



Universitat Autònoma de Barcelona

FACULTAT DE CIÈNCIES

MOVIMENT D'EIXAMS

Anna Danot, Núria Fernández,

Jan Mousavi i Loredana Sandu

Taller de Modelització Matemàtica

10 de juny de 2021

Resum

És ben sabut que algunes espècies d'ocells formen grans estols molt espectaculars. L'objectiu d'aquest treball és respondre la qüestió: *Com es pot modelar el comportament individual perquè en resulti aquest fenomen conjunt?*. S'han estudiat els ocells segons les següents quatre normes: *Avoidance*, *Copy*, *Center* i *View*, representades com a fórmules des d'un punt de vista geomètric, i incloent-hi també la presència de punts atractors i punts repulsius.

El model s'ha avaluat mitjançant una simulació, tant en dues com en tres dimensions. D'aquesta manera, s'ha pogut visualitzar i concloure que malgrat el caràcter qualitatiu de l'estudi, el model resultant assoleix els objectius.

Índex

1	Introducció	2
2	Simplificacions adoptades	2
3	Model	3
3.1	Paràmetres	3
3.2	Normes	4
3.2.1	<i>Avoidance</i>	4
3.2.2	<i>Copy</i>	5
3.2.3	<i>Center</i>	5
3.2.4	<i>View</i>	5
3.3	Punts atractors i repulsius	7
4	Simulació	7
5	Aplicació a altres animals	9
6	Possibles refinaments	9
	Conclusions	10
	Referències	11
	ANNEX: Documentació oficial de la simulació	

1 Introducció

El moviment conjunt dels animals ha captivat sempre l'atenció dels humans. Com decidir cap a on anar o com reduir les col·lisions al mínim són exemples de les complicacions d'aquest fenomen. Amb l'objectiu d'entendre'l se'ns va proposar la següent qüestió:

*Com es pot modelar el comportament individual
perquè en resulti el moviment conjunt?*

La idea de suposar que el moviment col·lectiu ve generat per cadascun dels moviments individuals efectuats a la vegada, mou la visió del conjunt a una de més simple. El nostre model es basa en els estols d'ocells, enfocant-se així el nostre estudi al vol d'un ocell i els factors que l'afecten o el modifiquen. Més endavant, també tenim en compte la generalització a altres grups d'animals.

A més de ser aquest un tema d'interès per si mateix, l'estudi del comportament d'un estol també té aplicacions a altres àmbits de la ciència i la tecnologia. Per exemple, s'han observat patrons de comportaments semblants al d'un estol en grups humans [1]. També, el coneixement sobre moviments de col·lectius d'ocells s'ha aplicat al desenvolupament de nous algoritmes focalitzats en el control del tràfic aeri [2].

Pel que fa al nostre objectiu per aquest treball, a més de contestar la pregunta que se'ns va proposar, també és crear un model des de zero i a partir de l'observació de la natura, que pugui reproduir de manera simplificada les complexitats característiques de les formacions de col·lectius d'ocells.

2 Simplificacions adoptades

- (A) Hem estudiat els ocells com a objectes puntuals tenint en compte només la seva posició, és a dir, sense tenir en compte l'anatomia o la massa. I per a representar el moviment individual dels ocells s'ha assignat un vector velocitat a cadascun, que dirigeix el seu vol.
- (B) Hem decidit no donar als ocells cap objectiu final pel seu vol, com per exemple la migració. Hem afegit, però, objectius o punts més propers als quals volen arribar, simulant, per exemple, llocs on hi hagués menjar. També s'han afegit punts dels quals es volen allunyar, que simulen depredadors o altres perills.
- (C) El vol dels nostres ocells es regeix només per quatre senzilles normes, que hem anomenat *avoidance*, *copy*, *center* i *view*. Aquestes normes reflecteixen quatre aspectes bàsics del vol col·lectiu: evitar els xocs, moure's conjuntament, la protecció trobada al centre de l'estol i el camp de visió de cada ocell, respectivament.

3 Model

El nostre model és discret, la posició i velocitat de cada ocell venen determinats de forma recursiva, és a dir, la posició i velocitat en el moment t ve determinada per la posició i velocitat en el moment $t - \varepsilon$. Per tant, totes les nostres normes estan enfocades en determinar una nova velocitat en funció de l'estat actual de tot l'estol.

Els ocells que hem considerat que afecten l'ocell estudiat són els que estan dins d'una esfera o circumferència de radi r_{grup} al seu voltant. És a dir, si dos ocells es troben molt separats, considerem que el vol d'un no interfereix amb el de l'altre.

Les normes que hem donat a cada ocell per a dirigir el moviment conjunt han estat *avoidance*, *copy*, *center* i *view* que tenen en compte quatre aspectes importants del vol d'un ocell [3]. En un intent de dinamitzar i donar sentit al vol dels ocells, hem afegit punts d'atracció i de repulsió mòbils, que representen objectes atractius, com ara menjar, i amenaces, com ara depredadors, i poden interferir en el vol d'un ocell.

Per a calcular la nova velocitat, fem un sumatori de totes les noves velocitats que hem determinat mitjançant les normes, descrites i definides en els següents apartats. A cada norma li apliquem, a més, un pes per tal de graduar el seu efecte i, a més, poder experimentar variant la força de cada norma. Per tant, el càlcul de la nova velocitat de cada ocell en particular és:

$$\vec{v}_{new} = \vec{v}(1 - \mu) + \mu(\omega_{avoidance}\vec{v}_{avoidance} + \omega_{copy}\vec{v}_{copy} + \omega_{center}\vec{v}_{center} + \omega_{view}\vec{v}_{view} + \omega_{attractor}\vec{v}_{attractor} + \omega_{detractor}\vec{v}_{detractor})$$

on tots els paràmetres i variables estan explicats en detall a continuació.

3.1 Paràmetres

Com ja hem esmentat, associem a cada ocell del nostre stol un vector posició \vec{p} que va de l'origen de l'espai al punt on està situat l'ocell. També hi associem un vector velocitat \vec{v} , la direcció del qual és la del vol de l'ocell i tal que el seu mòdul representa la velocitat amb la qual vola.

Les fórmules que veurem a continuació estan orientades a un sol ocell, al qual ens referirem com a ocell estudiat, i tindrà associats els vectors \vec{v} i \vec{p} . Tindrem en compte, però, tots els altres ocells també, de vegades tot l'estol o de vegades només els del grup en què es troba l'ocell estudiat. Els vectors velocitat i posició dels altres ocells considerats són anomenats \vec{v}_i i \vec{p}_i .

A part d'aquestes variables, hi ha una sèrie de paràmetres que necessitem tenir en compte:

- $\omega_{avoidance}$, ω_{copy} , ω_{center} , ω_{view} , $\omega_{attractor}$, $\omega_{detractor}$ són els pesos associats a cada norma.

- $r_{avoidance}$, r_{view} són les distàncies relatives a la norma esmentada. Pel cas d'*avoidance*, representa la circumferència/esfera que l'ocell vol mantenir buida i, pel cas de *view*, la distància del sector de circumferència o con que representa el camp de visió.
- α_{view} és l'angle que determina l'amplitud del camp de visió dels ocells.
- r_{grup} és el radi de la circumferència o esfera que delimita els ocells que considerem dins d'un grup.
- μ és el pes que se li dona a les velocitats de reacció de l'ocell respecte de la velocitat anterior. Per tant, $1 - \mu$, representa el pes que té la velocitat anterior respecte de la nova.

3.2 Normes

Les normes que hem definit representen les interaccions que poden afectar el vol d'un ocell dins d'un estol. Com ja hem dit, només hem considerat els efectes que els altres ocells i els punts atractors i repulsius tenen sobre un individu i per tant les nostres normes reflecteixen la reacció d'un ocell al moviment dels seus companys.

3.2.1 *Avoidance*

La norma *Avoidance*, tal com indica el nom, és la norma que segueix la tendència dels ocells a mantenir distància entre ells. La velocitat de reacció a aquesta norma fa que l'ocell s'aparti de la resta de companys que se li acosten massa.

Per a definir-la hem considerat una distància mínima que l'ocell intentarà mantenir amb els altres. Si cap ocell entra dins la circumferència o esfera amb radi $r_{avoidance}$ al voltant de l'ocell estudiat, la velocitat associada a *avoidance* per apartar-se d'aquest ocell en particular tindrà la mateixa direcció al vector distància entre els dos ocells i amb origen en l'ocell estudiat, però sentit oposat.

A més, per a fer que la reacció fos més natural, vam decidir graduar la velocitat d'*avoidance* de tal manera que, com més a prop estigui l'ocell més forta seria aquesta reacció. Finalment, com que aquesta reacció la poden provocar diferents ocells en diferents posicions, la velocitat $\vec{v}_{avoidance}$ final és la mitjana de totes les calculades.

$$\vec{v}_{avoidance} = \frac{-1}{j} \sum_{i=1}^j \frac{\vec{d}_i}{\|\vec{d}_i\|} (r_{avoidance} - \|\vec{d}_i\|)$$

on j són el nombre d'ocells dins del cercle o esfera d'*avoidance*, $r_{avoidance}$ és el radi d'aquest cercle o esfera i \vec{d}_i és el vector distància de l'ocell estudiat a l'ocell i .

3.2.2 Copy

La norma *Copy* és la norma que reflecteix un ordre en el conjunt d'ocells dins de l'estol. Quan els ocells volen en un estol segueixen una certa cohesió: tendeixen a volar en una mateixa direcció. Aquesta és una de les normes més predominants en una migració, per exemple, doncs l'important és que tot l'estol voli en una mateixa direcció. Per a estols estacionaris, però, la norma segueix present i dona als ocells una cohesió necessària.

Aquesta tendència a seguir la direcció general de l'estol l'hem implementat calculant la velocitat mitjana de tots els ocells que pertanyen al grup de l'ocell estudiat.

$$\vec{v}_{copy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{v}_i$$

on \vec{v}_i és la velocitat de l'ocell i , i n és el nombre d'ocells dins del grup.

3.2.3 Center

La norma *Center* és la que protegeix als ocells, que es desplacen en grup per la seguretat que ofereix l'estol. El centre d'aquest és el lloc més segur contra depredadors, així que hi ha una tendència dels ocells cap a aquest. La velocitat d'aquesta norma dirigeix l'ocell cap al centre de masses del nostre estol.

El primer que hem considerat ha estat el centre de masses d'aquest ocell, calculat fent la mitjana dels vectors posició de tots els ocells. La velocitat serà el vector des de l'ocell fins a aquest centre.

Amb aquesta definició podem veure que com més lluny del centre estigui un ocell més forta serà la velocitat *center*. És clar que, a la natura, si un ocell s'està allunyant massa de l'estol, s'hi acostarà ràpidament buscant de nou la seva protecció, això ho podem veure reflectit en aquesta norma.

$$\vec{v}_{center} = \vec{c} - \vec{p} \quad \vec{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

on \vec{c} és el vector centre del grup, \vec{p} és el vector posició de l'ocell estudiat, \vec{p}_i és el vector posició de cada ocell i , i n és el nombre d'ocells dins del grup.

3.2.4 View

La norma *View* representa el camp de visió de cada ocell i , de manera semblant a la norma *Avoidance*, l'ocell intentarà mantenir el seu camp de visió lliure. Ara bé, no només s'apartarà dels ocells que es posin dins del seu camp de visió, l'ocell es mourà lateralment cap al costat que buidi més fàcilment el seu camp de visió.

Per representar la visió dels ocells, hem determinat una distància r_{view} i un angle α_{view} que ens delimiten un con davant l'ocell. Considerem que un ocell i ha entrat

al camp de visió de l'ocell estudiat si el vector distància entre l'ocell estudiat i l'ocell i té mòdul més petit que la distància màxima i l'angle entre el vector distància i el vector velocitat de l'ocell estudiat és menor que l'angle màxim determinat.

A l'hora de representar-la matemàticament és necessària la implementació de fórmules diferents en funció de la dimensió de l'espai.

View 2D

Una vegada tenim un ocell dins del camp de visió, hem calculat el vector ortogonal (dret) al vector velocitat de l'ocell estudiat i , utilitzant el signe de l'angle, decidim el sentit del vector reacció. A més, graduem la força d'aquest vector utilitzant un escalar en funció de la distància, com en les normes anteriors. Un cop calculades totes les velocitats individuals fem la mitjana d'aquestes per a obtenir la \vec{v}_{view} final.

$$\vec{v}_{view} = \frac{ort(\vec{v})}{j} \sum_{i=1}^j \frac{angle(\vec{v}_i, \vec{d}_i)}{|angle(\vec{v}_i, \vec{d}_i)|} (r_{view} - ||\vec{d}_i||)$$

on $ort(\vec{a}) = (a_2, -a_1)$ és el vector ortogonal, j és el nombre d'ocells que interfereixen amb la visió de l'ocell, $angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}||}$ és l'angle entre dos vectors, r_{view} és el radi del con que representa la visió i \vec{d}_i és el vector distància de l'ocell estudiat a l'ocell i .

View 3D

En la implementació de la norma View 3D, s'ha de considerar que no hi ha només dos vectors ortogonals a un vector. Quan un ocell entra en el camp de visió de l'ocell estudiat, la reacció que provoca és ortogonal a la velocitat de l'ocell i , a més, pertany al pla que generen el vector distància i el vector velocitat.

Per a trobar aquest vector, dividim el vector distància pel seu mòdul, per fer-lo unitari, i el multipliquem pel mòdul de la velocitat dividida pel cosinus de l'angle entre els vectors. D'aquesta manera, agafant com a referència el vector velocitat i un dels seus dos vectors ortogonals (dins del pla), l'altura del nou vector distància és la mateixa que la del vector velocitat. Si restem ambdós vectors obtenim, un vector que pertany al pla que volíem i que és ortogonal a la velocitat.

Per últim, escalem els vectors com en les altres normes, de tal manera que, com més lluny de l'ocell estudiat estigui l'altre ocell, més feble sigui l'efecte d'aquesta norma.

$$\vec{v}_{view} = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \frac{\vec{v}'_i}{||\vec{v}'_i||} (r_{view} - ||\vec{v}'_i||) \quad \vec{v}'_i = \vec{v}_i - \vec{d}'_i \quad \vec{d}'_i = \frac{\vec{d}_i}{||\vec{d}_i||} \frac{||\vec{v}_i||}{\cos(\alpha_i)}$$

on j és el nombre d'ocells que interfereixen amb la visió de l'ocell, \vec{d}_i és el vector distància de l'ocell estudiat a l'ocell i , i α_i és l'angle de l'ocell estudiat amb l'ocell i .

3.3 Punts atractors i repulsius

Per afegir complexitat al nostre estol i mantenir-lo dinàmic, vam afegir punts que atrauen els ocells (atractors) i punts que repel·leixen els ocells (repulsius). Els punts atractors es poden entendre com menjar per als ocells, com ara insectes, i els punts repulsius representen depredadors que persegueixen els ocells.

La resposta dels ocells a aquests punts és bastant directa. D'una banda, els punts atractors actuen com un centre de masses de *Center*. En concret, calculem la mitjana dels vectors que van de l'ocell estudiat al punt en qüestió. D'altra banda, per als punts repulsius fem exactament el mateix, però canviem el sentit, és a dir, el signe, del vector resultant.

$$\vec{v}_{attractor} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\vec{a}_i - \vec{p}) \quad \vec{v}_{detractor} = \frac{-1}{k} \sum_{j=1}^k (\vec{d}_j - \vec{p})$$

on n és el nombre de punts atractors i k el nombre de punts repulsius, \vec{p} és el vector posició de l'ocell estudiat i on \vec{a}_i i \vec{d}_i són els vectors posició dels punts atractors i i repulsius j respectivament.

Per moure els punts utilitzem les normes *avoidance* i *center*. Els punts atractors es mouen segons la norma *avoidance*, mentre que els repulsius es mouen amb la norma *center* i la norma *avoidance* canviada de signe, ja que es volen apropar als ocells.

4 Simulació

Amb la intenció de validar el nostre model, vam decidir crear una simulació que representés el moviment d'un col·lectiu d'ocells tot considerant les normes definides. D'aquesta manera, podíem visualitzar si el nostre model funcionava i s'obtenien els resultats esperats.

El codi ha estat escrit en Python 3 [4]. Aquesta elecció de llenguatge va ser deguda al fet que volíem crear un codi orientat a objectes. Així, podíem crear un programa de caire modular, en què cada ocell podia ser tractat com un objecte individual o, més formalment, com una instància d'una classe que representa l'animal.

En un codi amb aquestes característiques, cada individu que formés part de la simulació podia tenir associats uns atributs, com ara la posició i el vector velocitat. I també es podien definir mètodes (funcions associades a les classes) que permetessin tractar cada ocell individualment, com ara els mètodes per calcular les velocitats de reacció a les normes per cada ocell, o per actualitzar la velocitat de cada individu en cada moment del temps.

A la simulació, cada ocell és representat com a triangle, en dues dimensions, o com a con, en tres dimensions. S'han considerat les distàncies mínimes, els camps de visió i els altres fenòmens esmentats al model, i també la formació de grups

o *clusters* d'ocells. També s'hi ha afegit els punts d'atracció, representats com a cercles o esferes verdes, i els punts de repulsió, representats en color vermell. A més, tant els punts atractors com els repulsius estan en continu moviment, fent que la situació simulada s'assimili encara més a la realitat.

D'una banda, els punts d'atracció intentaran allunyar-se dels ocells quan aquests estiguin massa a prop. Aquest fet simula, per exemple, una situació en la qual una potencial presa fuig de l'ocell. D'altra banda, els punts de repulsió intenten apropar-se als ocells i anar cap al centre del grup d'ocells que tenen a prop. Com a exemple d'analogia amb la realitat, això simula una situació en la qual un depredador es dirigeix cap a un grup d'ocells amb intenció de caçar una presa.

La simulació ha estat programada de tal manera que es puguin canviar les dimensions (passar de l'espai 2D al 3D i viceversa) i altres paràmetres de manera fàcil i directa. Així, hem pogut experimentar tant en dues com en tres dimensions, donant diferents pesos a cada norma, o afegint i traient punts d'atracció i repulsió, entre altres coses.

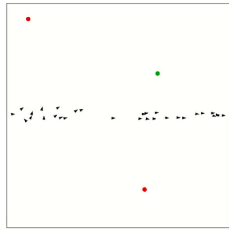


Figura 1: Captura de la simulació en 2D¹

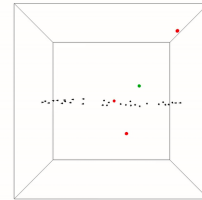


Figura 2: Captura de la simulació en 3D²

El programa creat ens ha permès tant comprovar que cada fórmula particular del model funcionava, com verificar que, donant valors òptims als paràmetres inicials, el vol col·lectiu simulat amb totes les normes en conjunt té sentit i s'assimila a l'observat en la realitat. Els ocells, començant en posicions aleatòries al llarg d'una línia situada al centre, i a través d'actualitzacions continuades de les seves velocitats d'acord amb les fórmules i paràmetres descrits anteriorment, arriben a una situació d'un vol notablement organitzat, on cada ocell es mou en funció dels altres ocells del grup i en funció de la presència d'uns punts mòbils que els atrauen i altres dels quals volen escapar.

Per a més informació sobre els diferents mòduls que componen el codi i sobre els paràmetres, classes i funcions definides, vegeu l'[Annex](#), que conté la documentació oficial creada pel programa. A més, el codi es troba en un repositori públic creat pels mateixos autors del present document i del programa, a la pàgina web de GitHub, Inc. [5]

¹Per veure la figura en moviment, es pot clicar sobre la imatge o bé entrar a la carpeta *figures* del repositori [5] (arxiu `2d.gif`).

²Per veure la figura en moviment, es pot clicar sobre la imatge o bé entrar a la carpeta *figures* del repositori [5] (arxiu `3d.gif`).

5 Aplicació a altres animals

Encara que aquest treball estigui centrat en els estols d'ocells, les normes definides poden ser fàcilment traslladades a altres conjunts d'animals, ja que descriuen instints animals primaris: tenir camp de visió, la tendència a anar al lloc més segur, el moviment conjunt, la voluntat d'evitar col·lisions, la por dels depredadors, etc.

D'entre aquestes normes generals, pot haver-hi conjunts d'animals que no segueixin alguna, o tals que reaccionin d'una forma diferent de la considerada aquí. Aquest fet s'ha de tenir en compte a l'hora d'aplicar el nostre model a altres animals.

Les normes en tres dimensions poden ser aplicades a animals que volen o neden, com ara bancs de peixos, eixams d'abelles, o qualsevol conjunt d'insectes voladors o animals de l'aigua que nedin en grup. En el cas del model en dues dimensions, aquest pot ser aplicat també en animals de terra, com ara qualsevol ramat o insectes terrestres que es moguin en conjunt. En funció de cada animal es pot refinar el model, afegint diversos objectius pel seu moviment o noves normes i condicions per aquest. El model descrit en aquest estudi pot ser considerat un model base per qualsevol conjunt d'animals, obert a possibles refinaments per cadascun d'ells.

6 Possibles refinaments

Des d'un principi hem suposat que el nostre conjunt d'animals només es regia pels quatre instints que hem descrit, però podem amplificar aquesta visió. Hi ha altres comportaments i successos presents entre els ocells que no s'han considerat en el model presentat aquí. Per exemple, la presència de jerarquies i líders, l'aparellament, els xocs, les migracions, etc. També, el vol d'un ocell depèn de molts aspectes de caràcter anatòmic i fisiològic, no inclosos en aquest estudi.

A més, hi ha també factors de l'entorn que es podrien tenir en compte, com ara els corrents d'aire, les ventades, la temperatura, i fins i tot el tipus de terreny sobre el qual es vola i el moment del dia.

Per últim, un altre possible refinament seria considerar diferents ràtios d'importància pels punts atractors i repulsius. Això representaria de manera més efectiva el fet que hi ha, per exemple, preses que els ocells considerarien millors, i depredadors més perillosos que d'altres.

Conclusions

En conclusió, a partir de l'avaluació feta mitjançant la simulació, considerem que el model creat assoleix els objectius plantejats inicialment. Tot representant matemàticament el moviment de cada ocell individual i les interaccions entre ells i amb l'entorn, s'ha obtingut com a resultat una representació del moviment conjunt satisfactòria, que s'assimila a l'observat en la realitat.

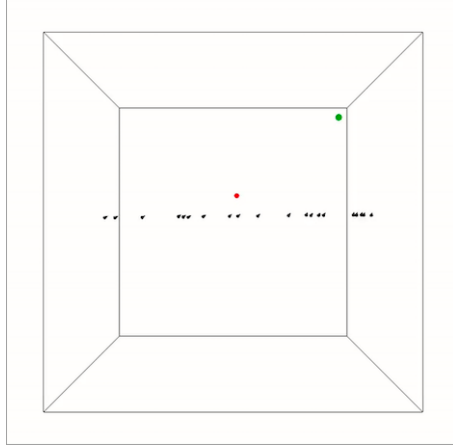


Figura 3: Captura de la simulació en 3D³

Tot i això, la quantificació d'aquesta similitud amb la realitat i, per tant, de l'exactitud del model, és molt complexa. A l'hora de valorar l'error comès en les simplificacions i aplicacions de les normes, cal tenir en compte que el resultat és de tipus qualitatiu. A més, amb petites variacions de l'estat inicial de l'estol s'obtenen vols col·lectius significativament diferents. Aquests dos fets, doncs, porten a dificultats per fer una avaluació quantitativa global.

Ara bé, gràcies a la simulació hem pogut visualitzar diversos vols resultants de diferents estats inicials. Estudiant totes aquestes representacions, ens hem pogut assegurar que el resultat s'assimili el màxim possible a la realitat.

³Per veure la figura en moviment, es pot clicar sobre la imatge o bé entrar a la carpeta *figures* del repositori [5] (arxiu 3d-2.gif)

Referències

- [1] University of Leeds Press Office. (2008). *Sheep in human clothing - scientists reveal our flock mentality*. Universitat de Leeds. (consultat el 5 de juny de 2021) [↗](#)
- [2] Senanayake, M. et al. (2016) *Search and tracking algorithms for swarms of robots: A survey*. Elsevier, 75B: 422-434. [↗](#)
- [3] Flake, G. W. (1998). *The computational beauty of nature: Computer exploration of fractals, chaos, complex systems, and adaptation*. MIT Press. [↗](#)
- [4] Python Software Foundation. *Python 3.8.3 Documentation*. (consultat el 28 d'abril de 2021) [↗](#)
- [5] Sandu, L.; Danot, A.; Fernández, N.; Mousavi, J. (2021). *Simulation of Bird Flocks*. (consultat el 4 de juny de 2021) [↗](#)

ANNEX:

Documentació oficial de la simulació