Esercizio 12 p.232

Siano dati i seguenti linguaggi:
$L_1 = S((ab)^*)$ ed $L_2 = S(a(ba+a)^*)$
Costruire un FSA M tale che $T(M) = L_1 \cup L_2$.

Descriviamo $L_1 \cup L_2 = S((ab)^*) \cup S(a(ba+a)^*) = (S(ab))^* \cup S(a)\, S((ba+a)^*) = \{ab\}^* \cup \{a\}\{ba, a\}^*$ $= \{\lambda,\ a,\ aa,\ ab, ba \ldots\}$

Determiniamo una grammatica G_1 tale che $L(G_1)=L_1$.
Consideriamo

$L'_1 = \{ab\}$		G'_1: $S'_1 \to aA,\ A \to b$

Applichiamo il teorema di chiusura della classe di linguaggi lineari destri rispetto all'iterazione:

G_1: $S_1 \to \lambda, S'_1 \to aA,\ A \to b,$ $S_1 \to aA,\ A \to bS_1$ per cui si ha **G_1: $S_1 \to \lambda \mid aA,\ A \to b \mid bS_1$** ($S'_1$ è un nonterminale inutile)	tale che $L(G_1) = L_1$

Determiniamo una grammatica G_2 tale che $L(G_2) = L_2$.
Consideriamo

$L'_2 = \{a\}$		G'_2: $S'_2 \to a$
$L''_2 = \{ba, a\}^*$		Applico nuovamente il teorema di chiusura della classe di linguaggi lineari destri rispetto all'iterazione.

Innanzitutto determino una grammatica G_3 per $L_3 = \{ba, a\}$:
G_3: $S_3 \to a \mid bB,\ B \to a$

Posso ora applicare nuovamente il teorema di chiusura della classe di linguaggi lineari destri rispetto all'iterazione:
G''_2: $S''_2 \to \lambda,\ S_3 \to a \mid bB,\ B \to a,\ S''_2 \to a \mid bB,\ S_3 \to aS''_2,\ B \to aS''_2,\ S''_2 \to aS''_2$
tale che $L(G''_2) = L''_2 = \{ba,a\}^*$
Osserviamo che S_3 è un nonterminale inutile per cui possiamo semplificare G''_2 ottenendo:
G''_2: $S''_2 \to \lambda \mid a \mid bB \mid aS''2,\ B \to a \mid a\, S''_2,$
Posso ora determinare G_2 applicando la proprietà costruttiva della dimostrazione del teorema di chiusura della classe di linguaggi lineari destri rispetto alla concatenazione in quanto $L_2 = \{a\}\{ba, a\}^* = L'_2\ L''_2$

G_2 : $S'_2 \to aS''_2,\ S''_2 \to \lambda \mid a \mid bB \mid aS''_2,\ B \to a \mid aS''_2$

Determiniamo infine una grammatica G tale che $L(G)=L_1 \cup L_2$.
Applichiamo allo scopo la parte costruttiva del teorema di chiusura della classe di linguaggi lineari destri rispetto all'unione:
G: $S \to \lambda \mid aA \mid aS''_2,\ S_1 \to \lambda \mid aA,\ A \to b \mid bS_1,\ S'_2 \to aS''_2,\ S''_2 \to \lambda \mid a \mid bB \mid aS''_2,\ B \to a \mid aS''_2$
tale che $L(G)=L_1 \cup L_2$.

Osserviamo che S'$_2$ è un nonterminale inutile per cui possiamo semplificare *G*:

G: S-> $\lambda|aA|aS''_2$, $S_1 \rightarrow \lambda|aA$, $A \rightarrow b|bS_1$, $S''_2 \rightarrow \lambda|a|bB|aS''_2$, $B \rightarrow a|aS''_2$,

Applichiamo l'Algoritmo 7.1 che costituisce la parte costruttiva del Teorema di Kleene per definire un FSA *M* tale che T(*M*)=$L_1 \cup L_2$.

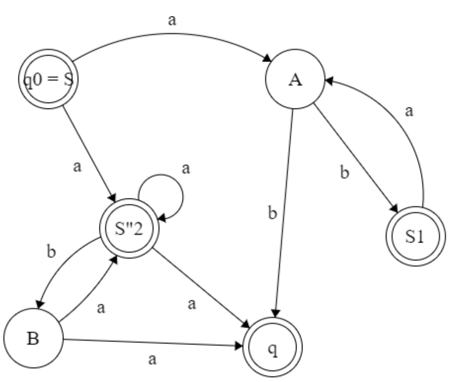
$$M = (Q, \delta, q_0, F)$$

$Q= V \cup \{q\} = \{S, A, S''_2, S_1, B, q\}$

$F= \{q\} \cup \{S, S_1, S''_2\}$

$q_0 =$ S

S -> aA	dà luogo a	$A \in \delta(S, a)$
S-> aS''_2	dà luogo a	$S''_2 \in \delta(S, a)$
S_1-> aA	dà luogo a	$A \in \delta(S_1, a)$
$A \rightarrow b$	dà luogo a	$q \in \delta(A, b)$
$A \rightarrow bS_1$	dà luogo a	$S_1 \in \delta(A, b)$
S''_2-> a	dà luogo a	$q \in \delta(S''_2, a)$
S''_2-> bB	dà luogo a	$B \in \delta(S''_2, b)$
S''_2-> aS''_2	dà luogo a	$S''_2 \in \delta(S''_2, a)$
B-> a	dà luogo a	$q \in \delta(B, a)$
B-> aS''_2	dà luogo a	$S''_2 \in \delta(B, a)$



Per esercizio: costruire il diagramma di transizione dell'FSA M' equivalente (applicando l'Algoritmo che costituisce la parte costruttiva del teorema di equivalenza delle classi di linguaggi a stati finiti deterministici e non deterministici) ad M.