**15. Характеристики линейных динамических звеньев и систем: уравнения динамики, уравнения статики, передаточная функция. Связь между указанными характеристиками.**

1) Дифференциальные уравнения (= уравнения динамики) – определяют связь между входными и выходными переменными звена (или САУ) в каждый момент времени. Уравнения динамики полностью описывает поведение звена (системы) в переходном режиме. Ранее были рассмотрены две основные формы представления дифференциальных уравнений систем (их элементов):

ММ в форме уравнения «вход-выход», ММ в форме уравнений состояния.



2) Уравнения статики – описывают поведение элемента или САУ в установившемся (статическом) режиме при постоянных входных воздействиях. Пример: уравнение статики двигателя –

Статической характеристикой звена (или САУ) называют график зависимости выходной переменной от входной, построенный по уравнению статики. Статическую характеристику также можно построить экспериментально, подавая на вход звена (системы) постоянное воздействие и измеряя выходную переменную после переходного процесса.

3) Передаточная функция звена (САУ) – это отношение изображений по Лапласу выходной и входной величин звена (САУ) при нулевых предначальных условиях

Нулевые ПНУ означают, что до момента подачи входного воздействия звено (система) находилось в покое. Если линейная система (звено) имеет несколько входов, то при определении передаточной функции относительно какой-либо одной входной переменной остальные входные переменные полагают равными нулю (это следует из принципа суперпозиции для линейных систем).

**16. Временные характеристики линейных динамических звеньев и систем (переходная и весовая функции), способы их нахождения. Примеры.**

4.Переходная функция(характеристика) звена(системы) Реакция звена на скачкообразное входное воздействие. Обозначается: − функция единичного скачка Способы определения:

1)По передаточной функции:

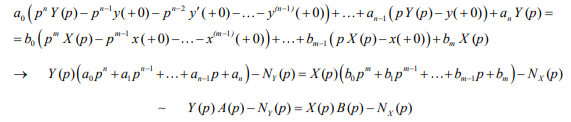
Импульсная переходная характеристика – это реакция звена на единичное импульсное воздействие (импульс минимальной продолжительности, ограничивающий единичную площадь)

А)

Б)

Связь между передаточной функцией W p( ) и дифференциальным уравнением:

(1)

Применим к обеим частям уравнения (1) преобразование Лапласа:  
По теореме о дифференцировании оригинала будем иметь:

полином порядка (n-1) с коэффициентами, зависящими от начальных условий и коэффициентов

- полином порядка (m-1) с коэффициентами, зависящими от начальных значений x и его производных и коэффициентов

Если предначальные условия 

то можно показать, что

и тогда

Отсюда находим передаточную функцию:

- связь между дифференциальным уравнением и передаточной функцией.

Обратно: если дана передаточная функция , приходим к уравнению

**

А затем (при ПНУ = 0) – к уравнению (1)

Знаменатель передаточной функции называют характеристическим полиномом.

Степень n характеристического полинома называют порядком передаточной функции и соответствующей системы.

Уравнение называется характеристическим уравнением.

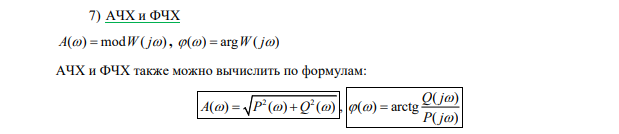
Пример:

**17. Частотные характеристики динамических звеньев (систем): комплексный коэффициент усиления, вещественная частотная характеристика (ВЧХ), мнимая частотная характеристика (МЧХ), амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), фазочастотная характеристика (ФЧХ), логарифмические АЧХ и ФЧХ (ЛАЧХ и ЛФЧХ), амплитудно-фазовая характеристика (АФХ). Физический смысл АЧХ и ФЧХ. Связь между комплексным коэффициентом усиления звена и его передаточной функцией (с выводом).**

Частотные характеристики Частотные характеристики получаются при рассмотрении вынужденных движений системы при подаче на вход гармонического сигнала. Частотные характеристики определяют взаимодействие между параметрами входных и выходных гармонических сигналов.

Комплексный коэффициент усиления:

Комплексный коэффициент усиление – записанное в комплексной форме отношение вынужденной составляющей на выходе звена ко входному гармоническому воздействию. Для уст. систем: Отношение уст. функции на выходе звена ко входному гармоническому воздействию:

****

АЧХ показывает изменение отношения амплитуд выходного и входного сигналов при изменении 𝜔 от 0 до ∞, а ФЧХ – сдвиг фазы между ними в зависимости от частоты.

АЧХ показывает, как звено пропускает сигналы различной частоты.

По форме АЧХ различают несколько основных типов звеньев:

1. фильтр низких частот (ФНЧ) – пропускает низкочастотные сигналы, блокирует высокочастотные (шумы, помехи),
2. фильтр высоких частот (ФВЧ) – пропускает высокочастотные сигналы, блокирует низкочастотные,
3. полосовой фильтр – звено, которое пропускает только сигналы в каком-то диапазоне частот.

Вместо АЧХ и ФЧХ и для упрощения построений строят логарифмические частотные характеристики (при их построении операции умножения и деления заменяются операциями слоения и вычитания). Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ):

Логарифмическая фазочастотная характеристика (ЛФЧХ) – график зависимости функции ϕ от логарифма частоты ( lgω ). При его построении, как и при построении ЛАЧХ, на отметке, соответствующей значению lgω , записывается значение ω . По оси ординат – фаза в градусах (или радианах) в линейном масштабе.

Определим связь между

1 путь:



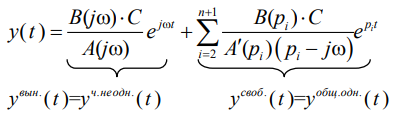
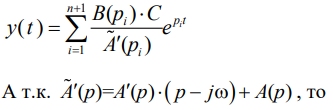
Пусть  - дробно-рациональная и А(р) не имеет кратных корней и нулевого корня. Тогда

**

Полином  имеет (n+1) корень:

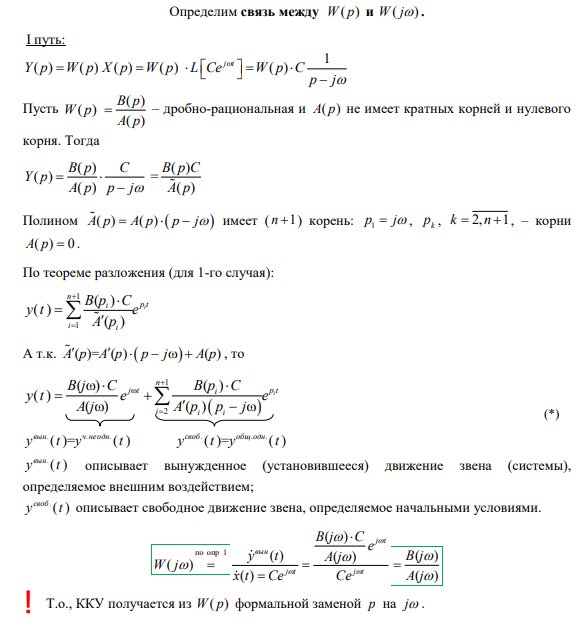


По теореме разложения (для 1-го случая):



описывает вынужденное (установившееся) движение звена (системы), определяемое внешним воздействием;

описывает свободное движение звена, определяемое начальными условиями

**

2 путь:

В устойчивых системах составляющая с течением времени стремится к нулю. Обязательным требованием для устойчивости звена (системы) является условие: 

А посколько корень pi представляет собой  то для устойчивости звена (системы) должно выполняться 

В этом случае  и аналогично доказывается, что

**18. Дифференциальное уравнение, передаточная функция, временные и частотные характеристики инерционного звена.**

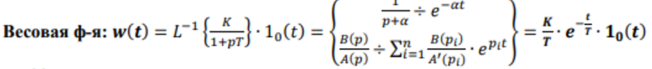
Инерционное (апериодическое звено): ДУ:

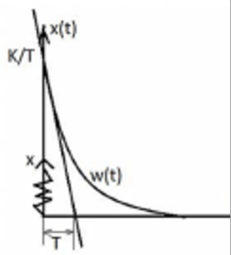
Где К – коэфф. Усиления звена. T – постоянная времени звена показывает инерционность звена, т.е. быстроту реакции на изменение звена. Чем меньше нарастает вых. сигнал при изменении вх. тем более инерционен сигнал.

Передаточная ф-я:

Это первый способ нахождения по перех. Ф.  
Если есть ДУ: 

**

**

**

ККУ: АЧХ:

ФЧХ:

Годограф (АФХ): А(0)=К, А()=0,

ЛАЧХ и ЛФЧХ: 

**19. Дифференциальное уравнение, передаточная функция, временные и частотные характеристики интегрирующего звена.**

Передаточная функция интегрирующего звена:

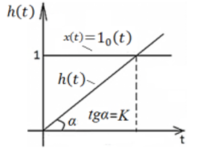
Применим к левой и правой частям уравнения преобразование Лапласа при ПНУ=0:

, откуда:

Переходная функция:

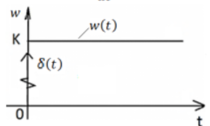






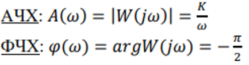
Весовая функция: 

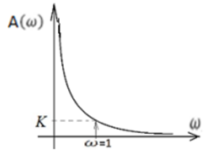
Весовую функцию можно найти как

**

Комплексный коэффициент усиления:





По графику АЧХ делаем вывод, что интегрирующее звено является фильтром низких частот (ФНЧ), т.к. высокие частоты подавляются интегратором, а на низких усиление максимально (теоретически при =0 оно равно

ЛФЧХ:

АФХ:

**20. Дифференциальное уравнение, передаточная функция, временные и частотные характеристики колебательного звена.**

Описывается дифференциальным уравнением:



Т.о. у колебательного звена параметр лежит строго в пределах от 0 до 1, что соответствует комплексным корням характеристического уравнения 



Передаточная ф-я колебательного звена:



Переходная функция:



Где  - коэффициент затухания,

 - собственная частота колебаний звена

Весовая функция: 

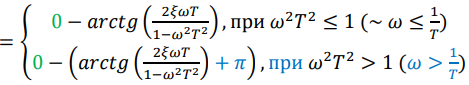
Весовую функцию можно найти как производную переходной функции, т.е.: 

Частотные характеристики:

Комплексный коэффициент усиления:



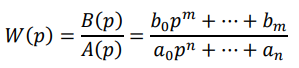




ЛАЧХ: 

**21. Минимально- и неминимально-фазовые звенья (системы). Соотношение Боде.**

Рассмотрим звено (систему) с передаточной функцией



Корни уравнения B(p)=0 – нули передаточной функции

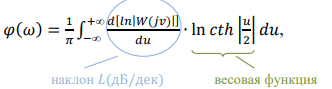
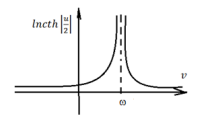
Корни уравнения А(p)=0 – полюса передаточной функции

Корни с отрицательными вещественными частями принято называть левыми, а с положительными – правыми.

Опр. Звено (система) называется минимально-фазовым, если его передаточная функция не имеет правых нулей и полюсов. В противном случае – неминимально-фазовым.

Для минимально-фазовых звеньев между ЛАЧХ и ЛФЧХ существует однозначная зависимость и, следовательно, по ЛАЧХ можно определить передаточную функцию системы.

Связь между выражает соотношение Боде

** **

Для ∃ -ния связи (\*) необходимо и достаточно, чтобы передаточная функция не имела правых нулей и полюсов

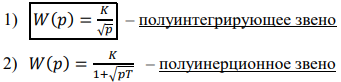
**22. Звенья с распределенными параметрами: иррациональные и трансцендентные. Полуинтегрирующее звено, его временные и частотные характеристики.**

Описываются уравнениями в частных производных. Например, уравнением теплопроводности:



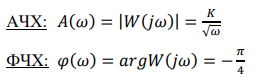
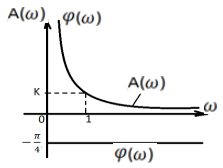
Звенья с распределёнными параметрами делятся на иррациональные, описываемые иррациональными передаточными функциями, и трансцендентные звенья, описываемые трансцендентными передаточными функциями.

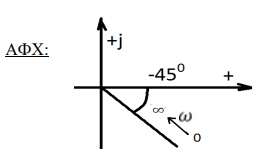
Примеры иррациональных звеньев:



Рассмотрим частотные и временные характеристики полуинтегрирующего звена:

ККУ:  

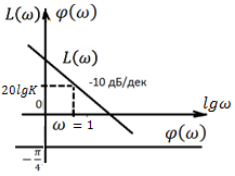
 



АФХ представляет собой полупрямую, лежащую в 4 квадранте и идущую под углом -45 (в 2 раза меньше, чем у интегрирующего звена)

ЛАЧХ И ЛФЧХ:





Переходная функция:

Весовая функция:

