

Il valore atteso, o aspettazione, è un funzionale che associa ad ogni variabile aleatoria un numero, ottenuto tramite integrazione sullo spazio della variabile aleatoria. Sia per esempio  $X$  una variabile aleatoria reale, con distribuzione di probabilità  $f_X(x)$ , allora

$$\mathbb{E}[X] = \int_{\mathbb{R}} dx \, x \, f_X(x) \quad (1)$$

se la nostra variabile è definita nello spazio di probabilità continuo  $(\Omega, \mathcal{F}, p)$  con  $p$  densità di probabilità, possiamo anche scrivere

$$\mathbb{E}[X] = \int_{\Omega} d\omega \, X(\omega) \, f_X(X(\omega)) = \int_{\Omega} d\omega \, X(\omega) \, p(\omega) \quad (2)$$

questa definizione può essere generalizzata a qualsiasi funzione deterministica di variabile aleatoria

$$\mathbb{E}[g(X)] = \int_{\mathbb{R}} dx \, g(x) \, f_X(x) \quad (3)$$

In realtà la formula precedente non è una naturale estensione, ma è un teorema, chiamato anche teorema dello statistico inconsapevole! L'aspettazione gode di molte proprietà, che la rendono uno strumento meraviglioso anche per la statistica. Poniamoci in una situazione appunto di statistica:

$$\mathbb{E}[X|Y] = \arg \min_{h(\cdot)} [\mathbb{E}[(X - h(Y))^2]] \quad (4)$$