Лабораторная работа № 1 ДО

ПРОХОЖДЕНИЕ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ RC-ЦЕПИ

Теоретическая справка

В электронике часто применяются RC–цепи.

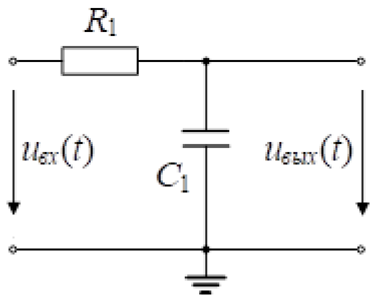


Рис. 1. *RC*-цепь с интегрирующим конденсатором.

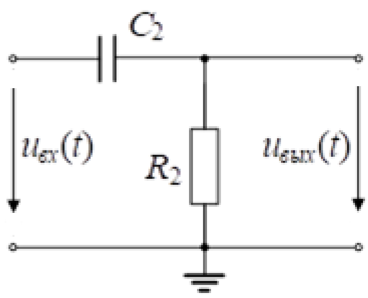


Рис. 2. *RC*-цепь с разделительным конденсатором.

Изображенная на рис. 1 схема представляет собой простейший RC–фильтр нижних частот, который без искажений передает низкочастотные и обеспечивает затухание высокочастотных сигналов. Комплексный коэффициент передачи НЧ–фильтра (рис. 1) может быть представлен следующим образом:

$$\dot{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

Отсюда получаем выражение для амплитудно–частотной характеристики:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \text{ или } H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_B}\right)^2}}.$$

Выражение для фазочастотной характеристики будет иметь такой вид:

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg}(\omega RC) \text{ или } \varphi(f) = -\text{arctg}\left(\frac{f}{f_B}\right).$$

Здесь $f_B = \dfrac{1}{2\pi RC}$ – верхняя граничная частота НЧ–фильтра.

На рис. 3 показаны амплитудно–частотная характеристика (АЧХ) в логарифмическом масштабе и фазочастотная характеристика (ФЧХ) RC-фильтра нижних частот.

Для вертикальной оси использован логарифмический масштаб: $LH = 20\lg(H)$ [дБ].

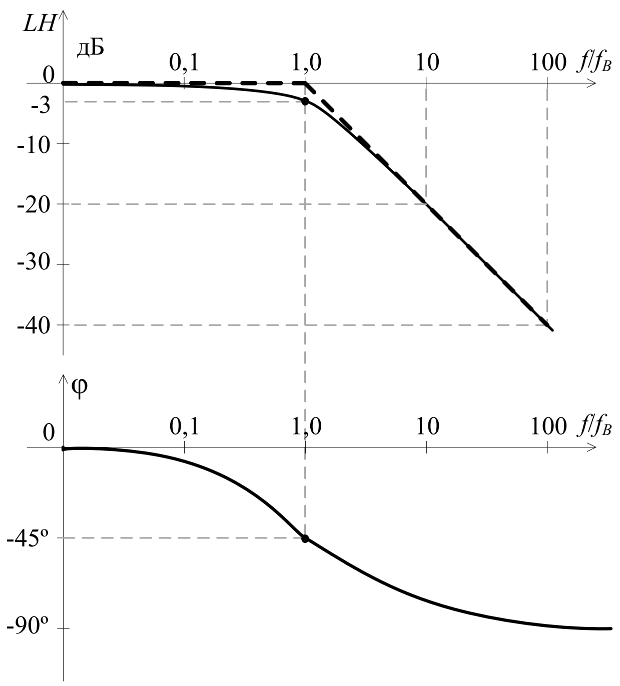


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ НЧ-фильтра.

На граничной частоте коэффициент передачи $H(f_B)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=0,707$, что в логарифмическом масштабе соответствует $LH(f_B)=-3$ дБ. Фазовый сдвиг на этой частоте равен –45°.

Как видно из рис. 3, амплитудно-частотную характеристику можно составить из двух асимптот:

- на нижних частотах $(f<f_B)$ $H(f)\approx 1$, следовательно, $LH(f)\approx 0$ дБ;
- на высоких частотах $(f\gg f_B)$ $LH(f)\approx \dfrac{f_B}{f}$, т.е. коэффициент усиления обратно пропорционален частоте. Таким образом, при увеличении частоты в 10 раз коэффициент усиления уменьшается тоже в 10 раз. А это для характеристики, построенной в логарифмическом масштабе, эквивалентно наклону –20дБ на декаду.

На рис. 2 изображен другой простейший *RC*–фильтр верхних частот. Он без искажений передает высокочастотные сигналы и обеспечивает затухание низкочастотных. Его коэффициент передачи в комплексной форме может быть представлен следующим образом:

$$\dot{H}(j\omega)=\frac{1}{1-j\dfrac{1}{\omega RC}}.$$

Отсюда получаем выражение для амплитудно-частотной характеристики:

$$H(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}}\ \text{или}\ H(f)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f_H}{f}\right)^2}}.$$

Выражение для фазочастотной характеристики будет иметь такой вид:

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}(\frac{1}{\omega RC}) \text{ или } \varphi(f) = \mathrm{arctg}\left(\frac{f_H}{f}\right).$$

Здесь $f_H = \dfrac{1}{2\pi RC}$ – нижняя граничная частота или частота среза ВЧ-фильтра.

На рис. 4 показаны амплитудно–частотная характеристика (АЧХ) в логарифмическом масштабе [дБ] и фазочастотная характеристика (ФЧХ) *RC*–фильтра верхних частот.

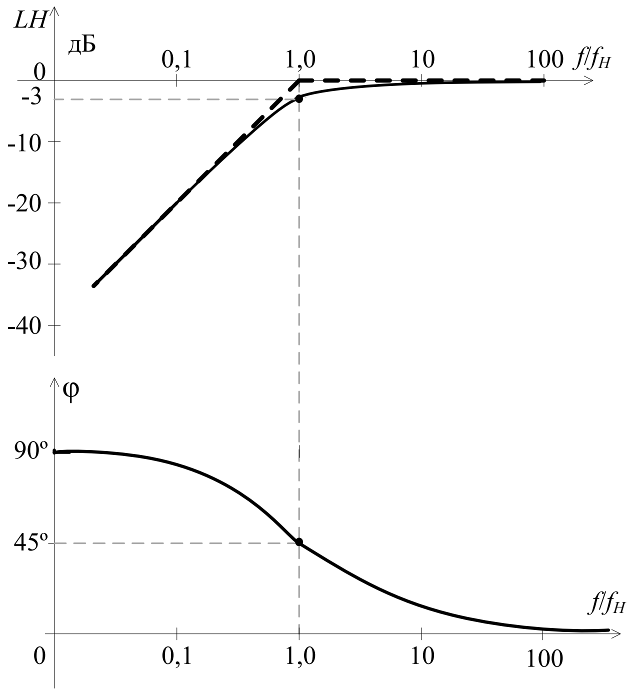


Рис. 4. АЧХ и ФЧХ ВЧ-фильтра.

На граничной частоте коэффициент передачи $H(f_H) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$, что в логарифмическом масштабе соответствует $LH(f_H) = -3$ дБ. Фазовый сдвиг на этой частоте равен +45°.

Графики АЧХ и ФЧХ для ВЧ–фильтра изображены на рис. 4. Как и для НЧ–фильтра амплитудно–частотную характеристику в двойном логарифмическом масштабе можно составить из двух асимптот:

- на высоких частотах $(f > f_H)$ $H(f) \approx 1$, следовательно, $LH(f) \approx 0$;
- на низких частотах $(f \ll f_H)$ $LH(f) \approx \dfrac{f}{f_H}$, т.е. коэффициент усиления пропорционален частоте. Таким образом, при увеличении частоты в 10 раз коэффициент усиления тоже увеличивается в 10 раз. А это эквивалентно наклону +20дБ на декаду для характеристики, построенной в двойном логарифмическом масштабе.

Для анализа схем (рис. 1 и рис. 2) во временной области на вход схемы надо подать прямоугольный импульс напряжения $u_{\text{вх}}(t)$. Выражение для переходной характеристики в этом случае можно записать в виде:

$$u_{\text{вых}}(t) = u_{\text{вых}}(\infty) - [u_{\text{вых}}(\infty) - u_{\text{вых}}(0)]e^{-t/\tau},$$

где $u_{\text{вых}}(\infty)$ – напряжение на выходе в установившемся режиме;

$u_{\text{вых}}(0)$ – выходное напряжение в момент скачка входного напряжения;

$\tau = RC$ – постоянная времени цепи.

Диаграммы выходного напряжения для схемы НЧ–фильтра при разных скачках входного сигнала показаны на рис. 5, а для схемы ВЧ–фильтра на рис. 6 и рис. 7, для этих схем максимальные значения сигналов $U_{m\ \text{вх}} = U_{m\ \text{вых}} = U_m$.

$$u_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_m, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} U_m, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

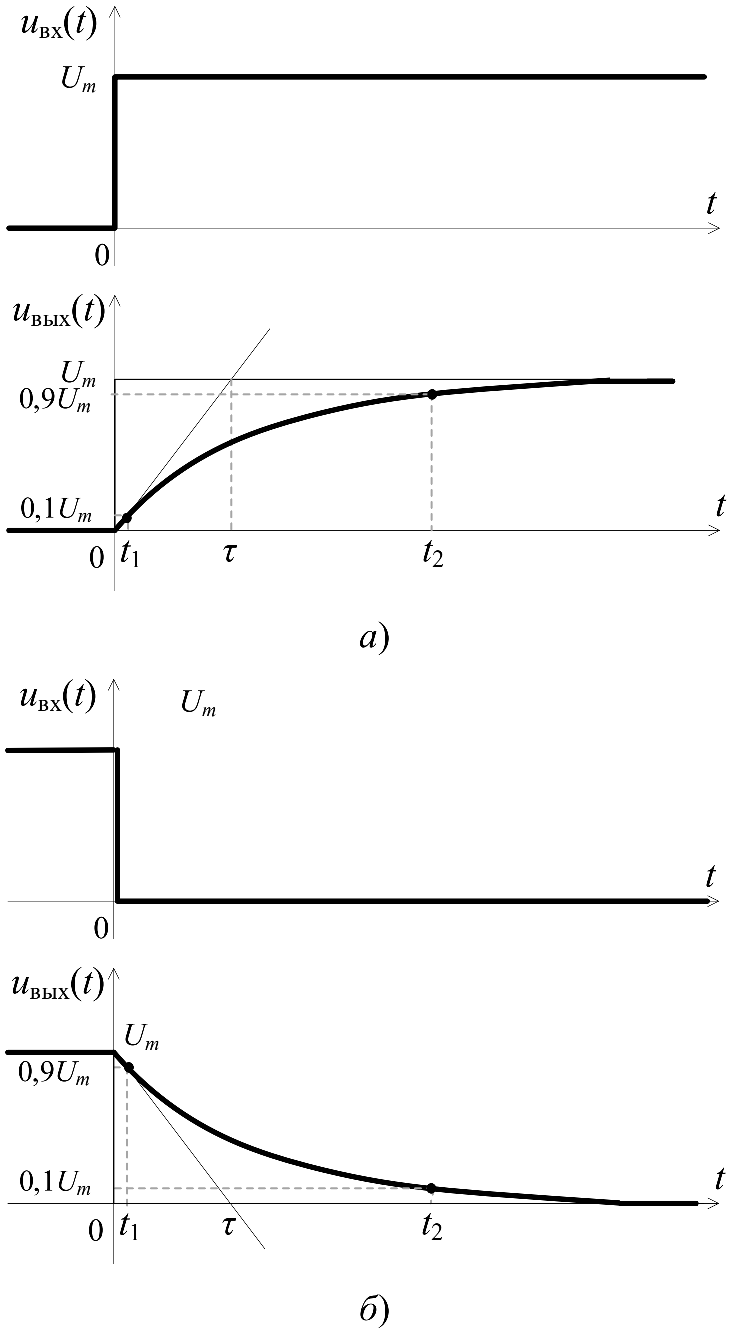


Рис. 5. Переходные процессы в НЧ-фильтре

Для интегрирующей цепи (рис. 1) характерно наличие фронта (рис. 5,*а*) или среза (рис. 5,*б*) в выходном сигнале. Время нарастания (среза) импульса можно определить по общей формуле:

$$t_2 - t_1 = \tau \ln \frac{u_{\text{вых}}(\infty) - u_{\text{вых}}(t_1)}{u_{\text{вых}}(\infty) - u_{\text{вых}}(t_2)},$$

где $u_{\text{вых}}(t_1)$ и $u_{\text{вых}}(t_2)$ – выходное напряжение в соответствующие моменты времени.

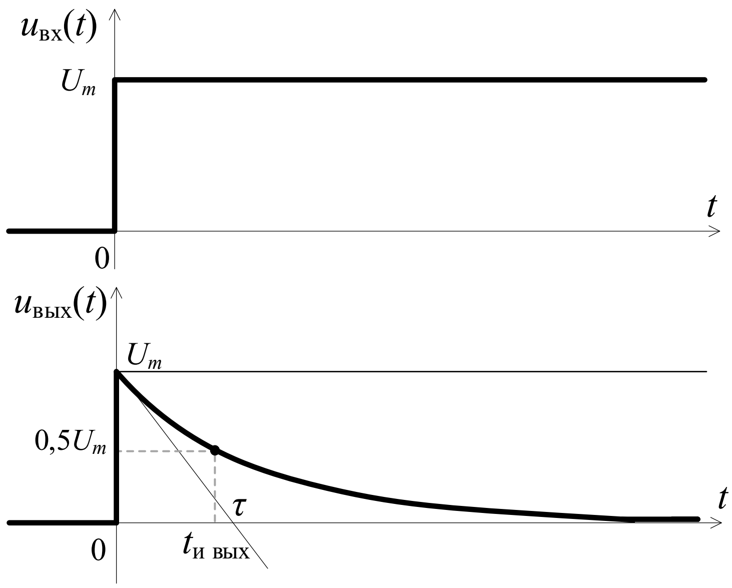
Длительность фронта, определяемая по уровням 0,1…0,9, равна $t_ф$ = 2,2τ. Для длительности среза аналогично: $t_с$ = 2,2τ. С учетом соотношения, связывающего граничную частоту с постоянной времени цепи: $\tau = 1/\omega_{гр} = 1/(2\pi f_{гр})$, можно получить формулу связи частотных и временных параметров для низкочастотного фильтра:

$$t_ф = 2{,}2\,\tau_B = \frac{0{,}35}{f_B}.$$

Для схемы с разделительным конденсатором (рис. 2) возможны два случая.

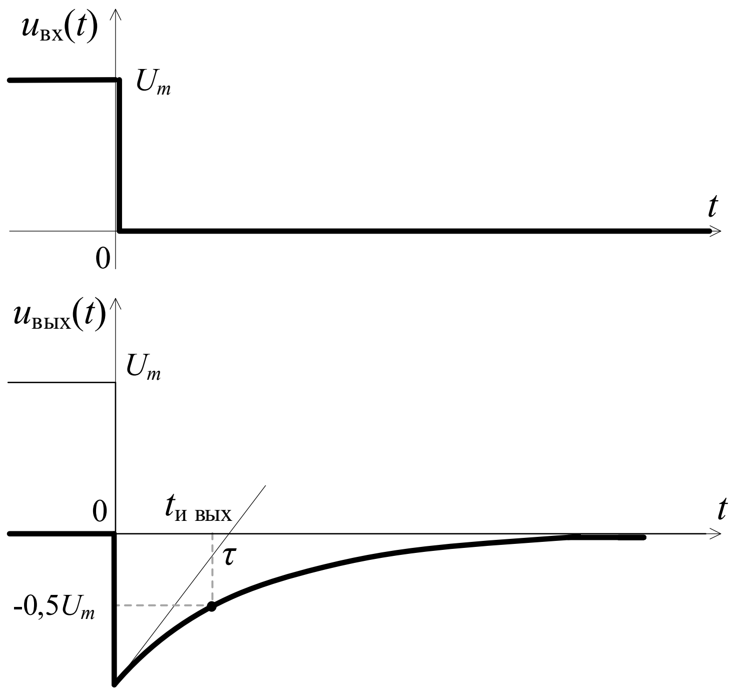
1. Постоянная времени для этой схемы мала по сравнению с длительностью входного сигнала ($t_и$>>τ). Конденсатор в этом случае называется *дифференцирующим* или *укорачивающим*. За время действия входного импульса он успеет полностью зарядиться или разрядиться. Таким образом, скачок входного напряжения приведет к появлению на выходе конечного по длительности импульса положительной (рис. 6,*а*) или отрицательной (рис. 6,*б*) полярности. Длительность этого импульса, определенную по уровню $0{,}5U_m$, можно рассчитать по формуле: $t_{и\ вых} = 0{,}7\tau$.

$$u_{вх}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_m, & t \geq 0 \end{cases}$$



а)

$$u_{вх}(t) = \begin{cases} U_m, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0 \end{cases}$$



б)

Рис. 6. Переходные процессы в ВЧ-фильтре при большой длительности входного сигнала ($t_и >> \tau$)

2. Длительность входного сигнала мала по сравнению с постоянной времени ($t_и$ << τ). В этом случае напряжение на конденсаторе за время действия входного сигнала не успеет существенно измениться, и форма выходного сигнала практически повторит форму входного импульса. Конденсатор в этом случае называется *разделительным* или *конденсатором связи*. В этом случае выходная характеристика будет иметь спад плоской вершины Δu (рис. 7).

$$u_{вх}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_m, & 0 \leq t < t_и \\ 0, & t \geq t_и \end{cases}$$

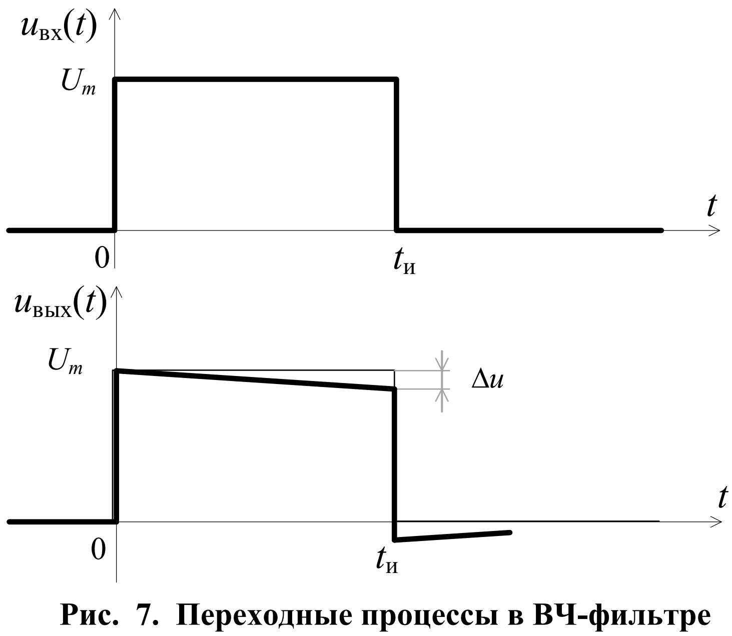


Рис. 7. Переходные процессы в ВЧ-фильтре при малой длительности входного сигнала ($t_и << \tau$)

Относительный спад плоской вершины δu рассчитывается по формуле:

$$\delta u = \frac{\Delta u}{U_m} 100\% = \frac{t_и}{\tau} 100\% .$$

Данной формулой можно пользоваться, если δu не превосходит 10…15%. С учетом соотношения, связывающего граничную частоту с постоянной времени цепи: $\tau = 1/\omega_{гр} = 1/(2\pi f_{гр})$, можно получить формулу связи частотных и временных параметров для высокочастотного фильтра:

$$\delta u = \frac{t_и}{\tau} 100\% = 2\pi f_H t_и .$$

Литература

1. **Электротехника и электроника.** Учебник для вузов.- В 3-х кн. Кн. 3. Электрические измерения и основы электроники/ Г.П.Гаев, В.Г.Герасимов, О.М.Князьков и др.; Под ред. проф. В.Г.Герасимова. – М.: Энергоатомиздат, 1998.
2. **Кобяк А.Т., Новикова Н.Р., Паротькин В.И., Титов А.А.** Применение системы Design Lab 8.0 в курсах ТОЭ и электроники: Метод. пособие. –М.: Издательство МЭИ, 2001. –128с.