Погрешность измерения складывается из многих составляющих:

Δ =Δо + ∑Δд.j + Δвз +Δотс +∑ Δм.j +Δдин

где Δо – основная погрешность средства измерений;

Δд.j – дополнительная погрешность средства измерений, вызванная влиянием величины ξj ;

Δвз – погрешность взаимодействия;

Δотс– погрешность отсчитывания;

Δм.j – методические погрешности;

Δдин – динамическая погрешность.

**5.2.1.** **Расчёт погрешности измерения методом наихудшего случая** (*Р* = 1).

Наихудший для точности выполняемых измерений случай возникает, когда все составляющие погрешности принимают свои максимальные по модулю значения, при этом их знаки совпадают.

Такой расчёт даёт завышенную, но зато максимально надёжную, оценку погрешности. Его **применение оправдано в тех случаях**, когда получение результатов измерений, не соответствующих расчётным оценкам погрешностей, может привести к угрозе жизни или здоровью людей, или к большому материальному ущербу.

Кроме того, данный метод расчёта погрешностей **применяют, когда невозможно использовать метод статистического суммирования.**

**Δп =Δо.п. + ∑Δд.j.п. + Δвз.п. +Δотс .п. +∑Δм .j.п. +Δдин.п.**

**5.2.2. Расчёт методом статистического суммирования** (*Р <* 1).

Статистическое суммирование допустимо, если

1. **число слагаемых**, составляющих погрешность измерения, достаточно **велико** (не менее трёх),
2. среди слагаемых **нет существенно преобладающих** (например, в 5 и более раз),
3. все слагаемые представляют собой **независимые** случайные величины, распределенные **по закону равномерной плотности** в **симметричных** относительно нулевого значения интервалах,

**Пояснения к пункту 3)**

Δ =Δо + ∑Δд.j + Δвз +Δотс +∑ Δм.j +Δдин

**Независимые случайные величины:**

Δо - определяется настройками конкретного экземпляра СИ;

Δд.Т - определяется температурой окружающей среды;

Δотс. - определяется положением стрелки прибора при конкретном измерении;

Δм - например, определяется сопротивлением используемых проводов при измерении малого сопротивления омметром с двухпроводным включением;

Δдин - переходной процесс заканчивается позже момента измерения.

Случайные величины, распределенные **по закону равномерной плотности**

**В** **симметричных** относительно нулевого значения интервалах (поэтому желательно симметрирование погрешности взаимодействия)

**(Если же какие-то условия не выполняются, то при оценке погрешности допускается погрешность).**

**При выполнении этих условий:**

**Δгр =Kp { Δо.п.2+ ∑(Δд.j.п.2)+ Δвз.п.2+Δотс .п.2+Δм.п.2+Δдин.п.2 }0,5**

Где ***KP*** - коэффициент, значение которого зависит от заданной вероятности ***Р***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Р*** | 0,9 | 0,95 | 0,99 |
| ***KP*** | 0,95 | 1,1 | 1,4 |

**Пример.** Расчёт доверительного интервала погрешности измерения и представление результата измерения для ***Р* = 0,95**.

**Исходные данные:**

Измерено напряжение постоянного тока с помощью аналогового вольтметра.

Характеристики вольтметра:

* класс точности 0,25;
* диапазон показаний (0 – 15)В;
* конечное значение положения указателя на шкале (совпадающее с длиной шкалы) *aк* = 150 дел.;
* входное сопротивление вольтметра *RV* = (5,0±1,0) кОм;
* нормальная область температур (20,0±2,0)оС;
* рабочая область температур (10 – 35)оС;
* коэффициент дополнительной температурной погрешности: (*Δо.п* / 10оС)

Температура в момент измерения Т = 15оС.

Отсчёт по шкале вольтметра *a* = 100,5 дел. выполнен с округлением до половины деления шкалы.

Объект измерения – источник напряжения с внутренним сопротивлением *Rи* от 10 до 30 Ом.

***Решение****:*

1. Цена деления

*CU* = *Uк*/*aк* = 15 В / 150 дел. = 0,1 В/дел.

1. Измеренное значение

*U* = *a*∙*CU* = 100,5 дел.∙ 0,1 В/дел. = 10,05 В.

1. Модель погрешности измерения:

*Δ*= *Δо* + *Δд.Т* + *Δотс* + *Δвз*.

1. Предел допускаемого значения основной погрешности:

*Δо.п* = *γо.п* ∙ *Uк* / 100 % = 0,25 %∙ 15 В / 100 % = 0,0375 В.

1. Предел допускаемого значения дополнительной температурной погрешности:

*Δд.Т.п* = (*Δо.п* / 10оС) ∙ │Т – 20оС│ = (0,0375 В / 10оС) ∙ 5оС = 0,01875 В.

1. Предел допускаемого значения погрешности отсчитывания.

*Δотс.п* = 0,5∙ *q* = 0,5 ∙ 0,5 дел. ∙ *CU* = 0,025 В.

1. Пределы допускаемого значения погрешности взаимодействия

*Δвз* = – *U*∙*Rи* /*RV*,

*Δвз.п.max* = **–** *U*∙*Rи.макс* /*RV.мин* = –10,05 В ∙ 30 Ом / 4000 Ом = –0,075375 В,

*Δвз.п.min* = **–** *U*∙*Rи. мин* /*RV. макс* = –10,05 В ∙ 10 Ом / 6000 Ом = –0,01675 В.

*Δ вз.п* =(*Δ вз.п.min* – *Δ вз.п.max*)/2 = 0,0293125 В,

*η* = – (*Δ вз.п.min* + *Δвз.п.max*)/2 = 0,0460625 В,

*U*′ = *U*+ *η* = 10,0960625 В.

1. Найдём модуль граничного значения симметричного доверительного интервала погрешности измерения для *Р* = 0,95 методом статистического суммирования:

*Δгр*  = *KP* ∙(*Δо.п*2+*Δд.Т.п*2+*Δотс.п*2 + *Δвз.п*2)0,5 =

= 1,1∙ (0,03752 + 0,018752 + 0,0252 +0,02931252) 0,5 В =

= 1,1 ∙ (0,0032420352) 0,5 В = 0,0626327598 В ≈ 0,063 В

*8´. Найдём предел допускаемого значения погрешности измерения для Р = 1 (при симметрировании погрешности взаимодействия):*

*Δп* = *Δо.п*+ *Δд.Т.п* + *Δотс.п* + *Δвз.п* = (0,0375+0,01875+0,025+0,0293125)В =

= 0,1105625 В ≈ 0,11 В

***Ответ:***

а) (10,05 ± 0,16) В; Р = 1 (погрешность взаимодействия не симметрирована)

б) (10,10 ± 0,11) В; Р = 1 (при симметрировании погрешности взаимодействия)

б) (10,096 ± 0,063) В; Р = 0,95

**5.3. Оценивание погрешностей косвенных измерений**

**Пример**

Измерили мощность **P** следующим образом: измерили вольтметром напряжение **U** и амперметром ток **I** (прямые измерения), и вычислили мощность по формуле: **P = U · I** (косвенные измерения).

Оценили погрешности прямых измерений: **ΔU** и **ΔI**.

**Вопрос: как рассчитать ΔP ?**

**Постановка задачи в обобщенном виде.**

Пусть измерили несколько величин: Х1; Х2; … Хn с абсолютными погрешностями. соответственно: ΔХ1; ΔХ2; … ΔХn.

На основе этих измерений рассчитывают результат Y = f (Х1; Х2; … Хn),

т.е Y - результат косвенного измерения.

Требуется найти погрешность ΔY, происходящую от погрешностей

ΔХ1; ΔХ2; … ΔХn.

Упростим обозначения: ΔY = Δ; ΔХ1 = Δ1; ΔХ2 = Δ2; … ΔХn = Δn.

**Погрешность измерения величины Y** может быть выражена приближённым выражением, следующим из формулы полного дифференциала функции нескольких переменных:

, (1)

которое справедливо при условии, что │*Δi* / *xi*│<< 1 для всех *i*.

Погрешности Δ1; Δ2; … Δn - случайные величины, частные производные – это коэффициенты, поэтому погрешность Δ – тоже случайная величина.

**Как количественно охарактеризовать случайную величину** Δ?

Так же как и в случае прямых измерений, в качестве оценки погрешности измерений будем рассматривать расчёт доверительного интервала этой погрешности.

* методом наихудшего случая (для *Р* = 1):
* методом статистического суммирования (для *Р* < 1):

**Метод наихудшего случая (для *Р* = 1)**

Δп = │∂Y/∂x1│∙Δ1.п +│∂Y/∂x2│∙Δ2.п + …+│∂Y/∂xn│∙Δn.п (2)

где Δi.п  - предельное значение абсолютной погрешности измерения величины Xi

**Метод статистического суммирования (для *Р* < 1)**

Δгр = KP ∙{[(∂Y/∂x1)∙Δ1.п]2 + [(∂Y/∂x2)∙Δ2.п]2 +…+ [(∂Y/∂xn)∙Δn.п]2}0,5

(3)

Частный случай 1

1) Y – линейная функция аргументов Х1; Х2;…Хn.

То есть: Y = a1X1 + a2X2 +...+anXn

Для этого случая частные производные равны:

,

Тогда для P = 1 :

Δп = │a1│∙Δ1.п +│ a2│∙Δ2.п + … +│ an│∙Δn.п  (4)

Для Р < 1 :

Δгр = KP ∙{(a1 ·Δ1.п)2 + (a2 ·Δ2.п)2 +…+ (an ·Δn.п)2 }0,5 (5)

Например:

Y = X1 - X2; здесь a1 = 1; а2 = -1

Для P = 1 : Δп = (**|**Δ1,п**|** + **|**Δ2,п**|**)

Для Р < 1 : Δгр = KP ∙{(Δ1.п)2 + (Δ2.п)2 }0,5

Лучше: Δгр = KP ∙{(Δ1.1.п)2 +(Δ1.2.п)2 +(Δ1.3.п)2 +…+ (Δ2.1.п)2 +(Δ2.2.п)2 +(Δ2.3.п)2 +…}0,5