Esercizio 7.8 2)

Si utilizzi il Pumping Lemma per i linguaggi regolari per dimostrare che il seguente linguaggio non è regolare:

$$L=\{w\in X^* \mid w= a^n b^m c^k,\ n>k,\ k,m,n>0\}$$

Per assurdo, se L fosse regolare, per il Teorema di Kleene esisterebbe M FSA, $M=(Q, \delta, q_0, F)$: $T(M)=L$.

$|Q|=p$, $p>0$

Scelgo $z\in L=T(M)$, $|z|>=|Q|$

$$z= a^{(p+1)}bc^p \qquad (n=p+1 > k=p)$$

Considero la computazione $\delta^*(q_0, z)$.

1°passo di computazione	$\delta^*(q_0, a)=q_{z1}$
2°passo di computazione	$\delta^*(q_0, aa)=q_{z2}$
3°passo di computazione	$\delta^*(q_0, aaa)=q_{z3}$

…

p-esimo di computazione	$\delta^*(q_0, a^p)=q_{zp}$

Ma avremmo p+1 stati distinti: q_0, q_{z1}, q_{z2},…q_{zp}
mentre $|Q|=p$.
Dunque, 2 stati devono coincidere, ossia esiste un ciclo nel diagramma di transizione di M.
Formalmente
$\exists\ i,j,\ 0<=i<j<p$: $q_{zi}=q_{zj}$

Posso scrivere:

$z=uvw$, dove	$u=a^i$,	$v=a^{(j-i)}$,	$w=a^{(p+1-j)}bc^p$

Considero la (3) del Teorema *uvw* con i=0:

$uv^0w= a^i\ \lambda\ a^{(p+1-j)}bc^p = a^{(p+1-(j-i))}bc^p$

$uv^0w \notin L$ *Contraddizione*.

Dunque, L non è un linguaggio regolare.