

# Relatório I de Projeto de Graduação: Análise e Implementação de Algoritmo de Busca de uma r-Arborescência Inversa de Custo Mínimo em Grafos Dirigidos

Orientador: Mário Leston

Lorena Silva Sampaio - 11201812025, Samira Haddad - 11201812350

## 1 Introdução

Este projeto tem como objetivo analisar o artigo "A Simple Algorithm and Min–Max Formula for the Inverse Arborescence Problem", desenvolvido por András Frank e Gergely Hajdu. O foco do estudo é na compreensão do algoritmo exposto pelos autores, o qual consiste na modificação mínima de uma função de custo em um grafo dirigido de modo que uma arborescência de entrada se torne a mais econômica. O artigo introduz uma abordagem conceitualmente mais simples e uma nova fórmula min-max para essa modificação, baseada em um teorema min-max e em um algoritmo guloso de duas fases. O projeto de graduação consiste na compreensão e implementação do problema em linguagem de programação a ser definida e validação da solução por meio de testes práticos.

## 2 Objetivos

- Compreender a teoria por trás das arborescências e o problema da arborescência inversa.
- Implementar o algoritmo proposto no artigo em linguagem de programação a ser definida.
- Validar a implementação através de casos de teste com diferentes grafos.
- Documentar o processo e os resultados obtidos.

## 3 Metodologia

### 3.1 Estudo Teórico

- Revisão do artigo e análise do trabalho de Frank e Hajdu sobre o problema da arborescência inversa.
- Análise dos teoremas e da nova fórmula min-max proposta, assim como a conexão com o algoritmo guloso de duas fases.

### **3.2 Implementação**

- Desenvolvimento do algoritmo, seguindo a abordagem proposta:
  - Modificação da função de custo das arestas.
  - Aplicação da fórmula min-max para garantir a minimização dos custos.
  - Implementação do algoritmo guloso para encontrar a arborescência mais econômica.

### **3.3 Validação**

- Criação de casos de teste com grafos de diferentes topologias e custos.
- Comparação dos resultados da implementação com as expectativas teóricas e exemplos do artigo.

### **3.4 Documentação**

- Registro do processo de desenvolvimento, incluindo decisões tomadas e resultados obtidos.

## **4 Divisão de Tarefas**

O presente projeto de graduação de curso em ciência da computação será realizado de forma conjunta pelos discentes Lorena Silva Sampaio e Samira Haddad, a atribuição de atividades foi realizada conforme o descrito na tabela 1 abaixo.

Capítulos — Atribuições	Início	Duração
<b>1. Definições — Lorena Sampaio</b>		
Dígrafo	2024-12-07	1 dia
Função de custo	2024-12-08	1 dia
Arcos de custo zero	2024-12-09	1 dia
Solução ótima	2024-12-10	1 dia
Definição do problema	2024-12-11	1 dia
Definição do problema R-Arborescência	2024-12-12	1 dia
Definição do problema R-Arborescência Inversa	2024-12-13	1 dia
Revisão das definições	2024-12-14	2 dias
<b>Algoritmo de Chu-Liu — Lorena Sampaio</b>		
Descrição	2024-12-16	1 dia
Correção e complexidade do algoritmo	2024-12-17	1 dia
Descrição da implementação	2024-12-18	3 dias
<b>Algoritmo de Fulkerson — Samira Haddad</b>		
Descrição	2024-12-27	2 dias
Correção e complexidade do algoritmo	2025-01-03	2 dias
Descrição da implementação	2025-01-05	5 dias
<b>Algoritmo Dual Guloso de Frank — Samira Haddad</b>		
Descrição	2025-01-13	2 dias
Correção e complexidade do algoritmo	2025-01-15	2 dias
Descrição da implementação	2025-01-17	5 dias
<b>O Problema da Arborescência Inversa — Lorena Sampaio</b>		
Descrição	2025-01-17	2 dias
Correção e complexidade do algoritmo	2025-01-19	2 dias
Descrição da implementação	2025-01-21	2 dias
<b>Implementação de código — Ambas de acordo o capítulo</b>		
Definição de estruturas de dados	2025-01-30	2 semanas
Definição de funções auxiliares	2025-02-13	2 semanas
Algoritmo de Chu-Liu	2025-02-27	2 semanas
Algoritmo de Fulkerson	2025-03-12	2 semanas
Algoritmo Dual Guloso de Frank	2025-03-27	2 semanas
O Problema da Arborescência Inversa	2025-04-11	2 semanas
<b>7.Corpo do artigo — Ambas</b>		
Introdução e justificativa	2025-05-01	4 horas
Objetivo	2025-05-01	4 horas
Metodologia	2025-05-02	4 horas
Conclusão	2025-05-02	4 horas
Referências	2025-05-03	1 dia
<b>8.Revisão</b>		
Textual	2025-05-10	1 mês
ABNT	2025-06-10	1 dia

Tabela 1: Planejamento de Atividades e Atribuições

## 5 Cronograma

O planejamento deste projeto foi elaborado em etapas essenciais para sua organização e execução. Abaixo, listamos as etapas do cronograma e a sequência de tarefas necessárias:

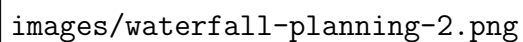
A diagrama de planejamento em cascata (waterfall planning) que mostra a sequência de tarefas necessárias para a execução do projeto. O diagrama é composto por uma série de retângulos empilhados verticalmente, cada um representando uma tarefa. As tarefas são conectadas por setas descendentes, indicando a ordem de execução. O diagrama é dividido em duas partes: a primeira parte contém as tarefas de planejamento e a segunda parte contém as tarefas de execução. A primeira tarefa é 'Definir o escopo do projeto', seguida por 'Identificar os recursos necessários', 'Estimar o tempo de execução', 'Definir o cronograma', 'Executar o projeto', 'Monitorar o progresso', 'Avaliar o desempenho', 'Encerrar o projeto' e 'Revisar o projeto'. A segunda tarefa é 'Definir o escopo do projeto', seguida por 'Identificar os recursos necessários', 'Estimar o tempo de execução', 'Definir o cronograma', 'Executar o projeto', 'Monitorar o progresso', 'Avaliar o desempenho', 'Encerrar o projeto' e 'Revisar o projeto'.

Figura 1: Legenda da imagem.

## 6 Considerações Finais

Este projeto visa a compreensão profunda do problema abordado e o estudo de suas possíveis aplicações em problemas práticos. A colaboração entre os integrantes será fundamental para o sucesso do projeto.

## Referências

- 1 FRANK, A.; HAJDU, G. A Simple Algorithm and Min–Max Formula for the Inverse Arborescence Problem. *Algorithms*, v. 7, n. 4, p. 637–647, 2014. DOI: 10.3390/a7040637.
- 2 HU, Z.; LIU, Z. A strongly polynomial algorithm for the inverse shortest arborescence problem. *Discrete Applied Mathematics*, v. 82, n. 1–3, p. 135–154, 1998.
- 3 CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. *Introduction to Algorithms*. 3. ed. MIT Press, 2009.
- 4 KLEINBERG, J.; TARDOS, É. *Algorithm Design*. Addison-Wesley, 2006.
- 5 BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. *Graph Theory with Applications*. Springer, 2008.
- 6 SCHRIJVER, A. *Combinatorial Optimization: Polyhedra and Efficiency*. Springer, 2003.
- 7 EDMONDS, J. Optimum Branchings. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 71B, p. 233–240, 1967.
- 8 WEST, D. B. *Introduction to Graph Theory*. 2. ed. Prentice Hall, 2001.
- 9 DIESTEL, R. *Graph Theory*. 5. ed. Springer, 2017.
- 10 WOLSEY, L. A.; NEMHAUSER, G. L. *Integer and Combinatorial Optimization*. 1. ed. Wiley-Interscience, 1988.