Homework set 1

Andrea Corradini - Linguaggi e traduttori - A.A. 2020/21

Esercizio 1. Grammatica ambigua e grammatica non ambigua

Data la grammatica G = (V, Σ, R, S) con V = {S, A, B, C} e Σ = {a, b, c, d, e}

$S \to A \mid B$
$A \to aA \mid aAbA \mid \varepsilon$
$B \to cB \mid cBdB \mid \varepsilon$
$C \to eC \mid \varepsilon$

DIMOSTRARE CHE

a) $L(G) = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = j \vee k = l\}$

b) G è ambigua

c) $L(G) = \{a^i b^j c^k d^l e^m \mid i, j, k, l, m \geq 0, i = j \vee k = l\}$ è inherently ambiguous

Dim. a) $L(G) \subseteq \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = j \vee k = l\}$ per induzione sulla lunghezza della derivazione

Base: $S \Rightarrow \varepsilon$ $\quad i = j = k = l = 0$

Passo: $S \Rightarrow A \Rightarrow aAbA \Rightarrow a^i b^j A b^k A \Rightarrow a^i b^j b^k$ $\quad i = j$ oppure $S \Rightarrow A \Rightarrow aAbA \Rightarrow a^i b^j A b^k A \Rightarrow a^i b^j a^l b^m$ $\quad k = l$

$S \Rightarrow B \Rightarrow cB \Rightarrow c^k B \Rightarrow c^k$ $\quad i = j = 0$

$S \Rightarrow B \Rightarrow cBdB \Rightarrow c^k B d^l B \Rightarrow c^k d^l$ $\quad i = j = 0$

$S \Rightarrow B \Rightarrow cBdB \Rightarrow c^k B d^l B \Rightarrow c^k d^l c^m B d^n B \Rightarrow c^k d^l c^m d^n$ $\quad k = l$

$S \Rightarrow B \Rightarrow cBdB \Rightarrow c^k B d^l B \Rightarrow c^k d^l$ $\quad i = j = 0$

$S \Rightarrow B \Rightarrow cBdB \Rightarrow c^k B d^l B \Rightarrow c^k d^l e^m B d^n B \Rightarrow c^k d^l e^m d^n$ $\quad k = l$

b) G è ambigua: per la stringa $a^i b^i c^i d^i$ ($i \geq 1$) si hanno due alberi di derivazione, uno per $i = j$ e uno per $k = l$

c) $L = \{a^i b^j c^k d^l e^m \mid i, j, k, l, m \geq 0, i = j \vee k = l\}$ è inherently ambiguous

Dim. Per ogni $n \geq 0$ si ha $a^n b^n c^n d^n e^n \in L$. Per Ehrenfeucht e Pitt esiste $n_0 \geq 0$ tale che

$a^{n_0} b^{n_0} c^{n_0} d^{n_0} e^{n_0} = uvxyz$, $vy \neq \varepsilon$, $vxy \leq n_0$

Esercizio 2. Rimozione ambiguità e cancellazione di regole

Si indichi se le seguenti affermazioni sono vere o false

a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è inherently ambiguous

b) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è inherently ambiguous

c) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è CFL

d) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è inherently ambiguous

e) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è inherently ambiguous

f) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è CFL

g) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è CFL

h) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è DCFL

CONSIDERARE ESERCIZIO

a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è inherently ambiguous

$L = \{a^i b^j c^k \mid i = j\} \cup \{a^i b^j c^k \mid j = k\}$

$L = L_1 \cup L_2$

$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = j\}$ $\quad$ $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j = k\}$

$L_1 \cap L_2 = \{a^i b^i c^i \mid i \geq 0\}$

L_1 e L_2 sono CFL

$L_1 \cap L_2$ non è CFL

L è inherently ambiguous

b) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è inherently ambiguous

$L^* = (\{a^i b^j c^k \mid i = j\} \cup \{a^i b^j c^k \mid j = k\})^*$

$L^* = (L_1 \cup L_2)^*$

L_1 e L_2 sono CFL

L^* è CFL

L^* è inherently ambiguous

c) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k\}$ è CFL

$L^* = (L_1 \cup L_2)^*$

L_1 e L_2 sono CFL

L^* è CFL

d) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è inherently ambiguous

$L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j\} \cup \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\}$

$L = L_1 \cup L_2$

$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j\}$ $\quad$ $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\}$

$L_1 \cap L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \wedge j \neq k\}$

L_1 e L_2 sono CFL

$L_1 \cap L_2$ non è CFL

L è inherently ambiguous

e) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è inherently ambiguous

$L^* = (\{a^i b^j c^k \mid i \neq j\} \cup \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\})^*$

$L^* = (L_1 \cup L_2)^*$

L_1 e L_2 sono CFL

L^* è CFL

L^* è inherently ambiguous

f) $L^* = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è CFL

$L^* = (L_1 \cup L_2)^*$

L_1 e L_2 sono CFL

L^* è CFL

g) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è CFL

$L = L_1 \cup L_2$

L_1 e L_2 sono CFL

L è CFL

h) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ è DCFL

Sia L_{pari} un alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ $\quad$ $L_{pari} = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \text{ pari} \wedge |w|_b \text{ pari}\}$

L_{pari} è DCFL

L_{pari} è CFL

L_{pari} è inherently ambiguous

L_{pari} è DCFL

L_{pari} è CFL

L_{pari} è inherently ambiguous

Esercizio 3.

Si data una CFG G in cui nessuna regola è una regola di cancellazione (o aggiungendo una nuova regola $S' \to \varepsilon$ se $\varepsilon \in L(G)$) e si consideri la grammatica G' ottenuta da G rimuovendo le regole unitarie. Si dimostri che se G è non ambigua, allora anche G' è non ambigua. Si dimostri che se G è LL(k) allora anche G' è LL(k). Si dimostri che se G è LR(k) allora anche G' è LR(k). Si dimostri che se G è SLR(1) allora anche G' è SLR(1).

Esercizio 4. CYK e Tabelle dinamiche Transformation e Linguaggi a coda

Si consideri la grammatica G = (V, Σ, R, S) con V = {S, A, B, C, D, E, F, G, H, I, L, M, N, O, P, Q, R, T, U, V, Z} e Σ = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, z}

$S \to AB \mid CD \mid EF \mid GH \mid IL \mid MN \mid OP \mid QR \mid TU \mid VZ$

$A \to a$
$B \to b$
$C \to c$
$D \to d$
$E \to e$
$F \to f$
$G \to g$
$H \to h$
$I \to i$
$L \to l$
$M \to m$
$N \to n$
$O \to o$
$P \to p$
$Q \to q$
$R \to r$
$T \to t$
$U \to u$
$V \to v$
$Z \to z$

```
[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[5] [6] [7] [8] [9] [10]
[6] [7] [8] [9] [10]
[7] [8] [9] [10]
[8] [9] [10]
[9] [10]
[10]
```

DIMOSTRARE CHE

a) Se G è non ambigua, allora anche G' è non ambigua

b) Se G è LL(k), allora anche G' è LL(k)

c) Se G è LR(k), allora anche G' è LR(k)

d) Se G è SLR(1), allora anche G' è SLR(1)

Dim. a) Se G è non ambigua, allora anche G' è non ambigua

b) Se G è LL(k), allora anche G' è LL(k)

c) Se G è LR(k), allora anche G' è LR(k)

d) Se G è SLR(1), allora anche G' è SLR(1)

Esercizio 5. Parsing e codice delle procedure TREAT_NODE?

Si data una CFG non ambigua G, si consideri il parser LL(1) per G, si consideri il parser SLR(1) per G, si consideri la relazione per dimostrare la proprietà del non-loop-over-loop-nodes.

```
[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
[5] [6] [7] [8] [9] [10]
[6] [7] [8] [9] [10]
[7] [8] [9] [10]
[8] [9] [10]
[9] [10]
[10]
```