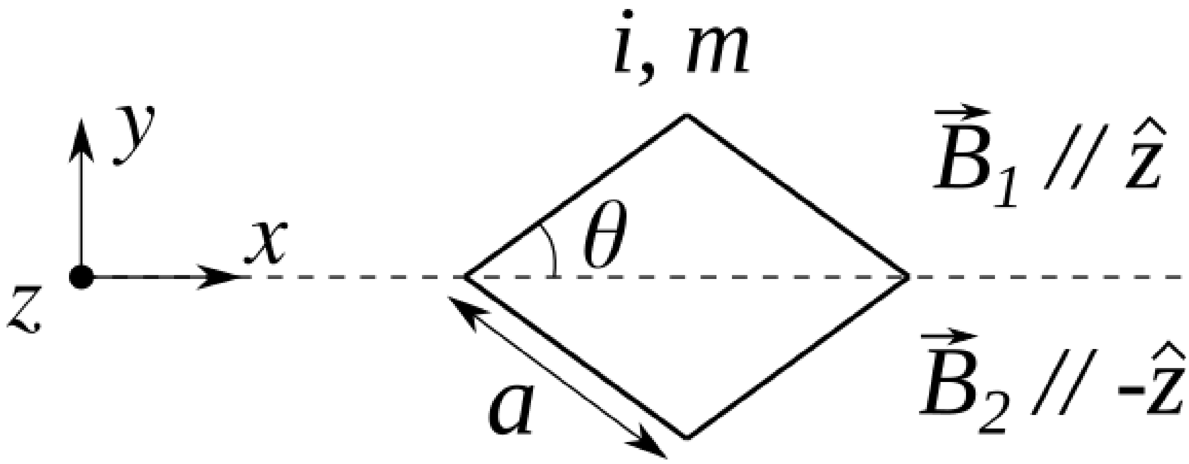
PROVA SCRITTO FISICA II - 12/01/2022

Scegliete un esercizio e provate a farlo in 45 minuti.

Esercizio 1

Una spira di forma romboidale ($a = 5$ cm, $\theta = 40^{\circ}$) ha massa $m = 10$ g, è percorsa da una corrente i ed è posta, in equilibrio, in una regione di spazio in cui sono presenti due campi magnetici aventi direzione $\hat{z}$. Per $y < 0$ il campo vale $\vec{B}_2 = -B_2\hat{z}$, con $B_2 = 0.3$ T, mentre per $y > 0$ il campo vale $\vec{B}_1 = B_1\hat{z}$, con $B_1 = 0.7$ T. **Nota Bene:** la forza peso agisce lungo $-\hat{y}$.



1. Determinare verso e intensità di i.
   - I due campi hanno verso opposto ma la corrente scorre in verso opposto nei segmenti posti in alto e nei due in basso, che quindi sentiranno forze magnetiche di eguale verso. Affinché queste forze siano dirette verso l'alto la corrente deve scorrere in senso antiorario. Ricordando che la forza magnetica è data da $\vec{F} = i\vec{s} \times \vec{B}$, dove $\vec{s}$ è il vettore che congiunge il primo e l'ultimo punto del segmento, il bilancio delle forze è

$$il(B_2 + B_1) = mg$$

   dove $l = 2a\cos\theta = 0.077$ m. La corrente vale quindi

$$i = \frac{mg}{l(B_1 + B_2)} = 1.25\,\mathrm{A}$$

2. Determinare il modulo della forza magnetica agente sul segmento diagonale in alto a destra.
   - Usando di nuovo la definizione di forza magnetica si trova

$$F = iaB_1 = 0.044\,\mathrm{N}$$

3. Il campo $\vec{B}_1$ viene spento, mentre l'intensità di corrente che scorre nella spira rimane invariata. Determinare il nuovo valore del modulo che $\vec{B}_2$ deve avere per far sì che la spira rimanga in equilibrio.
   - Il nuovo equilibrio è dato da

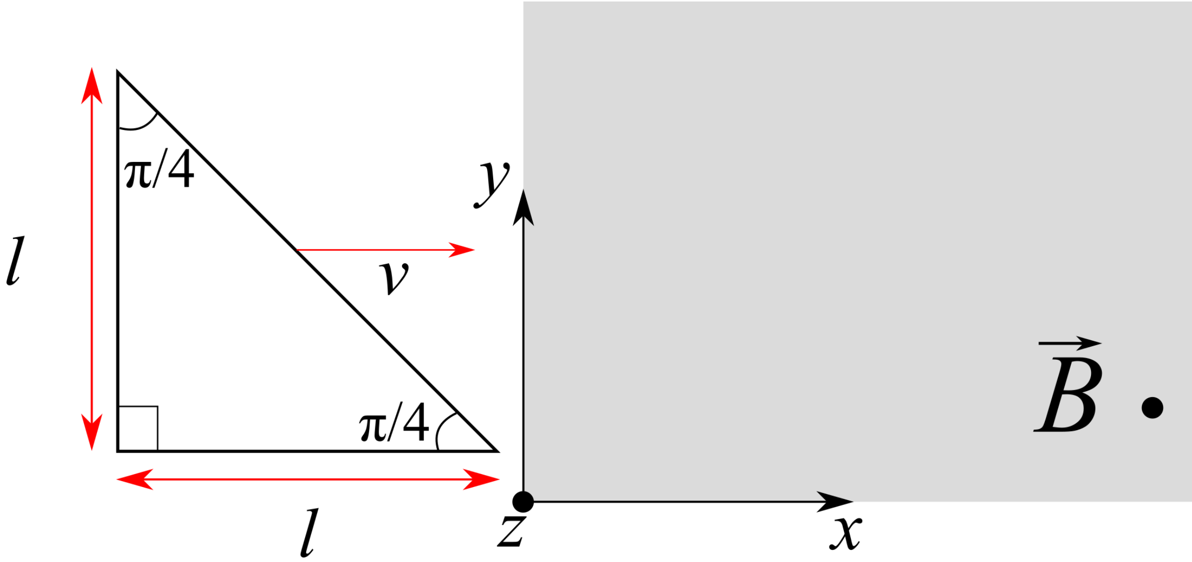
$$ilB_2 = mg$$

   e quindi

$$B_2 = \frac{mg}{il} = 1\,\mathrm{T}$$

Esercizio 2

Un spira conduttrice di resistenza R = $1\,\Omega$ avente la forma di un triangolo rettangolo isoscele di lato $l = 1$ m, giace sul piano xy e si muove lungo l'asse x con velocità **costante** $v = 0.1$ m/s, come mostrato in figura. All'istante $t_0 = 0$ entra in una zona di spazio in cui è presente un campo magnetico $B = 1$ T, uniforme e ortogonale al piano della spira.



Nota Bene: l'area di un triangolo è $ab/2$, dove a e b sono la base e l'altezza, ma nel caso di un triangolo rettangolo isoscele come quello in figura si ha sempre $a = b$.

1. Determinare l'espressione del flusso del campo magnetico che attraversa la spira in funzione del tempo.
   - Se la punta della spira ha posizione $x(t)$, allora l'area della spira che si trova all'interno della regione di campo vale $\Sigma(t) = x(t)^2/2$, e quindi, se scegliamo di calcolare il flusso sul percorso che coincide con la spira e ha normale parallela al campo si trova

$$\Phi(\vec{B}) = \frac{x(t)^2 B}{2} = \frac{B(vt)^2}{2} = \frac{Bv^2t^2}{2}$$

2. Determinare verso e intensità della corrente che fluisce nella spira in funzione del tempo.
   - La corrente si trova applicando la legge di Faraday:

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{Bv^2t}{R}$$

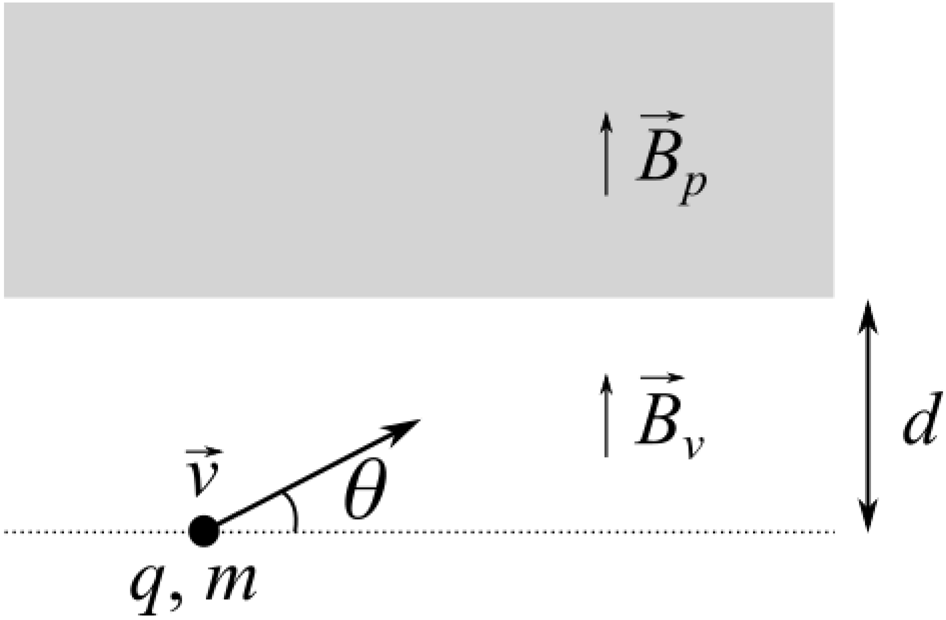
   dove il segno meno indica che la corrente scorre in verso orario.

3. Calcolare il tempo t_f necessario affinché la spira entri completamente nella regione di campo e la carica totale che fluisce attraverso la spira nell'intervallo di tempo $t_f - t_0$.
   - Poiché la spira si muove a velocità costante e ha lato ha lunghezza l si trova subito $t_f = l/v = 10$ s. La carica si può trovare utilizzando, ad esempio, la legge di Felici:

$$q_f = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = -\frac{\Phi_2}{R} = -\frac{l^2 B}{2R} = -0.5\,\mathrm{C}.$$

Esercizio 3

Una particella di massa $m = 1.68 \times 10^{-27}$ Kg e carica $q = 1.602 \times 10^{-19}$ C si muove all'interno di un solenoide indefinito con velocità $\vec{v}$. Al tempo $t = 0$ nel solenoide viene fatta scorrere una corrente che genera un campo magnetico uniforme $\vec{B}_v$ di direzione e verso tali per cui $\vec{v}$ forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con il piano ortogonale al campo (vedi figura). La particella comincia quindi a percorrere un moto elicoidale di velocità angolare $\omega = 9.69 \times 10^7\,\mathrm{s}^{-1}$ e passo $p = 3.28 \times 10^{-2}$ m. Una volta percorsa una distanza $d = 1$ m lungo la direzione del campo la particella entra in una regione di spazio in cui è presente anche un materiale di costante magnetica relativa $\kappa_m = 10$ (in grigio in figura).



Nota Bene: gli esercizi vanno risolti nell'approssimazione in cui il campo magnetico è costante e uniforme in entrambe le regioni.

1. Determinare i raggi di curvatura r_v e r_p della traiettoria percorsa dalla particella quando questa si trova nella regione vuota e nella regione piena.
   - Per calcolare i raggi di curvatura serve conoscere il valore del modulo del campo e della componente ortogonale al campo della velocità. Il campo si può trovare dalla relazione $\omega = qB_v/m$, da cui si ricava:

     $$B_v = \frac{\omega m}{q} = 1\,\mathrm{T}.$$

     Il valore del modulo del campo nella regione piena è quindi $B_p = \kappa_m B_v = 10$ T. Considerando che la componente della velocità ortogonale al piano (e quindi parallela al campo) è $v_o = v\sin\theta$, per il passo dell'elica vale la relazione $p = 2\pi v \sin\theta/\omega$, da cui si trova:

     $$v = \frac{p\omega}{2\pi\sin\theta} = 10^6\,\mathrm{m/s}.$$

     Ricordando che $r = mv_p/qB$, dove $v_p = v\cos\theta$ è la componente della velocità ortogonale al campo, si trova:

     $$r_v = \frac{mv\cos\theta}{qB_v} = 9.03 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

     $$r_p = \frac{mv\cos\theta}{qB_p} = 9.03 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}.$$

2. Calcolare il numero di circonferenze complete percorse dalla particella dal momento in cui è stato acceso il campo a quello in cui è entrata nella regione di campo piena di materiale.

- Per definizione il tempo impiegato dalla particella per percorrere una circonferenza è

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6.48 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

mentre il tempo che impiega la particella per attraversare la regione vuota è dato dallo spostamento diviso la velocità:

$$\Delta t = \frac{d}{v \sin\theta} = 2 \times 10^{-6}\,\mathrm{s.}$$

Il rapporto tra questi due tempi è uguale al numero di circonferenze compiute dalla particella:

$$\frac{\Delta t}{T} = 30.9$$

La cui parte intera è il numero di circonferenze complete, $N_c = 30$.

3. Calcolare il modulo delle componenti della velocità ortogonale e parallela al campo nella regione piena di materiale.
   - Poiché il campo magnetico nella regione piena ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{B}_v$ e la forza di Lorentz non fa lavoro, le componenti restano inviariate, quindi si ha:

$$v_o = v \cos\theta = 8.66 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$$

$$v_p = v \cos\theta = 5 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$$