

Statistik

4. Übungsblatt

Aufgabe 10:

An einer E-Mail-Adresse treffen täglich X Spam-Mails ein. Aus Erfahrung weiß man, dass X eine Zufallsvariable ist mit der Poisson-Verteilung $Po(\lambda)$ für ein $\lambda > 0$. Weiter treffen täglich genau c erwünschte E-Mails ein, $c \in \mathbb{N}$.

a) Drücken Sie $Y :=$ „Gesamtzahl der E-Mails, die täglich an der E-Mail-Adresse eintreffen“ mit Hilfe von X und c aus. Welche Werte kann Y annehmen? Bestimmen Sie die Zähldichte von Y .

b) Bestimmen Sie $P(Y \leq 6)$ für den Fall $\lambda = 6$ und $c = 4$.

c) Angenommen, X sei eine Zufallsvariable mit der Binomialverteilung $Bin(100, 0.06)$. Bestimmen Sie wieder $P(Y \leq 6)$ für den Fall $c = 4$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus b), d.h. wie groß ist der prozentuale Unterschied beider Wahrscheinlichkeiten?

Aufgabe 11:

Ein Programm soll (auf Korrektheit) getestet werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Testdurchlauf ein (Laufzeit-) Fehler gefunden wird, sei $p > 0$. X sei die zufällige Anzahl der Testdurchläufe ohne Fehler, bis der erste Fehler gefunden wird.

a) Welche Verteilung hat X ?

b) Tabellieren und skizzieren Sie für den Bereich $0 \leq t \leq 6$ die Zähldichte $t \mapsto f_X(t)$ für $p = 0.2$.

c) Das Programm wird so lange getestet, bis ein Fehler gefunden wird, höchstens jedoch c mal. Sei Y dabei die zufällige Anzahl der Testdurchläufe. Berechnen Sie die Zähldichte der Zufallsvariablen Y für $p = 0.1$ und $c = 7$.

d) $Z := 50 \cdot Y + 100$ seien die zufälligen Kosten für den Test. Berechnen Sie $P(Z \geq 200)$ für $p = 0.1$ und $c = 7$.

e) Wie groß muss $c \in \mathbb{N}$ mindestens sein, damit für den Fall $p = 0.1$ ein Laufzeitfehler mindestens mit Wahrscheinlichkeit 90% gefunden wird?