

Esercizio 7.9

$$L = \{w \in X^* \mid w = a^n b^m c^k, m > k, k, m, n > 0\}$$

Per assurdo, se L fosse regolare, per il Teorema di Kleene esisterebbe M FSA, $M = (Q, \delta, q_0, F)$: $T(M) = L$.

$$|Q| = p, p > 0$$

Scelgo $z \in L = T(M)$, $|z| \geq |Q|$

$$z = a b^{(p+1)} c^p \quad (m = p+1 > k = p)$$

Considero la computazione $\delta^*(q_0, z)$.

1° passo di computazione	$\delta^*(q_0, a) = q_0$
2° passo di computazione	$\delta^*(q_0, ab) = q_{z1}$
3° passo di computazione	$\delta^*(q_0, abb) = q_{z2}$

...

p-esimo di computazione	$\delta^*(q_0, ab^p) = q_{zp}$
-------------------------	--------------------------------

Ma avremmo $p+1$ stati distinti: $q_0, q_{z1}, q_{z2}, \dots, q_{zp}$ mentre $|Q| = p$.

Dunque 2 stati devono coincidere, ossia esiste un ciclo nel diagramma di transizione di M .

Formalmente

$$\exists i, j, 1 \leq i < j \leq p: q_{zi} = q_{zj}$$

Posso scrivere:

$z = uvw$, dove	$u = ab^i$,	$v = b^{(j-i)}$,	$w = b^{(p+1-j)} c^p$
------------------	--------------	-------------------	-----------------------

Considero la (3) con $i=0$:

$$u v^0 w = ab^0 \wedge b^{(p+1-j)} c^p = ab^{(p+1-(j-i))} c^p$$

$$\#(b, u v^0 w) = p+1-(j-i)$$

$$\#(c, u v^0 w) = p$$

e dunque

$$\#(b, u v^0 w) = p + 1 - (j - i) \leq p = \#(c, u v^0 w)$$

$$\neg (u v^0 w \in T(M) = L) \text{ Contraddizione.}$$

Possiamo dunque concludere che L non è regolare.