131, pp. 165-184, 2002.
- [121] Van Overschee, P. and De Moor, B. *Subspace Identification for Linear Systems, Theory, Implementation, Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [122] Vellasco, M.M., Tanscheit, R. and Pacheco, M.A.C. *A Neuro-Fuzzy-Genetic System for Automatic Setting of Control Strategies*, Proc. 20th NAFIPS International Conference and 9th IFSA World Congress, 3, 1553-1558, 2001.
- [123] Verdult, V. *Nonlinear System Identification: A State Space Approach*. PHD Thesis, University of Twente, 2002.
- [124] Vidyasagar, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice Hall, 2nd ed., 1993.
- [125] Walter, E. and Pronzato, L. *Identification of Parametric Models: From Experimental Data*. Springer, 1997.
- [126] Wang, L. *Design and Analysis of Fuzzy Identifiers of Nonlinear Dynamic Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.40, No.1, January, pp. 11-23, 1995.
- [127] Wang, L. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. Prentice Hall, 1996.

- [128] Wang, L. *Analysis and Design of Hierarchical Fuzzy Systems*. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 93, pp. 617-629, 1998.
- [129] Wang, H.o., Tanaka, K. and Griffin, M.F. *An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 4, No.1, February, pp. 14-23, 1996.
- [130] Wang, W.J. and Luoh, L. *Stability and Stabilization of Fuzzy Large-Scale Systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.12, No.3, June, pp. 309-315, 2004.
- [131] Westwick, D.T. and Kearney, R.E. *Identification of a Hammerstein Model of the Stretch Reflex EMG Using Separable Least Squares*. Proceedings of the 22nd IEEE International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society, Vol. 3, 1901-1904, 2000.
- [132] White, H. *Asymptotic Theory for Econometricians*. San Diego: Academy Press, 1984.
- [133] Yoneyama, J. *H_∞ Control for Fuzzy Time-Delay Systems via Descriptor System*. Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control, pp. 407-412, 2004.
- [134] Zadeh, L.A. *Fuzzy Sets*. Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [135] Zadeh, L.A. *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 3, No. 1, pp. 28-44, 1973.
- [136] Zhu, Y. *Distillation Column Identification for Control Using Wiener Model*. Proceedings of IEEE American Control Conference, Vol. 5, 3462 - 3466, 1999.

Apêndice A

Elementos de Teoria Assintótica

Neste apêndice objetiva-se fornecer alguns conceitos básicos sobre ergodicidade e teoria assintótica. Estes conceitos permitem entender os teoremas de limite usados nesta tese, os quais são também necessários para estabelecer as propriedades de vários estimadores em grandes amostras. Para um estudo mais completo, as seguintes referências são recomendadas: Caines [20], Doob [29], James [46], Laning & Battin [55], Loève [59], Sargent [79], Solodovnikov [113], White [132].

A.1 Processos aleatórios ergódicos e estacionários

Seja $x(t)$ um membro representativo de um processo aleatório E , e seja τ um número arbitrário. A cada função $x(t)$ do conjunto, pode-se associar uma nova função $y_\tau(t)$ dada por

$$y_\tau(t) = x(t - \tau) \quad (\text{A.1})$$

definida como *translação* de $x(t)$ por uma quantidade τ . A função $y_\tau(t)$ é simplesmente a função $x(t)$ deslocada para direita ao longo do eixo do tempo por uma quantidade τ . O conjunto de funções $y_\tau(t)$ pode ser considerado como um novo processo aleatório definido como a *translação* por uma quantidade τ do processo aleatório original.

Em muitas situações práticas, espera-se que a translação no tempo das funções de um processo aleatório altere suas características estatísticas. Considere, por exemplo, um experimento no qual se observa as flutuações de voltagem na saída de vários tubos de vácuo. Seja um instante de tempo

arbitrário $t = 0$, considerado como origem do tempo. Seja, ainda, uma nova origem do tempo escolhida para a observação do mesmo conjunto de dados; o resultado será equivalente à translação de cada uma das funções originais. Supondo-se todos os tubos idênticos, todas as quantidades obtidas dos dois conjuntos de dados armazenados serão idênticas. Esta situação prevalecerá independentemente das condições sob as quais o experimento seja realizado.

Se $x(t)$ é uma função pertencente ao processo aleatório E , a função transladada $y_\tau(t)$ pode ou não pertencer a E . Portanto, em muitas situações é desejável supor que todas as funções pertencentes a E sejam transformadas, pela operação de translação, em outras funções de E . Supondo que este seja o caso, seja S um evento arbitrário, ou em outras palavras um conjunto de funções $\{x(t)\}$ pertencente a E . Como exemplo, S pode ser um conjunto de funções para as quais $x(0) < 0$ e $x(1) > 4$. Se toda função em S é transladada pela mesma quantidade fixa τ , o resultado é um novo conjunto de funções, os quais podem ser definidos por S_τ . Neste exemplo, tomando-se $\tau = -2$, o evento ou conjunto S_{-2} é uma coleção de funções satisfazendo $x(2) < 0$ e $x(3) > 4$. Agora se o ambiente envolvendo o experimento é inalterável, pode-se concluir que os eventos $[x(0) < 0 \text{ e } x(1) > 4]$ e $[x(2) < 0 \text{ e } x(3) > 4]$ apresentam igual probabilidade, visto que a diferença entre os dois experimentos é simplesmente a escolha do tempo de origem. Simbolicamente, isto pode ser expresso por

$$P(S_\tau) = P(S) \quad (\text{A.2})$$

Para um conceito mais geral de invariância no tempo, é apresentada a seguinte definição.

Definição (Processo Estacionário). Um processo aleatório E é dito *estacionário* se toda translação no tempo mapeia E em si mesmo, de tal forma que a probabilidade seja preservada. Em outras palavras, a operação de translação nas funções em E gerarão funções pertencentes a E , e (A.2) é válida para todas as translações τ e para todos os conjuntos S para o qual a probabilidade é definida.

Uma propriedade importante de um processo estacionário é que cada função distribuição de probabilidade (ou função de frequência) do processo depende dos instantes de tempo envolvidos apenas por meio de suas diferenças; isto é, para cada n ,

$$F_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) = F_n(x_1, 0; x_2, t_2 - t_1; \dots; x_n, t_n - t_1) \quad (\text{A.3})$$

idênticos em todas as variáveis. Outra propriedade é que toda translação no tempo leva a um conjunto de funções que compreendem o próprio processo aleatório de tal modo que seus parâmetros estatísticos são inalterados. Estas proposições podem ser consideradas como conseqüências da definição apresentada.

Uma segunda propriedade, a qual é muito utilizada na análise de processos aleatórios estacionários, é a *propriedade ergódica*. Em termos gerais, esta propriedade permite equacionar médias com relação ao tempo a partir de uma única função representativa do conjunto. Considere as flutuações na saída dos tubos de vácuo, e supondo-se que as condições ambientais sejam invariantes por um longo período de tempo. Seja a saída de um único tubo de vácuo e particionada em subamostras de tamanho T , onde T é grande. O efeito desta seqüência de amostras, de acordo com a hipótese ergódica, possui as mesmas propriedades estatísticas do conjunto original. A propriedade ergódica expressa que a esperança de uma variável aleatória é igual a média daquela variável sobre todas as translações no tempo, isto é,

$$E[V\{x(t)\}] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N V[x(t+k\tau)] \quad (\text{A.4})$$

para algum $\tau > 0$, onde $V[x]$ é alguma variável aleatória associada com $x(t)$, tal como $x(t)^2$, $x(t_1)x(t_2)$, etc. Assim, adotamos a seguinte definição:

Definição (Processo Ergódico). Um processo aleatório possui a *propriedade ergódica*, se para toda variável aleatória $V[x]$ a relação (A.4) é válida para todas as funções $x(t)$.

A.2 Convergência em probabilidade

Nesta seção, apresentamos conceitos relacionados a seqüências de variáveis aleatórias. Inicialmente será tratado o conceito de convergência em probabilidade e de seqüência limitada em probabilidade.

Definição 6.1 Seja $\{x_n\}$ uma seqüência de variáveis aleatórias que assumem valores reais. Se existir um número real x tal que para todo $\epsilon > 0$, $P[|x_n - x| < \epsilon] \rightarrow 1$ quando $n \rightarrow \infty$, então $\{x_n\}$ converge em probabilidade para x , escreve-se $x_n \xrightarrow{p} x$ ou ainda $\text{plim } x_n = x$.

Definição 6.2 Uma seqüência de variáveis aleatórias $\{x_n\}$ é limitada em probabilidade se, e somente se, para todo $\epsilon > 0$ existirem um número real $B < \infty$ e um inteiro N tais que para todo $n \geq N$, $P[|x_n| \geq B] < \epsilon$.

No caso especial onde a seqüência $\{x_n\}$ converge em probabilidade para zero diz-se que a seqüência é $o_p(1)$. Da mesma forma pode-se dizer que se a seqüência $\{x_n\}$ for limitada em probabilidade, então ela é $O_p(1)$.

Uma seqüência $\{x_n\}$ de números não aleatórios será $O_p(1)$ se, e somente se, for $O(1)$, de modo similar a seqüência $\{x_n\}$ será $o_p(1)$ se, e somente se, for $o(1)$. Um resultado útil é que se uma seqüência converge em probabilidade ela é limitada em probabilidade.

Definição 6.3 Seja $\{x_n\}$ uma seqüência de números aleatórios e seja $\{a_n\}$ uma seqüência determinística de números positivos. Se a seqüência $\{\frac{x_n}{a_n}\}$ for $o_p(1)$ diz-se que $\{x_n\}$ é $o_p(a_n)$. Da mesma forma, se a seqüência $\{\frac{x_n}{a_n}\}$ for $O_p(1)$ então diz-se que x_n é $O_p(a_n)$.

Lema 6.1 *Sejam $\{w_n\}$, $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ e $\{z_n\}$ seqüências tais que $\{w_n\}$ e $\{x_n\}$ são $o_p(1)$ enquanto $\{y_n\}$ e $\{z_n\}$ são $O_p(1)$. Então:*

- i. $\{w_n + x_n\}$ é $o_p(1)$;
- ii. $\{y_n + z_n\}$ é $O_p(1)$;
- iii. $\{y_n z_n\}$ é $O_p(1)$; e
- iv. $\{x_n z_n\}$ é $o_p(1)$.

Como toda seqüência $o_p(1)$ é também $O_p(1)$, o Lema 6.1 implica que a soma de uma seqüência $o_p(1)$ com uma seqüência $O_p(1)$ é uma seqüência $O_p(1)$ e que o produto de duas seqüências $o_p(1)$ é uma seqüência $o_p(1)$.

Todas as definições apresentadas podem ser aplicadas elemento por elemento a vetores e matrizes aleatórios. Desta forma se $\{x_n\}$ é uma seqüência de vetores aleatórios $K \times 1$, $x_n \xrightarrow{p} a$ onde $a \in \mathbb{R}^K$ se e somente se $x_{nj} \rightarrow a_j \forall j = 1, \dots, K$. Este resultado, juntamente com o lema 6.1 permite enunciar o próximo resultado abaixo.

Lema 6.2 *Seja $\{Z_n\}$ uma seqüência $o_p(1)$ de matrizes $J \times K$ e seja $\{x_n\}$ uma seqüência $O_p(1)$ de vetores aleatórios. Então $\{Z'_n x_n\}$ é uma seqüência $o_p(1)$.*

Como dito anteriormente, o principal motivo para estudar propriedades assintóticas de um estimador é que muitas vezes as propriedades em amostras finitas deste estimador não podem ser determinadas; ou, ainda, o estimador não possui as propriedades desejadas quando se utiliza pequenas amostras. O Teorema de Slutsky mostra que o limite em probabilidade de uma função contínua de uma seqüência de variáveis aleatórias é igual a função aplicada no limite em probabilidade desta seqüência, ou seja, é possível passar o limite em probabilidade “para dentro” de uma função contínua.

Teorema de Slutsky *Seja $g : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^j$ uma função contínua em algum ponto $c \in \mathbb{R}^K$ e seja $\{x_n\}$ uma seqüência de vetores aleatórios $K \times 1$ tal que $x_n \xrightarrow{p} c$; então $g(x_n) \xrightarrow{p} g(c)$.*

Em outras palavras o Teorema de Slutsky afirma que $\text{plim } g(x_n) = g(\text{plim } x_n)$ se g é contínua em $\text{plim } x_n$. As definições a seguir permitirão enunciar um importante corolário do teorema de Slutsky.

Definição 6.4 Um espaço de probabilidade é um trio $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$, onde:

- i. Ω é um conjunto não-vazio;

- ii. \mathcal{F} é uma σ -álgebra de subconjuntos de Ω ; e
- iii. P é uma probabilidade em \mathcal{F} .

Definição 6.5 Seja $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$ um espaço de probabilidade. Uma seqüência de eventos $\{\Omega_n\} \subset \mathcal{F}$ é ocorrer com probabilidade que se aproxima de um se, e somente se, $P(\Omega_n) \rightarrow 1$ quando $n \rightarrow \infty$.

Note que Ω_n^c pode ocorrer para cada n , porém com probabilidade que se aproxima de zero a medida que $n \rightarrow \infty$. Agora torna-se possível enunciar e demonstrar o corolário.

Corolário 6.1 *Seja $\{Z_n\}$ uma seqüência de matrizes aleatórias $K \times K$ e seja A uma matriz $K \times K$ determinística e inversível. Se $Z_n \xrightarrow{p} A$, então:*

- i. Z_n^{-1} existe com probabilidade que se aproxima de um; e
- ii. $\tilde{Z}_n^{-1} \xrightarrow{p} A^{-1}$.

onde \tilde{Z}_n^{-1} é tal que $P(\tilde{Z}_n^{-1} = Z_n^{-1}) \rightarrow \infty$.

Prova:

Parte i: Como a função determinante é contínua no espaço das matrizes quadradas, $\det Z_n \xrightarrow{p} \det A$. Como A é não-singular, $\det A \neq 0$. Disto segue que $P[\det Z_n \neq 0] \rightarrow \infty$.

Parte ii: Seja Ω_n o conjunto dos valores w tais que $Z_n(w)$ é não singular para $w \in \Omega_n$, sabe-se que $P(\Omega_n) \rightarrow 1$ quando $n \rightarrow \infty$. Defina uma nova seqüência na forma:

$$\tilde{Z}_n = Z_n(w) \text{ se } w \in \Omega_n \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{Z}_n = I_K \text{ se } w \in \Omega_n^c \quad (\text{A.6})$$

Logo $P(\tilde{Z}_n = Z_n) = P(\Omega_n) \rightarrow \infty$; como $Z_n \xrightarrow{p} A$, $\tilde{Z}_n \xrightarrow{p} A$. O operador inverso é contínuo no espaço das matrizes inversíveis, logo $\tilde{Z}_n^{-1} \xrightarrow{p} A^{-1}$.