

**Laboratorio di Calcolo per Fisici,  
Prova d'esame del 21/06/2024, A.A. 2023/2024**

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_ ☐ Ritirato/a

Lo scopo di questa prova d'esame è scrivere un programma in C e uno script in python seguendo la traccia riportata di seguito. Si tenga presente che:

1. Per svolgere il compito si hanno a disposizione 3 ore.
2. Si possono usare libri di testo, prontuari e appunti ma non è ammesso parlare con nessuno né utilizzare cellulari, tablet o laptop, pena l'annullamento del compito.
3. Il programma va scritto e salvato esclusivamente sul computer del laboratorio, a cui si deve accedere utilizzando come username **studente** e come password **informatica**
4. **Tutti i file vanno salvati in una cartella chiamata `ELCGIU_nome_cognome` nella home directory**, dove `nome` e `cognome` indicano rispettivamente il tuo nome e cognome (minuscolo, senza eventuali spazi, accenti o apostrofi). Ad esempio lo studente *Nicolò De Rossi* deve creare una cartella chiamata `ELCGIU_nicolo_derossi` contenente tutti i file specificati nel testo. **Tutto ciò che non si trova all'interno della cartella suddetta non verrà valutato.** In tutti i programmi e script inserisci all'inizio un commento con il tuo nome, cognome e numero di matricola.
5. **Dovete consegnare il presente testo indicando nome, cognome e numero di matricola** (vedi sopra), barrando la casella "Ritirato/a" se ci si vuole ritirare, ovvero se non si vuole che la presente prova venga valutata.

Il **paradosso del compleanno** afferma che la probabilità di avere almeno due persone in un gruppo che compiano gli anni nello stesso giorno, sia decisamente superiore rispetto a quanto comunemente si pensa. In particolare, una scommessa alla pari (10 euro che ci siano almeno due persone nate nello stesso giorno contro 10 euro che tutte le persone del gruppo siano nate in diversi giorni dell'anno) diventa vantaggiosa quando il gruppo è costituito da almeno 23 persone. Tale probabilità può essere espressa analiticamente: la probabilità teorica  $P_N^{th}$  che in un gruppo di  $N$  persone ce ne siano almeno due nate nello stesso giorno è:

$$P_N^{th} = 1 - e^{\ln(365!) - \ln((365-N)!) - N \ln(365)} \quad (1)$$

dove con  $N!$  indica il fattoriale del numero  $N$ , ovvero:

$$N! = N \times (N-1) \times (N-2) \dots 3 \times 2 \times 1 \quad (2)$$

► **Prima parte:**

Si scriva un programma chiamato `nome_cognome.c` (tutto minuscolo, senza eventuali spazi, accenti o apostrofi) che calcoli, al variare del numero di persone  $N$  che compongono il gruppo, con  $N$  compreso tra  $N_{PMIN} = 3$  e  $N_{PMAX} = 50$ , una stima della probabilità  $P_N$  che almeno due persone compiano gli anni nello stesso giorno. In particolare il programma dovrà:

1. Assegnare a ogni persona una data di compleanno, estraendo il giorno dell'anno secondo una distribuzione uniforme; si consideri l'anno non bisestile.
2. Verificare che ci siano almeno due persone che compiono gli anni nello stesso giorno.
3. Stimare la probabilità  $P_N$ , mediante la frequenza, simulando un numero molto grande di gruppi come descritto nei due punti precedenti. Il numero di simulazioni deve essere sempre  $\geq 1000$ . Si calcoli anche l'incertezza  $\Delta P_N = \sqrt{P_N(1-P_N)/N}$  associata alla stima di  $P_N$ .
4. Ripetere il procedimento per tutti gli  $N$  da  $N_{PMIN}$  a  $N_{PMAX}$ , stampando su schermo le probabilità  $P_N$  con le relative incertezze, con un output di questo tipo (al posto delle  $X$  riportare i numeri trovati):

```
Gruppo di 3 persone: P = XX.XXX% +- 0.0X% (con XXXXXX gruppi simulati)
Gruppo di 4 persone: P = XX.XXX% +- 0.0X% (con XXXXXX gruppi simulati)
Gruppo di 5 persone: P = XX.XXX% +- 0.0X% (con XXXXXX gruppi simulati)
...
Gruppo di 25 persone: P = XX.XXX% +- 0.0X% (con XXXXXX gruppi simulati)
```

Verificare che questa probabilità superi il 50% quando  $N = 23$ .

5. Salvare su un file chiamato `compleanno.dat` le suddette probabilità con  $3 \leq N \leq 50$  con 3 cifre dopo la virgola. Ogni riga del file dovrà contenere due numeri:  $N$  e  $P_N$ .
6. Quando si è certi del funzionamento del programma, con uno script python `nome_cognome.py`, creare un grafico che mostri l'andamento di  $P_N$  in funzione di  $N$ . Infine, salvare un'immagine di tale grafico in un file chiamato `compleanno.png`.

Nello scrivere il programma si richiede che vengano implementate le seguenti funzioni:

- `genera_compleanni()` che associ a ogni persona di un gruppo di  $N$  persone una data di compleanno estratta con un generatore uniforme (è sufficiente generare un numero casuale da 1 a 365). Questa funzione dovrà avere come argomenti il numero di persone nel gruppo e un array che conterrà tutti i compleanni generati per tale gruppo.
- `controlla_compleanni()` che restituisca un intero pari a 1 se nel gruppo ci sono almeno due persone con la stessa data di compleanno, altrimenti restituisca zero. Questa deve avere gli stessi argomenti della funzione `genera_compleanni()`.
- `salva_frequenze()` che prenda come argomento l'array con le probabilità calcolate in precedenza e crei il file `compleanno.dat` come richiesto sopra.

#### ► Seconda parte:

Si modifichi il programma, salvando la nuova versione con il nome `nome_cognome_2P.c`, in modo che la funzione `salva_frequenze()` calcoli e salvi anche la probabilità teorica  $P_N^{th}$  (Eq. (1)) in un file chiamato `compleanno_2P.dat`. Ogni riga del file dovrà contenere tre numeri:  $N$ ,  $P_N$  e  $P_N^{th}$ . Infine con uno script python `nome_cognome_2P.py`, creare un grafico che mostri l'andamento di  $P_N$  e  $P_N^{th}$  in funzione di  $N$ . In tale grafico la probabilità  $P_N$  verrà rappresentate con dei simboli, mentre la probabilità teorica  $P_{th}$  con una linea continua. Infine, salvare un'immagine di tale grafico in un file chiamato `compleanno_2P.png`.  
*Suggerimento:* Si noti che per calcolare la probabilità teorica si può sfruttare la seguente identità  $\ln(N!) = \sum_{i=1}^N \ln(i)$ .