Disclaimer

Ég missti af fyrirlestrunum svo þetta er kannski ekki allt eins.

Mengi

Mengi eru “óröðuð söfn” af “hlutum” (kallaðir stök) hvort sem það eru tölur, strengir, önnur mengi eða í raun hvað sem er. Gagnlegt getur verið að hugsa um mengi sem lista ef þau eru ekki óendanleg. T.d. listi af öllum nöfnum á Íslandi eða eih.

Algeng mengi

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, mengið af öllum náttúrulegu tölunum.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, , \dots\}$, mengið af öllum heiltölunum.

$F^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ mengið af öllum jákvæðu heiltölunum.

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} | p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, \text{ og } q \neq 0\right\}$, mengið af öllum ræðu tölunum.

$\mathbb{R}$, mengið af öllum rauntölunum.

Stak

Ef a er stak í mengi A þá ritum við:

$$a \in A$$

Ef a er ekki stak í A þá ritum við:

$$a \notin A$$

Tómamengið

Tómamengið er mengið með engum stökum, táknað $\{\}$ eða $\emptyset$. Takið eftir því að $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.

Vennmyndir

Venn myndir eru myndræn leið til þess að tákna mengi. Þar er U “universal set” sem inniheldur alla hluti í samhenginu teiknað sem rétthyrningur. Mengi eru svo teiknuð inn U, vanalega sem hringir.

Dæmi um Vennmynd

```
\begin{document}
\begin{tikzpicture}[fill=gray]
% outline
\draw (0,0) circle (1) (0,1)  node [text=black,above] {$A$}
      (1,0) circle (1) (1,1)  node [text=black,above] {$B$}
      (-2,-2) rectangle (3,2) node [text=black,above] {$U$};
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

Hlutmengi

Mengi A er hlutmengi í B, og B er *superset* af A, ef og aðeins ef öll stök í A eru líka stök í B. Við táknum $A \subseteq B$ til að tákna að A sé hlutmengi í B. Líka er hægt að nota $B \supseteq A$ til að tákna að B sé *superset* af A. $A \subseteq B \equiv B \supseteq A$ (Táknar það sama).

Sammengi

Sammengi A og B er notað til að tákna þau stök sem eru í A eða B, táknað

$$A \cup B$$

Takið eftir að $\cup$ er svipað og $\vee$

```
\begin{document}
\begin{tikzpicture}[fill=gray]
% fill
\scope
\fill(0,0) circle (1) (1,0) circle (1);
\endscope
% outline
\draw (0,0) circle (1) (0,1)  node [text=black,above] {$A$}
      (1,0) circle (1) (1,1)  node [text=black,above] {$B$}
      (-2,-2) rectangle (3,2) node [text=black,above] {$U$};
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

Sniðmengi

Snipmengi A og B er notað til að tákna þau stök sem eru í A og B, táknað

$$A \cap B$$

Takið eftir að $\cap$ er svipað og $\wedge$

```latex
\begin{document}
% shapes
\def\firstcircle{(0,0) circle (1) (0,1)}
\def\secondcircle{(1,0) circle (1) (1,1)}
\def\bound{(-2,-2) rectangle (3,2)}

\begin{tikzpicture}[fill=gray]
    % fill
    \begin{scope}
        \clip \firstcircle;
        \fill \secondcircle;
    \end{scope}
    \begin{scope}
        \clip \secondcircle;
        \fill \firstcircle;
    \end{scope}
    % outline
    \draw \firstcircle node [text=black,above] {$A$};
    \draw \secondcircle node [text=black,above] {$B$};
    \draw \bound node [text=black,above] {$U$};
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

![[Mengjamyndir.png]]

Öll mengi hafa a.m.k tvö hlutmengi: Fyrir öll mengi S:

(i) $\emptyset \subseteq S$

(ii) $S \subseteq S$

Tómamengið og megið sjálft eru hlutmengi í hverju mengi.

Dæmi um hlutmengi:

A er hlutmengi í B

```latex
\begin{document}
\begin{tikzpicture}[fill=gray]
% outline
\draw (1/2,0) circle (1) (1/2,1)  node [text=black,above] {$A$}
      (1/2,0) circle (1/2) (1/2,1/2)  node [text=black,above] {$B$}
      (-2,-2) rectangle (3,2) node [text=black,above] {$U$};
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

Jöfn mengi

Tvo mengi eru jöfn ef og aðeins ef þau hafa sömu stök. Því, ef A og B eru mengi, þá eru A og B jöfn ef og aðeins ef $\forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B)$. Við skrifum $A = B$ ef A og B eru jöfn mengi.

Ef $(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ Þá er $A = B$.

Stærð mengis

Fjöldi staka í mengi S er táknað: $|S|$. Ef $|S|$ er jákvæð heiltala er S sagt vera endanlegt mengi annars er það óendanlegt.

Dæmi: $|\emptyset| = 0$. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $|A| = 5$.

Veldismengi (*Power set*)

Veldismengi mengis S er mengi allra hlutmengja S, táknað $\mathcal{P}(S)$. Ef mengi S hefur n stök, svo $|S| = n$ þá er $|\mathcal{P}(S)| = 2^n$.

Faldmengi (*Cartesian product*)

Látum A og B vera mengi. Faldmengið af A og B, táknað $A \times B$, er mengi allra raðaðra para (a, b), þar sem $a \in A$ og $b \in B$. Þannig:

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$$

Mikilvægt $A \times B \neq B \times A$

Dæmi um faldmengi:

Látum $A = \{0, 1, 2\}$ og $B = \{0, 1\}$.

Þá er $A \times B = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1)\}$

Teikna má faldmengi í hnitakerfi