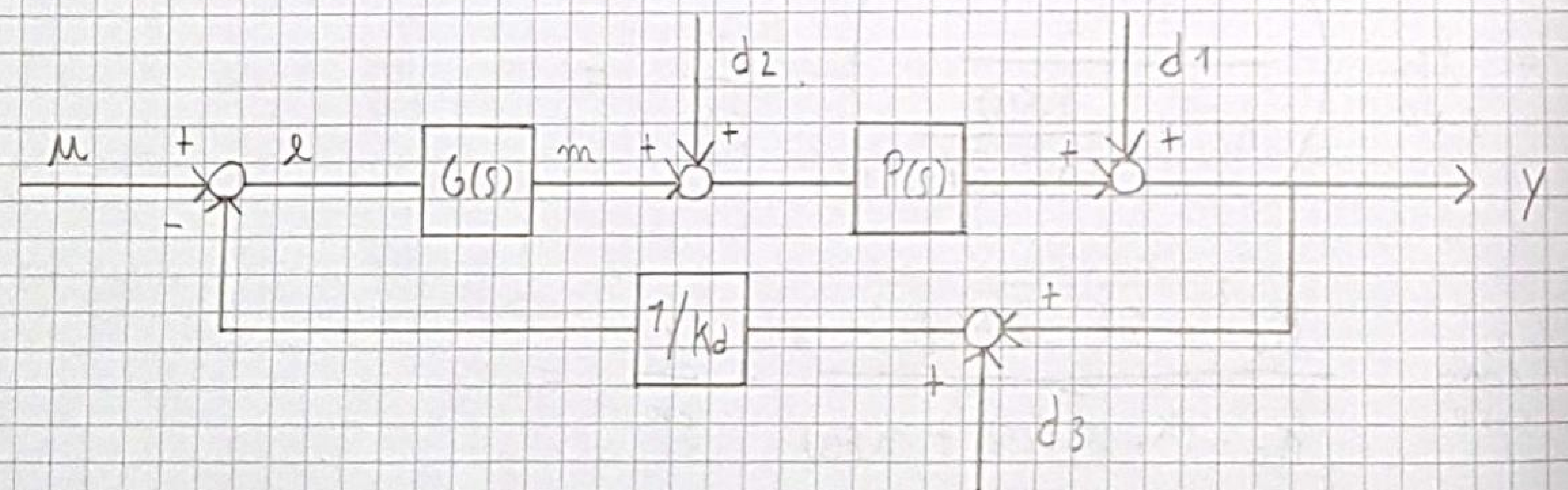
# RISPOSTA AI DISTURBI COSTANTI

<u>Definizione</u>: Un sistema si dice ASTATICO rispetto ad un disturbo costante d se la sua risposta a regime permanente $\tilde{Y}_d(t) = 0$.

Nel caso in cui tale risposta a regime permanente sia una costante diversa da zero, il sistema è detto STATICO.

<u>Condizione</u>: sistema ASTATICO $\longleftrightarrow$ $W_d(s)$ ha ALMENO uno ZERO in $s = 0$

NECESSARIA E SUFFICIENTE




Per il principio di sovrapposizione degli effetti

$$Y = Y_u + Y_{d1} + Y_{d2} + Y_{d3}$$

$$\left.\begin{array}{ll} Y_u: & u \neq 0, \quad d1 = d2 = d3 = 0 \\ Y_{d1}: & d1 \neq 0, \quad u = d2 = d3 = 0 \\ Y_{d2}: & d2 \neq 0, \quad u = d1 = d3 = 0 \\ Y_{d3}: & d3 \neq 0, \quad u = d1 = d2 = 0 \end{array}\right\} \text{SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI}$$

$$\tilde{Y} = \tilde{Y}_u + \tilde{Y}_{d1} + \tilde{Y}_{d2} + \tilde{Y}_{d3}$$

$$d_1 = d_2 = d_3 = \delta_{-1}(t)$$

$$d_i(s) = \frac{1}{s} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

Ricordiamoci inoltre che vale il teorema del valore finale

$$\tilde{Y}_{di}(t) = \lim_{t \to +\infty} Y_{di}(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot Y_{di}(s) =$$

$$= \lim_{s \to 0} s \cdot W_{di}(s) \cdot \frac{1}{s} = W_{di}(0)$$

- Calcolo $\tilde{Y}_{d1}$ ($d_1$ disturbo additivo in uscita)

$$\tilde{Y}_{d1}(t) = W_{d1}(0)$$

$$W_{d1}(s) = \frac{Y_{d1}(s)}{d_1(s)}$$

$$Y_{d1}(t) = d_1 + P \cdot m = d_1 + P \cdot G \cdot e = d_1 + P \cdot G \cdot \left(-\frac{Y_{d1}}{K_d}\right)$$

$$\frac{Y_{d1}(s)}{d_1(s)} = \frac{1}{1 + \frac{P(s)\,G(s)}{K_d}} = W_{d1}(s)$$

$$P(s) = \frac{n_P(s)}{d_P(s)} \qquad G(s) = \frac{n_G(s)}{d_G(s)}$$

$$W_{d1}(s) = \frac{1}{1 + \frac{n_P(s)\,n_G(s)}{K_d \cdot d_P(s)\,d_G(s)}} = \frac{K_d \cdot d_P(s)\,d_G(s)}{K_d \cdot d_P(s)\,d_G(s) + n_P(s)\,n_G(s)}$$

$$\tilde{Y}_{d1} = W_{d1}(s)\Big|_{s=0}$$

Il sistema è astatico ($\boxed{\tilde{Y}_{d1} = 0}$) se $d_P(s)\Big|_{s=0} = 0$

oppure se $d_G(s)\Big|_{s=0} = 0$

$\rightarrow$ o $G(s)$ o $P(s)$ devono avere un polo in $s = 0$.

$\Updownarrow$

$F(s) = G(s)\,P(s)$ deve avere almeno un polo in $s = 0$.

$$W_{d1}(s) = \frac{1}{1 + \frac{F(s)}{K_d}}$$

- Se $F(s)$ non ha poli in $s = 0$ quanto vale $\tilde{Y}_{d1}$?

$$\tilde{Y}_{d1} = W_{d1}(s)\Big|_{s=0} = \frac{1}{1 + \frac{K_F}{K_d}} = \boxed{\frac{K_d}{K_d + K_F}}$$

$K_F \rightarrow K_G \cdot K_p$

Potrei comunque aumentare il guadagno $K_G$ del mio controllore per far diminuire l'effetto del disturbo.

• <u>Calcolo $\tilde{Y}_{d2}$</u> ( $d_2$ disturbo additivo in un punto intermedio della catena diretta )

$$\tilde{Y}_{d2} = W_{d2}(s)\Big|_{s=0} = W_{d2}(0)$$

$$W_{d2}(s) = \frac{P(s)}{1 + \frac{P(s)\,G(s)}{K_d}} = \frac{K_d \cdot P(s)}{K_d + P(s)\,G(s)} =$$

$$= \frac{K_d \cdot \frac{n_P(s)}{d_P(s)}}{K_d + \frac{n_P(s)\, n_G(s)}{d_P(s)\, d_G(s)}} = \frac{K_d \cdot n_P(s) \cdot d_G(s)}{K_d \cdot d_P(s)\, d_G(s) + n_P(s) \cdot n_G(s)}$$

Il termine $n_P(s)$ non può essere nullo, altrimenti il sistema di controllo non sarebbe proporzionale ( $y_{des}(t) \neq K_d \cdot u(t)$ )
Perciò l'effetto del disturbo è nullo (astatismo) solo se $G(s)$ ha almeno un polo in $s = 0$.

$\boxed{\tilde{Y}_{d2} = 0} \longleftrightarrow G(s)$ ha almeno un polo in $s = 0$

- Se $G(s)$ non ha poli in $s = 0$ :

a) <u>$P(s)$ non ha poli in $s = 0$</u>

$$\tilde{Y}_{d2} = W_{d2}(s)\Big|_{s=0} = \frac{P(s)}{1 + \frac{P(s)\,G(s)}{K_d}}\Bigg|_{s=0} =$$

$$= \frac{K_P}{1 + \frac{K_G \cdot K_P}{K_d}} = \boxed{\frac{K_d \cdot K_P}{K_d + K_P \cdot K_G}}$$

AUMENTANDO $K_G$ RIDUCO L'EFFETTO DEL DISTURBO

b) P(s) ha almeno un polo in $s=0$

$$\tilde{Y}_{d2} = \left.\frac{K_d \cdot n_P(s) \cdot d_G(s)}{\underbrace{K_d \cdot d_P(s)\, d_G(s)}_{0} + n_P(s)\, n_G(s)}\right|_{s=0} =$$

$$= \frac{K_d \cdot \cancel{n_P(0)}\, d_G(0)}{\cancel{n_P(0)}\, n_G(0)} = \frac{K_d}{\frac{n_G(0)}{d_G(0)}} = \frac{K_d}{G(0)} = \boxed{\frac{K_d}{K_G}}$$

AUMENTANDO $K_G$ RIDUCO IL DISTURBO

- Calcolo $\tilde{Y}_{d3}$ ( $d_3$ disturbo additivo in retroazione)

$$\tilde{Y}_{d3} = W_{d3}(s)\Big|_{s=0} = \left.\frac{-\frac{G(s)\,P(s)}{K_d}}{1+\frac{G(s)\,P(s)}{K_d}}\right|_{s=0} =$$

$$= \left.\frac{-\frac{F(s)}{K_d}}{1+\frac{F(s)}{K_d}}\right|_{s=0}$$

a) F(s) non ha poli in $s=0$

$$\tilde{Y}_{d3} = \frac{-\frac{K_F}{K_d}}{1+\frac{K_F}{K_d}} = \boxed{\frac{-K_F}{K_d+K_F}} = \frac{-K_G \cdot K_P}{K_d + K_G K_P}$$

b) F(s) ha almeno un polo in $s=0$

$$\tilde{Y}_{d3} = \left.\frac{-\frac{F(s)}{K_d}}{1+\frac{F(s)}{K_d}}\right|_{s=0} = \frac{-\frac{1}{K_d}\cdot\frac{n_F(s)}{d_F(s)}}{1+\frac{n_F(s)}{K_d \cdot d_F(s)}} =$$

GESTITO MISURANDO CORRETTAMENTE L'USCITA CON UN SENSORE MOLTO PRECISO

$$= \left.\frac{-n_F(s)}{\underbrace{K_d \cdot d_F(s)}_{0} + n_F(s)}\right|_{s=0} = \left.\frac{-n_F(s)}{n_F(s)}\right|_{s=0} = \boxed{-1}$$