

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO, ITAM
Laboratorio de Procesamiento Digital de Señales

Práctica No. 7
Diseño de Filtros IIR

Nombre del equipo: Chicken and Beer

Integrantes del equipo: Andrés Saucedo, Lorena Barrera.

Introducción

La IIR son las siglas de “Infinite Impulse Response”, o respuesta infinita al impulso. Como ya vimos en las anteriores prácticas, el diseño de filtros se puede hacer a respuesta infinitas o finitas (FIR), en el caso de la infinita, donde un sistema lineal cuenta con una retroalimentación, es decir, que depende de valores históricos y de salidas anteriores (Figura 1). Al ser diferente a la FIR, la IIR tiene que hacer uso de otro tipo de filtros, en nuestro caso usaremos: Butterworth, Chebyshev tipo I y tipo II, y Elíptico.

$$y[n] = \frac{1}{a_0} (b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_P x[n-P] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] - \dots - a_Q y[n-Q])$$

Figura 1. Función de transferencia de un sistema IIR.

La principal ventaja que tiene los filtros IIR sobre los FIR es la eficiencia en la implementación, es decir, los términos de pasa bajas, pasa bandas, pasa altas, y no pasa bandas, en menos de interacciones que los filtros FIR. En caso contrario, los filtros FIR son más sencillos de diseñar, debido a que la formulación matemática es más simple que en el caso de los filtros IIR.

Para hacer múltiples simulaciones y mostrar los datos en una gráfica, usaremos una herramienta de Matlab “Filter Design” para diseñar los filtros que vamos a analizar y utilizar durante la práctica.

Desarrollo

Con ayuda de Matlab y su herramienta “Filter Design” desarrollaremos 3 ejercicios con sus respectivos filtros IIR.

1. Diseñar un filtro pasa bajas de 2^{do} orden con una frecuencia de muestreo de 44100 Hz y una frecuencia de corte de 1000 Hz utilizando cada uno de los mencionados en la introducción:
 - a. Butterworth
 - b. Chebyshev tipo I
 - c. Chebyshev tipo II

d. Elíptico

2. Diseñar un filtro pasa bajas utilizando el método Butterworth con frecuencias de muestreo de 44100 Hz y una frecuencia de corte de 1000 Hz, pero con 2^{do} y 8^{vo} orden.
3. Diseñar un pasa bajas de 2^{do} orden con el método Butterworth con una frecuencia de corte de 1000 Hz y con una frecuencia de muestreo de:
 - a. 24000 Hz
 - b. 48000 Hz

Finalmente, en cada ejercicio identificar la diferencia entre cada uno de los cambios e interpretar su sentido.

Resultados

Para el primer ejercicio, se aplicaron distintos métodos posibles:

Butterworth:

El diagrama de magnitud muestra que el Filtro 1.1 es un pasa-bajas que empieza a bajar enseguida, pero de manera lenta (Figura 1). Es por eso que en el audio sólo se puede distinguir algunas voces y la batería.

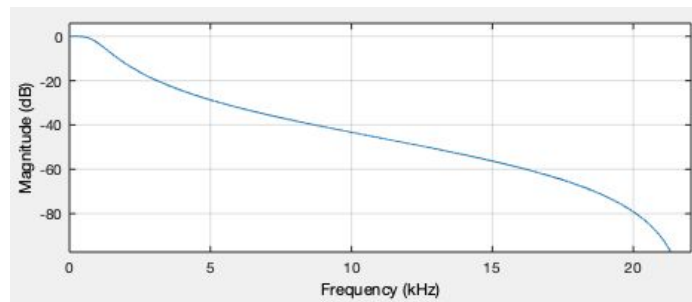


Figura 1. Diagrama de Bode
Filtro 1.1.

Del diagramas de polos y ceros nos damos cuenta que el Filtro 1.1 converge a un valor. Y en la respuesta al escalón sólo se ve un ripple pequeño por lo que es una buena respuesta.

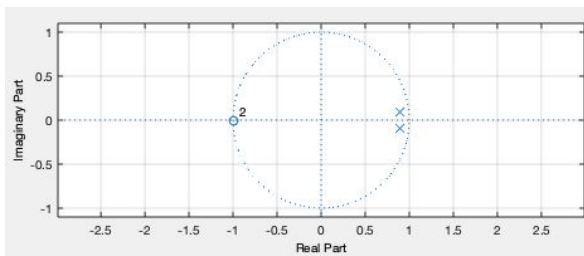


Figura 5. Diagrama de polos y
ceros del Filtro 1.1.

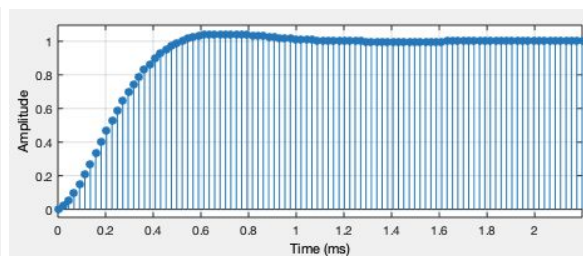


Figura 6. Respuesta al escalón
para el Filtro 1.1.

Al aplicar este filtro a una señal, se puede ver que las frecuencias que pasan son muy bajas y las que están más al centro no son significativas. En el audio se escucha mucho ruido, voces y la batería.

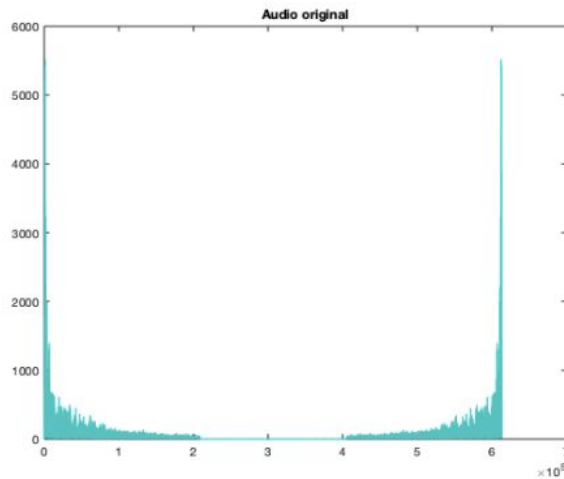


Figura 7. Audio original.

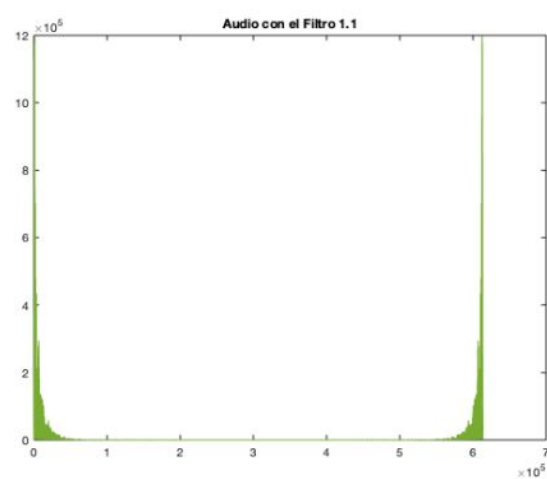


Figura 8. Audio con el Filtro 1.1.

Chebyshev Tipo I:

El diagrama de magnitud muestra que el Filtro 1.2 es un pasa-bajas que empieza a bajar enseguida, pero de manera lenta igual que el Butterworth (Figura 9).

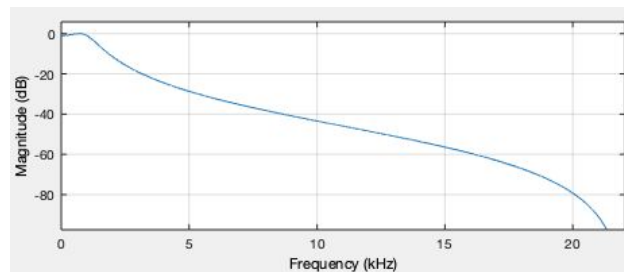


Figura 9. Diagrama de Bode
Filtro 1.2.

Del diagrama de polos y ceros nos damos cuenta que el Filtro 1.2 converge a un valor y la distancia que hay entre las indeterminaciones es pequeña. En la respuesta al escalón se ve un ripple que hace que la potencia baje a aproximadamente 0.9 (Figura 11).

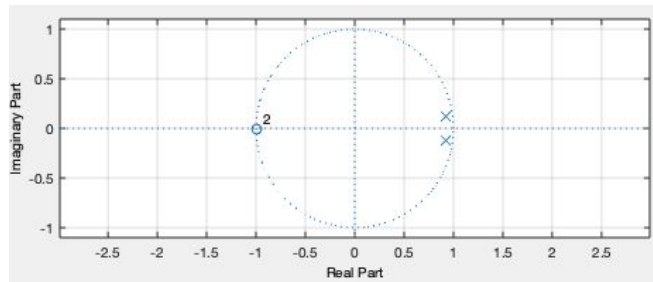


Figura 10. Diagrama de polos y ceros del Filtro 1.2.

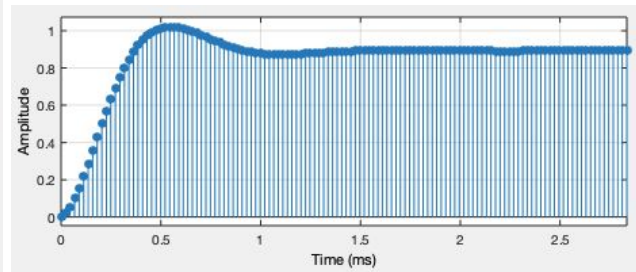


Figura 11. Respuesta al escalón del Filtro 1.2.

Finalmente al aplicar este filtro a una señal, podemos ver que las primeras frecuencias bajas son las que pasan. Quitando el ruido del audio, se perciben los sonidos de la batería.

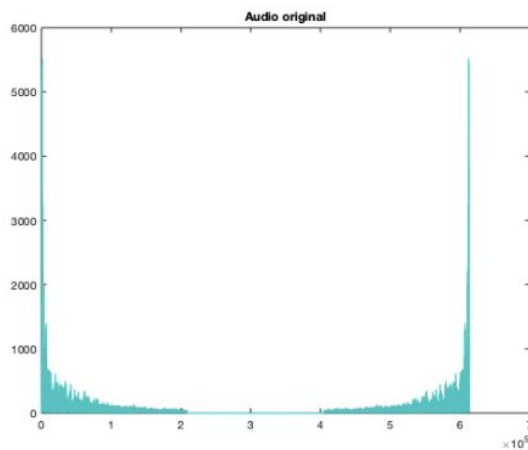


Figura 12. Audio original.

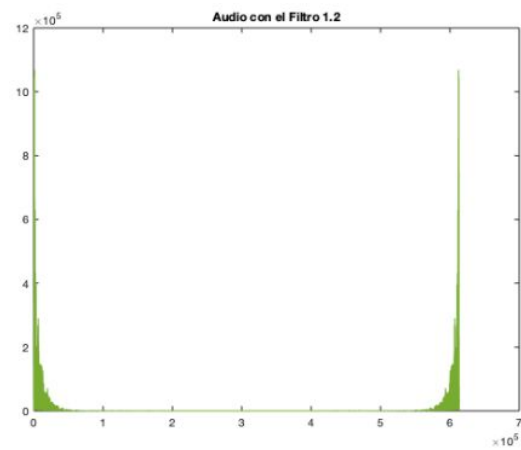


Figura 13. Audio con el Filtro 1.2.

Chevyshev Tipo II:

El diagrama de magnitud del Filtro 1.3 muestra que es un pasa-bajas que baja súbitamente, sube un poco y luego se mantiene constante (Figura 14).

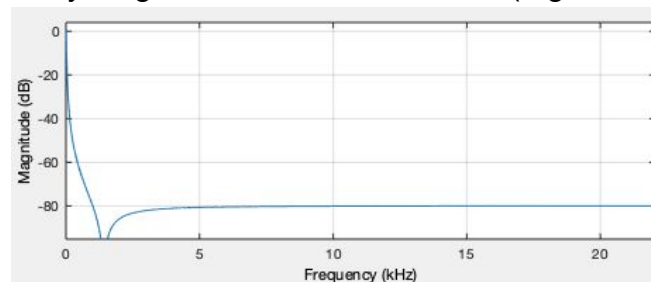


Figura 14. Diagrama de Bode Filtro 1.3.

De los diagramas de polos y ceros podemos notar que tiene valores a los que convergen, pero están muy cerca del punto en el que se indetermina. En la respuesta al escalón se ve un pequeño ripple muy similar al Butterworth, pero este cuenta con más muestras.

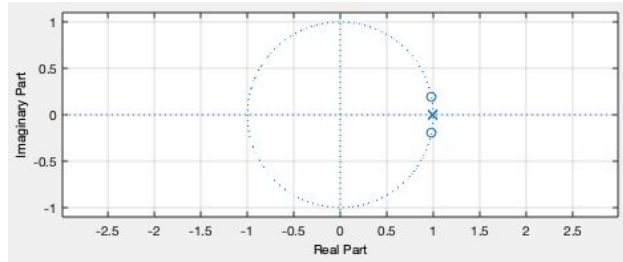


Figura 15. Diagrama de polos y ceros del Filtro 1.3

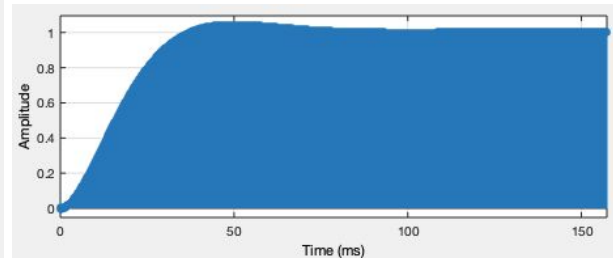


Figura 16. Respuesta al escalón para el Filtro 1.3.

Finalmente al aplicar este filtro a una señal, no se logra distinguir ningún instrumento o voz de la canción, sino que sólo se escucha ruido. Esto se muestra muy bien en la Figura 18 en la que no se ve que ninguna frecuencia pase.

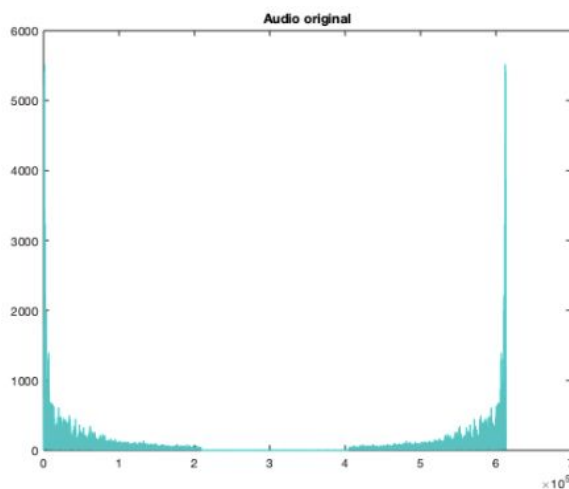


Figura 17. Audio original.

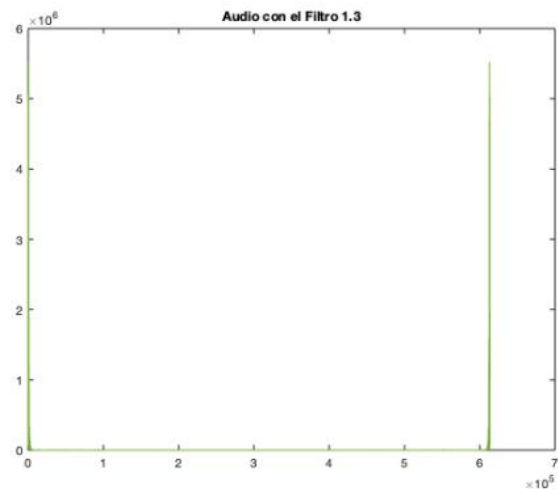


Figura 18. Audio con el Filtro 1.3.

Elíptico:

El diagrama de magnitud del Filtro 1.4 muestra que es un pasa-bajas que baja lentamente, pero es más rápido que el Butterworth (Figura 1) y el Chevyshev I (Figura 9).

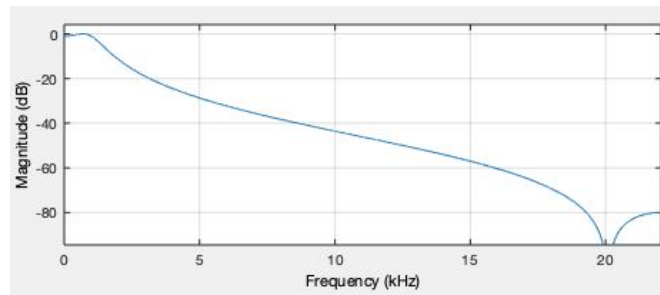


Figura 19. Diagrama de Bode
Filtro 1.4.

Del diagrama de polos y ceros podemos decir que el Filtro 1.4 converge a dos valores y la distancia que hay entre las indeterminaciones es pequeña. En la respuesta del escalón se ve un ripple y después se pierde potencia aproximadamente a 0.9; igual que el filtro Chebyshev I.

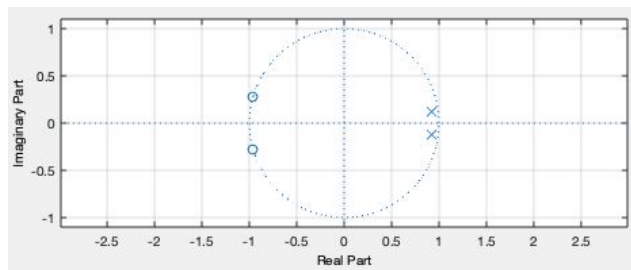


Figura 20. Diagrama de polos y
ceros del Filtro 1.4.

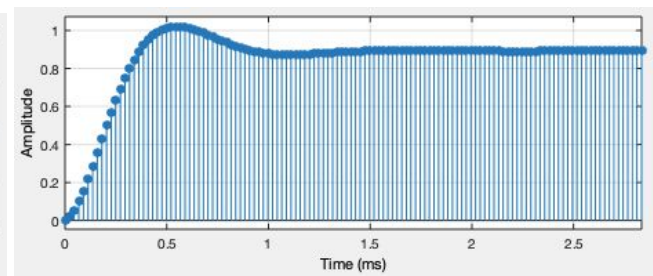


Figura 21. Respuesta al escalón
para el Filtro 1.4.

Finalmente al aplicar este filtro a una señal, podemos escuchar, quitando el ruido, las voces agudas y la batería es lo que suena.

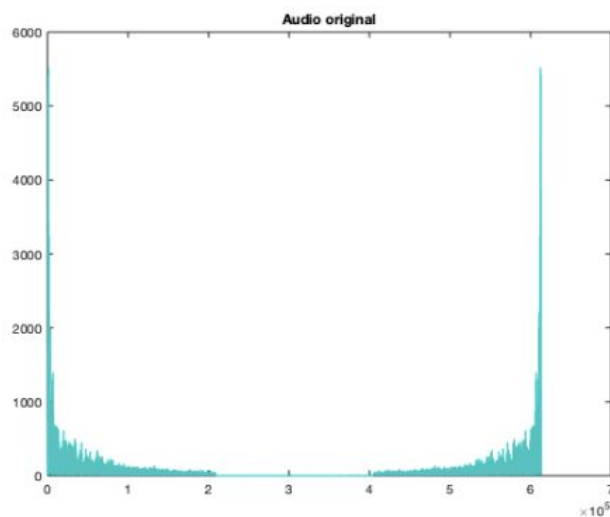


Figura 22. Audio original.

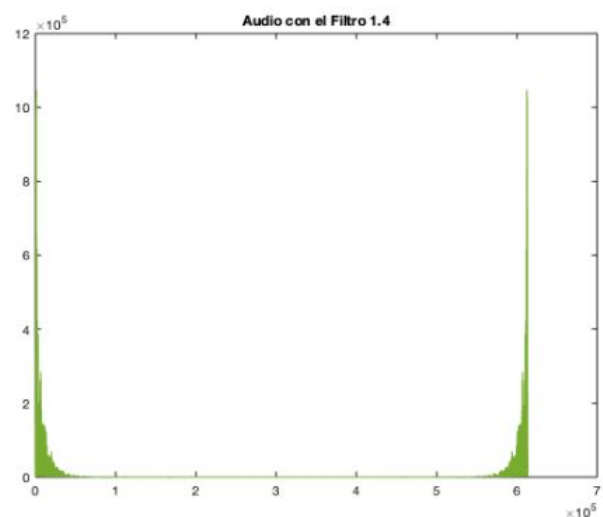


Figura 23. Audio con el Filtro
1.4.

Para el ejercicio dos se utilizó el método Butterworth, pero con distintos órdenes.

Orden 2:

El diagrama de magnitud del Filtro 2.1 es el mismo que el Filtro 1.1, es decir que se ve claramente que es un pasa-bajas que disminuye lentamente.

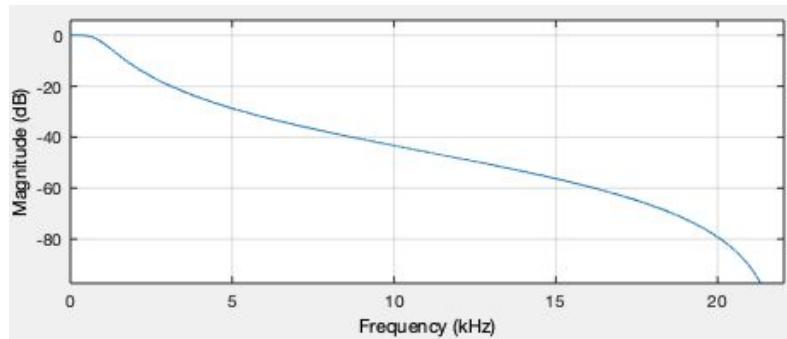


Figura 24. Diagrama de Bode
Filtro 2.1.

Del diagrama de polos y ceros vemos que el sistema converge al orden, es decir al 2, y la distancia entre sus indeterminaciones es muy pequeña (Figura 25). Por otro lado, tiene buena respuesta al escalón porque su ripple es muy ligero y la potencia se mantiene (Figura 26).

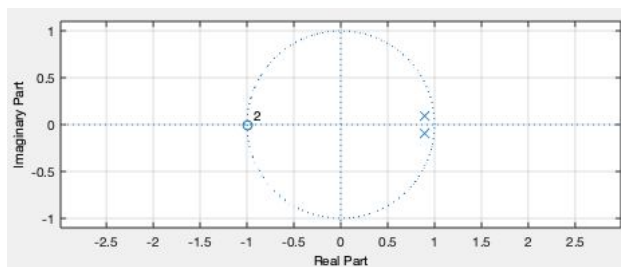


Figura 25. Diagrama de polos y
ceros del Filtro 2.1.

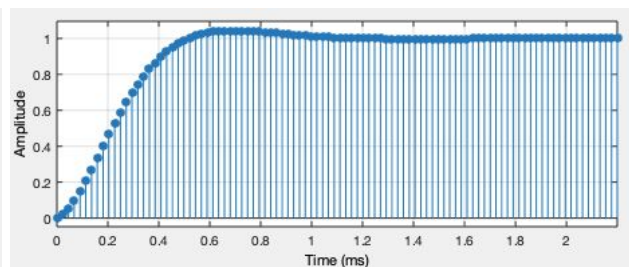


Figura 26. Respuesta al escalón
para el Filtro 2.1.

Al aplicar este filtro a una señal, se puede ver que las frecuencias que pasan las más bajas como las voces agudas de la canción y la batería.

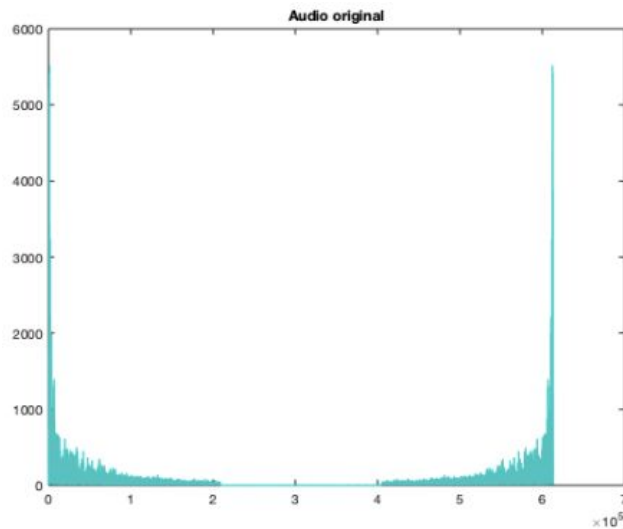


Figura 27. Audio original.

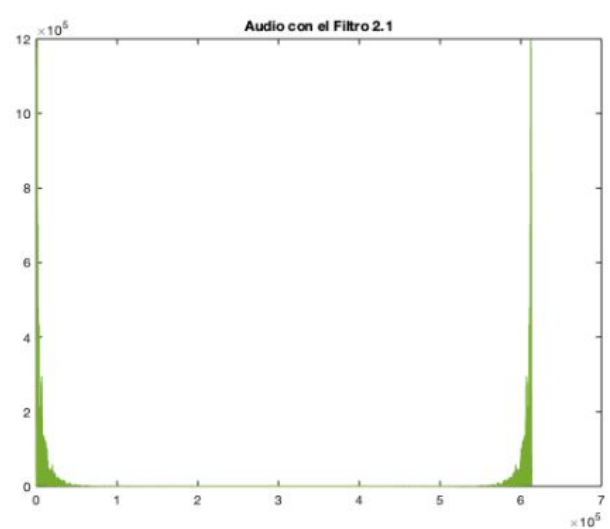


Figura 28. Audio con el Filtro 2.1.

Orden 8:

El diagrama de magnitud del Filtro 2.2 es muy similar al anterior en el que baja lentamente.

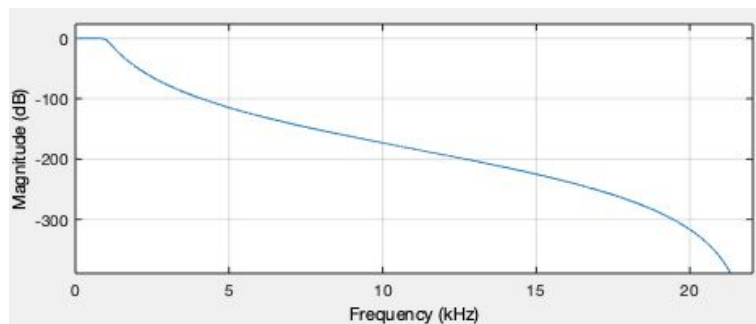


Figura 29. Diagrama de Bode Filtro 2.2.

Del diagrama de polos y ceros notamos que también converge al orden, es decir 8, y que las indeterminaciones se encuentran en la misma zona y son muy cercanas entre ellas. En la respuesta al escalón se ven más muestras hechas y un ripple más significativo al principio, pero se estabiliza y no pierde potencia.

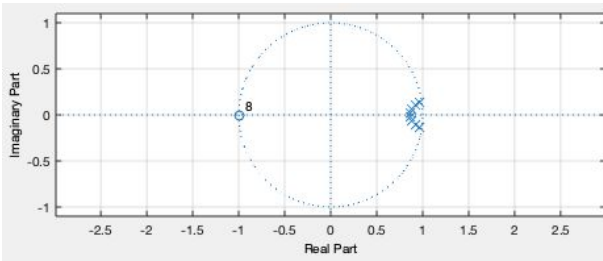


Figura 30. Diagrama de polos y ceros del Filtro 2.2.

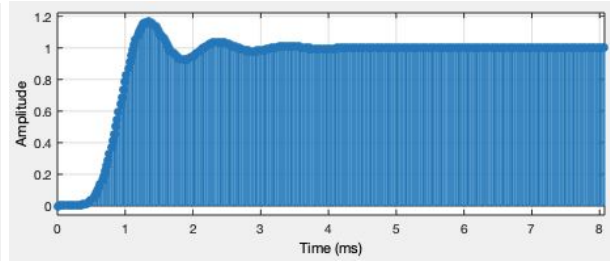


Figura 31. Respuesta al escalón para el Filtro 2.2.

Finalmente al aplicar este filtro a una señal, la mayoría de las frecuencia que se encuentran en medio son borradas y aparte del ruido, sólo se escuchan las voces agudas y la batería.

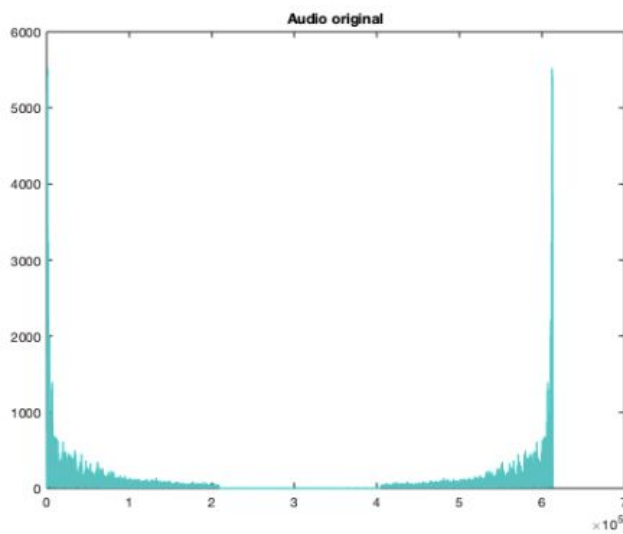


Figura 32. Audio original.

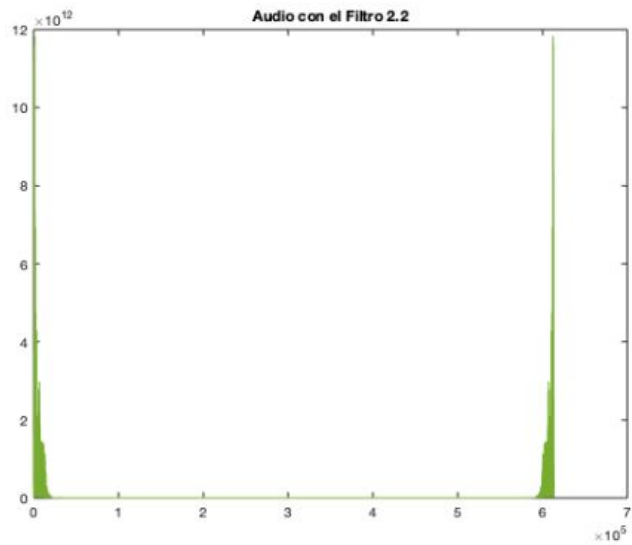


Figura 33. Audio con el Filtro 2.2.

Para el último ejercicio, se cambiaron las frecuencias de muestreo para ver su efecto en el filtro.

Frecuencia de muestreo a 24000:

El diagrama de magnitud del Filtro 3.1 muestra que baja lento, pero a la mitad de frecuencia que filtros anteriores por lo que baja rápidamente a comparación de otros.

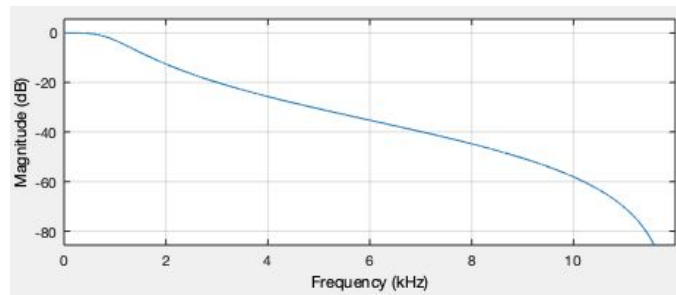


Figura 34. Diagrama de Bode
Filtro 3.1.

Del diagrama de polos y ceros se ve que el sistema converge a 2 y sus interminaciones son cercanas al cero (Figura 35). En la respuesta al escalón hay pocas muestras pero las suficientes para que esté definida. Hay un ripple muy ligero y la potencia se mantiene en 1 (Figura 36).

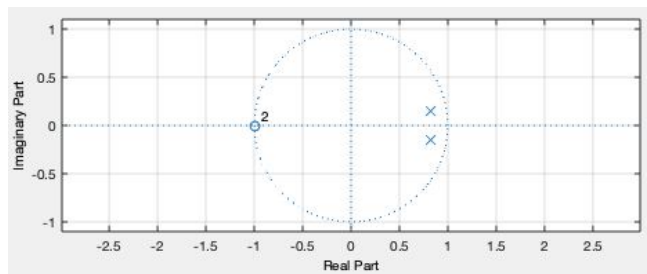


Figura 35. Diagrama de polos y
ceros del Filtro 3.1.

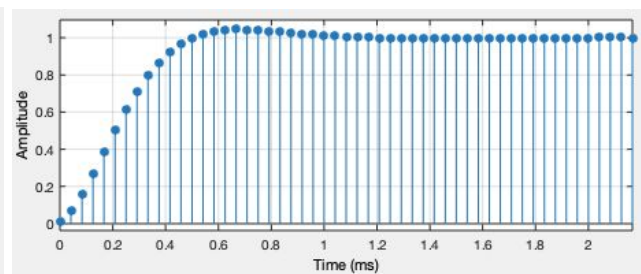


Figura 36. Respuesta al escalón
para el Filtro 3.1.

Al aplicar este filtro a una señal, podemos ver que deja pasar algunas frecuencias más que otros filtros, sin embargo, la parte de en medio sigue sin aparecer (Figura 38). En el audio lo se logra escuchar muy bajo las voces graves, las voces agudas y más partes de la batería a comparación de los filtros anteriores.

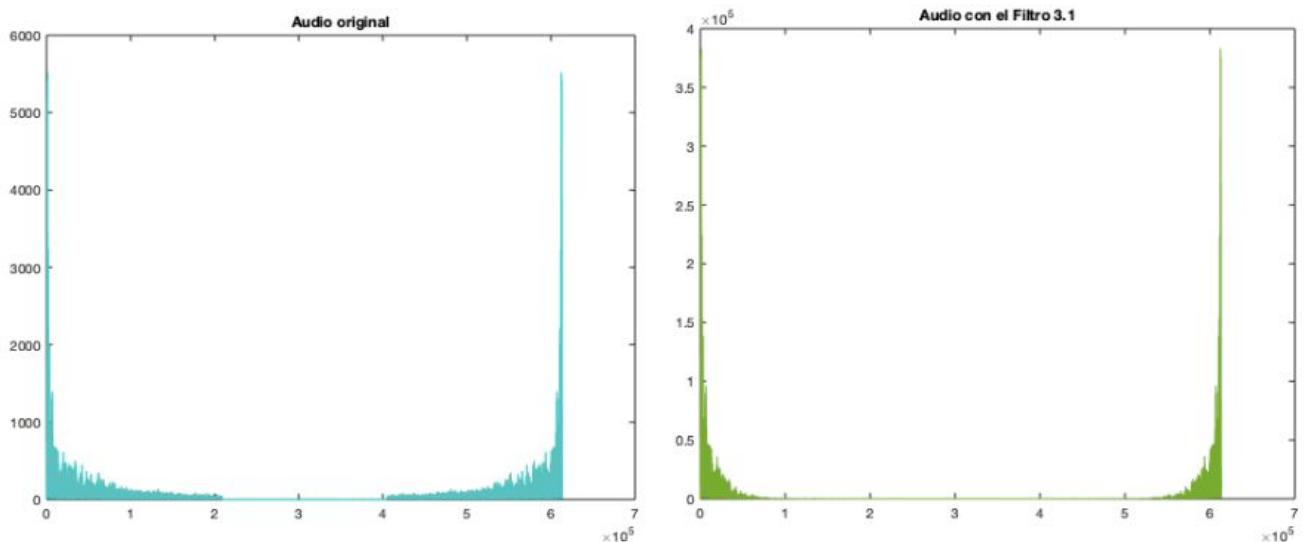


Figura 37. Audio original.

Figura 38. Audio con el Filtro 3.1.

Frecuencia de muestreo a 48000:

El diagrama de magnitud del Filtro 3.2 parece que baja más rápido, sin embargo, considerando que baja hasta los 20 Hz, su comportamiento es más lento que el de menor frecuencia de muestreo.

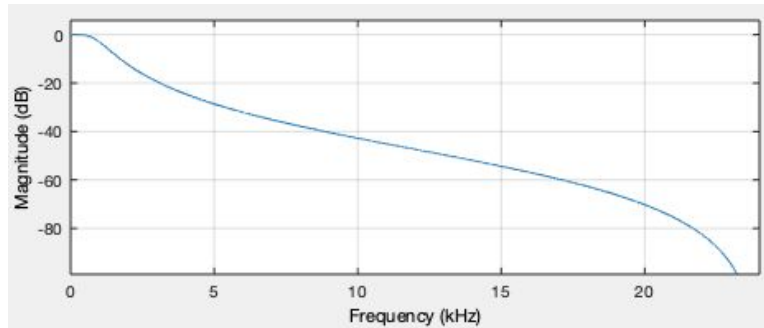


Figura 39. Diagrama de Bode Filtro 3.2.

Del diagrama de polos y ceros podemos ver que el sistema converge al valor 2 y las indeterminaciones son muy cercanas al cero. En la respuesta al escalón hay un ripple muy ligero y se estabiliza la potencia en 1. El comportamiento es muy similar al sistema con una frecuencia de muestreo menor.

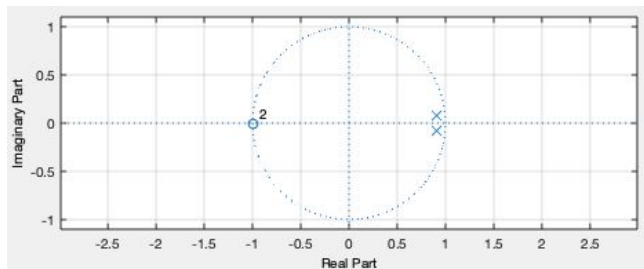


Figura 40. Diagrama de polos y ceros del Filtro 3.2.

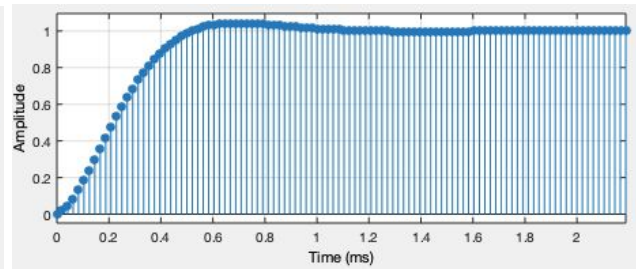


Figura 41. Respuesta al escalón para el Filtro 3.2.

Al aplicar este filtros a una señal, se aprecia que las frecuencias que pasan son pocas y la parte de en medio se desprecia (Figura 43). En el audio se escucha las voces graves y la batería como en la mayoría de los filtros diseñados.

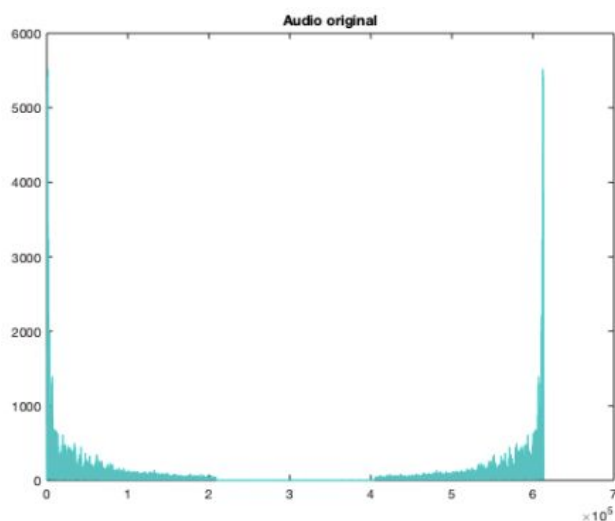


Figura 42. Audio original.

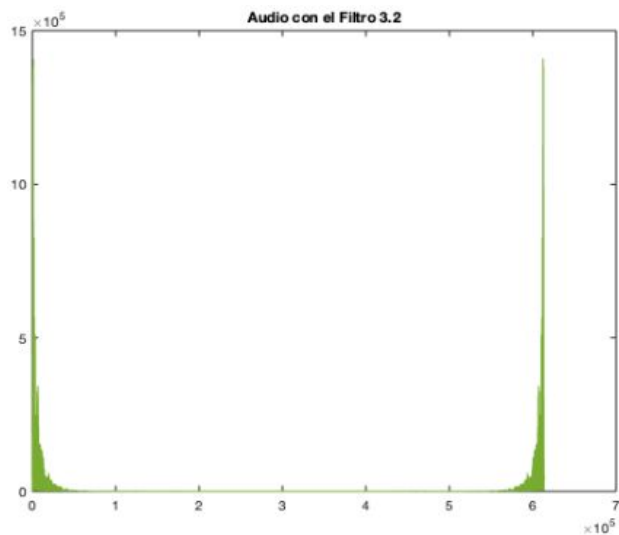


Figura 43. Audio con el Filtro 3.2.

Conclusiones

Los filtros IIR se caracterizan por ser sistemas en los que su salida depende de salidas anteriores y también una vez que es estimulado con una entrada impulsional su salida no vuelve al reposo, es por eso que se le llama infinito. En esta práctica se diseñaron diversos filtros pasa-bajas con los diferentes tipos, distintos órdenes y frecuencias de muestreo para analizar sus variaciones. La mayoría de los filtros en sus diagrama de magnitud bajaban lentamente a la frecuencia específica. Sin embargo, todos los filtros diseñados son estables porque convergen a valores específicos, mientras que en la respuesta al escalón se notó que la potencia podía mantenerse en uno o podría disminuir a aproximadamente a 0.9. Finalmente, al utilizar los filtros con un segmento de una canción, se llegó a que son buenos filtros para dejar pasar muy bajas frecuencias, pero interfiere mucho el ruido por lo que no se aprecian a la perfección las frecuencias bajas de la canción como las voces y algunos sonidos de la batería. En conclusión, sí hay diferencias en los filtros según su configuración, pero en general su comportamiento es muy similar. Sin embargo, para la filtración de señales como canciones no es muy efectivo debido al ruido que se mete al sistema. Sería de mayor interés probar los filtros IIR con más tipos de señales para ver las repercusiones.

Referencias

- [1] M. Martinez, L. Gómez, A. J. Serrano, J. Villa, J. Gómez. "Diseño de filtros IIR". [Online]. Disponible en: http://ocw.uv.es/ingenieria-y-arquitectura/filtros-digitales/tema_4_diseno_de_filtros_iir.pdf