



República Bolivariana de Venezuela
Universidad Nacional Experimental del Táchira
Departamento de Ingeniería Informática
Finanzas para ingenieros

Aplicación del modelo de Markowitz en Algoritmo genético

Integrantes:

Valladares Guerrero, Yuleidy Rossana C.I V.-24.147.599
Zambrano Campitelli, Loreana Isabel C.I V.-24.356.109

San Cristóbal, noviembre 2018

Modelo de Markowitz

El modelo de Markowitz es un modelo cuyo objetivo consiste en encontrar la cartera de inversión óptima para cada inversor en términos de rentabilidad y riesgo realizando una adecuada elección de los activos que componen dicha cartera, desarrollado sobre la base del comportamiento racional del inversor. Es decir, el inversor desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por lo tanto, para él una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Se aplicó el modelo a los siguientes fondos, usando los cortes mensuales que van de Abril/2011 a Abril/2016:

- Permanent Portfolio (**PRPFX**)
- API Efficient Frontier Income Instl (**APIIX**)
- API Efficient Frontier Income A (**APIUX**)
- Midas Perpetual Portfolio (**MPERX**)
- API Efficient Frontier Income C (**AFFIX**)

No se usaron datos más recientes debido a que la data del fondo MPERX llegaba hasta el año 2016.

Para obtener el rendimiento de las acciones se ordenó la fecha de los cortes mensuales de la más actual a la más vieja y se usó la fórmula del rendimiento del portafolio:

$$r = \frac{W1}{W0} - 1$$

Donde **r** es el rendimiento de las acciones, **W1** es el valor del portafolio en el tiempo 1 y **W0** es el valor del portafolio en el tiempo 0.

Luego de obtener la columna de rendimiento de las acciones se procede a calcular el rendimiento del portafolio (media), la varianza, la desviación estándar (riesgo) y la covarianza con respecto a cada uno de las demás acciones.

→ APIIX		→ APIUX	
Rendimiento $E(R_i)$	0,24%	Rendimiento $E(R_i)$	2,06%
Varianza	0,00070	Varianza	0,00070
Desviación estándar	2,64%	Desviación estándar	2,64%
cov(APIIX,APIUX)	0,00069412	cov(APIUX,APIIX)	0,00069766
cov(APIIX,PRPFX)	0,00054303	cov(APIUX,PRPFX)	0,00054091
cov(APIIX,MPERX)	0,00051542	cov(APIUX,MPERX)	0,00051147
cov(APIIX,AFFIX)	0,00069178	cov(APIUX,AFFIX)	0,00069231

→ PRPFX		→ MPERX	
Rendimiento $E(R_i)$	0,10%	Rendimiento $E(R_i)$	-0,32%
Varianza	0,00153	Varianza	0,00141
Desviación estándar	3,91%	Desviación estándar	3,76 %
cov(PRPFIX,APIIX)	0,00054303	cov(MPERX,APIIX)	0,00051542
cov(PRPFIX,APIUX)	0,00054091	cov(MPERX,APIUX)	0,00051147
cov(PRPFIX,MPERX)	0,00127306	cov(MPERX,PRPFX)	0,00127306
cov(PRPFIX,AFFIX)	0,00053507	cov(MPERX,AFFIX)	0,00050670

→ AFFIX	
Rendimiento $E(R_i)$	0,17 %
Varianza	0,00069
Desviación estándar	2,62 %
cov(AFFIX,APIIX)	0,00069178
cov(AFFIX,APIUX)	0,00069231
cov(AFFIX,PRPFX)	0,00053507
cov(AFFIX,MPERX)	0,00050670

El problema busca resolver mediante un algoritmo genético la proporción del presupuesto del inversor destinado a cada activo (fondos). Usando las siguientes ecuaciones para maximizar el coeficiente de prima riesgo:

La rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p.

$$E(Rp) = \sum_{i=1}^n X_i * E(R_i)$$

Matriz de varianza y covarianza

$$\delta^2(Rp) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \delta_{ij}$$

	APIIX	APIUX	PRPFX	MPERX	AFFIX
APIIX	x1 ² *varianza	x1*x2*cov(APIIX,APIUX)	x1*x3*cov(APIIX,PRPX)	x1*x4*cov(APIIX,MPERX)	x1*x5*cov(APIIX,AFFIX)
APIUX	x2*x1*cov(APIUX,APIIX)	x2 ² *varianza	x2*x3*cov(APIUX,PRPX)	x2*x4*cov(APIUX,MPERX)	x2*x5*cov(APIUX,AFFIX)
PRPFX	x3*x1*cov(PRPFIX,APIIX)	x3*x2*cov(PRPFIX,APIUX)	x3 ² *varianza	x3*x4*cov(PRPFIX,MPERX)	x3*x5*cov(PRPFIX,AFFIX)
MPERX	x4*x1*cov(MPERX,APIIX)	x4*x2*cov(MPERX,APIUX)	x4*x3*cov(MPERX,PRPX)	x4 ² *varianza	x4*x5*cov(MPERX,AFFIX)
AFFIX	x5*x1*cov(AFFIX,APIIX)	x5*x2*cov(AFFIX,APIUX)	x5*x3*cov(AFFIX,PRPX)	x5*x4*cov(AFFIX,MPERX)	x5 ² *varianza

Donde X_i es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i e incógnita del problema.

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \text{ y } X_i \geq 0$$

Siendo función de Aptitud (Fitness) usada en el algoritmo genético: $\frac{E(Rp)}{\delta^2(Rp)}$

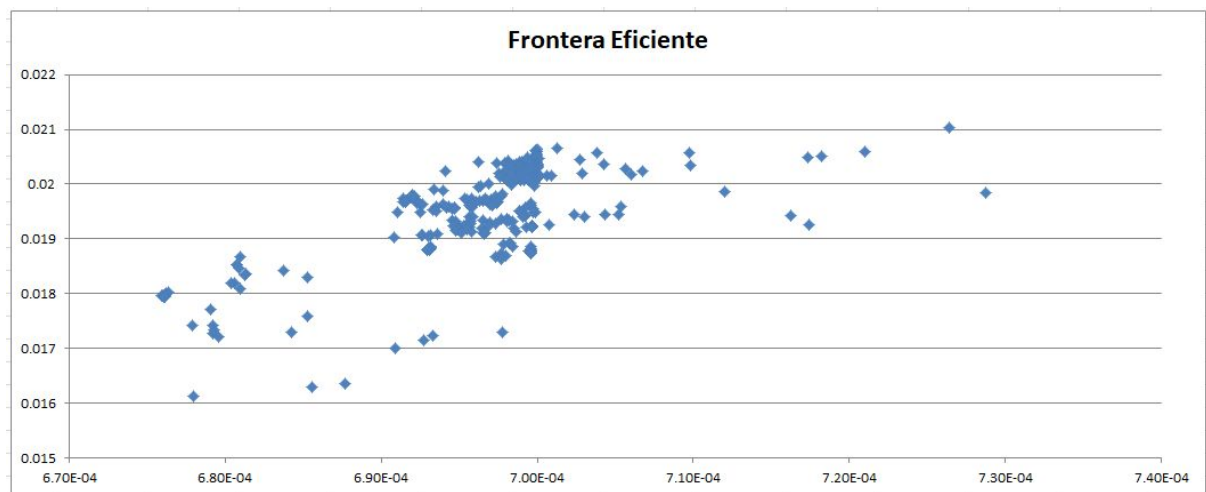
Dicha función es el ratio de Sharpe, utilizada para mostrar hasta qué punto el rendimiento de una inversión compensa al inversor por asumir riesgo en su inversión. Cuando se comparan dos inversiones, cada una con un determinado rendimiento esperado, la inversión con la ratio de Sharpe más alta proporciona mayor rendimiento para un mismo nivel de riesgo. Los inversionistas suelen inclinarse por inversiones que tengan una ratio de Sharpe alta.

El algoritmo genético se creó en java, se ejecutó 30 veces y se tomaron los primeros 10 individuos de cada ejecución (mayor fitness) con el fin de formar la denominada “frontera eficiente” o Frente de Pareto que es el conjunto de pares $[E(Rp), \delta^2(Rp)]$ o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras eficientes. Con dicha información, el inversor, de acuerdo con sus preferencias, elegirá su cartera óptima.

Para la selección de los individuos se utilizó el método de la ruleta, en donde se escoge un valor aleatorio, el cual se compara con las proporciones de cada cartera (la proporción se obtiene con respecto al fitness de dicha cartera) para saber de qué parte se debe seleccionar.

Para realizar el cruce, se toman las parejas y se genera un valor aleatorio [0-1] el cual será multiplicado por la primera pareja y el restante de este valor aleatorio (recordemos que es un % total de 100) se multiplica por la segunda pareja, para así poder conseguir el primer hijo de la pareja. Para el segundo hijo se realiza el mismo procedimiento, solo que ahora se invierte el valor aleatorio, es decir, $(1 - \text{valor aleatorio})$ será multiplicado por la primera pareja y (valor aleatorio) por la segunda.

De acuerdo a estos datos, se obtuvo la siguiente gráfica donde el eje X representa el riesgo y el eje Y representa la rentabilidad.



Los 5 individuos con mejor ratio de Sharpe de las 30 ejecuciones son los siguientes:

APIIX	APIUX	PRPFX	MPERX	AFFIX	Rendimiento	Varianza
1,48 %	97,34 %	0,66 %	0,05 %	0,47 %	2,01 %	0,06976%
0,00 %	100,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	2,06 %	0,07000%
0,00 %	100,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	2,06 %	0,07000%
0,08 %	99,91 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	2,06 %	0,06999%
0,23 %	99,77 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	2,06 %	0,07000%

- Se anexa el archivo "*Fondos.xlsx*" que contiene los datos de cierre mensual de los años 2011 - 2016 con los cuales se hace el cálculo del rendimiento, la varianza y covarianza de cada activo.
- Se anexa el archivo "*Datos algoritmo.xlsx*" con los datos obtenidos de las 30 ejecuciones del algoritmo genético, en orden de mayor a menor fitness junto con la gráfica. En la *hoja1* se encuentra el gráfico y en la *hoja2* el resultado de las x, valor a invertir de las acciones.