Группа А-08-19 **Студент** Балашов

Лабораторная работа № 8

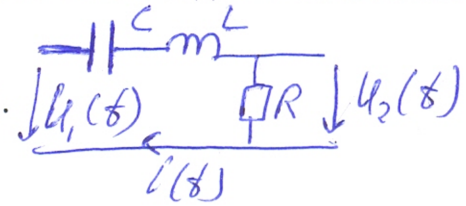
Переходные процессы в *RLC* цепях.

Подготовка к работе

1. **Временные характеристики *RLC* цепей.**

1.1. Для последовательной *RLC* цепи получить в общем виде характеристическое уравнение. Показать, при каком соотношении параметров цепи переходной процесс имеет апериодический, а при каком колебательный характер. Вывести формулы для расчета коэффициента затухания и частоты свободных колебаний через параметры элементов цепи.

Вывод характеристического уравнения для схемы рис. 8.1.



Характеристическое уравнение:	$Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R = 0$; $\lambda^2 + \lambda\frac{R}{L} + \frac{1}{LC} = 0$
Апериодический процесс	корни: $\dfrac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2C-4L}{L^2C}}}{2}$
Колебательный процесс	корни: $\left(-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{4L-R^2C}{L^2C}}\, j\right)/2$

Формулы для расчета коэффициента затухания и частоты свободных колебаний **<u>через параметры элементов цепи</u>**.

α = $\frac{R}{2L}$ **ω**

$\omega_{св} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4L-R^2C}{L^2C}}$

1.2. Рассчитать критическое сопротивление $R_{кр}$, при котором получаются равные корни характеристического уравнения (D = 0). Рассчитать корни характеристического уравнения цепи рис. 8.1 при двух значениях сопротивления *R*: найденного в п.1.1 по формуле (R_1) и имеющего значение в 1,2 раз больше критического сопротивления (R_2 = 1,2 $R_{кр}$). Результаты расчета занести в таблицу, записать соответствующие виды решений дифференциального уравнения с учетом вида корней.

N = 4 **, M =** 8 **.**

Параметры цепи:

R = (1000 + 20N) Ом = 1000+4·20 = 1080 Ом,

L = (20 + M + 0.5N) мГн = 20+8+0,5·4 = 30 мГн,

C = (4 + 0.2M + 0.1N) нФ = 4+0,2·8+0,1·4 = 6 нФ.

D = #формула# $= \sqrt{\frac{R^2C-4L}{L^2C}}$

$R_{кр}$ = #формула# = #расчет# $= \sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{4\cdot 30\cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-9}}} = 4472{,}13596$ Ом

R_2 = $R_{кр}\cdot 1{,}2 = 4472{,}13596\cdot 1{,}2 = 5366{,}56315$ Ом

		Режим	Корни	Вид решения (в общем виде)
R_1	1080	свободных колебаний	$-18000+72329{,}49j$ $-18000-72329{,}49j$	$u_2(t)=i_L(t)R=\begin{cases} e^{-\alpha t}R\frac{U_0}{\omega_{св}L}\sin(\omega_{св}t), & 0<t\le t_и \\ e^{-\alpha t}R\frac{-U_0}{\omega_{св}L}\sin(\omega_{св}(t-t_и)), & t_и<t<t_п \end{cases}$
R_2	5366,56315	апериодический	$-40000,396j$ $-138884,043$	$u_2(t)=i_L(t)R=\begin{cases} R_2K_1(e^{\lambda_2 t}-e^{\lambda_1 t}), & 0<t\le t_и \\ R_2K_1(e^{\lambda_1(t-t_и)}-e^{\lambda_2(t-t_и)}), & t_и<t<t_п \end{cases}$

1.3. Для схемы рис. 8.1 при $R=R_1$ и $R=R_2$ рассчитать напряжение $u_2(t)$ при подаче на вход схемы импульсного сигнала (рис. 8.2) на интервалах импульса и паузы ($t_и=t_п$), считая, что переходной процесс за время $0.5T$ успевает завершиться, если $\boldsymbol{U_0}$ **= (2 + 0.3 M + 0.25 N) B**.

$U_0=2+0{,}3\cdot 8+0{,}25\cdot 4=5{,}4$ В

I импульс

1) $i_L(0_-)=0$;

$u_C(0_-)=0$

2) $i_L(\infty)=0$

$u_C(\infty)=U_0$

3) $Z(\lambda)=\frac{1}{\lambda C}+\lambda L+R_1=0$

$\lambda^2+\lambda\frac{R_1}{L}+\frac{1}{LC}=0$

$\lambda_{1,2}=-18000\pm 72329{,}49j$

$\alpha=18000$

$\omega_{св}=72329{,}49$

4) $i_L(t)=i_L(\infty)+e^{-\alpha t}(K_1\cos(\omega_{св}t)+K_2\sin(\omega_{св}t))$

$i_L(t)=0+e^{-18000t}(K_1\cos(72329{,}49t)+K_2\sin(72329{,}49t))$

$\frac{di_L}{dt}=-18000e^{-18000t}(K_1\cos(72329{,}49t)+K_2\sin(72329{,}49t))+e^{-18000t}(-72329{,}49K_1\sin(72329{,}49t)+72329{,}49\cdot K_2\cos(72329{,}49t))$

I пауза 1) $i_L(t_{и-})=0$; $u_C(t_{и-})=U_0$

2) $i_L(\infty)=0$; $u_C(\infty)=0$; 3) $Z(\lambda)=\frac{1}{\lambda C}+\lambda L+R_1=0$

~~4) $i_L(t)=i_L(\infty)+e^{-\alpha t}(K_1\cos(\omega_{св}$~~

$\lambda^2+\lambda\frac{R_1}{L}+\frac{1}{LC}=0$

$\lambda_{1,2}=-18000\pm 72329{,}49j$

$\alpha=18000$; $\omega_{св}=72329{,}49$

4) $i_L(t)=i_L(\infty)+e^{-\alpha t}(K_1\cos(\omega_{св}(t-t_и))+K_2\sin(\omega_{св}(t-t_и)))$

$i_L(t)=0+e^{-18000t}(K_1\cos(72329{,}49(t-t_и))+K_2\sin(72329{,}49(t-t_и)))$

$\frac{di}{dt}\Big|_{0+}=-18000K_1+72329{,}49K_2$

$i_L(t_{и+})=K_1$; $i_L(t_{и+})=i_L(t_{и-})=0\Rightarrow K_1=0$

$\frac{di}{dt}\Big|_{0+}=72329{,}49K_2=\frac{U_C}{L}$

1.4. Построить, согласно варианту, импульсную функцию в цепи рис. 8.1 при двух значениях сопротивления R: R_1 и R_2.

R_1 = 1080 кОм	
импульс	пауза
$u_2(t)=2{,}6877e^{-18000t}\sin(72329{,}49t)$	$u_2(t)=-2{,}6877e^{-18000t}\sin(72329{,}49(t-t_и))$

tи=pi/wсв

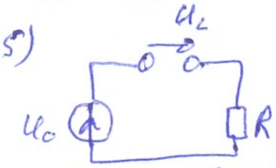
I 4) : $\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{0+} = -18000K_1 + 72329{,}49K_2$

имп.

$$\left.\begin{aligned} i_L(0_+) &= K_1 \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) = 0 \end{aligned}\right| \Rightarrow K_1 = 0$$

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{0+} = 72329{,}49K_2 = \frac{u_L}{L}$$

5)



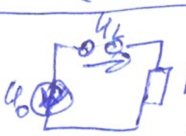
$u_L(0_+) = u_0 = 5{,}4 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_2 = \frac{u_0}{72329{,}49L} = \frac{5{,}4}{72329{,}49\cdot 30\cdot 10^{-3}} = 2{,}4886\cdot 10^{-3}$

6) $i_L(t) = e^{-18000t}\cdot 2{,}4886\cdot 10^{-3}\cdot \sin(72329{,}49t)\cdot 1080 = 2{,}6877e^{-18000t}\sin(72329{,}49t)$

$u_2(t) = i_L(t)R = e^{-18000t}\cdot 2{,}4886\cdot 10^{-3}\sin(72329{,}49t)$

I пауза 5)



$u_L(t_{u+}) = -u_0 = -5{,}4 \Rightarrow K_2 = \frac{-u_0}{72329{,}49L} = \frac{-5{,}4}{72329{,}49\cdot 30\cdot 10^{-3}} = -2{,}4886\cdot 10^{-3}$

6) $i_L(t) = -e^{-18000t}\cdot 2{,}4886\cdot 10^{-3}\sin(72329{,}49(t-t_u))$

$u_2(t) = i_L(t)R = -e^{-18000t}\cdot 2{,}4886\cdot 10^{-3}\sin(72329{,}49(t-t_u))\cdot 1080 = -2{,}6877e^{-18000t}\sin(72329{,}49t(t-t_u))$

II импульс

1) $i_L(0_-) = 0;\ u_C(0_-) = 0$

2) $i_L(\infty) = 0;\ u_C(\infty) = u_0$

3) $Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_2 = 0$

$\lambda^2 + \lambda\frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC} = 0;\ \lambda_{1,2} = -89442{,}72 \pm 49441{,}32$

4) $i_L(t) = i_L(\infty) + K_1e^{\lambda_1 t} + K_2e^{\lambda_2 t}$

$i_L(t) = 0 + K_1e^{40001{,}396t} + K_2e^{138884{,}04t}$

$\frac{di_L}{dt} = 40001{,}4K_1 + 138884K_2 = \frac{u_L}{L}$

$$\left.\begin{aligned} i_L(0_+) &= K_1 + K_2 \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) = 0 \end{aligned}\right| \Rightarrow K_1 = -K_2$$

5)

$u_L(0_+) = u_0 = 5{,}4$ В

$\begin{cases} 40001{,}4K_1 + 138884K_2 = \frac{5{,}4}{30\cdot 10^{-3}} \\ K_1 = -K_2 \end{cases}$

$\begin{cases} K_1 = -1{,}82\cdot 10^{-3} \\ K_2 = 1{,}82\cdot 10^{-3} \end{cases}$

6.) $i_L(t) = -1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-40001t} + 1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-138884t}$

$u_2(t) = i_L(t)R = (-1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-40001t} + 1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-138884{,}4t})\cdot 5366{,}56315 =$

$= 9{,}767(e^{-138884{,}4t} - e^{-40001t})$ В

II пауза 1) $i_L(t_{u-}) = 0;\ u_C(t_{u-}) = u_0$

2) $i_L(\infty) = 0;\ u_C(\infty) = 0$

3) $Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_2 = 0$

$\lambda^2 + \lambda\frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC} = 0;\ \lambda_{1,2} = -89442{,}72 \pm 49441{,}32$

4) $i_L(t) = i_L(\infty) + K_1e^{40001(t-t_u)} + K_2e^{138884{,}4(t-t_u)}$

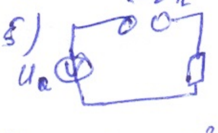
$\frac{di_L}{dt} = 40001K_1e^{40001t} + 138884{,}4K_2e^{138884{,}4t}$

$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{0+} = 40001K_1 + 138884{,}4K_2 = \frac{u_L}{L}$

$i_L(t_{u+}) = K_1 + K_2$

$i_L(t_{u+}) = i_L(t_{u-}) = 0 \quad \Rightarrow K_1 = -K_2$

5)



$u_L(0_+) = u_0 = -5{,}4$

$\begin{cases} 40001K_1 + 138884{,}4K_2 = \frac{-5{,}4}{30\cdot 10^{-3}} \\ K_1 = -K_2 \end{cases}$

$\begin{cases} K_1 = 1{,}82\cdot 10^{-3} \\ K_2 = -1{,}82\cdot 10^{-3} \end{cases}$

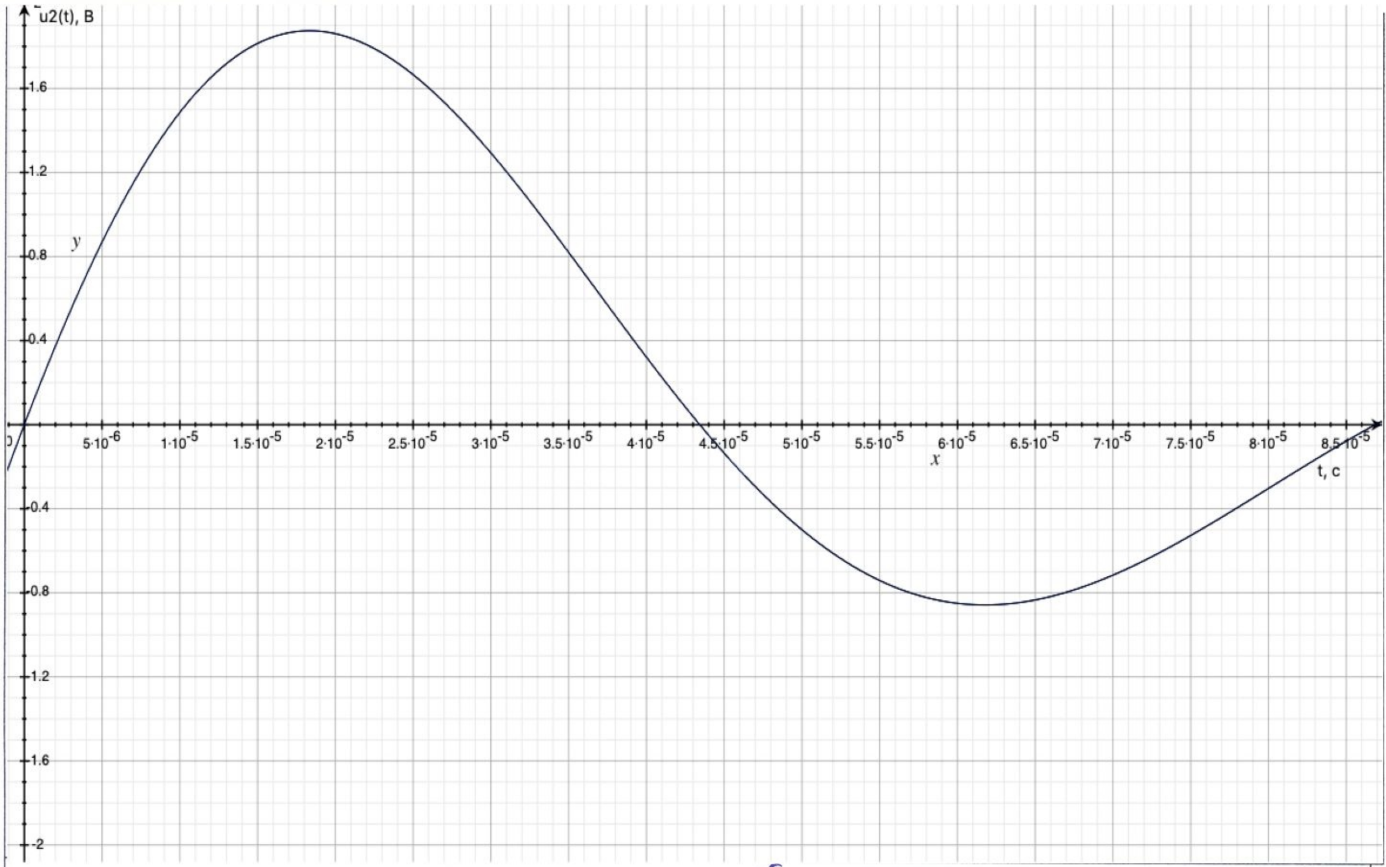
6) $i_L(t) = 1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-40001(t-t_u)} - 1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-138884{,}4(t-t_u)}$

$u_2(t) = i_L(t)R_2 =$

$= (1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-40001(t-t_u)} - 1{,}82\cdot 10^{-3}e^{-138884{,}4(t-t_u)})\cdot 5366{,}56315 =$

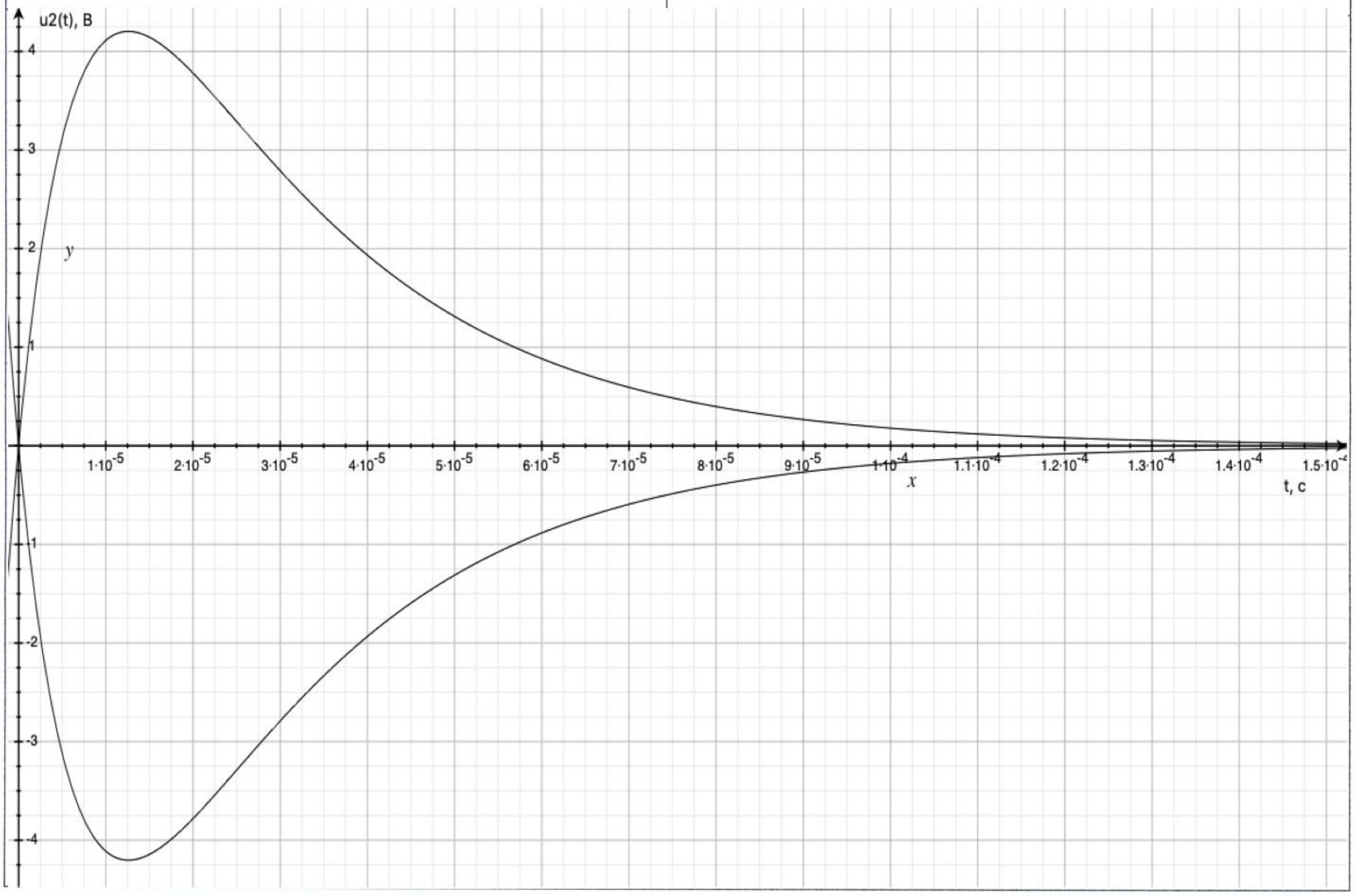
$= 1{,}82\cdot 10^{-3}(e^{-40001(t-t_u)} - e^{-138884{,}4(t-t_u)})$

$= 9{,}767(e^{-40001(t-t_u)} - e^{-138884{,}4(t-t_u)})$ В



R_2= 5366,56315 кОм

импульс	пауза
$u_2(t) = 9{,}767\left(e^{-138884{,}4t} - e^{-40001t}\right)$	$u_2(t) = 9{,}767\left(e^{-40001(t-t_u)} - e^{-138884{,}4(t-t_u)}\right)$



1.5. Записать формулы для расчета параметров колебательного процесса (**α и ω$_{св}$**) по измеряемым величинам: $T_{св}$ и двум произвольным значениям экспоненты (см. ЛР7). Рассчитать численные значения этих параметров, а также постоянной времени цепи $\tau = 1/\alpha$.

$$T_{св} = \frac{2\pi}{\omega_{св}} \Rightarrow \omega_{св} = \frac{2\pi}{T_{св}};$$

$$\left.\begin{aligned} u_2(t) &= e^{-\alpha t} R \cdot \frac{U_0}{\omega_{св} L} \sin(\omega_{св} t) \\ \frac{u_2(t_2)}{u_2(t_1)} &= e^{-\alpha(t_2 - t_1)} \cdot \frac{\sin(\omega_{св} t_1)}{\sin(\omega_{св} t_2)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\ln\left(\frac{u_2(t_2)}{u_2(t_1)} \cdot \frac{\sin(\omega_{св} t_1)}{\sin(\omega_{св} t_2)}\right)}{(t_1 - t_2)}$$

1.6. Повторить материал по применению среды *DLab* 8.0 (*ORCAD*) к расчету переходных процессов.