

Институт информационных и вычислительных технологий

Лабораторная работа №1
«Осознанное использование ЭВМ»
по курсу
«Вычислительные методы»

Выполнил:

Студент Балашов С.А.

Проверила:

Старший преподаватель кафедры МКМ

Шевченко О.В.

Москва, 2021

Задача 1. Осуществить рекурсивное вычисление значения заданной функции $f(x)$ и возврат к исходному значению x , используя рекурсивное вычисление обратной функции. Вычислить разность полученного значения и исходной величины x . Определить количество верных цифр в значении, полученном рекурсивным вычислением обратной функции.

Функция: $f(x) = \frac{2x+1}{4x}$, $x_0 = 0.8$,

Номер варианта $m = 4$, глубина рекурсии $N = m + 20 = 24$

Теория: Значащая цифра является верной, если абсолютная погрешность не превосходит единицы разряда, в котором она стоит.

Решение в программе MathCad

$$f(x_1) := \frac{2x_1 + 1}{4x_1} \quad g(x_1) := \frac{1}{4x_1 - 2}$$

$$x := 0.8 \quad N := 24$$

$$S := x$$

$$f_1(S) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..N \\ \left\| \begin{array}{l} S \leftarrow f(S) \\ S \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$f_1(S) = 0.809016994375270$$

$$q := f_1(S)$$

$$g_1(q) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..N \\ \left\| \begin{array}{l} q \leftarrow g(q) \\ q \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$g_1(q) = 0.7999999692014276$$

$$\Delta := |x - g_1(q)| = 0.000000307985724$$

Количество верных цифр = 6

Задача 2. Используя алгоритм выполнения Задачи 1, для каждого значения глубины рекурсии N от 10 до 80 определить количество верных цифр в полученном приближенном значении исходной величины. Объяснить полученные результаты.

N q Δ количество_верных_цифр

10	0.799999999998872	0.000000000001128	12
20	0.800000016585019	0.000000016585019	8
30	0.799963373099948	0.000036626900052	5
40	-0.256633058426746	1.056633058426750	0
50	-0.309013361216771	1.109013361216770	0
60	-0.309016994134770	1.109016994134770	0
70	-0.309016994374932	1.109016994374930	0
80	-0.309016994374947	1.109016994374950	0

Вывод: Судя по полученным результатам, с увеличением итераций рекурсии растет и абсолютная погрешность вычислений, причем на определенном этапе она становится настолько велика, что количество верных цифр равняется нулю. Это связано с неабсолютной точностью ЭВМ, поскольку компьютер обрабатывает число двоичной системе счисления и под каждое число отводится постоянный объем памяти (2 или 4 байта для вещественных чисел). Из-за ограничения в размере записи, при подсчетах теряются знаки, из-за которых результат становится неточным. При большом количестве итераций, возможно, происходит переполнение ячеек, отвечающих за знак числа и поэтому с 40 результат отрицательный.

Схема представления чисел в ЭВМ:

В 2-байтовом формате представления вещественного числа первый байт и три разряда второго байта выделяются для размещения мантиссы, в остальных разрядах второго байта размещаются порядок числа, знаки числа и порядка.

В 4-байтовом формате представления вещественного числа первые три байта выделяются для размещения мантиссы, в четвертом байте размещаются порядок числа, знаки числа и порядка.

Таблица с переводом результатов в двоичную систему

Знак числа	Знак порядка	Порядок						Мантиса																																			
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1