# 1 Il Potenziale Elettrico

## 1.1 Introduzione

Il potenziale elettrico (generalmente indicato con la lettera V) è una grandezza scalare fondamentale nello studio dei fenomeni elettrostatici. Esso viene introdotto per fornire una descrizione alternativa e spesso più semplice delle interazioni elettriche rispetto al campo elettrico ( $\mathbf{E}$ ), che è una grandezza vettoriale. Concettualmente, il potenziale elettrico in un punto dello spazio rappresenta l'energia potenziale elettrica per unità di carica posseduta da una carica di prova posta in quel punto.

# 1.2 Analogia con la Deformazione Spaziale

Richiamando concetti precedenti, le cariche elettriche generano una "deformazione" nello spazio circostante. Le cariche positive possono essere visualizzate come "collinette" o "alture", mentre le cariche negative come "buche" o "depressioni". Se il campo elettrico ( $\mathbf{E}$ ) descrive la **pendenza** (e la direzione di massima pendenza) di queste deformazioni, il potenziale elettrico (V) ne descrive l'altezza (per le cariche positive) o la **profondità** (per le cariche negative) rispetto a un livello di riferimento.

# 1.3 Vantaggi del Potenziale Elettrico

L'utilizzo del potenziale elettrico offre diversi vantaggi rispetto al campo elettrico:

- Scalarità: Essendo una grandezza scalare, il potenziale è definito da un solo numero in ogni punto dello spazio. Questo semplifica notevolmente i calcoli, specialmente quando si devono sovrapporre gli effetti di più cariche (si esegue una somma algebrica dei potenziali, anziché una somma vettoriale dei campi).
- 2. **Visualizzazione Intuitiva:** L'idea di "altezza" o "livello energetico" associata al potenziale è spesso più facile da concettualizzare rispetto alla pendenza vettoriale del campo.
- 3. Semplicità Matematica: In molte situazioni, determinare il potenziale e da esso ricavare il campo elettrico (tramite operazioni di derivazione) è matematicamente meno complesso che calcolare direttamente il campo elettrico.

#### 1.4 Regola Fondamentale del Movimento delle Cariche

Il comportamento delle cariche in un campo di potenziale segue una regola intuitiva:

- Le cariche positive tendono spontaneamente a muoversi da punti a potenziale elettrico maggiore verso punti a potenziale elettrico minore (cioè "scendono" lungo il pendio del potenziale, seguendo le linee di campo elettrico).
- Le cariche negative tendono spontaneamente a muoversi da punti a potenziale elettrico minore verso punti a potenziale elettrico maggiore (cioè "risalgono" il pendio del potenziale, in direzione opposta alle linee di campo elettrico).

# 1.5 Unità di Misura

L'unità di misura del potenziale elettrico nel Sistema Internazionale è il Volt (V). Dimensionalmente, 1 V è pari a 1 J/C (1 V = 1 J/C).

# 1.6 Indeterminazione del Potenziale e Significato Fisico della Differenza di Potenziale

Il valore assoluto del potenziale elettrico in un punto è definito a meno di una costante additiva (C). Questo significa che possiamo scegliere arbitrariamente il punto in cui il potenziale è nullo (spesso si pone V=0 all'infinito per distribuzioni di carica localizzate). Ciò che ha un significato

fisico intrinseco e univoco è la differenza di potenziale (d.d.p.) o tensione tra due punti, indicata con  $\Delta V$ . La  $\Delta V$  tra due punti A e B è indipendente dalla scelta della costante C (poiché si annulla nella sottrazione). Le cariche si muovono a causa delle differenze di potenziale.

# Formule del Potenziale Elettrico per Configurazioni Comuni

1. Carica Puntiforme (Q) Il potenziale V generato da una carica puntiforme Q a una distanza R dalla carica stessa è:

$$V(R) = k\frac{Q}{R} + C \tag{1}$$

dove  $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$  è la costante di Coulomb e  $\varepsilon_0$  è la permittività elettrica del vuoto. • Q: valore della carica (con il suo segno).

- R: distanza dal punto di osservazione alla carica.
- C: costante additiva, solitamente posta a 0 scegliendo  $V(\infty) = 0$ .

*Importante*: A differenza del campo elettrico  $(\mathbf{E} = k \frac{|Q|}{R^2})$ , nel potenziale non si usa il valore assoluto della carica Q e la distanza R non è al quadrato.

- 2. Sfera Conduttrice Carica (carica totale Q, raggio  $R_{\text{sfera}}$ )
  - Esterno alla sfera  $(R > R_{sfera})$ : Il potenziale è identico a quello di una carica puntiforme Q posta al centro della sfera:

$$V(R) = k \frac{Q}{R}$$
 (assumendo  $C = 0$ ) (2)

dove R è la distanza dal centro della sfera.

• Interno alla sfera ( $R \leq R_{sfera}$ ): Il potenziale è costante e uguale al valore che assume sulla superficie della sfera:

$$V(R) = k \frac{Q}{R_{\text{sfera}}}$$
 (assumendo  $C = 0$ ) (3)

- 3. Sfera Isotropica Uniformemente Carica (Dielettrico) (carica totale Q, raggio
  - Esterno alla sfera ( $R > R_{sfera}$ ): Identico alla sfera conduttrice e alla carica puntiforme:

$$V(R) = k \frac{Q}{R}$$
 (assumendo  $C = 0$ ) (4)

• Interno alla sfera ( $R \leq R_{sfera}$ ): Il potenziale varia con la distanza r dal centro secondo una legge parabolica. Una forma comune (assumendo  $V(\infty) = 0$ ) è:

$$V(r) = \frac{kQ}{2R_{\text{sfera}}^3} (3R_{\text{sfera}}^2 - r^2)$$

$$\tag{5}$$

Al centro (r=0),  $V(0)=\frac{3}{2}\frac{kQ}{R_{\rm sfera}}$ . Sulla superficie  $(r=R_{\rm sfera})$ ,  $V(R_{\rm sfera})=\frac{kQ}{R_{\rm sfera}}$ . 4. Piastra Piana Infinita Uniformemente Carica (densità superficiale di carica  $\sigma$ )

Il potenziale a una distanza R dalla piastra (assumendo la piastra sul piano xy e R lungo z) è:

$$V(R) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}R + C \tag{6}$$

- $\sigma$ : densità superficiale di carica (C/m<sup>2</sup>), con il suo segno.
- R: distanza dalla piastra.
- C: costante additiva, il cui valore dipende dalla scelta del punto di riferimento per

Il potenziale varia linearmente con la distanza dalla piastra.

- 5. Condensatore a Piastre Piane e Parallele (Due piastre di segno opposto) Considerando due piastre parallele con densità di carica  $+\sigma$  e  $-\sigma$ , poste a una distanza d.
  - Esterno alle piastre:  $V \approx 0$  (assumendo effetti di bordo trascurabili e simmetria).
  - Tra le piastre: Se si sceglie V=0 sulla piastra positiva e R è la distanza dalla piastra positiva verso quella negativa:

$$V(R) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R\tag{7}$$

La differenza di potenziale tra le piastre è:

$$\Delta V = |V_{\text{negativa}} - V_{\text{positiva}}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$
 (8)

6. Filo Rettilineo Infinito Uniformemente Carico (densità lineare di carica  $\lambda$ ) (per approfondimenti universitari) Il potenziale a una distanza radiale R dal filo è:

$$V(R) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln(R) + C \tag{9}$$

- $\lambda$ : densità lineare di carica (C/m), con il suo segno.
- ln(R): logaritmo naturale della distanza R dal filo.
- C: costante additiva. Per fili infiniti, non si può porre  $V(\infty) = 0$  a causa della divergenza logaritmica. Si definisce solitamente il potenziale rispetto a una distanza di riferimento  $R_0$ .

# 1.8 Relazione tra Campo Elettrico e Potenziale Elettrico

1. Dal Campo Elettrico al Potenziale: La differenza di potenziale  $\Delta V$  tra due punti A e B è l'opposto dell'integrale di linea del campo elettrico **E** lungo un qualsiasi percorso che connette A e B:

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_A^B E \cos(\phi) \, dl$$
 (10)

dove dl è un elemento infinitesimo del percorso e  $\phi$  è l'angolo tra  ${\bf E}$  e dl.

2. Dal Potenziale Elettrico al Campo Elettrico: Il campo elettrico può essere ottenuto dal potenziale tramite l'operatore gradiente, cambiato di segno:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{11}$$

In una dimensione (es. lungo l'asse x), questo si semplifica a:

$$E_x = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \tag{12}$$

In tre dimensioni, le componenti del campo sono:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \tag{13}$$

$$E_y = -\frac{\partial \widetilde{V}}{\partial y} \tag{14}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \tag{15}$$

dove  $\partial/\partial x$ ,  $\partial/\partial y$ ,  $\partial/\partial z$  sono le derivate parziali. Il campo elettrico punta nella direzione in cui il potenziale diminuisce più rapidamente.

# 1.9 Energia Potenziale Elettrica e Differenza di Potenziale

La relazione fondamentale che lega la variazione di energia potenziale elettrica  $\Delta U$  di una carica Q alla differenza di potenziale  $\Delta V$  che essa attraversa è:

$$\Delta U = Q \cdot \Delta V \tag{16}$$

Da cui si ricava che la differenza di potenziale  $\Delta V$  può essere interpretata come la variazione di energia potenziale per unità di carica:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{Q} \tag{17}$$

Questa relazione è cruciale per analizzare il lavoro compiuto dalle forze elettriche e le variazioni di energia cinetica delle cariche in un campo elettrico.

# 1.10 Esempio Applicativo

Consideriamo due piastre piane parallele con densità superficiale di carica  $\sigma = 4\,\mathrm{nC/m^2}$ , distanti  $d=4\,\mathrm{m}$ . Una carica positiva (es. una paperella carica  $Q=2\,\mathrm{nC}$ ) si trova inizialmente a  $R_1=1\,\mathrm{m}$  dalla piastra positiva. Assumendo V=0 sulla piastra positiva, il potenziale nel punto R (distanza dalla piastra positiva) è  $V(R)=-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R$ .

1. Potenziale nel punto iniziale della paperella  $(R_1 = 1 \text{ m})$ :

$$V_1 = -\frac{4 \times 10^{-9} \,\mathrm{C/m^2}}{8,854 \times 10^{-12} \,\mathrm{F/m}} \cdot 1 \,\mathrm{m} \approx -451,7 \,\mathrm{V}$$
 (18)

2. La paperella, essendo positiva, si muoverà verso potenziale minore, quindi verso la piastra negativa. Supponiamo che si sposti fino a  $R_2 = 2$  m (metà strada). Potenziale nel punto finale ( $R_2 = 2$  m):

$$V_2 = -\frac{4 \times 10^{-9} \,\mathrm{C/m^2}}{8.854 \times 10^{-12} \,\mathrm{F/m}} \cdot 2 \,\mathrm{m} \approx -903.4 \,\mathrm{V}$$
 (19)

3. Differenza di potenziale attraversata dalla paperella:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \approx -903.4 \,\text{V} - (-451.7 \,\text{V}) \approx -451.7 \,\text{V}$$
 (20)

4. Variazione di energia potenziale della paperella:

$$\Delta U = Q \cdot \Delta V = (2 \times 10^{-9} \,\mathrm{C}) \cdot (-451,7 \,\mathrm{V}) \approx -9,034 \times 10^{-7} \,\mathrm{J}$$
 (21)

L'energia potenziale diminuisce, il che significa che questa energia si trasforma in energia cinetica (se non ci sono altre forze).

#### 1.11 Conclusioni

Il potenziale elettrico è uno strumento potente e versatile per l'analisi dei sistemi elettrostatici. La sua natura scalare e la sua diretta correlazione con l'energia potenziale lo rendono particolarmente utile in molti contesti, dalla fisica di base all'ingegneria elettrica. La comprensione delle sue diverse formulazioni per varie distribuzioni di carica e la sua relazione con il campo elettrico sono essenziali per una padronanza approfondita dell'elettromagnetismo.

# 2 Corrente Elettrica e Modello di Drude

## 2.1 Introduzione alla Corrente Elettrica

Mentre l'elettrostatica si occupa delle cariche elettriche in quiete, lo studio della corrente elettrica si focalizza sulle cariche in movimento. Tecnicamente, qualsiasi carica in movimento costituisce una corrente (e.g., un elettrone orbitante attorno a un nucleo atomico). Tuttavia, l'interesse primario in questo contesto è rivolto al movimento ordinato di cariche all'interno di conduttori, tipicamente fili metallici, che formano i circuiti elettrici.

Per definire una corrente elettrica, non è sufficiente un moto casuale di cariche. È necessario uno **spostamento complessivo netto** delle cariche in una direzione privilegiata.

• Analogia Idraulica: Un lavandino pieno d'acqua con il tappo inserito può presentare moti interni (vortici, agitazione), ma non vi è una corrente netta. Solo rimuovendo il tappo (aprendo un percorso) si osserva un flusso d'acqua complessivo verso lo scarico, che rappresenta la corrente.

I circuiti elettrici possono essere paragonati a sistemi di tubature, dove i fili sono i tubi e le cariche elettriche sono l'acqua.

# 2.2 Definizione Formale della Corrente Elettrica (i)

L'intensità di corrente elettrica (i) è definita come la quantità di carica (Q) che attraversa una sezione trasversale di un conduttore nell'unità di tempo  $(\Delta t)$ . Formula:

$$i = \frac{Q}{\Delta t} \tag{22}$$

L'unità di misura della corrente elettrica nel Sistema Internazionale è l'**Ampère** (A). Un Ampère corrisponde al passaggio di un Coulomb di carica al secondo (1 A = 1 C/s).

## 2.3 Convenzione sul Verso della Corrente

Storicamente, quando i fenomeni elettrici iniziarono ad essere studiati (XIX secolo), la natura microscopica dei portatori di carica non era nota. Si assunse per convenzione che la corrente fosse dovuta al moto di cariche positive. Successivamente, con la scoperta dell'elettrone da parte di J.J. Thomson, si comprese che nei conduttori metallici i portatori di carica sono gli elettroni, che possiedono carica negativa. Questa scoperta comporta una discrepanza:

- Verso convenzionale della corrente: È definito come il verso in cui si muoverebbero le cariche positive. Nei circuiti, questo corrisponde al flusso dal polo positivo al polo negativo di un generatore.
- Verso reale del moto degli elettroni: Essendo cariche negative, gli elettroni si muovono dal polo negativo (dove sono respinti) al polo positivo (dove sono attratti) del generatore, quindi in verso opposto a quello convenzionale.

Nonostante questa apparente contraddizione, la **convenzione del verso positivo della corrente è universalmente mantenuta** negli studi dei circuiti elettrici. Tutti i calcoli e le leggi (come la legge di Ohm) si basano su questa convenzione.

# 2.4 Il Modello Microscopico: Il Modello di Drude

Un filo conduttore non è un canale vuoto. È costituito da un reticolo cristallino di ioni positivi (atomi del metallo che hanno perso elettroni di valenza), tra i quali si muovono gli elettroni liberi (elettroni di conduzione). Il **modello di Drude** (proposto da Paul Drude nel 1900) descrive il moto degli elettroni in un metallo come segue:

• Gli ioni positivi del reticolo sono considerati ostacoli fissi.

- Gli elettroni di conduzione si muovono caoticamente all'interno del metallo, urtando frequentemente contro questi ioni.
- In assenza di un campo elettrico esterno, il moto caotico non produce una corrente netta.
- Quando viene applicata una differenza di potenziale, si sovrappone al moto caotico un lento moto d'insieme degli elettroni in direzione opposta al campo elettrico (essendo cariche negative).

# 2.5 Velocità di Deriva $(v_d)$

A causa delle continue collisioni con gli ioni del reticolo, la velocità netta di avanzamento degli elettroni lungo il conduttore, chiamata **velocità di deriva**  $(v_d)$ , è sorprendentemente bassa. La velocità di deriva è data dalla formula:

$$v_d = \frac{i}{n \cdot e \cdot A} \tag{23}$$

dove:

- *i* è l'intensità di corrente (A)
- n è la densità dei portatori di carica (numero di elettroni di conduzione per unità di volume,  $1/m^3$ ). Dipende dal materiale.
- e è la carica elementare (valore assoluto della carica dell'elettrone, circa  $1,602 \times 10^{-19}$  C)
- A è l'area della sezione trasversale del conduttore (m<sup>2</sup>)

Tipicamente, la velocità di deriva è dell'ordine di qualche centimetro o millimetro al secondo.

# 2.6 Il Paradosso della "Velocità del Segnale"

La bassa velocità di deriva degli elettroni contrasta con l'esperienza quotidiana: ad esempio, una lampadina si accende quasi istantaneamente quando si preme l'interruttore, anche se questo è distante. La spiegazione risiede nel fatto che il filo conduttore è già completamente pieno di elettroni liberi. Quando l'interruttore viene chiuso, il campo elettrico si propaga lungo il filo a una velocità prossima a quella della luce. Questo campo mette in moto quasi simultaneamente tutti gli elettroni liberi lungo il circuito. Pertanto, gli elettroni vicini alla lampadina iniziano a muoversi e ad attraversarla quasi subito, causando l'accensione, anche se i singoli elettroni partiti dall'interruttore impiegheranno molto tempo per raggiungere la lampadina. È il segnale elettrico (la propagazione del campo elettrico) ad essere veloce, non i singoli portatori di carica.

# 2.7 Generatori di Tensione e Corrente (Forza Elettromotrice)

Per mantenere un flusso di cariche (corrente) in un circuito, è necessario un dispositivo che fornisca l'energia per spingerle: un **generatore**.

• Analogia Idraulica: Una pompa idraulica che solleva l'acqua, creando una differenza di altezza (dislivello), permette all'acqua di scorrere.

Nei circuiti elettrici, l'equivalente della "differenza di altezza" è la **differenza di potenziale** ( $\Delta V$ ), chiamata anche **tensione** o **voltaggio**. La differenza di potenziale fornita da un generatore è chiamata **Forza Elettromotrice** (**f.e.m.**), indicata con  $\mathcal{E}$  o f.e.m. **Attenzione**: Nonostante il nome, la f.e.m. **non è una forza** nel senso meccanico del termine, ma rappresenta un lavoro per unità di carica, e si misura quindi in **Volt** (V).

I generatori possono essere di due tipi principali in base a ciò che mantengono costante:

1. Generatori di Tensione (o di f.e.m.): Mantengono una differenza di potenziale (f.e.m.) costante ai loro capi, mentre la corrente erogata può variare in base al circuito collegato. Il simbolo circuitale tipico è costituito da due barre parallele di diversa lunghezza (la più lunga è il polo positivo +, la più corta il negativo -).

2. Generatori di Corrente: Mantengono una corrente costante nel circuito, mentre la differenza di potenziale ai loro capi può variare. Il simbolo circuitale tipico è un cerchio con una freccia all'interno che indica il verso della corrente.

In caso di più generatori in un circuito, se sono in "conflitto" (tendono a spingere la corrente in versi opposti), prevarrà il generatore con la f.e.m. maggiore.

# 2.8 Generatori in Corrente Continua (CC/DC) e Alternata (CA/AC)

Sia i generatori di tensione che quelli di corrente possono operare in due modalità:

- Corrente Continua (CC o DC Direct Current): Il generatore fornisce una f.e.m. o una corrente che è costante nel tempo e ha un verso fisso. Questa è la modalità tipica delle batterie.
- Corrente Alternata (CA o AC Alternating Current): Il generatore fornisce una f.e.m. o una corrente il cui valore e/o verso variano periodicamente nel tempo, tipicamente in modo sinusoidale. L'energia elettrica fornita dalle prese domestiche è in corrente alternata.
  - Analogia: La corrente continua è come elettroni che si muovono in modo relativamente costante in una direzione (come persone bendate che corrono in un bosco). La corrente alternata è come se questi elettroni fossero sottoposti a una spinta che cambia continuamente direzione e intensità (come persone bendate in un bosco sottoposte a un "interval training" con cambi di direzione).

I circuiti in corrente alternata hanno un comportamento più complesso rispetto a quelli in corrente continua e permettono applicazioni diverse.

# 3 Analisi dei Concetti Fondamentali dei Circuiti in Corrente Continua: Leggi di Ohm e Combinazioni di Resistori

# 3.1 Introduzione ai Circuiti Elettrici e ai Componenti

#### 3.1.1 Concetti Fondamentali

Un circuito elettrico può essere concettualizzato come un percorso chiuso attraverso il quale fluisce la carica elettrica. Questo flusso di carica è definito **corrente elettrica** (I), misurata in Ampere (A). La forza motrice dietro questa corrente è la **differenza di potenziale** ( $\Delta V$  o V), nota anche come tensione, misurata in Volt (V). Un **generatore** (ad es., una batteria o un alimentatore) è un dispositivo che stabilisce e mantiene questa differenza di potenziale ai suoi terminali, consentendo così il flusso di corrente. In analogia a un sistema idraulico, il generatore agisce come una pompa,  $\Delta V$  come la differenza di pressione o di altezza, e la corrente come la portata d'acqua.

#### 3.1.2 Il Ruolo dei Resistori

I **resistori** sono componenti elettrici passivi fondamentali a due terminali che implementano la resistenza elettrica come elemento circuitale. La loro funzione primaria è quella di ridurre il flusso di corrente, regolare i livelli di segnale, dividere le tensioni e terminare le linee di trasmissione, tra gli altri usi. Quando la corrente fluisce attraverso un resistore, l'energia elettrica viene convertita in energia termica (calore).

- Simbolo: Negli schemi elettrici, un resistore è tipicamente rappresentato da una linea a zigzag.
- Funzione: I resistori introducono una "caduta" di potenziale, il che significa che creano una differenza di potenziale negativa ( $\Delta V < 0$ ) nella direzione del flusso convenzionale della corrente.
- Esempi: Qualsiasi dispositivo che consuma energia elettrica e possiede una proprietà resistiva può essere modellato, almeno in parte, come un resistore. Ciò include lampadine a incandescenza (dove la resistenza porta al riscaldamento e all'emissione di luce), elementi riscaldanti e persino dispositivi elettronici complessi.

La proprietà intrinseca di un resistore che quantifica la sua opposizione al flusso di corrente è la sua **resistenza** (R), misurata in **Ohm**  $(\Omega)$ , in onore di Georg Simon Ohm.

## 3.2 Leggi di Ohm

Georg Simon Ohm formulò due leggi fondamentali che descrivono il comportamento dei circuiti resistivi.

## 3.2.1 Prima Legge di Ohm

La Prima Legge di Ohm afferma che per molti materiali (noti come materiali ohmici), la corrente (I) attraverso un conduttore tra due punti è direttamente proporzionale alla tensione  $(\Delta V)$  applicata ai due punti e inversamente proporzionale alla resistenza (R) tra di essi. Matematicamente, si esprime come:

$$I = \frac{\Delta V}{R} \tag{24}$$

Questa può anche essere riscritta come:

$$\Delta V = IR \tag{25}$$

Questa legge è fondamentale per l'analisi dei circuiti semplici. Implica che, per una data resistenza, una maggiore differenza di potenziale risulterà in una corrente maggiore. Viceversa, per una data differenza di potenziale, una resistenza maggiore risulterà in una corrente minore.

Esempio: Se un resistore ha una differenza di potenziale di  $10\,\mathrm{V}$  ai suoi capi e una resistenza di  $20\,\Omega$ , la corrente che lo attraversa è:  $I = \frac{10\,\mathrm{V}}{20\,\Omega} = 0.5\,\mathrm{A}$ .

# 3.2.2 Seconda Legge di Ohm

La Seconda Legge di Ohm descrive i fattori che determinano la resistenza di un conduttore. La resistenza (R) di un conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza (L) e alla sua resistività  $(\rho)$ , e inversamente proporzionale alla sua area di sezione trasversale (A). La formula è:

$$R = \rho \frac{L}{A} \tag{26}$$

Dove:

- R è la resistenza in Ohm  $(\Omega)$ .
- ρ (rho) è la resistività del materiale in Ohm-metro (Ω·m). La resistività è una proprietà intrinseca di un materiale, che indica quanto fortemente esso si oppone al flusso di corrente elettrica. Materiali diversi (ad es., rame, argento, nicromo, silicio) hanno resistività diverse. Questi valori sono tipicamente dipendenti dalla temperatura. Per i metalli, la resistività generalmente aumenta con la temperatura. Per i semiconduttori, spesso diminuisce.
- $\bullet$  L è la lunghezza del conduttore in metri (m). Conduttori più lunghi offrono maggiore resistenza.
- A è l'area della sezione trasversale del conduttore in metri quadrati (m<sup>2</sup>). Conduttori più larghi (area maggiore) offrono minore resistenza. Per un filo cilindrico con raggio r,  $A = \pi r^2$ .

Dipendenza della Resistività dalla Temperatura: La resistività  $\rho$  non è costante ma varia con la temperatura. Per molti materiali, questa relazione può essere approssimata da:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \tag{27}$$

dove  $\rho_0$  è la resistività a una temperatura di riferimento  $T_0$  (solitamente  $20\,^{\circ}$ C),  $\alpha$  è il coefficiente di temperatura della resistività, e T è la temperatura effettiva. Questo spiega perché i dispositivi elettronici possono malfunzionare o cambiare il loro comportamento a temperature estreme.

## 3.3 Combinazione di Resistori

Nei circuiti complessi, i resistori sono spesso combinati in serie, in parallelo, o in una combinazione di entrambi. Comprendere come calcolare la **resistenza equivalente** ( $R_{eq}$ ) di queste combinazioni è cruciale per la semplificazione e l'analisi dei circuiti.

#### 3.3.1 Resistori in Serie

I resistori sono collegati in serie quando sono connessi sequenzialmente, uno dopo l'altro, formando un unico percorso per la corrente.

• Corrente: La corrente (I) è la stessa attraverso tutti i resistori in una combinazione in serie:

$$I_{\text{totale}} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$$
 (28)

• Tensione: La differenza di potenziale totale ( $\Delta V_{\text{totale}}$ ) ai capi della combinazione in serie è la somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun singolo resistore:

$$\Delta V_{\text{totale}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \dots$$
 (29)

• Resistenza Equivalente: La resistenza equivalente ( $R_{\text{eq,serie}}$ ) dei resistori in serie è la somma delle loro resistenze individuali:

$$R_{\text{eq,serie}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$
 (30)

Una combinazione in serie può essere sostituita da un singolo resistore equivalente  $R_{\text{eq,serie}}$  senza alterare la corrente totale assorbita dalla sorgente o la differenza di potenziale totale ai capi della combinazione.

#### 3.3.2 Resistori in Parallelo

I resistori sono collegati in parallelo quando sono connessi attraverso gli stessi due punti (nodi) in un circuito, fornendo percorsi multipli per il flusso della corrente.

• Tensione: La differenza di potenziale  $(\Delta V)$  è la stessa ai capi di tutti i resistori in una combinazione in parallelo:

$$\Delta V_{\text{totale}} = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \dots \tag{31}$$

• Corrente: La corrente totale ( $I_{\text{totale}}$ ) che entra nella combinazione in parallelo è la somma delle correnti che fluiscono attraverso ciascun singolo ramo (Legge di Kirchhoff per le Correnti):

$$I_{\text{totale}} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$
 (32)

• Resistenza Equivalente: Il reciproco della resistenza equivalente ( $R_{\text{eq,parallelo}}$ ) dei resistori in parallelo è la somma dei reciproci delle loro resistenze individuali:

$$\frac{1}{R_{\text{eq,parallelo}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$
 (33)

Alternativamente,  $R_{\text{eq,parallelo}} = \left(\sum_{i} \frac{1}{R_i}\right)^{-1}$ . Per il caso speciale di **due** resistori in parallelo, questa si semplifica a:

$$R_{\text{eq,parallelo}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{34}$$

Una combinazione in parallelo può essere sostituita da un singolo resistore equivalente  $R_{\rm eq,parallelo}$  senza alterare la corrente totale assorbita dalla sorgente o la differenza di potenziale totale ai capi della combinazione.

# 3.4 Limiti e Ulteriori Considerazioni

Sebbene la semplificazione dei circuiti combinando resistori in serie e in parallelo sia uno strumento potente per determinare la resistenza equivalente complessiva e la corrente totale, non fornisce direttamente la corrente attraverso o la tensione ai capi di ciascun componente *originale* nella rete complessa. Per trovare questi valori individuali, si dovrebbe tipicamente lavorare a ritroso dal circuito semplificato o impiegare tecniche più avanzate come le **Leggi di Kirchhoff per i Circuiti** (Legge di Kirchhoff per le Correnti e Legge di Kirchhoff per le Tensioni), che consentono un'analisi sistematica di qualsiasi circuito CC.

## 3.5 Conclusione

I principi di differenza di potenziale, corrente e resistenza, governati dalla Prima e Seconda Legge di Ohm, sono fondamentali per la comprensione dei circuiti CC. La capacità di calcolare le resistenze equivalenti per combinazioni in serie e in parallelo consente la semplificazione di circuiti complessi, che è un passo chiave nella loro analisi. Questi concetti costituiscono il fondamento su cui si basa la teoria dei circuiti più avanzata.