

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (1 семестр)

ВОПРОСЫ К КОЛЛОКВИУМУ

поток А–4, 6–9, 12 — 19

1. Множества. Основные понятия. Операции над множествами.
2. Основные числовые множества. Окрестность точки.
3. Ограниченные и неограниченные множества.
4. Точные грани числовых множеств. Существование точных граней у ограниченных множеств (с доказательством).
5. Числовые последовательности. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Примеры.
6. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей: ограниченность бесконечно малой последовательности; связь бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей.
7. Свойства бесконечно малых последовательностей: сумма бесконечно малых последовательностей.
8. Свойства бесконечно малых последовательностей: произведение ограниченной и бесконечно малой последовательностей; произведение бесконечно малых последовательностей.
9. Предел числовой последовательности. Единственность предела.
10. Ограниченность сходящейся последовательности.
11. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями (привести доказательство только для алгебраической суммы двух сходящихся последовательностей).
12. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями (привести доказательство только для произведения двух сходящихся последовательностей).
13. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в неравенствах.
14. Свойства сходящихся последовательностей: теорема о промежуточных значениях.
15. Монотонные последовательности. Признак Вейерштрасса сходимости монотонной последовательности.
16. Число ε .
17. Лемма Кантора о вложенных отрезках (с доказательством).
18. Подпоследовательности. Частичные пределы или предельные точки. Теорема о частичном пределе сходящейся последовательности.
19. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
20. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности (доказательство только необходимости).
21. Числовые функции и их графики. Способы задания функции.
22. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений (без доказательства). Примеры.
23. Свойства пределов функций, связанные с арифметическими операциями.
24. Свойства пределов функций, связанные с предельным переходом в неравенствах.
25. Теорема о промежуточных значениях функций.
26. Локальная ограниченность функций, имеющих (конечный) предел.
27. Критерий Коши существования (конечного) предела функции (доказательство только необходимости).
28. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
29. Непрерывность функции в точке. Примеры непрерывных функций. Доказательство непрерывности функции $\sin x$.
30. Точки разрыва функции и их классификация.
31. Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность и устойчивость знака непрерывной функции.
32. Сохранение непрерывности при арифметических операциях над функциями.
33. Непрерывность сложной функции.

34. Замечательные пределы (доказательство только для первого замечательного предела).
35. Понятие обратной функции. Существование и непрерывность функции, обратной для непрерывной и строго монотонной функции.
36. Элементарные функции и их непрерывность.
37. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Символика \bar{o} .

Лектор потока

Симушев А.А.

ЗАДАЧИ К КОЛЛОКВИУМУ

1. Сформулировать определение последовательности некоторого типа и его отрицание (ограниченной последовательности, бесконечно малой последовательности и т.д.).
2. Сформулировать определение предела функции по Коши и его отрицание.
3. Сформулировать определение предела функции по Гейне и его отрицание.
4. Сформулировать на языке ε - δ и в терминах окрестностей определение предела функции (конечного и бесконечного; в точке, односторонних пределов в точке, а также пределов при $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$).
5. Задачи на вычисление типовых пределов.
6. Сравнение функций.