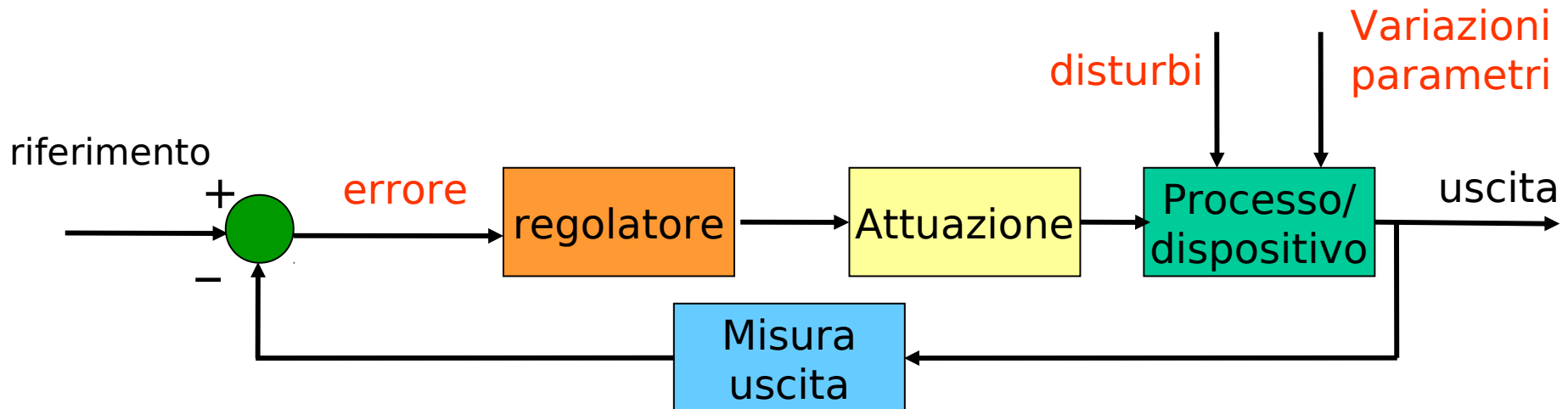


# Regolatori Industriali:

**Regolatori Industriali:** strutture di controllo particolarmente semplici e largamente utilizzate nell'ambito dell'automazione industriale. Struttura di controllo predefinita dove il progettista deve scegliere alcuni valori eseguendo esperimenti sull'impianto.



Accettano il segnale d'errore come ingresso e generano un'uscita per pilotare il processo/dispositivo ad uno stato desiderato



# Regolatori industriali:

- ❑ **Regolatori on-off** (Controllo logico o discreto realizzato con PLC)
  - Completamente acceso o completamente spento (esempio: controllo della temperatura ambientale tramite termostati)
- ❑ **Regolatori analogici** (Controllo continuo)
  - Rispetto ad un regolatore on-off che è completamente acceso o completamente spento, un controllore analogico è in grado di fornire un'uscita che varia gradualmente (esempio: controllo velocità di rotazione di un motore)
- ❑ **Regolatori digitali:**
  - Implementazione digitale dei controllori analogici (microprocessore)

## Alcune tipologie di regolatori analogici:

- Controllo proporzionale (P)
- Controllo integrale (I)
- Controllo derivativo (D)
- Controllo proporzionale integrale e derivativo (PID)

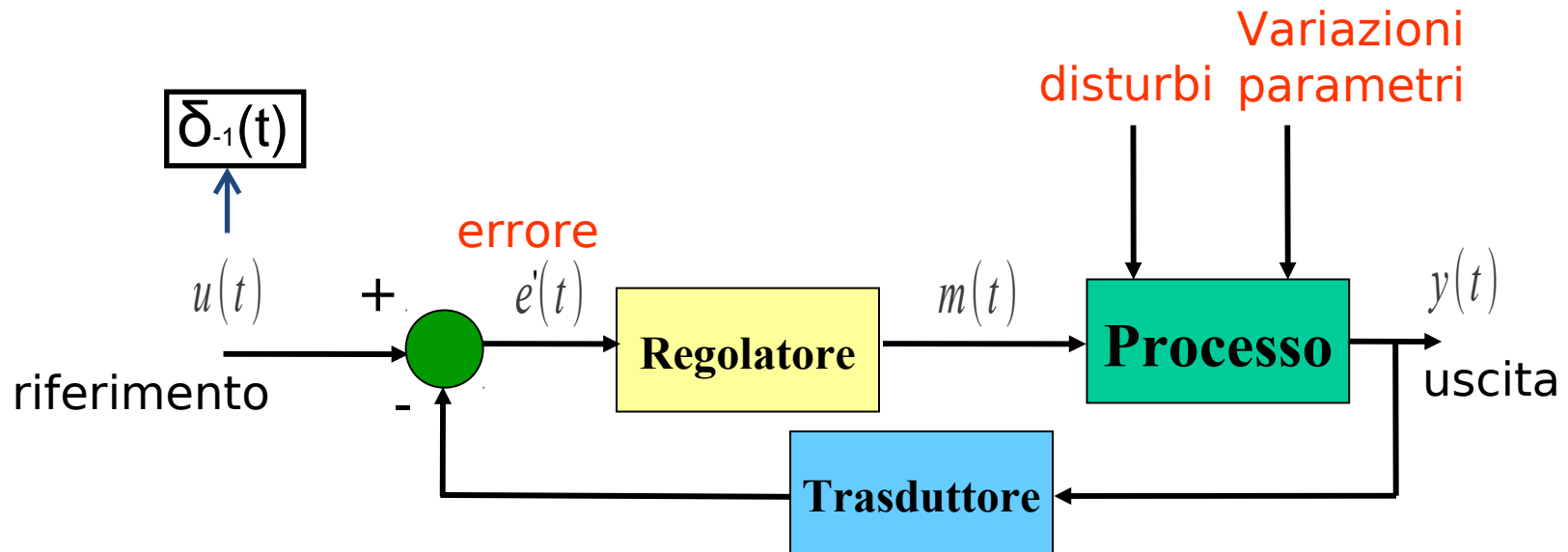
## Studio delle diverse modalità di controllo tramite:

- Funzione di trasferimento
- Risposta nel tempo
- Risposta in frequenza

# Regolatori analogici :

$G(s)$

elementari: P, I, D, relative combinazioni, PID



Il modello del processo non è noto. Si suppone che sia stabile esternamente (in particolare, si suppone che non siano presenti poli nell'origine).

il Processo

# Controllore proporzionale (P)

Uscita direttamente proporzionale all'ingresso

## Equazione nel dominio del tempo

$$m(t) = \underbrace{K_G}_{\rightarrow G = K_G} e'(t)$$

$K_G$  = guadagno del termine proporzionale

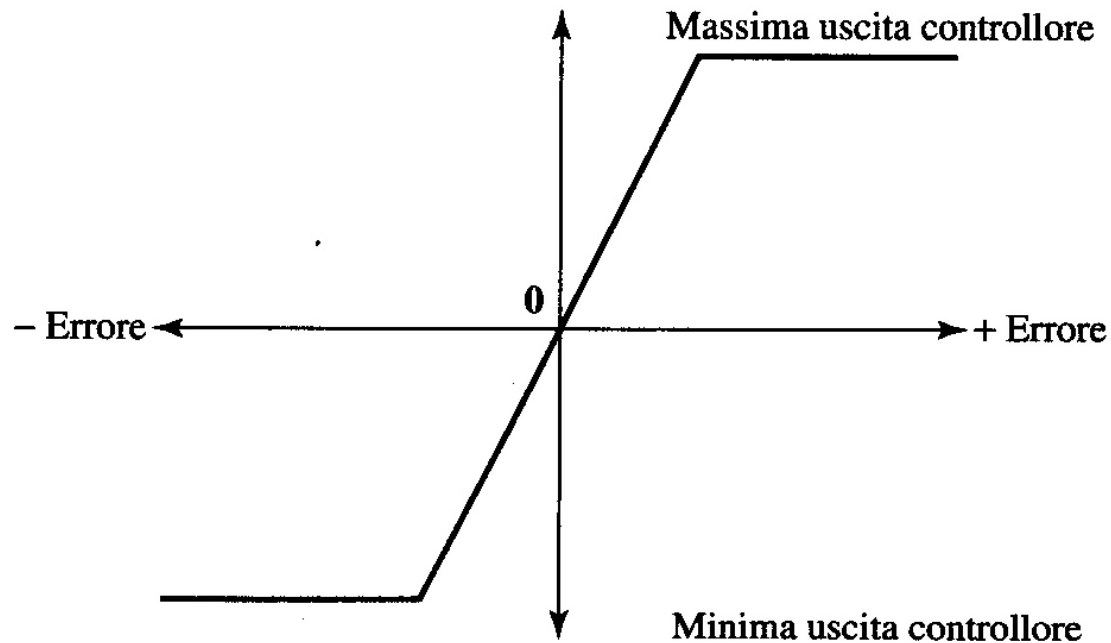
## Funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{M(s)}{E'(s)} = K_G$$

# Risposta nel tempo

## Controllore proporzionale:

caratteristiche ingresso/uscita con la saturazione dovuta ai limiti fisici dei dispositivi che si controllano (movimento delle unità meccaniche, idrauliche e pneumatiche; tensioni di saturazione nei controllori elettronici)



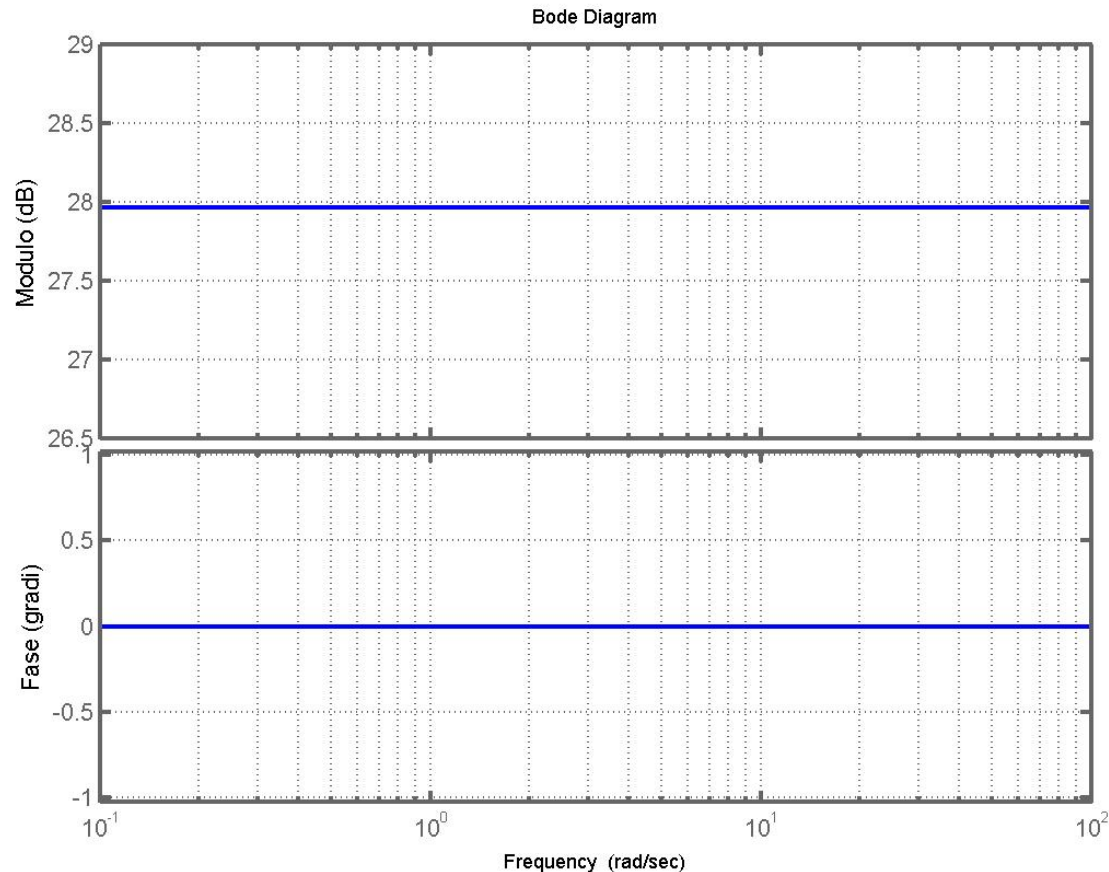
# Risposta in frequenza

Controllore proporzionale: amplificatore ideale

- **Modulo:** retta orizzontale ad un valore di  $20 \log(K_G)$
- **Fase:** retta orizzontale a un valore di zero gradi

## Esempio:

- Modulo:  $20 \log(25) = 27.96 \text{ dB}$
- Fase: 0 gradi



Con questo controllore P, avendo assunto che **il processo non ha poli nell'origine**, il sistema a ciclo chiuso è di tipo 0, pertanto con un ingresso a gradino l'errore non sarà mai nullo ma finito:

$$\tilde{e}_0 = W_e(s) \Big|_{s=0} = \frac{k_d^2}{k_d + K_F} \qquad K_F = K_G K_P$$

**Nota:** aumentando il guadagno del controllore l'errore diminuisce quindi la prestazione di regime “migliora”;

**Attenzione:** l'aumento del guadagno può rendere il sistema instabile !!!



# Controllore integrale (I)

Uscita proporzionale all'area sottesa dalla curva errore-tempo (storia passata della curva errore-tempo)

## Equazione nel dominio del tempo

$$m(t) = K_I \int_0^t e'(\tau) d\tau$$

$K_I$  = guadagno del termine integrale

## Funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{M(s)}{E'(s)} = \frac{K_I}{s}$$

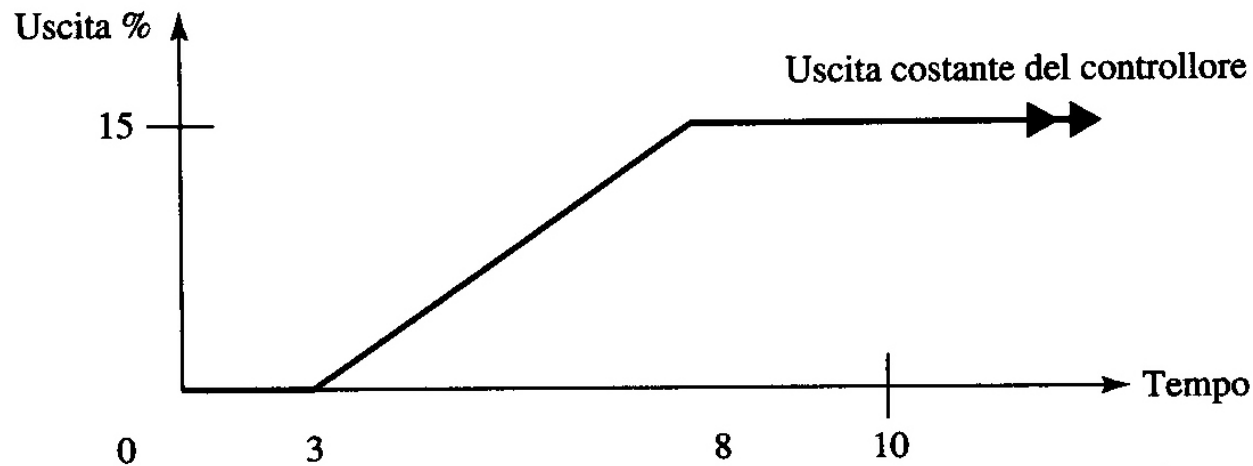
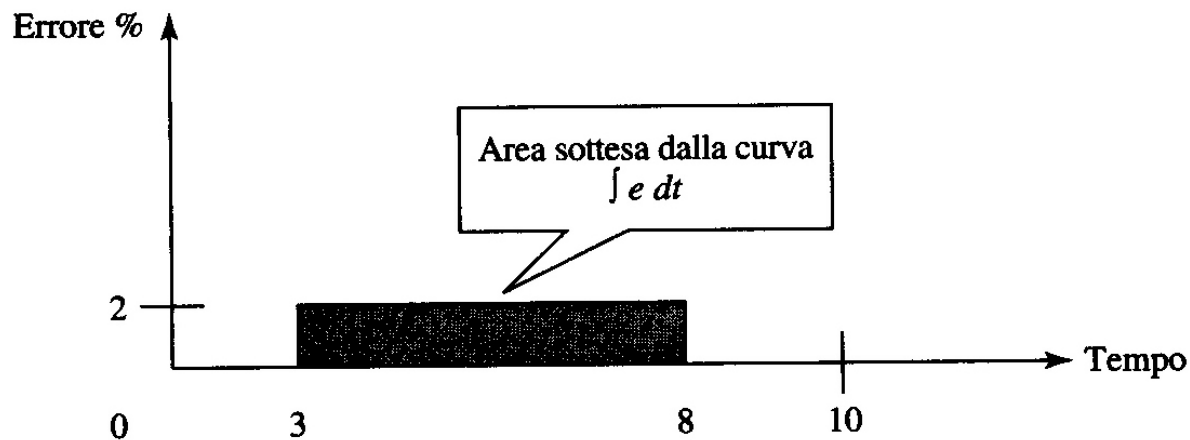
Condizioni iniziali  
nulle

**Nota:** il controllore integrale non viene usato da solo ma con un controllore proporzionale (PI) o con un controllore proporzionale e derivativo (PID)

# Risposta nel tempo

Controllore integrale:

area sottesa dalla curva errore-tempo



$$K_I = 1.5$$

# Risposta in frequenza

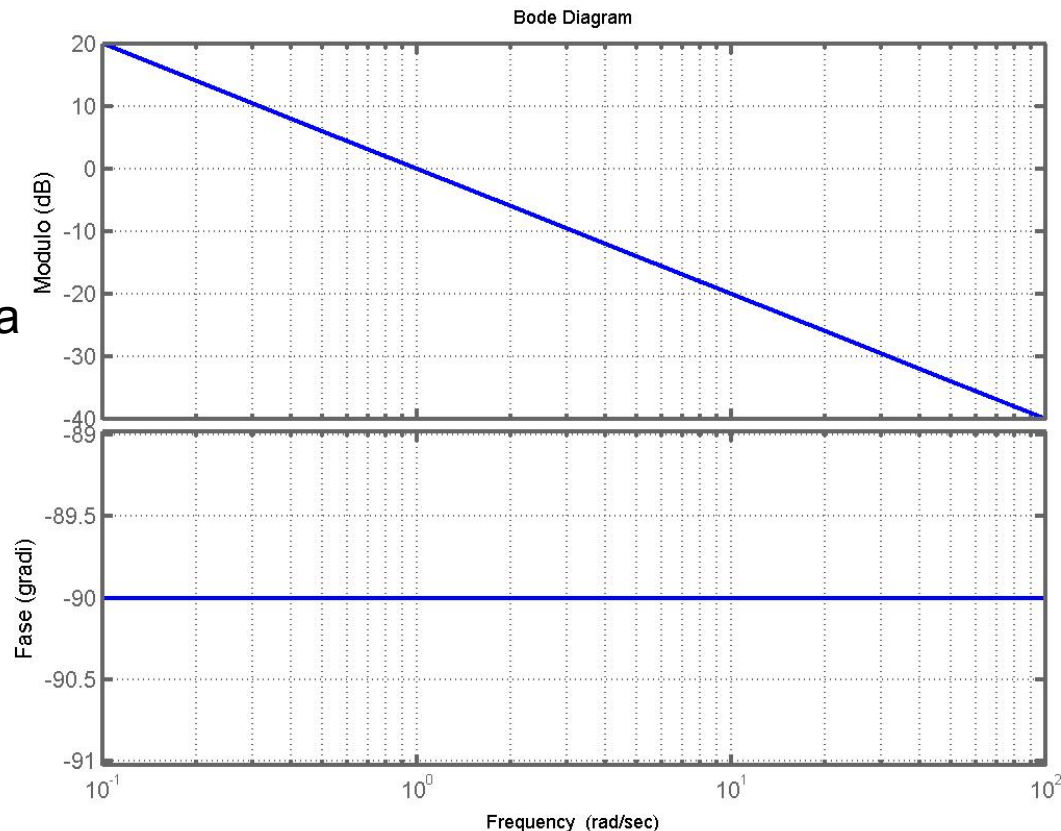
## Controllore integrale:

- **Modulo:**  $20 \log(K_I/\omega) = 20 \log(K_I) - 20 \log(\omega)$
- **Fase:** retta orizzontale ad un valore di  $-90^\circ$

Esempio ( $K_I = 1$ ):

- ❑ Modulo:  $20 \log(1/\omega)$ 
  - Il guadagno si attenua ad una velocità di  $-20 \text{ dB/decade}$
  - Il guadagno del controllore integrale dipende dalla frequenza del segnale in ingresso
  - $K_I$  definisce la frequenza di attraversamento a  $0 \text{ dB}$

- ❑ Fase:  $-90^\circ$



Introduce un polo nell'origine nella funzione di trasferimento della catena diretta: sistema sicuramente di tipo 1. Inoltre il sistema è astatico rispetto a segnali di disturbo costanti e non noti che possono agire all'ingresso o all'uscita del processo da controllare

### **Risposta in frequenza: diagrammi di Bode**

attenuazione di 20dB per decade e ritardo di fase costante pari a  $90^\circ$ ,

peggioramento del margine di fase e quindi in generale della stabilità del sistema a ciclo chiuso

In generale: migliorano le prestazioni di regime e “peggiora la stabilità”

# Controllore derivativo (D)

L'uscita non dipende dall'errore presente o passato, ma dalla velocità alla quale varia l'errore

## Equazione nel dominio del tempo

$$m(t) = K_D \frac{d}{dt} e'(t)$$

## Funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{M(s)}{E'(s)} = K_D s$$

Condizioni iniziali  
nulle

$K_D$  = guadagno del termine derivativo

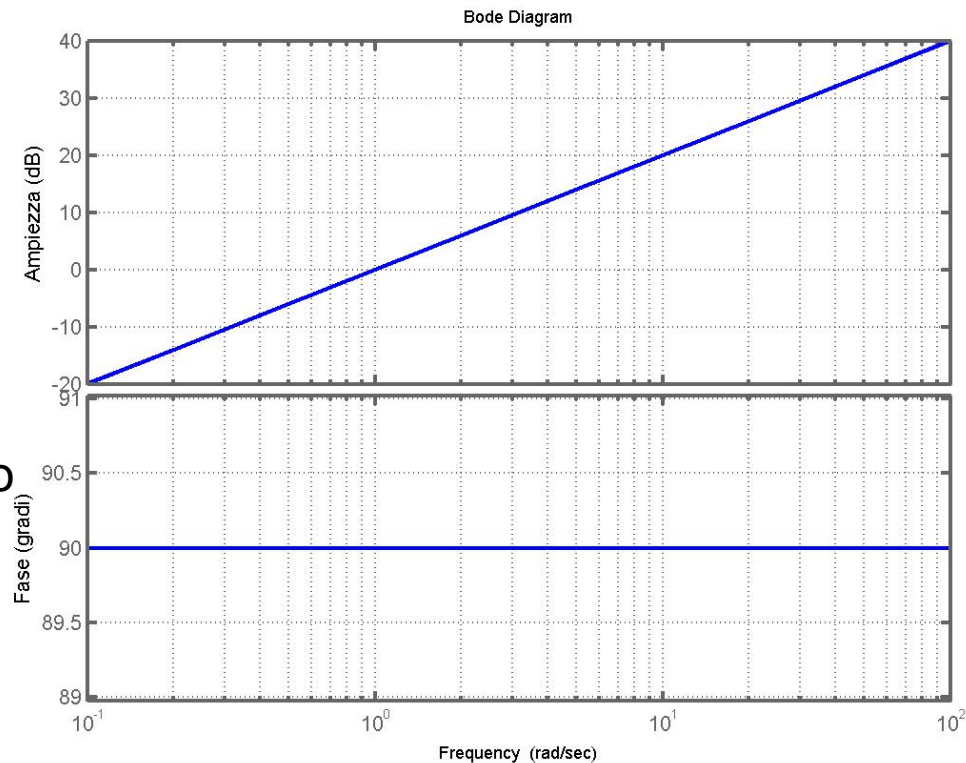
# Risposta in frequenza

## Controllore derivativo:

- **Modulo:**  $20 \log(K_D \omega) = 20 \log(K_D) + 20 \log(\omega)$
- **Fase:** retta orizzontale a un valore di  $90^\circ$

Esempio ( $K_D = 1$ ):

- **Modulo:**  $20 \log(\omega)$ 
  - Il guadagno aumenta ad una velocità di  $+20 \text{ dB/decade}$
  - Il guadagno del controllore derivativo dipende dalla frequenza del segnale in ingresso
  - $1/K_D$  definisce la frequenza di attraversamento a  $0 \text{ dB}$
- **Fase:**  $90^\circ$



Non viene mai utilizzato da solo ma assieme a P e PI.

In generale **peggiora le prestazioni di regime.**

### **Risposta in frequenza: diagrammi di Bode**

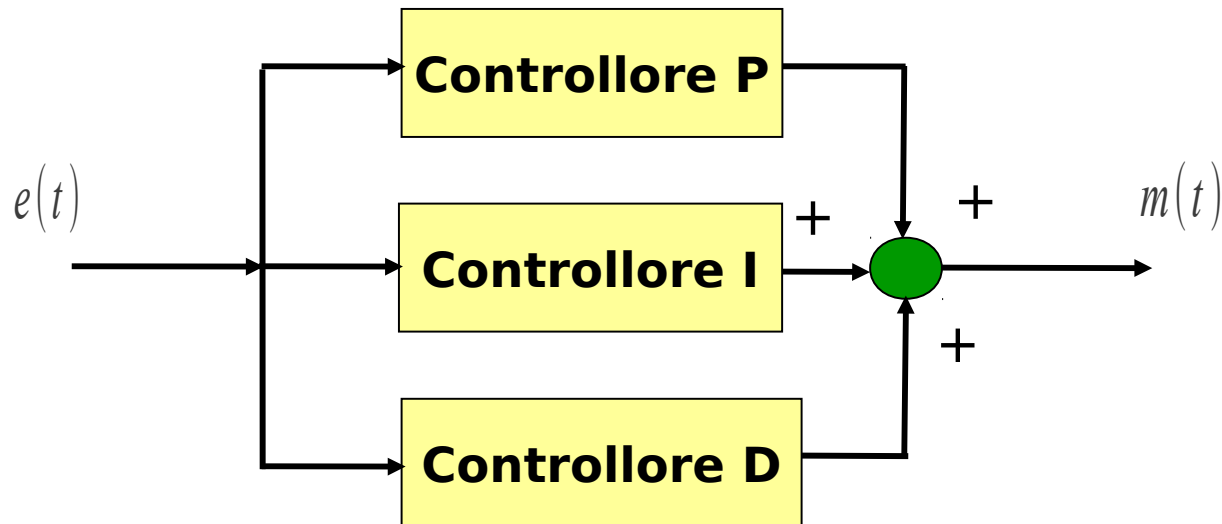
amplificazione di 20dB per decade e anticipo di fase costante pari a  $90^\circ$ ,

**miglioramento del margine di fase** e quindi in generale della  
stabilità del sistema a ciclo chiuso.

In generale: peggiorano le prestazioni di regime e “migliora la stabilità”

## Controllori composti: PI, PD, PID

Implementazione in parallelo (facile implementazione su sistemi di calcolo numerici): si può trattare ciascuna modalità di controllo separatamente





# PID

## Equazione nel dominio del tempo

$$m(t) = K_G e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

## Funzione di trasferimento

$$m(s) = K_G e(s) + K_I e(s)/s + K_D s e(s)$$

$$G(s) = \frac{m(s)}{e(s)} = K_G + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_G \left( 1 + \frac{K_I}{K_G s} + \frac{K_D s}{K_G} \right) \rightarrow \begin{aligned} K_G/K_I &= T_I \\ K_D/K_G &= T_D \end{aligned}$$

$$G(s) = K_G \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) = K_G \left( \frac{\tau_D \tau_I s^2 + \tau_I s + 1}{\tau_I s} \right)$$

$$\tau_I = \frac{K_G}{K_I} \quad \tau_D = \frac{K_D}{K_G}$$

Unisce le caratteristiche di (P) con quelle di (D) e di (I)

Compito del progettista :  
decidere  $K_I, K_D$  e  $K_G$ , ovvero  $K_G, T_I$  e  $T_D$

Combinazione di un elemento integrale (polo nell'origine) in serie con un elemento di anticipo del secondo ordine (due zeri a parte reale negativa)

## Limitazione del guadagno di alta frequenza

Il guadagno del controllore diventa infinito a frequenza infinita



- Fisica irrealizzabilità
- Amplificazione rumore

La funzione di trasferimento del blocco derivativo viene sostituita nel modo seguente:

$$\tau_D s \rightarrow \frac{\tau_D s}{1 + \frac{\tau_D s}{N}} \quad 3 \leq N \leq 20$$

- A basse frequenze: controllore derivativo
- Ad alte frequenze: controllore proporzionale con sfasamento zero

# Risposta in frequenza

## Controllore PID

- A basse frequenze: controllore integrale
- A frequenze medie: controllore proporzionale
- Ad alte frequenze: controllore derivativo

Esempio:  $\frac{s^2 + 10s + 0.1}{s}$   $K_G=10$   
 $K_I=0.1$   
 $K_D=1$

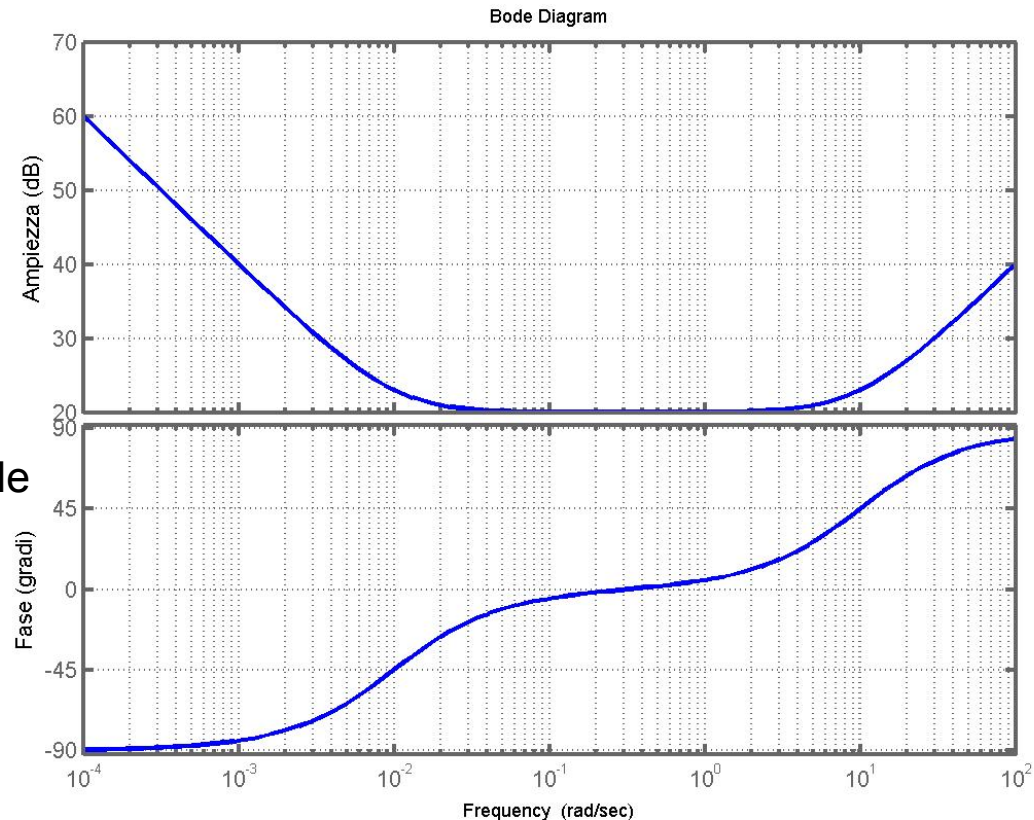
- Basse frequenze: controllore integrale
  - Guadagno: -20 dB/decade ( $k_I/\omega$ )
  - Fase: -90°

- Medie frequenze: controllore proporzionale
  - Guadagno:  $20 \log(K_G)$
  - Fase: da -45° a +45°

- Alte frequenze: controllore derivativo
  - Guadagno: +20 dB/decade
  - Fase: +90°

- Frequenze di taglio inferiore:  $K_I/K_G$ 
  - Guadagno  $\approx 20 \log(K_G)$
  - Fase: -45°

- Frequenze di taglio superiore:  $K_G/K_D$ 
  - Guadagno  $\approx 20 \log(K_G)$
  - Fase: +45°



## Determinazione sperimentale delle impostazioni del controllore

### Coefficienti “ottimi” per un controllore PID: ottenuti da test sperimentali

- Prima tecnica di Ziegler-Nichols → Sistema fatto funzionare in CATENA CHIUSA
- Seconda tecnica di Ziegler-Nichols → Sistema in CATENA APERTA

Regole di predisposizione parametri del PID (solo per processi stabili)

## Primo metodo di Ziegler e Nichols (**anello chiuso**):

Azione integrale e azione derivatrice nulle, si aumenta  $K_G$  sino a portare il sistema in oscillazione; si determinano il periodo  $T_o$  della oscillazione ed il valore del guadagno  $K_{Go}$ ; da questi valori si parte per scegliere  $K_G$   $K_I$   $K_D$

Principio : si aumenta gradualmente  $K_G$  per portare il sistema ad una situazione di quasi-instabilità, si misura il periodo oscillazione e si misura il guadagno che corrisponde a questa situazione di quasi-instabilità; infine si scelgono i parametri del controllore attraverso formule empiriche

**P**

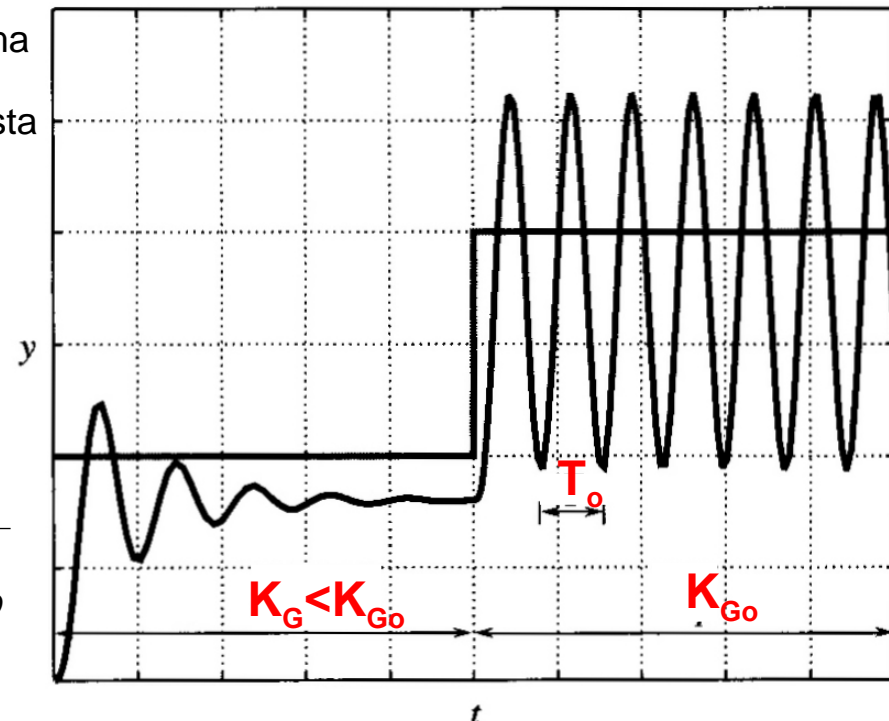
$$K_G = 0.5 K_{Go}$$

**PI**

$$K_G = 0.45 K_{Go} \quad K_I = \frac{K_G}{0.85 T_o}$$

**PID**

$$K_G = 0.6 K_{Go} \quad K_I = \frac{K_G}{0.5 T_o} \quad K_D = K_G 0.12 T_o$$



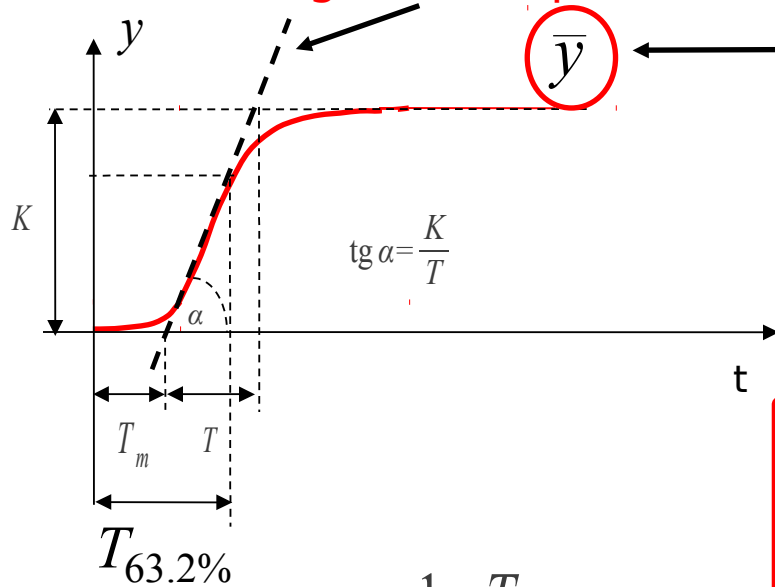
Sufficiente distanza dalla condizione di instabilità

## Secondo metodo di Ziegler e Nichols (**anello aperto**):

Trovare  $K$ ,  $T$ ,  $T_m$  in modo che l'uscita reale del processo "assomigli" il più possibile con quella del modello

IDENTIFICAZIONE DEL MODELLO DEL PROCESSO

**Tangente nel punto di massima pendenza (flesso)**



**Valore di regime**

Parametri ricavati dalla risposta ad un "gradino" unitario

Per gradino con ampiezza  $\bar{u}$ :  $K = \frac{\bar{y}}{\bar{u}}$

**Modello semplificato del processo:**

$$P(s) = \frac{K e^{-sT_m}}{1 + Ts}$$

$T_m$  = tempo morto  
 $T$  = costante di tempo  
 $K$  = guadagno statico

**P**

$$K_G = \frac{1}{K} \frac{T}{T_m}$$

**PI**

$$K_G = \frac{0.9}{K} \frac{T}{T_m}$$

$$K_I = \frac{K_G}{3.3 T_m}$$

**Nota:** a volte al posto di  $T$  si utilizza:  
 $\tau = T_{63.2\%} - T_m$

**PID**

$$K_G = \frac{1.2}{K} \frac{T}{T_m}$$

$$K_I = \frac{K_G}{2 T_m}$$

$$K_D = K_G 0.5 T_m$$