

Universidad Nacional de La Plata

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍCIAS

MICROMETEOROLOGÍA

Notas teóricas

Autor:
Lorenzo Girotti

2025

UNIDAD 1

ENERGÍA

1.1. Flujos de energía en una superficie ideal

Consideramos *superficie ideal* a aquella que es relativamente suave, horizontal, homogénea, extensiva y opaca a la radiación. La energía disponible para tal superficie se simplifica de manera tal que solo depende de flujos verticales de energía.

UNIDAD 2

SOBRE EL SISTEMA DE ECUACIONES

2.1. Ecuación de Navier-Stokes

Aplicando la segunda ley de Newton y considerando la conservación de momento en un volumen elemental de fluido, nos lleva a las *ecuaciones de Navier-Stokes*:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u, \quad (2.1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v, \quad (2.2)$$

$$\frac{Dw}{Dt} + g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w. \quad (2.3)$$

Los primeros términos son los *términos inerciales*, los segundos representan los *términos de Coriolis* (despreciando Coriolis en la vertical) y la aceleración de la gravedad en la vertical. En el miembro derecho tenemos la fuerza asociada al *gradiente de presión* y las *fuerzas de roce*.

Para *fluidos viscosos* necesitamos este set completo de ecuaciones que son ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden. Prácticamente imposibles de resolver, por lo tanto las soluciones analíticas se reservan sólo para casos de flujos laminares de baja velocidad.

Sin tensores de Reynolds, es decir, sin considerar turbulencia, tenemos 6 ecuaciones con 6 incógnitas: u, v, w, p, ρ, T

- 3 ecuaciones con conservación de cantidad de movimiento: $f(u, v, w)$,
- 1 ecuación de conservación de masa: $f(\rho)$,
- 1 ecuación de conservación de energía: $f(T)$,
- 1 ecuación de estado de gases: $f(p)$.

Cuando incluimos los tensores de Reynolds obtengo un total de 27 variables nuevas. Por lo cual no es viable cerrar el sistema con más ecuaciones.

2.2. Clausura del sistema

Reemplazamos las tensiones de Reynolds con variables de flujo medio. Se denomina *clausura del sistema de ecuaciones por flujo turbulento*.

- Clausura de primer orden: reemplazo $\overline{u'u'}, \overline{u'v'}, \dots$ por variables del flujo medio.
- Clausura de segundo orden: retengo las ecuaciones que contienen: $\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial t}, \dots$ y reemplazo $\overline{u'u'u'}, \dots$ por variables de flujo medio.

UNIDAD 3

FLUJOS

3.1. Definiciones

Viscosidad

Es una propiedad molecular del fluido que representa la resistencia interna del mismo a la deformación. En un fluido *ideal* o *no viscoso* se asume un flujo no turbulento o laminar, en consecuencia no hay transferencias de momento, calor ni masa debido a la mezcla turbulenta; sino que las propiedades son transportadas a lo largo de las líneas de corriente producto de la advección. Por otro lado, la condición de no viscosidad implica que ante la interacción del fluido con otro cuya densidad sea significativamente diferente; o con una superficie, no habrá fricción entre ellos.

Fluidos Newtonianos

La viscosidad es responsable de la resistencia friccional entre capas adyacentes de fluido; la resistencia por unidad de área se llama *tensión por cortante* y se asocia al movimiento relativo entre las capas.

Los fluidos newtonianos son aquellos en donde hay una relación proporcional entre la tensión por cortante y el cambio del gradiente vertical de velocidad. Donde el coeficiente de proporcionalidad μ se llama viscosidad dinámica del fluido. Para flujos se suele utilizar la viscosidad cinemática que es la viscosidad dinámica dividido la densidad, con dimensiones de L^2T^{-1} .

Flujos viscosos

En la realidad siempre existe viscosidad en los flujos. Aún así podemos encontrar circunstancias en donde el flujo se vuelva *laminar*.

Flujo laminar

Se caracteriza por ser suave, ordenado y de movimiento lento, donde las capas adyacentes de fluido se deslizan entre sí con muy poca transferencia (solo a nivel molecular) de

propiedades a través de ellas. El campo de flujo, la temperatura asociada y los campos de concentración son regulares y predecibles y solo varían gradualmente en tiempo y espacio.

Flujo turbulento

Son movimientos altamente irregulares, casi aleatorios, tridimensionales, altamente rotantes, disipativos y muy difusos (mezcla). Todas las propiedades escalares y las del flujo fluctúan tanto en tiempo como en espacio, con un amplio rango temporal y espacial. Por ejemplo: las fluctuaciones de velocidad en la ABL van desde 10^{-3} s a 10^4 s y la correspondiente al espacio va desde 10^{-3} m a 10^4 m - del orden del millón en rango. Es por esto que es imposible predecir o calcular exactamente a los movimientos turbulentos como funciones del tiempo y el espacio; normalmente se utilizan los promedios estadísticos de las propiedades.

Número de Richardson

$$Ri = \frac{g}{T_v} \frac{\partial \Theta_v}{\partial z} \left| \frac{\partial V}{\partial z} \right|^{-2} \quad (3.1)$$

El número de Richardson es una buena medida de la turbulencia y provee un criterio simple para la existencia o no existencia de turbulencia en un entorno estable estratificado.

Un $Ri > 0,25$ indica poco o casi nulo entorno turbulento. Por lo tanto, un perfil vertical de Ri deja estudiar con más exactitud la turbulencia en la PBL.

Número de Reynolds

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (3.2)$$

donde U es la velocidad característica y L es la longitud de escala.

Longitud de mezcla

Se define como la distancia que recorre el elemento de fluido hasta que su cantidad de movimiento equipara a la del medio que lo rodea. l_z es la longitud de mezcla media vertical.

Coefficiente de intercambio turbulento de cantidad de movimiento K .

Se define con unidades dadas por $[K] = L^2 T^{-1}$ como

$$K_z = l_z^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \quad (3.3)$$

3.2. Ejemplos de distintos escenarios ideales

3.2.1. Flujo laminar entre placas paralelas

Considerando flujos estacionarios laminares entre dos placas fijas, paralelas e infinitas; los términos de inercia se cancelan. Además para flujos de laboratorio de pequeña escala podemos despreciar Coriolis, quedando

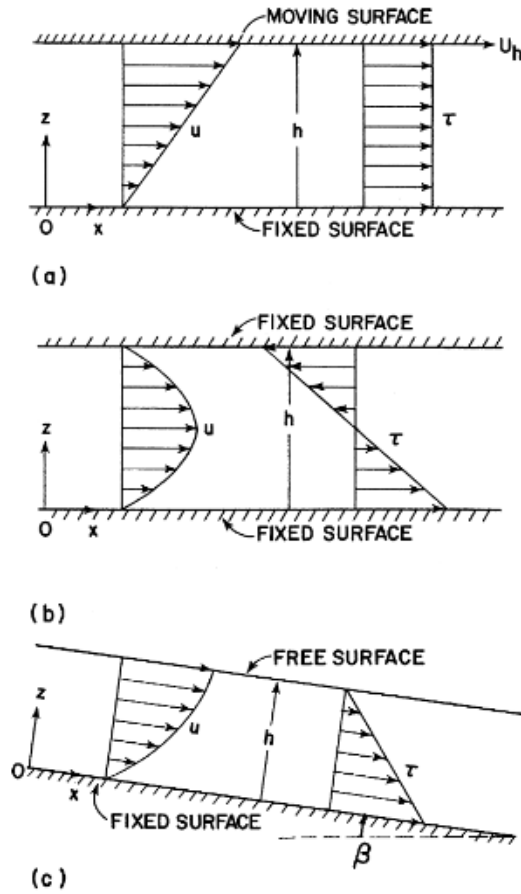


Figura 3.1: (a) Flujo *plane-Couette*; (b) flujo canalizado; (c) flujo gravitacional.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (3.4)$$

donde p' es la diferencia entre la presión real y la hidrostática. Con la suposición de que la densidad sea uniforme, dicha presión elimina la dependencia de la gravedad. Esto no

puede asumirse cuando la gravedad es un forzante de movimiento, por ejemplo cuando tenemos un flujo sobre una pendiente.

3.2.2. Flujo laminar *plane-Coette*

Con flujo laminar entre dos placas paralelas, pero en este caso una es fija y la otra se mueve en la misma dirección que el flujo. Las condiciones de borde quedan:

$$\begin{cases} u = 0, & \text{en } z = 0, \\ u = U_h, & \text{en } z = h. \end{cases} \quad (3.5)$$

La solución con estas condiciones resulta en una combinación de perfiles de velocidades lineales y parabólicos.

$$\frac{u}{U_h} = \frac{z}{h} - \frac{h^2}{2\mu U_h} \frac{\partial p'}{\partial x} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (3.6)$$

3.2.3. Flujo canalizado

Con el flujo laminar bajo condiciones de borde tales que:

$$\begin{cases} u = 0, & \text{en } z = 0, \\ u = 0, & \text{en } z = h. \end{cases} \quad (3.7)$$

Se obtiene un perfil cuadrático de velocidades:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p'}{\partial x} z(h - z). \quad (3.8)$$

3.2.4. Flujo gravitacional con pendiente

Acá consideramos flujo unidireccional con una superficie libre u otro flujo gravitacional sobre una superficie uniformemente inclinada. Considerando una inclinación β con respecto a x , tenemos

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = -\frac{g}{\nu} \sin \beta. \quad (3.9)$$

Las condiciones de borde quedan:

$$\begin{cases} u = 0, & \text{en } z = 0, \\ du/dz = 0, & \text{en } z = h. \end{cases} \quad (3.10)$$

Nuevamente, obtenemos un perfil cuadrático,

$$u = \frac{g \sin \beta}{2\nu} z(2h - z). \quad (3.11)$$

En la Figura 3.1 se ven los distintos esquemas correspondientes a los flujos laminares descritos anteriormente.

3.3. *TENSIONES TURBULENTAS Y TRANSPORTE VERTICAL DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO*9

**3.3. Tensiones turbulentas y transporte vertical de
cantidad de movimiento**

UNIDAD 4

SUBCAPAS DE LA PBL

Las alturas promedio de las subcapas en la PBL se pueden ver en la figura 4.1.

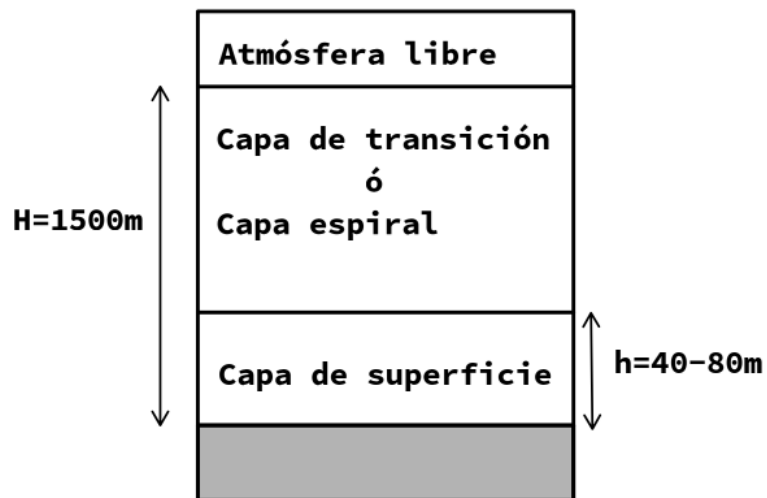


Figura 4.1: Alturas promedio de las subcapas de la PBL.

En donde H representa la altura en la cual se anula la fuerza de fricción y h es en donde la *tensión turbulenta* disminuye un 10 % de su valor en la superficie.

4.1. Variación del viento con la altura en capa de superficie

Alineando el eje x en la dirección del movimiento y considerando una tensión turbulenta constante con la altura, definimos *velocidad de fricción constante* como

$$u_*^2 = \frac{\tau}{\rho} > 0 \quad (4.1)$$

Por otro lado, se definió

$$-u'w' = k \frac{\partial u}{\partial z} = u_*^2 \quad (4.2)$$

con $k = l^2 |\partial u / \partial z|$, donde l es la longitud de mezcla.

Prandtl propuso $l = kz$ siendo k la constante de *Von Karman* aproximadamente 0.35-0.40. De esta manera se obtiene el **perfil logarítmico del viento** (módulo):

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}, \quad z_0 : \text{longitud de rugosidad} \quad (4.3)$$

Valores típicos de z_0

- 0.001m en agua calma o nieve fresca.
- 0.01-0.1m en pasto corto.
- 1m en bosques.

z_0 se determina con mediciones del viento a diferentes alturas y se utiliza regresión lineal.

4.2. Variación del viento con altura en la capa espi- ral

4.3. Capas laminares de Ekman

4.3.1. Capa de Ekman debajo de la superficie del mar

Ignorando las olas superficiales y los gradientes horizontales tanto de presión como densidad sobre la superficie; los cambios en las corrientes justo por debajo de la misma inducidos por un viento constante siguen estas ecuaciones:

$$-fv = \nu \frac{d^2 u}{dz^2}; \quad fu = \nu \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (4.4)$$

Las soluciones dependen de un parámetro a definido por $a = \sqrt{f/2\nu}$. Teniendo en cuenta la dependencia con el parámetro de Coriolis, $a \in \mathbb{C}$.

$$u = (\tau_0 / \sqrt{2a\mu}) e^{az} \cos(az - \pi/4) \quad (4.5)$$

$$v = (\tau_0 / \sqrt{2a\mu}) e^{az} \sin(az - \pi/4) \quad (4.6)$$

Tenemos entonces una corriente máxima en la superficie ($z = 0$) con un desvío antihorario (acorde a Coriolis en HS) de 45° . A medida que la profundidad aumenta ($z < 0$), la corriente disminuye su magnitud y la dirección es cada vez más perpendicular al esfuerzo superficial inicial.

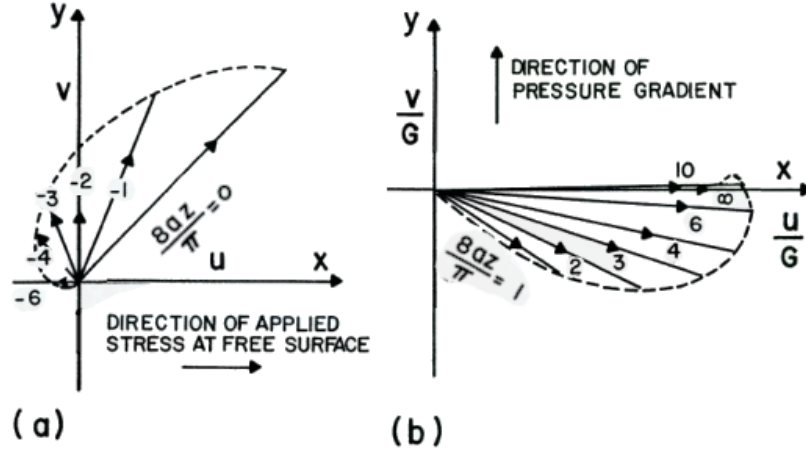


Figura 4.2: Hodógrafas: (a) debajo de la superficie del mar; (b) encima de una superficie sólida con un gradiente de presión constante.

4.3.2. Capa de Ekman por encima de superficie

Cuando el aire entra en contacto con un gran cuerpo de agua, o con el terreno; la fricción desvía el viento del balance geostrófico, generando así otra espiral de Ekman, esta vez como se muestra en la Figura 4.2 (b).

Asumiendo un gradiente de presión uniforme en las cercanías de la superficie o en el océano; considerando la superficie plana y uniforme, y el flujo laminar, las ecuaciones quedan:

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (4.7)$$

$$fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (4.8)$$

Expresando los gradientes de presión en términos del viento geostrófico, las ecuaciones quedan:

$$-f(v - V_g) = \nu \frac{d^2(u - U_g)}{dz^2} \quad (4.9)$$

$$f(u - U_g) = \nu \frac{d^2(v - V_g)}{dz^2} \quad (4.10)$$

Si tomamos al eje x orientado en la dirección del viento geostrófico, con el módulo $G = \sqrt{U_g^2 + V_g^2}$ la solución queda

$$u = G[1 - e^{-az} \cos(az)] \quad (4.11)$$

$$v = Ge^{-az} \sin(az). \quad (4.12)$$

En la Figura 4.2 (b) podemos observar como el viento rota de forma antihoraria con la altura.