Fisica II per Scienze Chimiche – Formulario

- **Basi di cinematica**:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt})$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\,;$$
$$\Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{v}(t)\,dt$$
$$\Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{a}(t)\,dt$$

- **Leggi della meccanica**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}]$$
$$\Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{F}(t)\,dt$$
$$\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}$$
$$\vec{F}_A^{(tot)} = \sum_i \vec{F}_A^{(i)}\,.$$

- Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i =$ costante.
- Altrimenti: $\frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \vec{F}^{(ext)} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt}v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}$.

- **Lavoro**, **energia cinetica e potenziale**. **Potenza**.

$$dL = \vec{F}\cdot d\vec{s}$$
$$L|_A^B = \int_A^B dL = \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Big|_A^B \equiv \Delta U_k|_A^B$$
$$[\ = -\Delta U_p|_A^B \quad \text{solo se } \vec{F} \text{ conserv.}]$$
$$F_x = -\frac{dU_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.}$$
$$\mathcal{P} = \frac{dL}{dt} \qquad (\text{anche } \mathcal{P} = \frac{dE}{dt} \text{ e } \mathcal{P} = \frac{dQ}{dt})$$

- **Corpo rigido**:

$$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F} \qquad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i\right]$$
$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \qquad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i\right]$$
$$I = \sum_i m_i r_i^2 \ \ [\ = \sum_i I_i\ ] \ \rightarrow \text{“}\int \mathrm{d}I\text{”}$$
$$\vec{M}^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{L} = cost$$

Rotazione intorno ad un asse fisso: analogie

$$\begin{array}{rcl}
x & \leftrightarrow & \theta \\
v = \frac{dx}{dt} & \leftrightarrow & \omega = \frac{d\theta}{dt} \\
a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} & \leftrightarrow & \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\
m & \leftrightarrow & I \\
a = \frac{F}{m} & \leftrightarrow & \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\
p = mv & \leftrightarrow & L = I\omega \\
F = \frac{dp}{dt} = ma & \leftrightarrow & M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega}
\end{array}$$

- **Forze elettriche**
(fra oggetti puntiformi o sferici)

$$\vec{F}_{1,2}(\vec{r}) = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$

con $\hat{r}$ che punta da q_1 a q_2.

In termini di **campi**:

$$\vec{F}_{1,2}(\vec{r}) = q_2\vec{E}_1(\vec{r})$$

dove
$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{r}.$$

Principio di sovrapposizione:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}_i) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}.$$

Nota: se i campi sono dovuti distribuzioni a continue di cariche compariranno *sommatorie su infiniti elementi infinitesimi da* ($\rightarrow$ integrali!), riscritti in termini della *densità (lineare, superficiale o di volume)* e dell'elemento infinitesimo di lunghezza, superficie o volume, ad es. $dq = \lambda dx$, $dq = \sigma d\Sigma$, $dq = \rho d\tau$. Quindi, ad esempio, il campo in $\vec{r}$ prodotto da dQ in $\vec{r}\,'$ è:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k_0\,dQ}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,(\vec{r}\,'-\vec{r}).$$

- **Casi particolari di campi** (elettrostatici)

$$E_r(r) = \frac{2k_0\,\lambda}{r}\cdot\hat{r} \qquad [\text{filo rett. infinito}]$$
$$E_x(x) = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}\,\text{sign}(x) \qquad [\text{piano infinito}]$$

Due piani infiniti paralleli $\rightarrow$ principio di sovrapposiz.
In prossimità (all'**esterno**) **di un conduttore**:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n} \qquad (\text{‘Teorema di Coulomb’})$$

- **Teorema di Gauss** (per il caso elettrostatico)

$$d\Phi(\vec{E}) = \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \vec{E}\cdot(d\Sigma\hat{n}) = Ed\Sigma(\hat{r}\cdot\hat{n})$$
$$\Phi_u(\vec{E}) = \int_\Sigma d\Phi \qquad [\Phi \text{ uscente, con } \hat{n} \text{ verso l'esterno}]$$
$$\Phi_u(\vec{E}) = \frac{Q_{\text{tot}}}{\epsilon_0}.$$

- **Energia potenziale e potenziale**

$$\Delta U_p|_A^B = q\,\Delta V|_A^B$$

Percorso chiuso: $\sum_i \Delta U_{p_i} = 0$.

- **Energia potenziale elettrostatica di N cariche**

$$\begin{aligned} U_p^e &= \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=i+1}^{N}\frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}\right) \\ &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V_i \end{aligned}$$

- **Forza $\leftrightarrow$ En. Pot. $\Longleftrightarrow$ Campo $\leftrightarrow$ Potenziale**
(caso <u>elettrostatico</u>, <u>unidimensionale</u>)

$$\Delta U_p|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} E(x)\,\mathrm{d}x$$

$$F(x) = -\frac{dU_p(x)}{dx} \quad\Leftrightarrow\quad E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Caso particolare di <u>forza costante</u>:

$$\Delta U_p|_{x_1}^{x_2} = -F\Delta x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -E\Delta x\,.$$

Inoltre, da $\sum_i \Delta U_{p_i} = 0$ segue $\sum_i \Delta V_i = 0$.

- **Campo $\leftrightarrow$ Potenziale**

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V\,,$$

con $\vec{\nabla}$ l'operatore gradiente, in coordinate cartesiane

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)$$

da cui segue la variazione infinitesima e finita di potenziale

$$\begin{aligned} dV &= \vec{\nabla} V\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot d\vec{s} \\ \Delta V|_A^B &= \int_A^B \vec{\nabla} V\cdot d\vec{s} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}\,. \end{aligned}$$

- **Zero (convenzionale) del potenziale**
  - Per come sono introdotti, U_p e V sono definiti a meno di una costante additiva;
  - per le forze che vanno come $1/r^2$ è *di norma* conveniente porre lo zero del potenziale all'infinito $\Rightarrow$ potenziale alla distanza da q:

$$\begin{aligned} V(r) - V(\infty) &= \Delta V|_\infty^r = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{s} \\ V(r) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\,, \end{aligned}$$

da cui segue U_p di q_2 posta alla distanza r da q_1:

$$U_p^{1,2}(r) = q_2 V_1(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}\,,$$

avendo esplicitato il fatto che $V(r)$ è dovuto a q_1.
Infine, **campi e potenziali sono additivi**.

- **Circuiti in corrente continua (c.c.)**
Generatore di tensione:

$$V^{(+)} - V^{(-)} \equiv \mathcal{E}.$$

Legge di Ohm, leggi di Kirchhoff, effetto Joule:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ i_{A\to B} &= \frac{V_A - V_B}{R_{A\leftrightarrow B}} \quad\Rightarrow\quad \text{“}i = \frac{\Delta V}{R}\text{”} \\ R &= \rho\,\frac{l}{\Sigma} \qquad \text{(conduttore cilindrico)} \\ \sum_i i_i &= 0 \qquad \text{(nodi)} \\ \sum_i \Delta\Delta V_i &= 0 \qquad \text{(maglie)} \\ \mathcal{P} &= i\Delta V = \frac{\Delta V^2}{R} = Ri^2 \end{aligned}$$

Resistenze in serie e in parallelo:

$$\begin{aligned} R_s &= \sum_i R_i \\ R_p^{-1} &= \sum_i R_i^{-1}\,. \end{aligned}$$

- **Condensatori e circuiti con $\mathcal{E}$** (costante), **R e C**
($\rightarrow$ ‘carica e scarica del condensatore’)

$$q = C\Delta V$$

Energia del condensatore: $\frac{1}{2}q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2$
Condensatore piano: $C = \epsilon_0\Sigma/h$.
 – Campo elettrico: $E = \Delta V/d$.
 – Densità di energia elettrostatica: $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$.
 (vale in generale $\forall$ E nel vuoto!)
Cond. sferico: $C = 4\pi\epsilon_0\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ (anche per $R_2 \to \infty$).
Cond. cilindrico: $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\log(R_2/R_1)}$.
Parallelo e serie: $C_p = \sum_i C_i$; $C_s^{-1} = \sum_i C_i^{-1}$.
Semplici circuiti con $\mathcal{E}$, R e C:
$\rightarrow$ stesse regole (“Ohm e Kirchhoff”) dei circuiti in c.c., con $i(t)$, $q(t)$ e $\Delta V_c(t)$ (e $\Delta V_R(t)$) dipendenti dal tempo $\rightarrow$ a equazione differenziale riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali con costante di tempo $\tau = RC$.

- **Dipolo elettrico**
$\vec{p} = q\vec{a}$ (con $\vec{a}$ orientato da $-q$ a q, con $q > 0$)
Potenziale in $\vec{r}$ dal centro del dipolo:

$$V(\vec{r}) = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Campo prodotto da un dipolo (in coord. polari):

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\vec{\nabla} V \\ E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} &= \frac{2\,k\,p\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} &= \frac{2\,k\,p\sin\theta}{r^3}\,. \end{aligned}$$

In particolare, lungo l'asse e sul piano mediano

$$\begin{aligned} \vec{E}_z(z) &= \frac{2\,k\,\vec{p}}{|z|^3} \quad \text{(lungo l'asse)} \\ \vec{E}_z(y) &= -\frac{k\,\vec{p}}{|y|^3} \quad \text{(sul piano mediano)} \end{aligned}$$

Momento di una forza su $\vec{p}$ posto in campo elettrico:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}\,,$$

da cui energia potenziale $U_p = -\vec{E}\cdot\vec{p} = -Ep\cos\theta$.
Dipolo in campo elettrico non uniforme (caso 1D):

$$F_x = p\frac{dE_x}{dx}\,.$$

Due dipoli allineati lungo lo stesso asse (x)
$\rightarrow$ dipolo 1 (in x_1) produce E_x in x_2 con $dE_x/dx \neq 0$;
$\rightarrow$ dipolo 2 (in x_2) subisce $F_x = pdE_x/dx$.

- **Dielettrici**

Effetto su forza di Coulomb e condensatori:

$$\epsilon_0 \quad \rightarrow \quad \epsilon_0\kappa \qquad (\kappa > 1).$$

Suscettività elettrica $\leftrightarrow$ costante dielettrica:

$$\chi = \kappa - 1\,.$$

Campo in un condensatore piano (indicando con σ_0, q_0 e E_0 densità di carica, carica e campo in assenza di dielettrico – E_r con dielettrico; $q_p \leftrightarrow \sigma_p$):

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right) \\ &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\left(\frac{\chi}{\chi+1}\right) \\ &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \\ q_p &= \frac{\kappa-1}{\kappa}q_0 = \frac{\chi}{\chi+1}q_0\,. \end{aligned}$$

- **Polarizzazione dei dielettrici**

Momento di dipolo elettrico medio: $\langle\vec{p}\rangle \,||\, \vec{E}$.
Momento di dipolo totale (dovuto a N 'oggetti') e vettore polarizzazione (momento di dipolo su *volume* V):

$$\begin{aligned} \vec{p}_{tot} &= N\langle\vec{p}\rangle \\ \vec{P} \equiv \frac{\vec{p}_{tot}}{V} &= \frac{N\langle\vec{p}\rangle}{V} = n\langle\vec{p}\rangle \qquad [n = N/V] \\ \vec{P} &= \epsilon_0\chi\vec{E} \qquad \text{(se `dielettrico lineare')} \\ \sigma_p &= P \qquad (\rightarrow \vec{P}\cdot\hat{n} \text{ nel caso generale})\,. \end{aligned}$$

- **Corrente elettrica, velocità di deriva e densità di corrente**

$$\begin{aligned} i = \frac{dq}{dt} &= nev_d\Sigma \\ j = \frac{i}{\Sigma} &= nev_d \end{aligned}$$

con n il numero di portatori (ciascuno di carica e) per unità di volume.
Nel caso generale, con movimenti di cariche che variano da punto a punto, si definisce localmente $\vec{j}$ e i è pari al flusso di $\vec{j}$ su una superficie:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -ne\vec{v}_d \\ i = \Phi_\Sigma(\vec{j}) &= \int_\Sigma \vec{j}\cdot\hat{n}\,d\Sigma. \end{aligned}$$

Relazione tra $\vec{E}$ e $\vec{J}$, tramite resistività:

$$\vec{E} = \rho\vec{J}$$

- **Forze magnetiche su cariche e correnti**

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= q\vec{v}\times\vec{B} \\ \left[\vec{F}_q = \vec{F}_{el} + F_L\right. &= \left. q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}\right]\,, \end{aligned}$$

quindi il moto segue secondo le leggi della meccanica.
Forza su conduttore percorso da corrente

$$d\vec{F} = id\vec{s}\times\vec{B}$$

- **Dipolo magnetico e momento della forza agente su di esso**

$$\begin{aligned} \vec{m} &= i\Sigma\hat{n} \\ \vec{M} &= \vec{m}\times\vec{B}\,. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ analogia con dipoli elettrici in campo elettrico:

$$\begin{aligned} \vec{p} &\Leftrightarrow \vec{m} \\ \vec{M} = \vec{p}\times\vec{E} &\Leftrightarrow \vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} \\ U_p = -\vec{p}\cdot\vec{E} &\Leftrightarrow U_p = -\vec{m}\cdot\vec{B} \\ U_p = -pE\cos\theta &\Leftrightarrow U_p = -mM\cos\theta \end{aligned}$$

- **Campi magnetici prodotti da cariche in movimento**

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0}{2\,\pi}\frac{i}{r}\hat{t}\times\hat{r} \qquad \text{[Biot-Savart]} \\ d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}i\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} \qquad [1^a \text{ legge di Laplace}] \\ \vec{B}\Big|_q &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}q\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2} \end{aligned}$$

- **Dalla spira circolare al solenoide**

A) Al centro della spira di raggio R:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{i}{R}\hat{n}\,.$$

B) Lungo l'asse (z) per il centro della spira:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \,.$$

Limite per $|z| \gg R$ (e quindi $r \approx |z|$):

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 i R^2}{2|z|^3} \\ \rightarrow \vec{B}(z) &= \frac{\mu_0 i R^2}{2r^3}\hat{z} \\ &= \frac{\mu_0 i (2\Sigma)\hat{z}}{4\pi r^3}\,, \end{aligned}$$

ovvero (notare l'analogia con il dipolo elettrico!):

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,\vec{m}}{r^3} \iff \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{2\,\vec{p}}{r^3}\,,$$

con $\vec{m} = i\Sigma\hat{z}$.

C) Tante spire 'sovrapposte' di pari R e stessa i:
  → si sommano i contributi.

D) Limite di solenoide 'infinito':
  → B uniforme all'interno

$$B = \mu_0 n i \quad (\text{con } n = \#\text{spire}/l)$$

  → B nullo all'esterno.

Densità di energia magnetica

$$u_M = \frac{B^2}{2\,\mu_0} \qquad (\text{vale in generale!}).$$

- **Forza per unità di lunghezza fra fili paralleli rettilinei percorsi da corrente**

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi\, d}$$

(attrattiva se $\hat{t}_1 \uparrow\uparrow \hat{t}_2$, altrimenti repulsiva).

- **Effetto permeabilità magnetica relativa**

$$\mu_0 \longrightarrow \mu_0\,\kappa_m.$$

- **Teorema di Gauss per campo magnetico**

$\Phi(\vec{B}) = 0$ (linee di forza chiuse ↔ no monopoli)

- **Teorema di Ampère**

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_i i_i^{(\text{conc.})}$$

→ si recupera facilmente Biot-Savart;
→ all'interno di un conduttore cilindrico:

$$B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2} \quad (r \le R)\,;$$

→ si recupera facilmente solenoide infinito.

- **Legge di Faraday** (o Faraday-Henry, Faraday-Neuman o Faraday-Neuman-Lenz)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \;\Rightarrow\; \begin{cases} i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & (\text{chiuso}) \\ \Delta V = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & (\text{aperto}) \end{cases}$$

- **Autoinduzione e induttanza**

$$\mathcal{E}(=V_L) = -L\frac{di}{dt} \qquad (L \text{ in H})$$

- **Effetto di induttanza nei circuiti**
  – V_L come un generatore la cui tensione dipende da di/dt [analogo a condensatore, in cui ΔV_C dipendeva da $q(t)$];
  – solite regole dei circuiti ("Ohm e Kirchhoff");
  – circuito con **generatore in c.c.**, R, e L:
    → equazione diff. riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali con costante di tempo $\tau = L/R$;

Energia associata all'elemento circuitale L:

$$E_L = \frac{1}{2}\,L\,i^2\,,$$

la quale può essere associata al campo magnetico generato da i: → densità di energia u_M (vedi sopra).

- **Legge di Ampère-Maxwell** (i_s "corrente di spostamento")

$$\begin{aligned} \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \mu_0 i_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \\ &= \mu_0 i_c + \mu_0 i_S \end{aligned}$$

- **Riepilogo 4 equazioni basilari ('di Maxwell')**

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{E}) &= \frac{Q_{\text{tot}}}{\epsilon_0} \\ \Phi(\vec{B}) &= 0 \\ \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{s} &= -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \\ \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \mu_0 I_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \end{aligned}$$

- **Onde armoniche**:
  - equazione: $f(x,t) = A\,\cos(\omega\,t - k\,x)$;
  - periodicità: $T = 2\pi/\omega$; $\lambda = 2\pi/k$.
  - velocità: $v = \omega/k = \lambda/T \quad \rightarrow \quad \lambda\nu = v$.

- **Equazione di d'Alambert**:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

valida per generica $f(x,t) = g_1(x - v\,t) + g_2(x + v\,t)$.

- **Onde elettromagnetiche** (dalle eq. di Maxwell)
se l'onda si propaga lungo x, per le componenti $k = y, z$:

$$\frac{\partial^2 E_k}{\partial x^2} - \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{\partial^2 E_k}{\partial t^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 B_k}{\partial x^2} - \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{\partial^2 B_k}{\partial t^2} = 0$$

da cui

$$E_k = E_0 \cos(\omega\,t - k\,x), \qquad B_k = B_0 \cos(\omega\,t - k\,x)$$

- si propagano nel vuoto con velocità $|\vec{v}| = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}}$;
- E e B oscillano in fase, con $E/B = c$
- $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ortogonali e ortogonali a $\vec{v}$;
  $\Rightarrow$ $\vec{E} \times \vec{B}$ lungo $\vec{v}$;
- Densità di energia [J/m^3] (nota: $u_E = u_B\ \forall t$):

$$\begin{aligned} u = u_E + u_B &= \frac{1}{2}\,\epsilon_0\,E^2 + \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_0} \\ &= \epsilon_0\,E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \end{aligned}$$

- **Densità media** di energia [J/m^3]:

$$\overline{u} = \frac{1}{2}\,\epsilon_0\,E_0^2 = \epsilon_0\,E_{\text{eff}}^2$$

- **Potenza istantanea e media** su A [W]

$$\begin{aligned} P &= uAc \\ \overline{P} &= \overline{u}Ac \end{aligned}$$

- 'Intensità istantanea' e **intensità** [W/m^2]

$$\begin{aligned} I_{\text{ist}} = \frac{P}{A} &= uc = \epsilon_0 E^2 c = \frac{1}{\mu_0}\,EB \\ I = \frac{\overline{P}}{A} &= \overline{u}c = \frac{\epsilon_0}{2}cE_0^2 = \epsilon_0 c E_{\text{eff}}^2 \end{aligned}$$

- **Vettore di Poynting**

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\,\vec{E} \times \vec{B} \qquad [\vec{S} \uparrow\uparrow \vec{v}] \\ S = |\vec{S}| &= \frac{1}{\mu_0}\,EB = I_{ist} \\ \overline{S} &= I\,. \end{aligned}$$

- **Quantità di moto e pressione di radiazione** P

$$\begin{aligned} p &= \frac{U}{c} \qquad \text{[Energia su } c\text{]} \\ P = \frac{\Delta p/\Delta t}{\Sigma} &= \overline{u} \ = \frac{I}{c} = \frac{\overline{S}}{c} \quad \text{[se assorbita]} \\ &= 2\,\overline{u} = 2\frac{I}{c} = 2\frac{\overline{S}}{c} \ \text{[se riflessa].} \end{aligned}$$

- **Riflessione e rifrazione**
L'indice di rifrazione di un materiale è (v velocità dell'onda nel materiale, c nel vuoto)

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

Quando un'onda (λ_0 nel vuoto) entra in un mezzo con indice n la lunghezza d'onda varia,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \to k = nk_0$$

Relazioni tra gli angoli di incidenza (θ_i), riflessione (θ_r) e rifrazione (θ_t):

$$\theta_i = \theta_r, \qquad n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

Angolo limite quando $n_1 > n_2$:

$$\sin\theta_0 = \frac{n_2}{n_1}.$$

- **Interferenza** (esperimento di Young con d distanza fra le fenditure, L distanza tra fenditure e schermo)
Differenza di fase fra le due onde:

$$\delta = kd\sin\theta = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

Posizione di massimi e minimi della figura di interferenza (m intero):

$$\sin\theta_{\text{max}} = m\frac{\lambda}{d}, \qquad \sin\theta_{\text{min}} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

Distanza fra due massimi consecutivi:

$$p = \frac{\lambda L}{d}$$

Intensità della figura di interferenza (I_0 intensità della singola sorgente):

$$I(\theta) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right),$$

Intensità in funzione della distanza dal centro dello schermo:

$$I(x) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\frac{x}{L}\right).$$

- **Diffrazione** (da fenditura di larghezza a)
Posizione del minimo di diffrazione di ordine m:

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

Intensità della figura di diffrazione:

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{\sin(\pi a \sin\theta/\lambda)}{\pi a \sin\theta/\lambda}\right]^2.$$

- **Costanti varie**

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12}\,\text{N}^{-1}\cdot\text{C}^2\cdot\text{m}^{-2} \\ q_e &= -1\,e = -1.602 \times 10^{-19}\text{C} \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7}\,\text{T}\cdot\text{m/A} \quad \text{[o H/m]} \\ m_e &= 9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg} \\ m_p &= 1.673 \times 10^{-27}\,\text{kg} \approx 1836 \times m_e \\ c &= 3.00 \times 10^8\,\text{m/s} \\ h &= 6.63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s} \end{aligned}$$