

5.7 Esercizi.

Esercizio 5.3 (c)

Si utilizzi la proprietà di chiusura della classe dei linguaggi non contestuali rispetto all'operazione di unione per dimostrare che ciascuno dei seguenti linguaggi è non contestuale:

$$L = \{a,b\}^* - \{w \in X^* \mid w = a^i b^i, i \geq 0\}$$

L è il complemento di $L' = \{w \in X^* \mid w = a^i b^i, i \geq 0\}$

L' è di tipo 2 ed una grammatica che genera L' è $G' : S' \rightarrow \lambda \mid aS'b$

La classe dei linguaggi di tipo 2 non è chiusa rispetto al complemento, quindi se L' è di tipo 2 non possiamo affermare che il suo complemento, ovvero L , sia di tipo 2

Procediamo come suggerito dalla traccia.

$$L = \{a,b\}^* - \{w \in X^* \mid w = a^i b^i, i \geq 0\}$$

$$L = L_1 \cup L_2$$

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \in X^* \mid ba \text{ è una sottostringa di } w\} = \{w \in X^* \mid w = \alpha ba \beta, \alpha, \beta \in X^*\} \\ &= X^* \cdot \{ba\} \cdot X^* = X^* \cdot \{b\} \cdot \{a\} \cdot X^* \end{aligned}$$

L_1 è di tipo 3 perché concatenazione di quattro linguaggi di tipo 3 e dunque è anche di tipo 2 per il teorema della gerarchia di Chomsky.

$L_2 = \{w \in X^* \mid w = a^i b^j, i \neq j, i, j \geq 0\}$. Abbiamo dimostrato nell'esercizio 5.3 (a) che tale linguaggio è di tipo 2.

Poiché la classe di linguaggi di tipo 2 è chiusa rispetto all'operazione di unione ne consegue che L è di tipo 2.