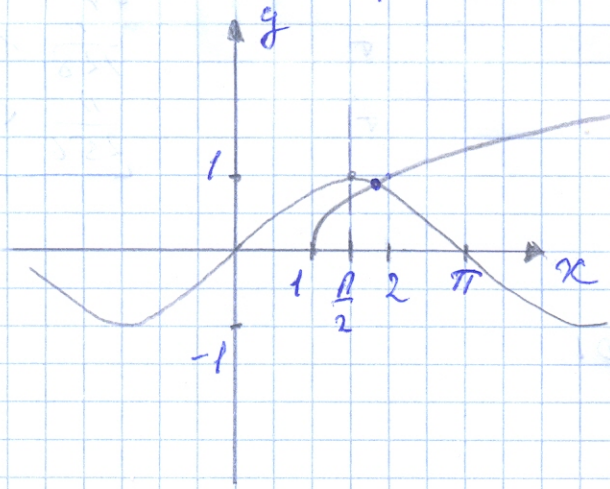
A-08-19
Балашов С.А

Типовой расчёт № 2

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = \sin(x) - \sqrt{x-1} = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon = 0,01$

Локализую корень уравнения графически:



1 корень:

~~$\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$~~

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Используя метод бисекции, найду корень уравнения с точностью $\varepsilon = 0,01$:

$[a_0; b_0] = \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

длина отрезка локализации $b_0 - a_0 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} > 2\varepsilon$. $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ не выполнен критерий окончания метода бисекции

Найду середину отрезка $[a_0; b_0]$:

$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} = \frac{\frac{\pi}{2} + \pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$

Вычислю $f(a_0) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{\frac{\pi}{2} - 1} = 0,2444$

$f(x_0) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{\frac{3\pi}{4} - 1} = -0,45745$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ поскольку f меняет знак полагаем отрезок новой локализации: $a_1 = a_0 = \frac{\pi}{2}$

$b_1 = x_0 = \frac{3\pi}{4}$

Составлю таблицу для метода биссекции

k	a_k	x_k	$\mathrm{Sign}(f(a_k))$	$\mathrm{Sign}(f(x_k))$	$b_k - a_k$
0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	+	−	$\frac{\pi}{2} > 2\varepsilon$
1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	+	−	$\frac{\pi}{4} > 2\varepsilon$
2	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{16}$	+	+	$\frac{\pi}{8} > 2\varepsilon$
3	$\frac{9\pi}{16}$	$\frac{19\pi}{32}$	+	+	$\frac{\pi}{16} > 2\varepsilon$
4	$\frac{19\pi}{32}$	$\frac{39\pi}{64}$	+	−	$\frac{\pi}{32} > 2\varepsilon$
5	$\frac{19\pi}{32}$	$\frac{77\pi}{128}$	−	+	$\frac{\pi}{64} > 2\varepsilon$
6	$\frac{19\pi}{32}$	$\frac{153\pi}{256}$	−	+	$\frac{\pi}{128} > 2\varepsilon$
7	$\frac{19\pi}{32}$	$\frac{305\pi}{512} \approx 1{,}871456$	−	+	$\frac{\pi}{256} < 2\varepsilon$

$\bar{x} = x_k \pm \varepsilon \approx 1{,}87 \pm 0{,}01$

Ответ: $\bar{x} = x_k \pm \varepsilon \approx 1{,}87 \pm 0{,}01$