

Лабораторная работа № 8

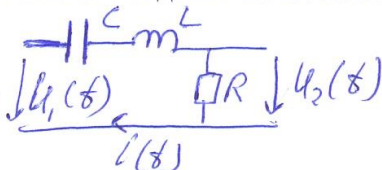
Переходные процессы в RLC цепях.

Подготовка к работе

1. Временные характеристики RLC цепей.

- 1.1. Для последовательной RLC цепи получить в общем виде характеристическое уравнение. Показать, при каком соотношении параметров цепи переходной процесс имеет аperiодический, а при каком колебательный характер. Вывести формулы для расчета коэффициента затухания и частоты свободных колебаний через параметры элементов цепи.

Вывод характеристического уравнения для схемы рис. 8.1.



Характеристическое уравнение:	$\varepsilon(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R = 0; \lambda^2 + \lambda \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} = 0$
Аperiодический процесс	корни: $-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2 C - 4L}{L^2 C}}$
Колебательный процесс	корни: $(-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{4L - R^2 C}{L^2 C}}) / 2$

Формулы для расчета коэффициента затухания и частоты свободных колебаний через параметры элементов цепи.

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_{св} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4L - R^2 C}{L^2 C}}$$

- 1.2. Рассчитать критическое сопротивление $R_{кр}$, при котором получаются равные корни характеристического уравнения ($D = 0$). Рассчитать корни характеристического уравнения цепи рис. 8.1 при двух значениях сопротивления R : найденного в п.1.1 по формуле (R_1) и имеющего значение в 1,2 раз больше критического сопротивления ($R_2 = 1,2 R_{кр}$). Результаты расчета занести в таблицу, записать соответствующие виды решений дифференциального уравнения с учетом вида корней.

$$N = 4, M = 8$$

Параметры цепи:

$$R = (1000 + 20N) \text{ Ом} = 1000 + 20 \cdot 4 = 1080 \text{ Ом},$$

$$L = (20 + M + 0.5N) \text{ мГн} = 20 + 8 + 0.5 \cdot 4 = 30 \text{ мГн},$$

$$C = (4 + 0.2M + 0.1N) \text{ нФ} = 4 + 0.2 \cdot 8 + 0.1 \cdot 4 = 6 \text{ нФ}.$$

$$D = \# \text{формула} \# = \frac{R^2 C - 4L}{L^2 C}$$

$$R_{кр} = \# \text{формула} \# = \# \text{расчет} \# = \sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-9}}} = 4472,13596 \text{ Ом}$$

$$R_2 = R_{кр} \cdot 1,2 = 4472,13596 \cdot 1,2 = 5366,56315 \text{ Ом}$$

		Режим	Корни	Вид решения (в общем виде)
R_1	1080	свободных колебаний	$-18000 \pm 72329,49j$ $-18000 - 72329,49j$	$u_2(t) = \dot{u}_2(t) R_2 = \begin{cases} e^{\lambda t} R_1 \frac{1}{\omega_{дв}} \sin(\omega_{дв} t), & 0 \leq t \leq t_n \\ e^{\lambda(t-t_n)} R_1 \frac{1}{\omega_{дв}} \sin(\omega_{дв}(t-t_n)), & t_n \leq t \leq t_n + t_n \end{cases}$
R_2	5366,56315	апериодический	$-40004,336j$ $-138884,043$	$u_2(t) = \dot{u}_2(t) R_2 = \begin{cases} R_2 k_1 (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}), & 0 \leq t \leq t_n \\ R_2 k_1 (e^{\lambda_1(t-t_n)} - e^{\lambda_2(t-t_n)}), & t_n \leq t \leq t_n + t_n \end{cases}$

- 1.3. Для схемы рис. 8.1 при $R = R_1$ и $R = R_2$ рассчитать напряжение $u_2(t)$ при подаче на вход схемы импульсного сигнала (рис. 8.2) на интервалах импульса и паузы ($t_n = t_n$), считая, что переходной процесс за время $0.5T$ успевает завершиться, если $U_0 = (2 + 0.3 M + 0.25 N) В$.

$$U_0 = 2 + 0,3 \cdot 8 + 0,25 \cdot 425,4 В$$

Импульс

$$1) \dot{u}_2(0_-) = 0;$$

$$u_2(0_-) = 0$$

$$2) \dot{u}_2(\infty) = 0$$

$$u_2(\infty) = U_0$$

$$3) Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_1 = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda \frac{R_1}{L} + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -18000 \pm 72329,49j$$

$$\alpha = 18000$$

$$\omega_{дв} = 72329,49$$

$$4) \dot{u}_2(t) = \dot{u}_2(\infty) + e^{-\alpha t} (K_1 \cos(\omega_{дв} t) + K_2 \sin(\omega_{дв} t))$$

$$\dot{u}_2(t) = 0 + e^{-18000t} (K_1 \cos(72329,49t) + K_2 \sin(72329,49t))$$

$$\frac{d\dot{u}_2}{dt} = -18000 e^{-18000t} (K_1 \cos(72329,49t) + K_2 \sin(72329,49t)) + e^{-18000t} (-72329,49 K_1 \sin(72329,49t) + 72329,49 K_2 \cos(72329,49t))$$

$$\text{И пауза } 1) \dot{u}_2(t_n) = 0; u_2(t_n) = U_0$$

$$2) \dot{u}_2(\infty) = 0; u_2(\infty) = 0; 3) Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_1 = 0$$

$$4) \dot{u}_2(t) = \dot{u}_2(\infty) + e^{-\alpha(t-t_n)} (K_1 \cos(\omega_{дв}(t-t_n)) + K_2 \sin(\omega_{дв}(t-t_n)))$$

$$\dot{u}_2(t) = 0 + e^{-18000(t-t_n)} (K_1 \cos(72329,49(t-t_n)) + K_2 \sin(72329,49(t-t_n)))$$

$$\frac{d\dot{u}_2}{dt} \Big|_{t=t_n} = -18000 K_1 + 72329,49 K_2$$

$$\dot{u}_2(t_n) = K_1; \dot{u}_2(t_n) = \dot{u}_2(t_n) = 0 \Rightarrow K_1 = 0$$

$$\frac{d\dot{u}_2}{dt} \Big|_{t=t_n} = 72329,49 K_2 = \frac{U_0}{L}$$

- 1.4. Построить, согласно варианту, импульсную функцию в цепи рис. 8.1 при двух значениях сопротивления R : R_1 и R_2 .

$R_1 = 1080 \quad \Omega$	
импульс	пауза
$u_2(t) = 2,6877 e^{-18000t} \sin(72329,49t)$	$u_2(t) = -2,6877 e^{-18000(t-t_n)} \sin(72329,49(t-t_n))$

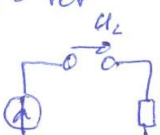
$$t_n = \pi / \omega_{дв}$$

$$I_4): \frac{d\dot{I}_L}{dt}\bigg|_{0+} = -18000 K_1 + 72329,49 K_2$$


$$\dot{I}_L(0+) = K_1$$

$$\dot{I}_L(0+) = \dot{I}_L(0) = 0 \quad | \quad 20 K_1 = 0$$

$$\frac{d\dot{I}_L}{dt}\bigg|_{0+} = 72329,49 K_2 = \frac{U_L}{L}$$

5)  $U_L(0+) = U_0 = 5,4 \text{ В}$
 $\Rightarrow K_2 = \frac{U_0}{72329,49 L} = \frac{5,4}{72329,49 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} = 2,4886 \cdot 10^{-3}$

6) $\dot{I}_L(t) = e^{-18000t} \cdot 2,4886 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(72329,49t)$
 $U_L(t) = \dot{I}_L(t) R = e^{-18000t} \cdot 2,4886 \cdot 10^{-3} \sin(72329,49t) \cdot 1080 = 2,6877 e^{-18000t} \sin(72329,49t)$

I нагза 5)  $U_L(t_0+) = -U_0 = -5,4 \text{ В}$
 $\Rightarrow K_2 = \frac{-U_0}{72329,49 L} = \frac{-5,4}{72329,49 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} = -2,4886 \cdot 10^{-3}$

6) $\dot{I}_L(t) = -e^{-18000(t-t_0)} \cdot 2,4886 \cdot 10^{-3} \sin(72329,49(t-t_0))$
 $U_L(t) = \dot{I}_L(t) R = -e^{-18000(t-t_0)} \cdot 2,4886 \cdot 10^{-3} \sin(72329,49(t-t_0)) \cdot 1080 = -2,6877 e^{-18000(t-t_0)} \sin(72329,49(t-t_0))$

II чангнот

1) $\dot{I}_L(0-) = 0, U_C(0-) = 0$

2) $\dot{I}_L(\infty) = 0, U_C(\infty) = U_0$

3) $Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_2 = 0$

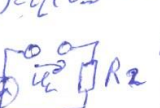
$\lambda^2 + \lambda \frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC} = 0, \lambda_{1,2} = \frac{-R_2 \pm \sqrt{R_2^2 - 4L/C}}{2L}$
 $\lambda_{1,2} = \frac{-89442,72 \pm 49441,32}{2 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}$

4) $\dot{I}_L(t) = \dot{I}_L(\infty) + K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}$
 $\dot{I}_L(t) = 0 + K_1 e^{40001,396t} + K_2 e^{138884,04t}$

$\frac{d\dot{I}_L}{dt} = 40001,4 K_1 + 138884 K_2 = \frac{U_L}{L}$

$\dot{I}_L(0+) = K_1 + K_2 \quad | \quad 20 K_1 = -K_2$

$\dot{I}_L(0+) = \dot{I}_L(0) = 0$

5)  $U_L(0+) = U_0 = 5,4 \text{ В}$
 $\begin{cases} 40001,4 K_1 + 138884 K_2 = \frac{5,4}{30 \cdot 10^{-3}} \\ K_1 = -K_2 \end{cases}$

$\begin{cases} K_1 = -1,82 \cdot 10^{-3} \\ K_2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \end{cases}$

6) $\dot{I}_L(t) = -1,82 \cdot 10^{-3} e^{-40001t} + 1,82 \cdot 10^{-3} e^{-138884t}$

$U_L(t) = \dot{I}_L(t) R = (-1,82 \cdot 10^{-3} e^{-40001t} + 1,82 \cdot 10^{-3} e^{-138884t}) \cdot 5366,563152$
 $= 9,767 (e^{-138884t} - e^{-40001t}) \text{ В}$

II нагза 1) $\dot{I}_L(t_0-) = 0, U_C(t_0-) = U_0$

2) $\dot{I}_L(\infty) = 0, U_C(\infty) = 0$

3) $Z(\lambda) = \frac{1}{\lambda C} + \lambda L + R_2 = 0$

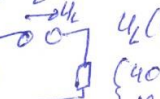
$\lambda^2 + \lambda \frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC} = 0, \lambda_{1,2} = \frac{-R_2 \pm \sqrt{R_2^2 - 4L/C}}{2L}$
 $\lambda_{1,2} = \frac{-89442,72 \pm 49441,32}{2 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}$

4) $\dot{I}_L(t) = \dot{I}_L(\infty) + K_1 e^{\lambda_1(t-t_0)} + K_2 e^{\lambda_2(t-t_0)}$
 $\frac{d\dot{I}_L}{dt} = 40001 K_1 e^{40001(t-t_0)} + 138884 K_2 e^{138884(t-t_0)}$

$\frac{d\dot{I}_L}{dt}\bigg|_{t_0+} = 40001 K_1 + 138884 K_2 = \frac{U_L}{L}$

$\dot{I}_L(t_0+) = K_1 + K_2 = 0 \Rightarrow K_1 = -K_2$

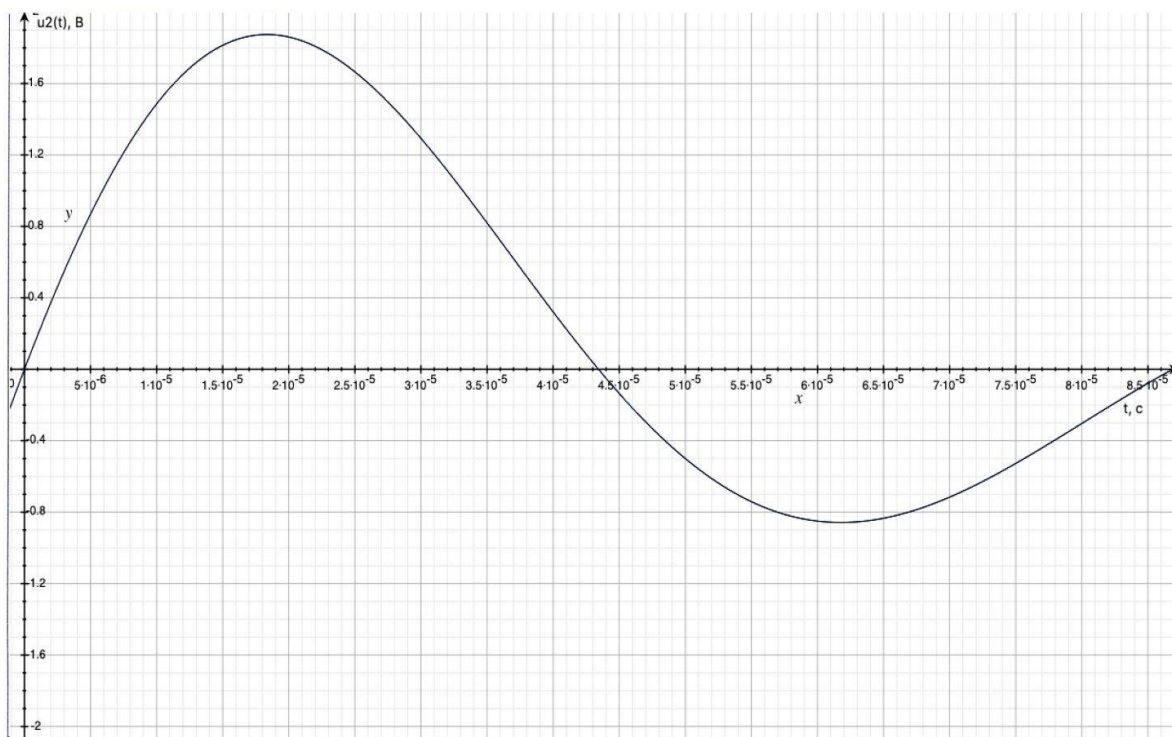
$\dot{I}_L(t_0+) = \dot{I}_L(t_0) = 0$

5)  $U_L(0+) = U_0 = 5,4 \text{ В}$
 $\begin{cases} 40001 K_1 + 138884 K_2 = \frac{5,4}{30 \cdot 10^{-3}} \\ K_1 = -K_2 \end{cases}$

$\begin{cases} K_1 = 1,82 \cdot 10^{-3} \\ K_2 = -1,82 \cdot 10^{-3} \end{cases}$

6) $\dot{I}_L(t) = 1,82 \cdot 10^{-3} e^{-40001(t-t_0)} - 1,82 \cdot 10^{-3} e^{-138884(t-t_0)}$
 $U_L(t) = \dot{I}_L(t) R = 9,767 (e^{-40001(t-t_0)} - e^{-138884(t-t_0)}) \text{ В}$

$= 9,767 (e^{-40001(t-t_0)} - e^{-138884(t-t_0)}) \text{ В}$



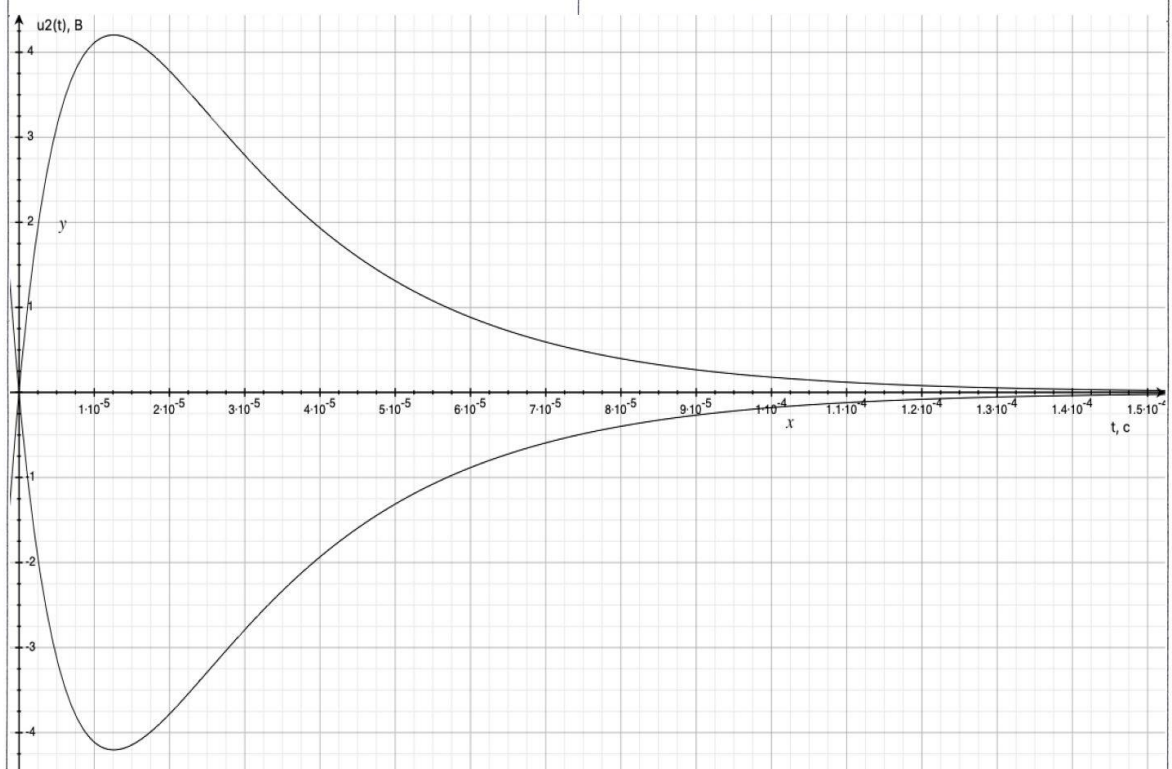
$$R_2 = 5366,56315 \text{ Ом}$$

импульс

пауза

$$u_2(t) = 9,767 \left(e^{-13288,4t} - e^{-40001t} \right)$$

$$u_2(t) = 9,767 \left(e^{-40001(t-t_0)} - e^{-13288,4(t-t_0)} \right)$$



- 1.5. Записать формулы для расчета параметров колебательного процесса (α и $\omega_{св}$) по измеряемым величинам: $T_{св}$ и двум произвольным значениям экспоненты (см. ЛР7). Рассчитать численные значения этих параметров, а также постоянной времени цепи $\tau = 1/\alpha$.

$$T_{св} = \frac{2\pi}{\omega_{св}} \Rightarrow \omega_{св} = \frac{2\pi}{T_{св}}$$

$$u_2(t) = e^{-\alpha t} R \cdot \frac{U_0 \sin(\omega_{св} t)}{\omega_{св} L}$$

$$\frac{u_2(t_2)}{u_2(t_1)} = e^{-\alpha(t_2 - t_1)} \cdot \frac{\sin(\omega_{св} t_1)}{\sin(\omega_{св} t_2)} \Rightarrow \alpha = \frac{\ln\left(\frac{u_2(t_2)}{u_2(t_1)} \cdot \frac{\sin(\omega_{св} t_2)}{\sin(\omega_{св} t_1)}\right)}{(t_1 - t_2)}$$

- 1.6. Повторить материал по применению среды DLab 8.0 (ORCAD) к расчету переходных процессов.

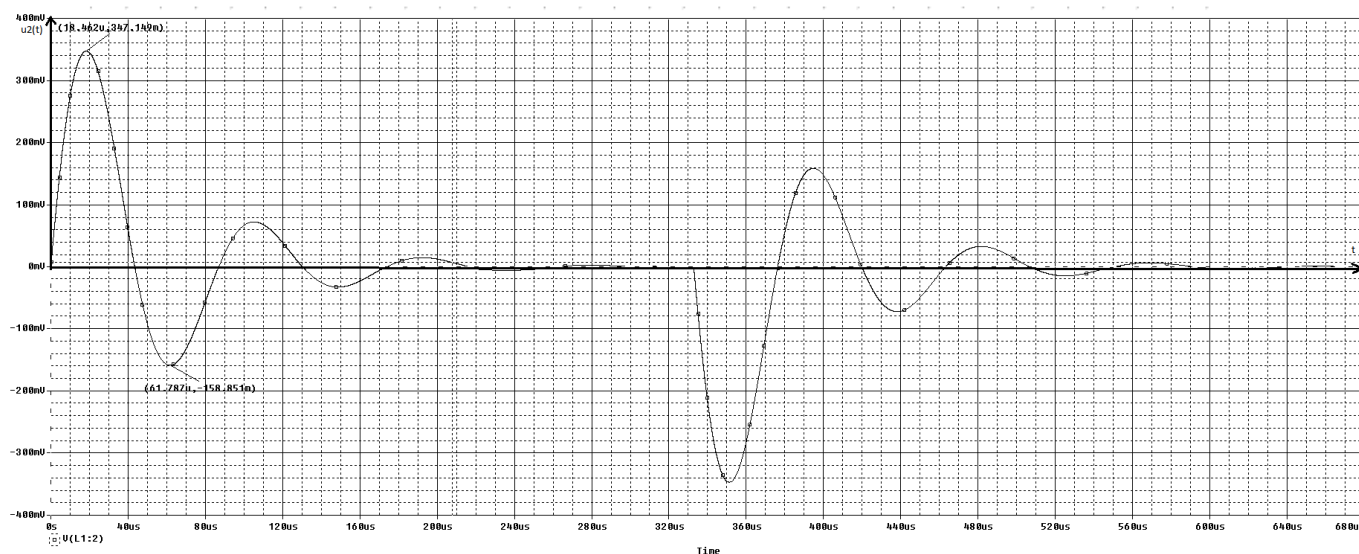
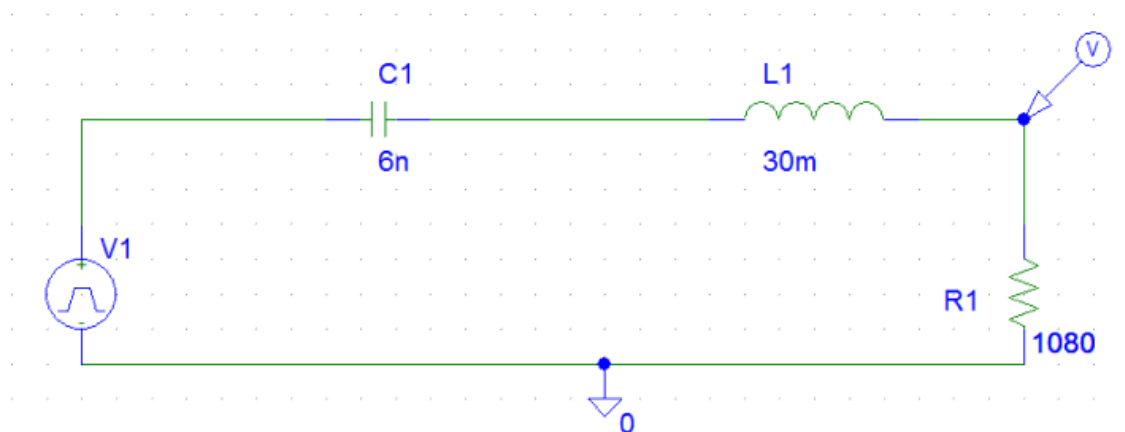
1. Экспериментальное исследование переходных процессов в RLC цепи.

1.1. Собрать виртуальную схему рис. 8.1. Установить сопротивление R_1 . Амплитуду источника напряжения установить 1 В, а период рассчитать для длительности импульса, равной шести постоянным времени этой цепи $t_n = 6 \tau_1$ (см. п. 1.5 подготовки к работе). Провести расчет импульсной функции, сохранить результаты в электронном виде.

$$t_n = 6 \tau_1 = \quad \text{мкс}, \quad T = 2 t_n = \quad \text{мкс}.$$

$$M=8, N=4,$$

$$R_1 = 1000 + 4 \cdot 20 = 1080 \text{ Ом}, \quad C = 4 + 0.2 \cdot 8 + 0.1 \cdot 4 = 6 \text{ нФ}, \quad L = 20 + 8 + 0.2 \cdot 4 = 30 \text{ мГн}.$$



Результаты измерений.

	U_1	U_2	$T_{св}$
Единицы измерения	мВ	мВ	мкс
Значение	347.149	-158,851	86.638

1.2. По полученной характеристике с помощью курсора и маркера курсора определить коэффициент затухания α и период свободных колебаний $T_{св}$ в интервале импульса. Рассчитать частоту свободных колебаний. Результаты представить в виде таблицы.

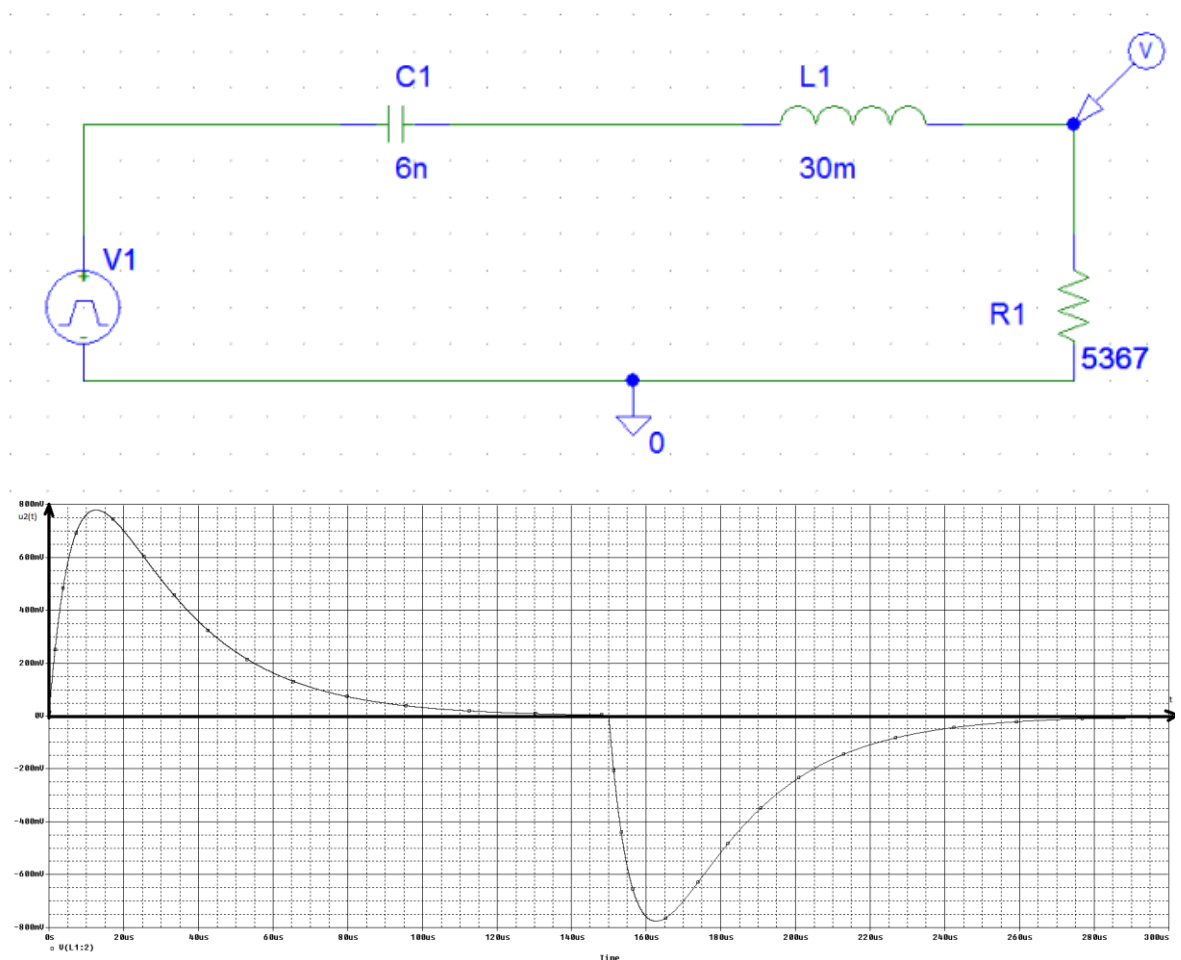
Расчет параметров процесса.

$$\alpha = \ln(u_2/u_1)/(t_2 - t_1) = \ln(158.851/347.149)/((61.787 - 18.462) \cdot 10^{-6}) = 18044.72$$

$$W = 2\pi/T$$

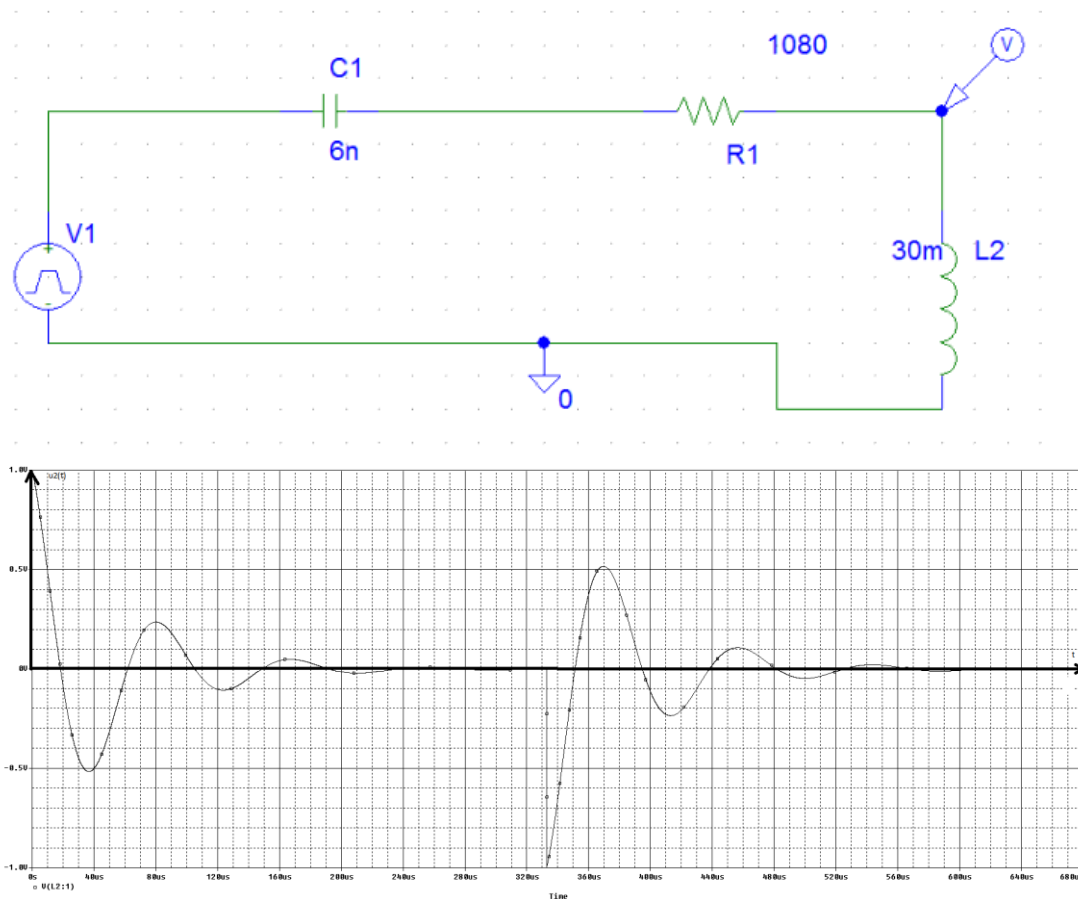
Параметр	α	$T_{\text{св}}$ мкс	$\omega_{\text{св}}$ мкс
Расчет	18000	86,87	72329,49
Эксперимент	18044.72	86.638	72522.28

- 1.3. Изменить величину сопротивления R на R_2 . Установить период, соответствующий длительности импульса, увеличенной в шесть раз по сравнению с большей по величине постоянной времени аperiodической цепи (τ_2 или τ_3 – см. п. 1.5 подготовки к работе). Получить экспериментальные кривые напряжений (сохранить в электронном виде). Объяснить результат.



Поскольку сопротивление выросло, то процесс стал аperiodическим из-за зависимостей $\omega_{\text{св}}$ и α от R

- 1.4. В соответствии с вариантом собрать виртуальную схему рис. 8.3. Установить сопротивление R_1 . Амплитуду источника напряжения установить 1 В , а период рассчитать для длительности импульса, равной шести постоянным времени этой цепи $t_n = 6 \tau_1$ (см. п. 1.5 подготовки к работе). Провести расчет импульсной функции, сохранить результаты в электронном виде.



- 1.5. Собрать виртуальную схему обобщенного звена второго порядка (рис. 8.4). Установить следующие параметры цепи: $C_1 = (40 + 0,35 M + 0,25 N)$ нФ, $R_1 = 1$ кОм, $C_2 = (1 + 0,035 M + 0,025 N)$ нФ, $R_2 = (20 + 0,25 M + 0,35 N)$ кОм. Рассчитать максимальную τ_{\max} (где $\tau_{\max} = C_1(R_1 + R_2)$) и минимальную τ_{\min} (где $\tau_{\min} = C_2(R_1 || R_2)$) постоянные времени цепи. Амплитуду источника напряжения установить 1 В, а период рассчитать для длительности импульса, равной шести максимальным постоянным времени цепи: $t_n = 6 \tau_{\max}$. Провести расчет импульсной функции, сохранить результаты в электронном виде. Установить период источника, соответствующий шести минимальным постоянным времени цепи $t_n = 6 \tau_{\min}$. Провести расчет импульсной функции, сохранить результаты в электронном виде. Установить длительность импульса $t_n = 50 \tau_{\min}$. Провести расчет импульсной функции, сохранить результаты в электронном виде. Сделать вывод.

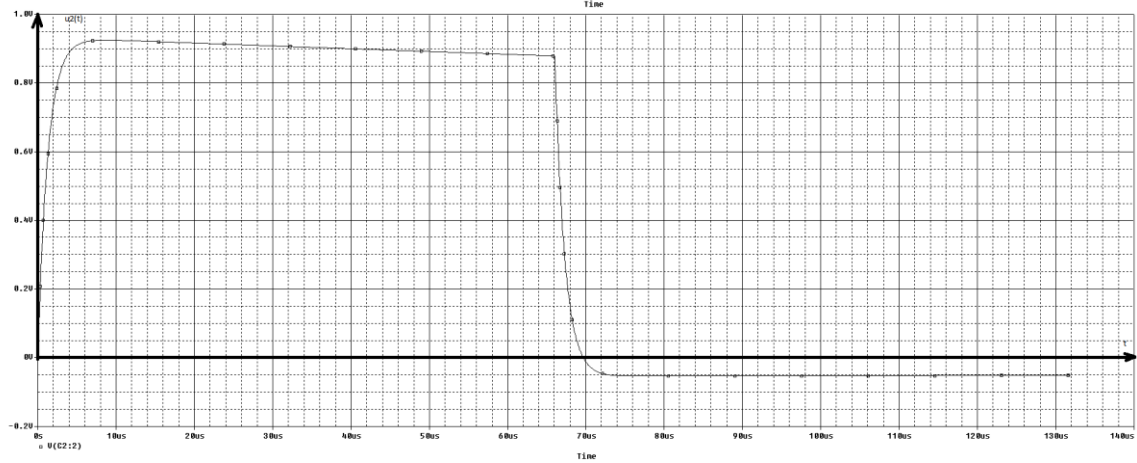
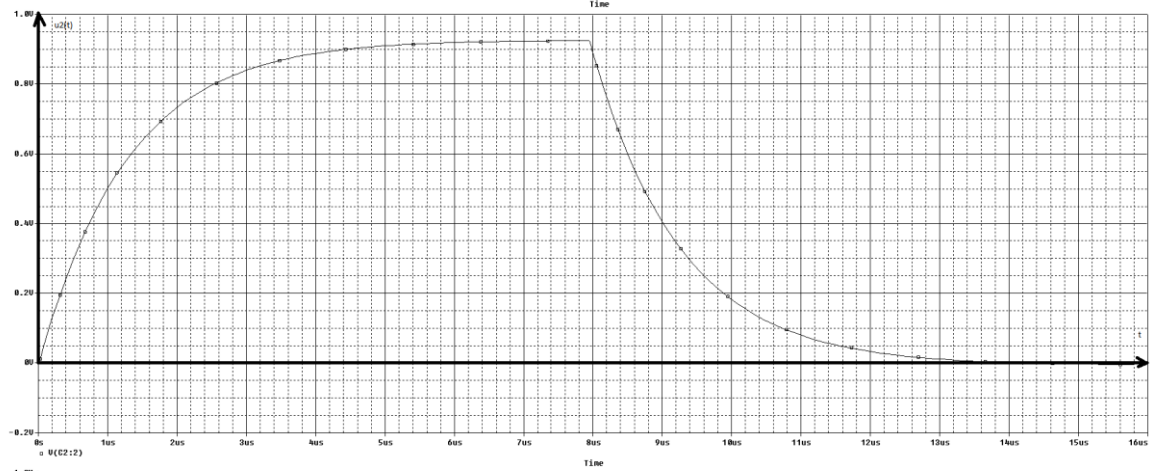
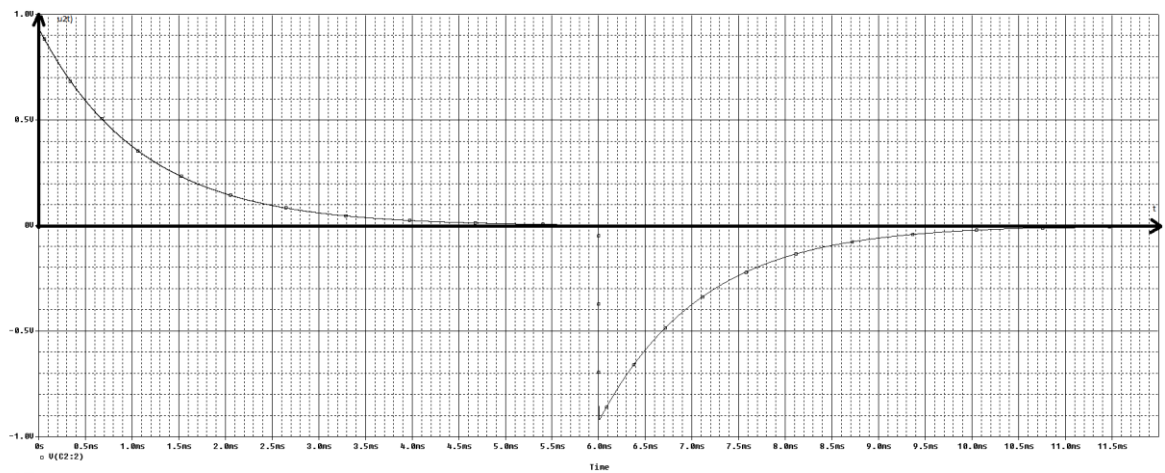
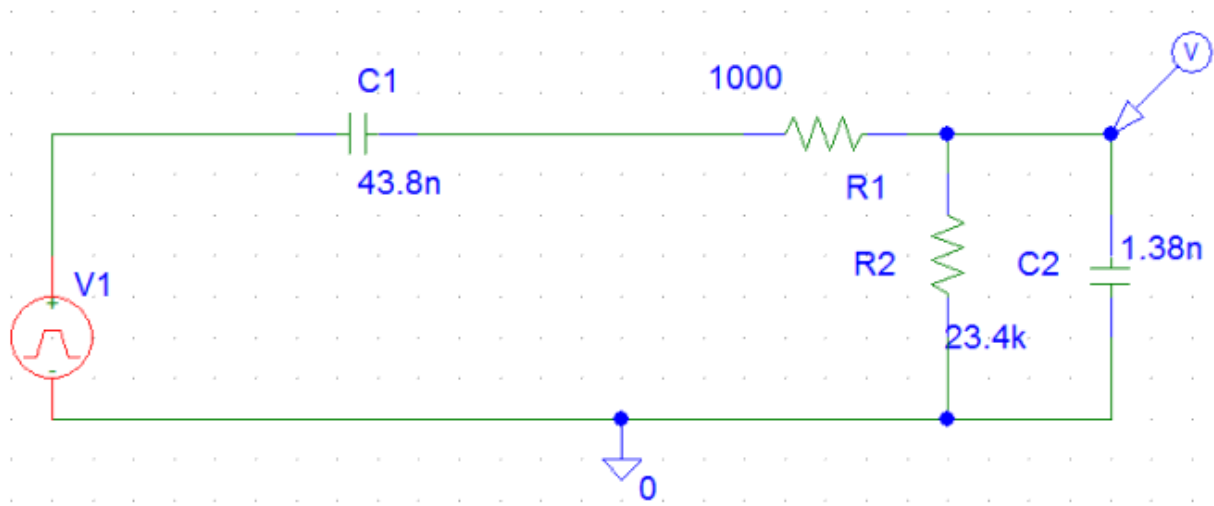
$$C_1 = (40 + 0,35 M + 0,25 N) \text{ нФ} = 43,8 \quad \text{нФ},$$

$$C_2 = (1 + 0,035 M + 0,025 N) \text{ нФ} = 1,38 \quad \text{нФ},$$

$$R_2 = (20 + 0,25 M + 0,35 N) \text{ кОм} = 23,4 \quad \text{кОм}.$$

$$\tau_{\max} = C_1(R_1 + R_2) = 1 \text{ мс}$$

$$\tau_{\min} = C_2(R_1 || R_2) = 1,32 \text{ мкс}$$



Вывод: ничего не понял, но очень интересно