

RIPASSO DI MATEMATICA

A.A. 2020/2021

Lorenzo Rovigatti, Dipartimento di Fisica

Cosa ci servirà?

- Vettori
- Geometria
- Trigonometria
- Derivate
- Integrali
 - singoli
 - doppi e tripli
 - di linea

Vettori

Definiamo $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$

1. Quanto vale $\vec{a} + \vec{b}$? E $\vec{a} - \vec{b}$?
2. Com'è definito il modulo di \vec{a} , a ? Cosa rappresenta?
3. Com'è definito il versore \hat{a} ? Cosa rappresenta?
4. Qual è il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$?
5. Esprimere $\vec{a} \cdot \vec{b}$ tramite a e b , i moduli di \vec{a} e \vec{b} , e l'angolo tra loro compreso, θ
6. Dati a , b e θ scrivere l'espressione del modulo del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$

Trigonometria

1. Come si passa da radianti a gradi e viceversa?
2. Quanto vale $\sin 0$?
3. Quanto vale $\cos 0$?
4. Quanto vale $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$?
5. Qual è la definizione di $\tan \theta$?
6. Quanto vale $\frac{d \sin \theta}{d\theta}$?

Alcuni esercizi

- Quanto vale il modulo del vettore $(2, 4, -3)$?
- Quanto vale l'angolo compreso tra $(3, 3, 0)$ e $(2, 1, -5)$?
- Un vettore di modulo 3 giace sul piano (x, y) e forma un angolo di $\pi/6$ con l'asse x . Quali sono le sue componenti?
- Determinare il vettore $\vec{w} = \vec{a} + \vec{b}$, dove $\vec{a} = (1, 1, 3)$ e $\vec{b} = (-1, 3, 2)$
 - Il vettore $(2, -2, 1)$ è o meno ortogonale a \vec{w} ?
 - Dire se il vettore $(21, 15, -12)$ è parallelo a \vec{w} , se sì, discutere il suo verso in relazione a quello di \vec{w}
- Un aereo percorre 100 Km in direzione nord, per poi virare e percorrere 150 Km in direzione nord 30° est ed infine percorrere 300 Km in direzione est. Calcolare lo spostamento risultante in modulo, direzione e verso.
- Un giocatore di golf in tre colpi riesce a gettare la sua palla nella buca. Il primo tiro sposta la palla di 12 m a nord, il secondo di 6 m a sud-est (cioè con un angolo $-\pi/4 = -45^\circ$) ed il terzo tiro di 3 m a sud-ovest (cioè con un angolo $-3\pi/4 = -135^\circ$). Quale spostamento è necessario per mandare la palla in buca in un colpo solo?

Geometria

Alcuni esempi

- Perimetro ed area di una circonferenza
- Area e volume di una sfera
- Volume di un cilindro
- Volume di una calotta sferica

Derivate

1. Data $f(x) = x^2 - \frac{3}{4}x^5 + 3$, quanto vale $\frac{df(x)}{dx}$?
2. Data $f(x, y) = 2xy^2 - x^2 - \frac{3}{4}x^5 + 3y + 5$, quanto vale $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$?
3. Data $f(x(t), t)$, qual è la differenza fra $\frac{df}{dt}$ e $\frac{\partial f}{\partial t}$?

Integrali

1. Data $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 5$, qual è l'espressione dell'integrale indefinito $\int f(x)dx$?
2. Data la funzione definita sopra, quanto vale $\int_0^2 f(x)dx$?
3. Integrali di linea: cosa sono, come si calcolano? Esempio: $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$
4. Integrali multipli: vedremo come si usano le coordinate sferiche e polari