Esempio 7.1 pag.184

a) $\mathrm{R} = \ ba^*$

Determinare una grammatica di tipo 3 *G* corretta per il linguaggio denotato dall'espressione regolare *R*, ossia tale che *L*(*G*)=*S*(*R*).

Costruire un automa a stati finiti deterministico *M* con funzione δ totale che riconosce il linguaggio denotato dall'espressione regolare *R*, ossia tale che *T*(*M*)=*S*(*R*).

Descriviamo il linguaggio *S*(*R*) denotato dall'espressione regolare *R*.

$$\mathrm{S}(ba^*) = \mathrm{S}(b) \cdot \mathrm{S}(a^*) = \mathrm{S}(b) \cdot \left(\mathrm{S}(a)\right)^* = \{b\} \cdot \{a\}^*$$

Dunque il linguaggio S(R) denotato dall'espressione regolare *R* è

$$S(R) = \{w \in X^* | w = ba^n,\ n \geq 0\}, \quad \text{con } X = \{a, b\}$$

$S(R)$ può essere riguardato come concatenazione di due linguaggi:

$$L = L_1 L_2, \quad L_1 = \{b\}, \quad L_2 = \{a\}^*$$

$$G_1 = (X, \{S_1\}, S_1, \{S_1 \to b\})$$

$$G_2 = (X, \{S_2\}, S_2, \{S_2 \to \lambda | aS_2\})$$

L_2 potrebbe, a sua volta, essere riguardato come iterazione del linguaggio $\{a\}$, ma per brevità e per semplicità del linguaggio evitiamo di applicare il teorema di chiusura di $\mathcal{L}_3$ rispetto all'iterazione.

Osserviamo che le due grammatiche G_1 e G_2 sono di tipo 3 per cui, per il teorema di chiusura di $\mathcal{L}_3$ rispetto alla concatenazione, la grammatica *G* corretta per L fornita dalla dimostrazione costruttiva del teorema, è ancora una grammatica di tipo 3

$$G = (X, \{S_1, S_2\}, S_1, P)$$

le cui produzioni sono:

$$P = \{S_1 \to bS_2,\ S_2 \to \lambda | aS_2\}$$

Costruiamo ora un automa a stati finiti deterministico *M* con funzione δ totale tale che *L*=*T*(*M*).

$$M = (Q, \delta,\ q_0, F)$$

Definiamo δ.

Notiamo che $\lambda \notin L$, per cui $\delta^*(q_0, \lambda) = q_0 \notin F$

Se *M* , trovandosi nello stato iniziale q_0, legge *a* come primo simbolo deve rigettare la parola in quanto nessuna parola con prefisso *a* appartiene al linguaggio *L*, per cui introduciamo un nuovo stato q_1, $q_1 \notin F$, in cui *M* transita leggendo *a*:

$$\delta(q_0, a) = q_1$$

e che fungerà da stato pozza:

$$\delta(q_1, a) = q_1$$

$$\delta(q_1, b) = q_1$$

Se *M*, trovandosi nello stato iniziale q_0, legge *b* come primo simbolo, *M* transita in uno stato finale che denotiamo con q_2:

$$\delta(q_0, b) = q_2$$

Se *M*, trovandosi nello stato q_2, legge *a*, la parola letta è ancora una parola del linguaggio, per cui:

$$\delta(q_2, a) = q_2$$

Se *M*, trovandosi nello stato q_2, legge *b*, deve rigettare la parola per cui *M* transita nello stato pozza q_1:

$$\delta(q_2, b) = q_1$$

L'automa a stati finiti deterministico *M* con funzione δ totale risulta dunque definito dalla quadrupla:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

ove δ è la funzione di transizione totale definite sulla base di quanto osservato in precedenza come segue:

$$\delta(q_0, a) = q_1 \qquad \delta(q_0, b) = q_2$$

$$\delta(q_1, a) = q_1 \qquad \delta(q_1, b) = q_1$$

$$\delta(q_2, a) = q_2 \qquad \delta(q_2, b) = q_1$$

Il diagramma di transizione di *M* è dunque: