Leggi di proporzionalità

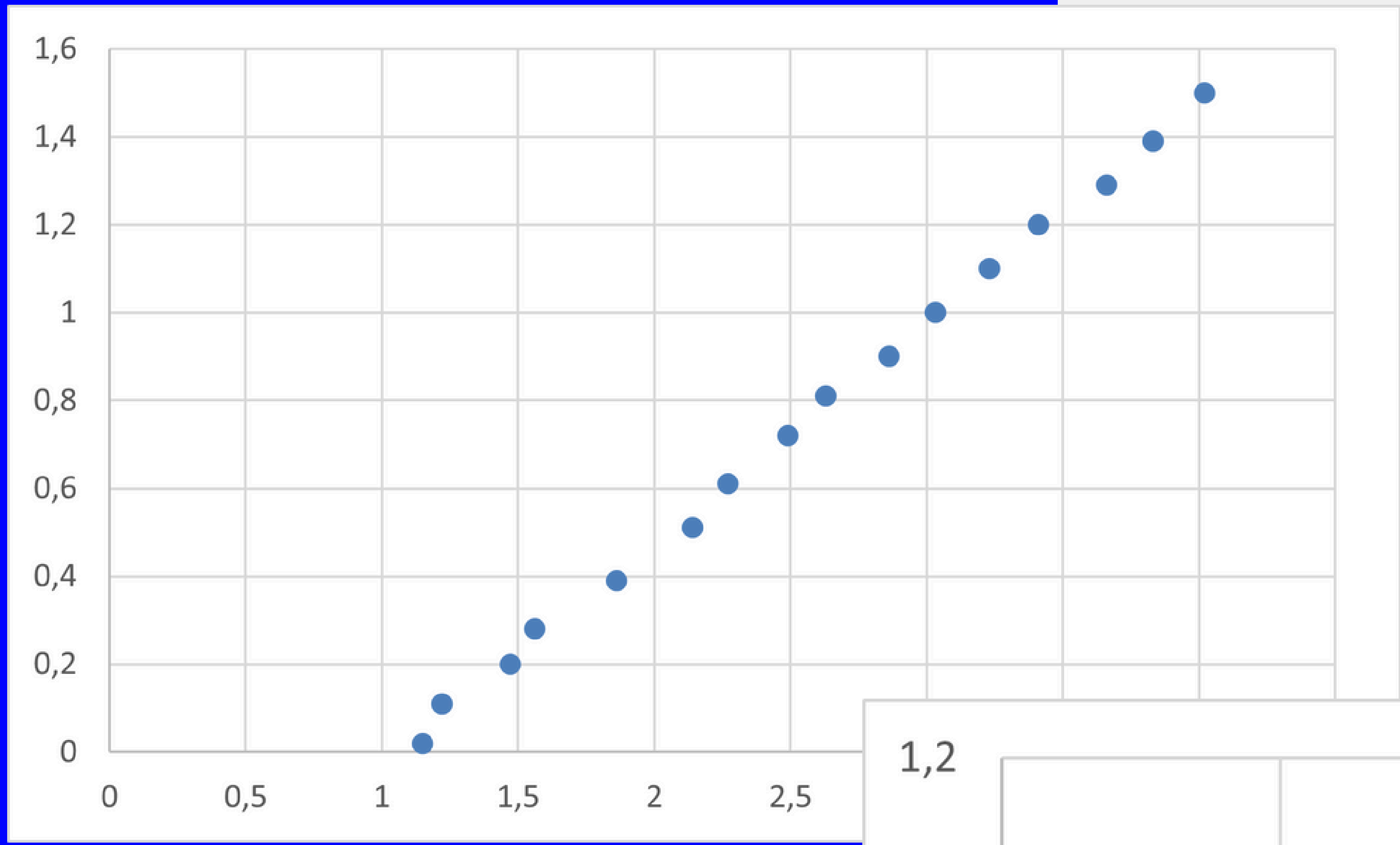
Lorenzo Sabatino

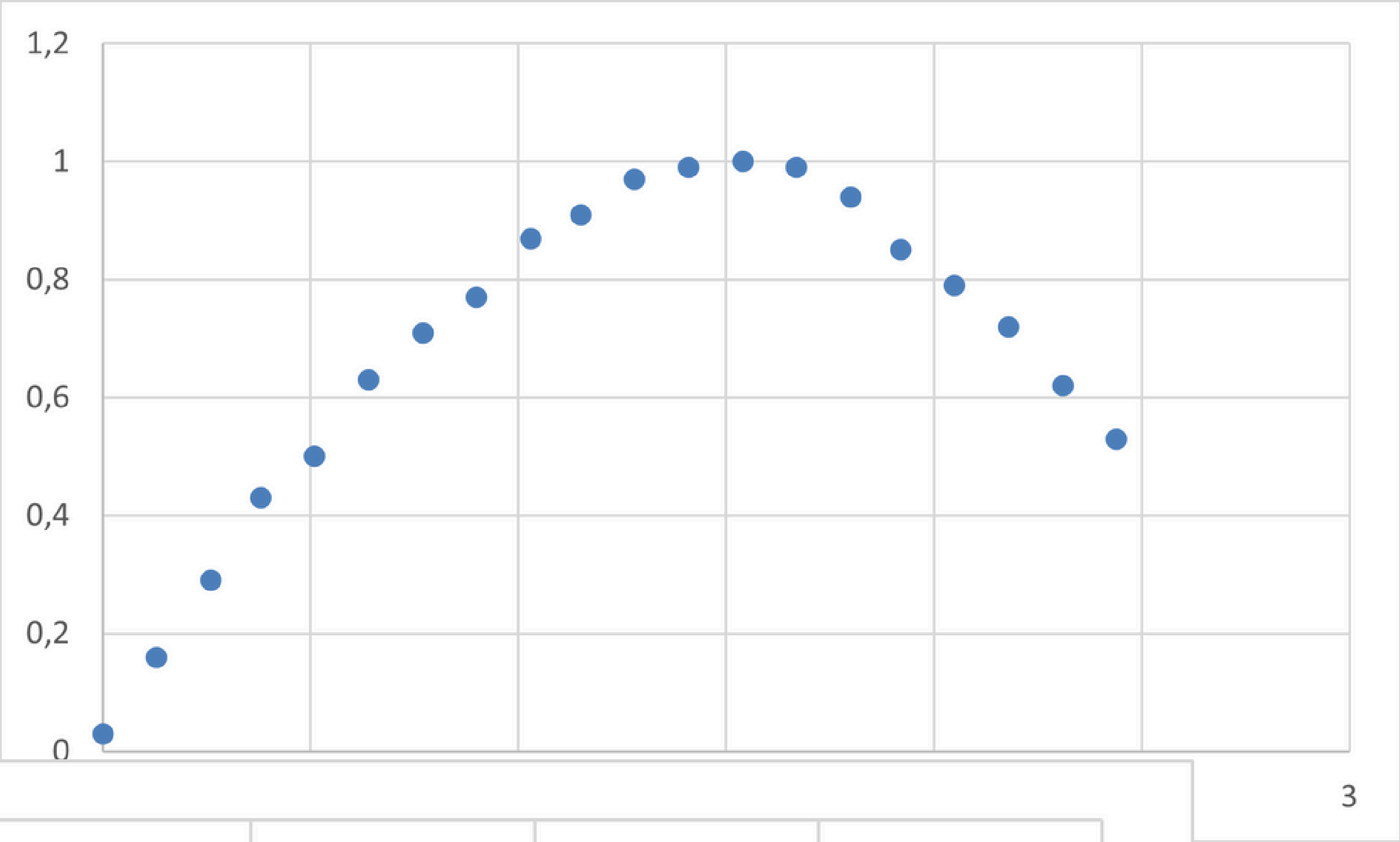
Obiettivo della lezione

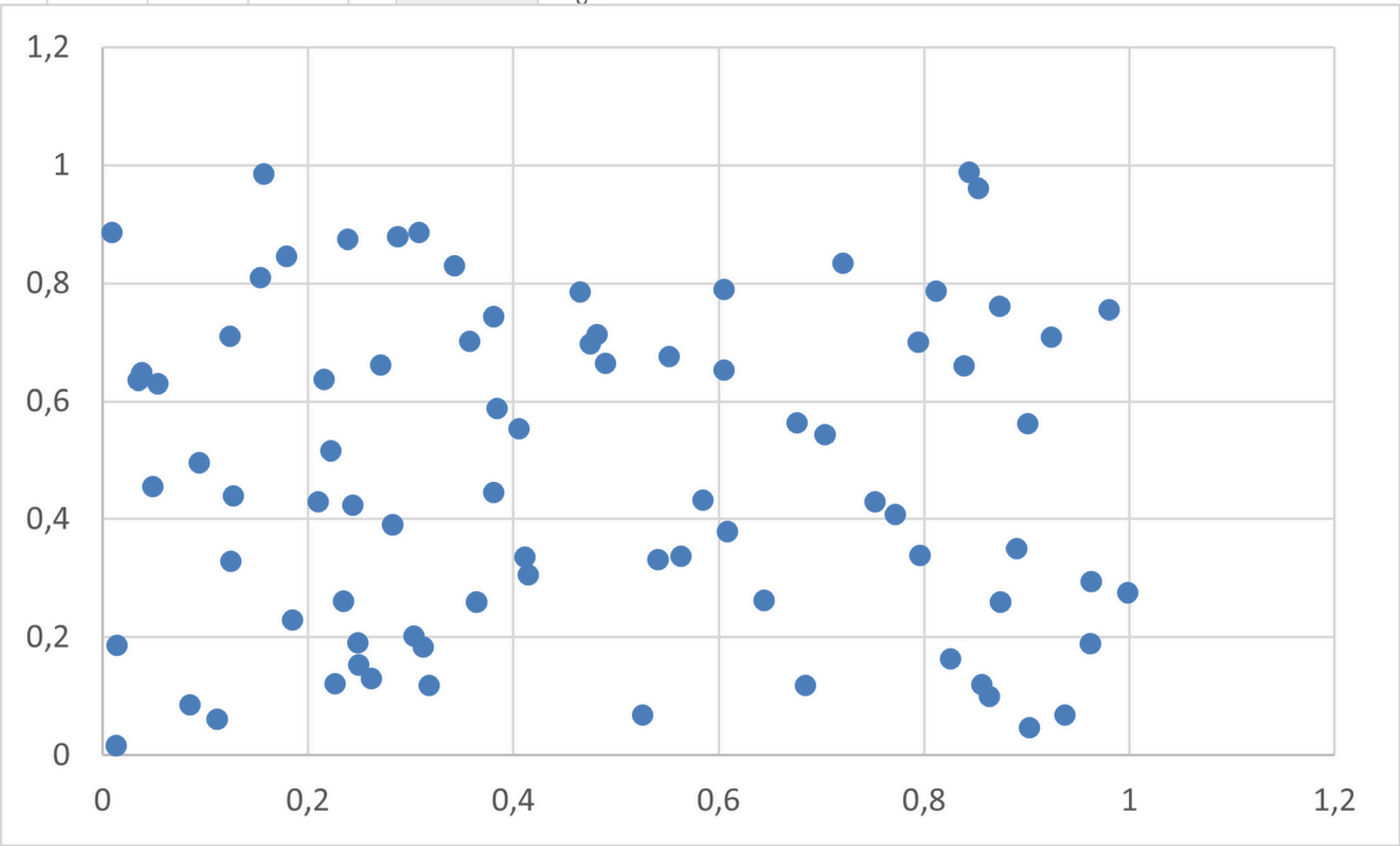
01

Una volta fatto l’esperimento e raccolti i dati, non ci basta questo

Se vogliamo verificare una legge, o ancora meglio, scoprire qualcosa di nuovo, dobbiamo andare alla ricerca del **LEGAME** che c’è tra le **grandezze** che ho misurato


1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
0,5
1
1,5
2
2,5


1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
3


1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

01

nota bene: non abbiamo molte altre alternative per dare un senso ai nostri dati, altrimenti stiamo qui a parlarci del nulla!

01

Il modo più **sintetico** e completo per esprimere una legge fisica consiste nel rappresentare il legame tra le grandezze tramite una **funzione matematica**

Vantaggio: permette di fare **previsione** sui valori che potremmo ottenere senza fare ogni volta l’esperimento

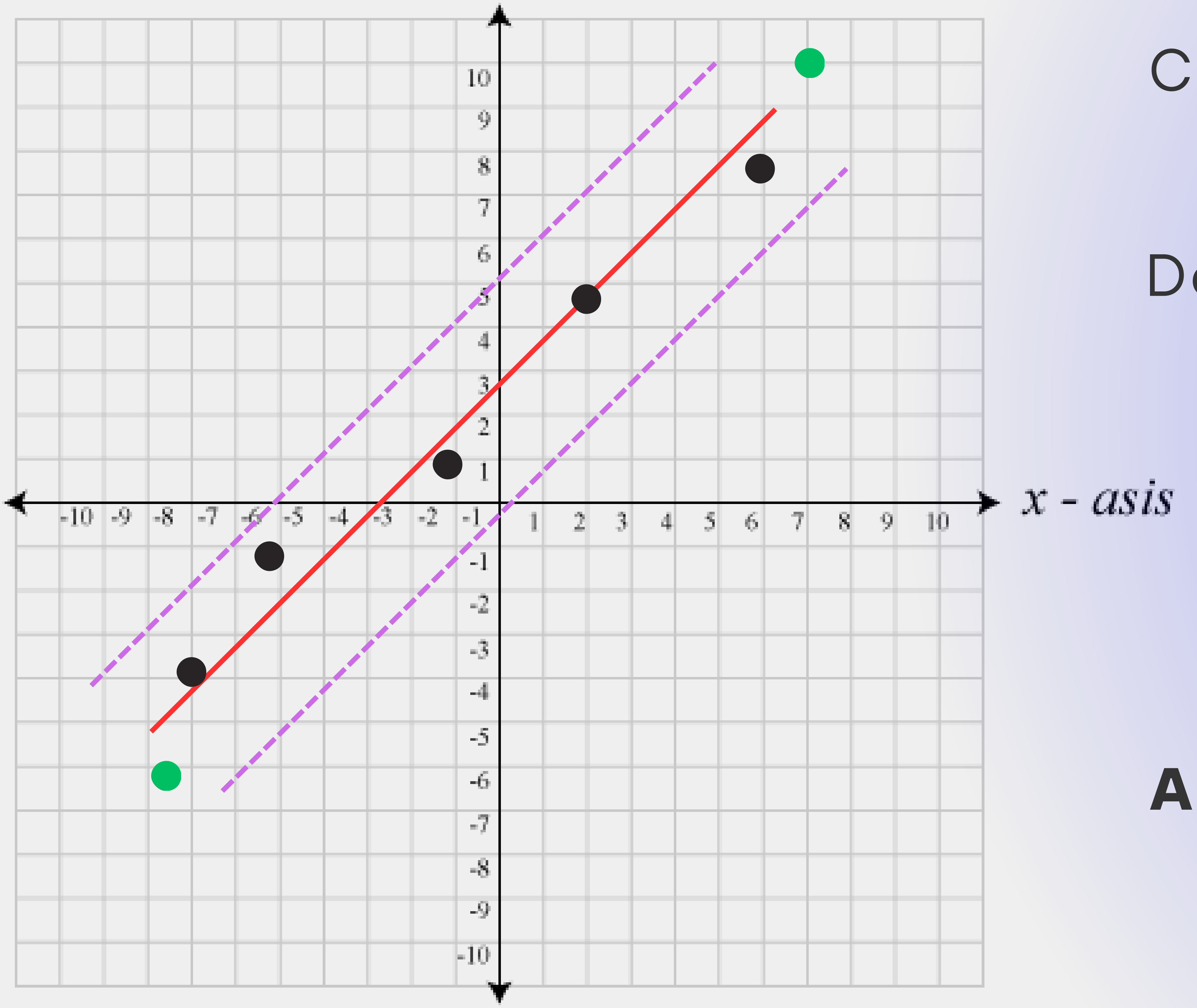
Proporzionalità

Nel nostro caso, faremo uso nei nostri esperimenti soprattutto di tre tipi di proporzionalità:

- DIRETTA
- INVERSA
- QUADRATICA

02

PROPORZIONALITÀ DIRETTA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero “cadere” i prossimi punti?

In questo andamento cosa rimane costante?

Al variare di x, cosa fa y?

03

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Due grandezze, x ed y (*), si dicono **direttamente proporzionali** se il loro **rapporto è costante**

$$y/x = k \text{ oppure } y = k*x$$

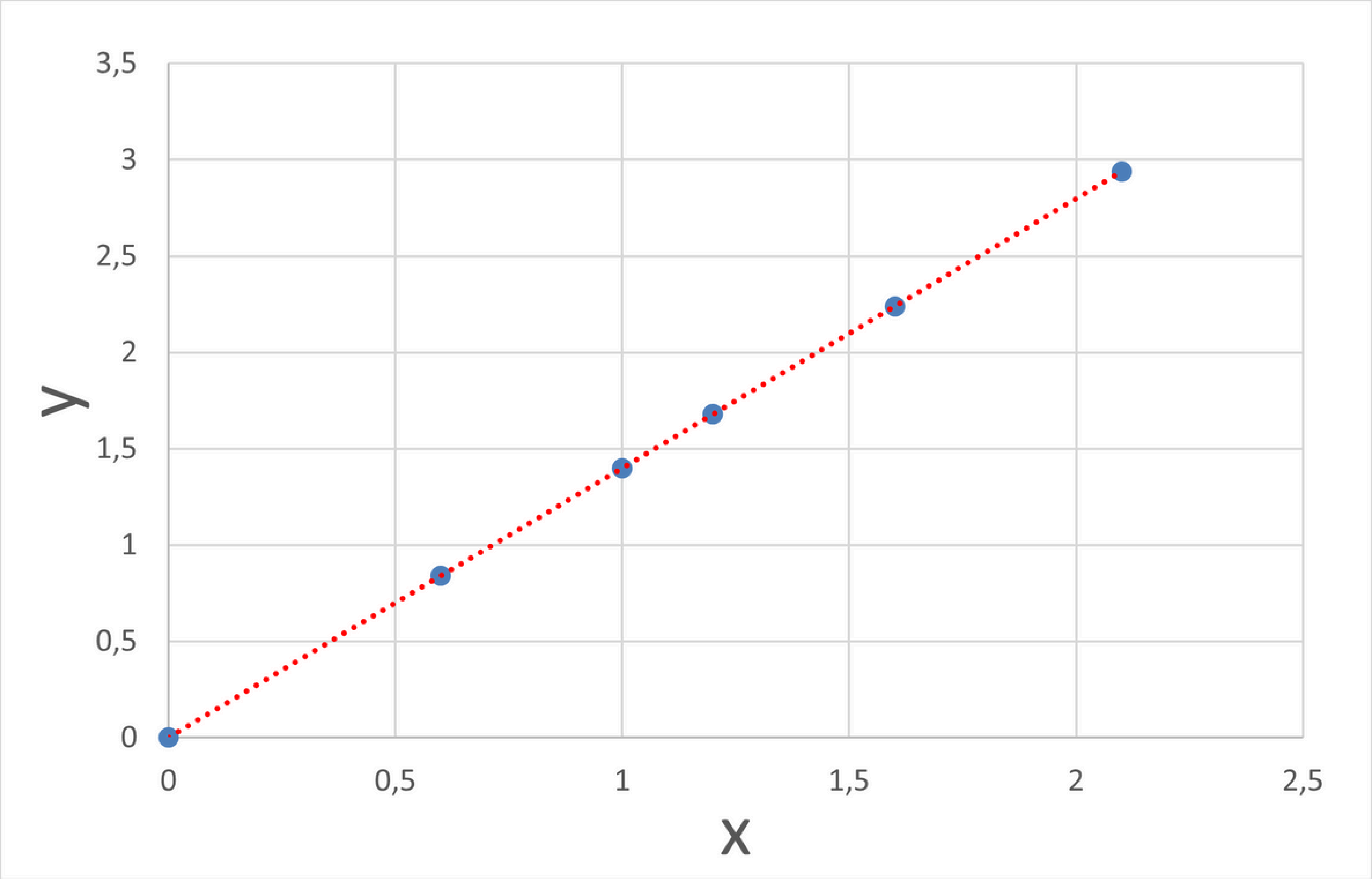
- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input

- k = **costante** (*coefficiente di proporzionalità*) è un NUMERO, non cambia, dipende da legge a legge

(*) oppure (t,x); (t,v); (F,x)...

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

x	y	y/x
0.6	0.84	...
1.0	1.40	...
1.2	1.68	...
1.6	2.24	...
2.1	2.94	...



Forza: calcolatrice, carta e penna, e via coi conti!

Scriveremo: **y = 1,4*x**

03

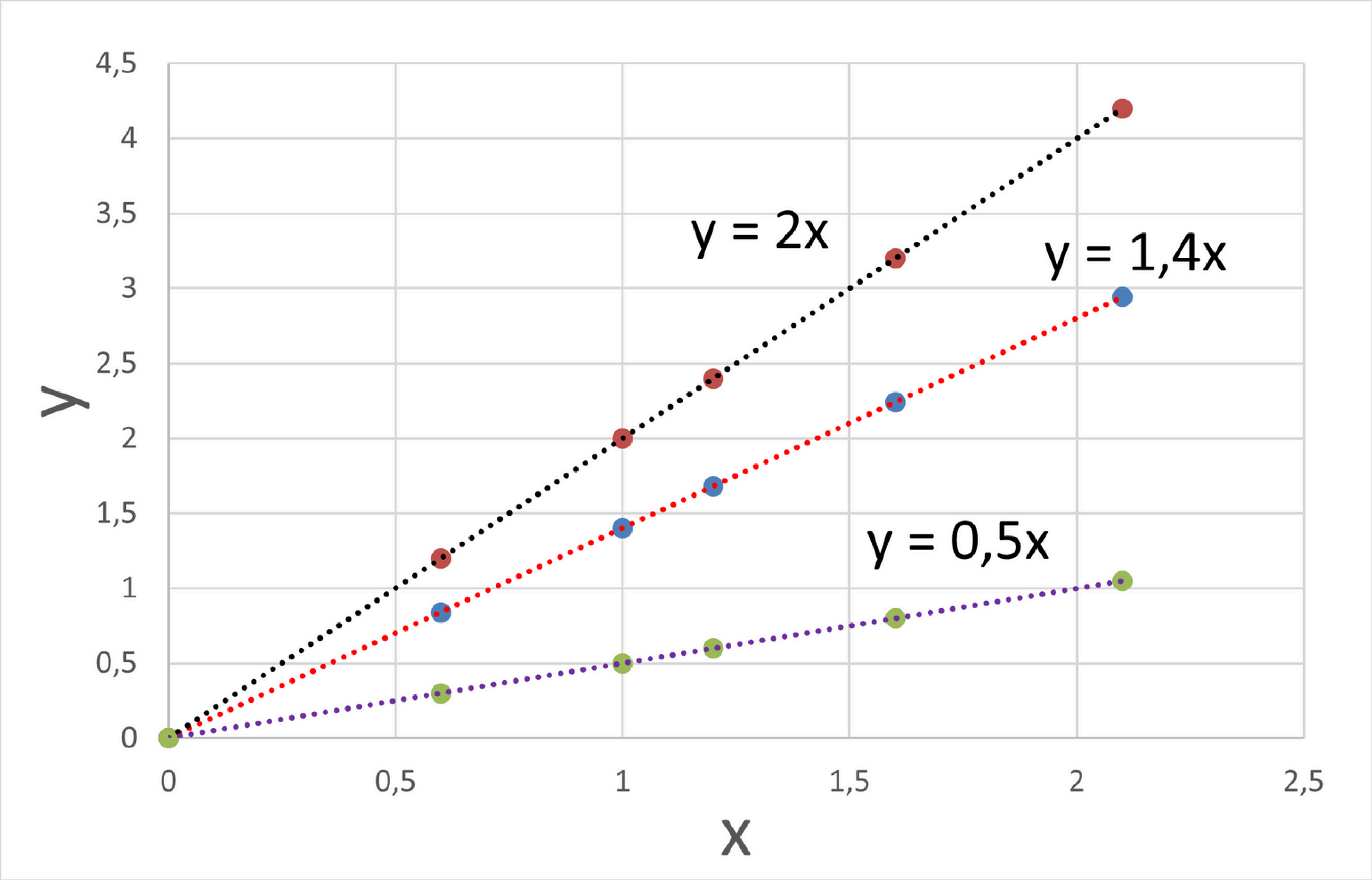
PROPORZIONALITÀ DIRETTA

OSSERVAZIONI

- Graficamente la proporzionalità diretta è rappresentata da una **retta** passante per l'origine degli assi
- Da ricordare: il valore del coefficiente di proporzionalità **k** è la **PENDENZA** della retta
- esempi di leggi lineari: F = k*x (Hooke), P = m*g,...

03

PROPORZIONALITÀ DIRETTA



03

DIPENDENZA LINEARE

Attenzione: la proporzionalità diretta è un **caso particolare** di una proporzionalità più **generale**: la **dipendenza lineare**

Due grandezze, x ed y, sono linearmente dipendenti quando **al crescere di una cresce anche l'altra** secondo una relazione del tipo:

$$y = k*x + q$$

04

DIPENDENZA LINEARE

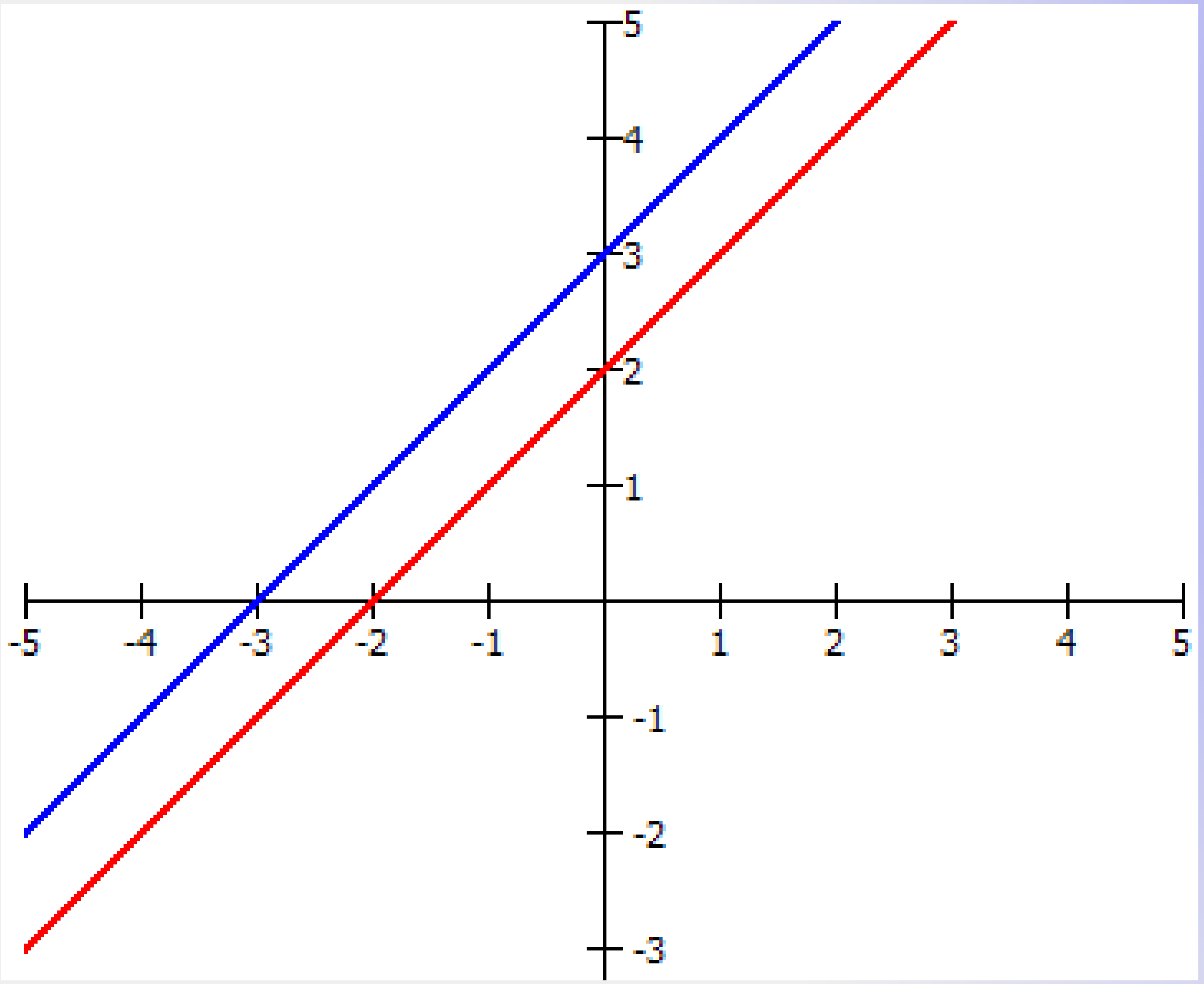
$$y = k*x + q$$

- Di nuovo: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input
- k = **costante** (*coefficiente lineare/angolare*) è un NUMERO, non cambia, dipende da legge a legge
- q = **termine noto**, è un **NUMERO**. Rappresenta il punto di **intersezione** della retta con l'asse y

04

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

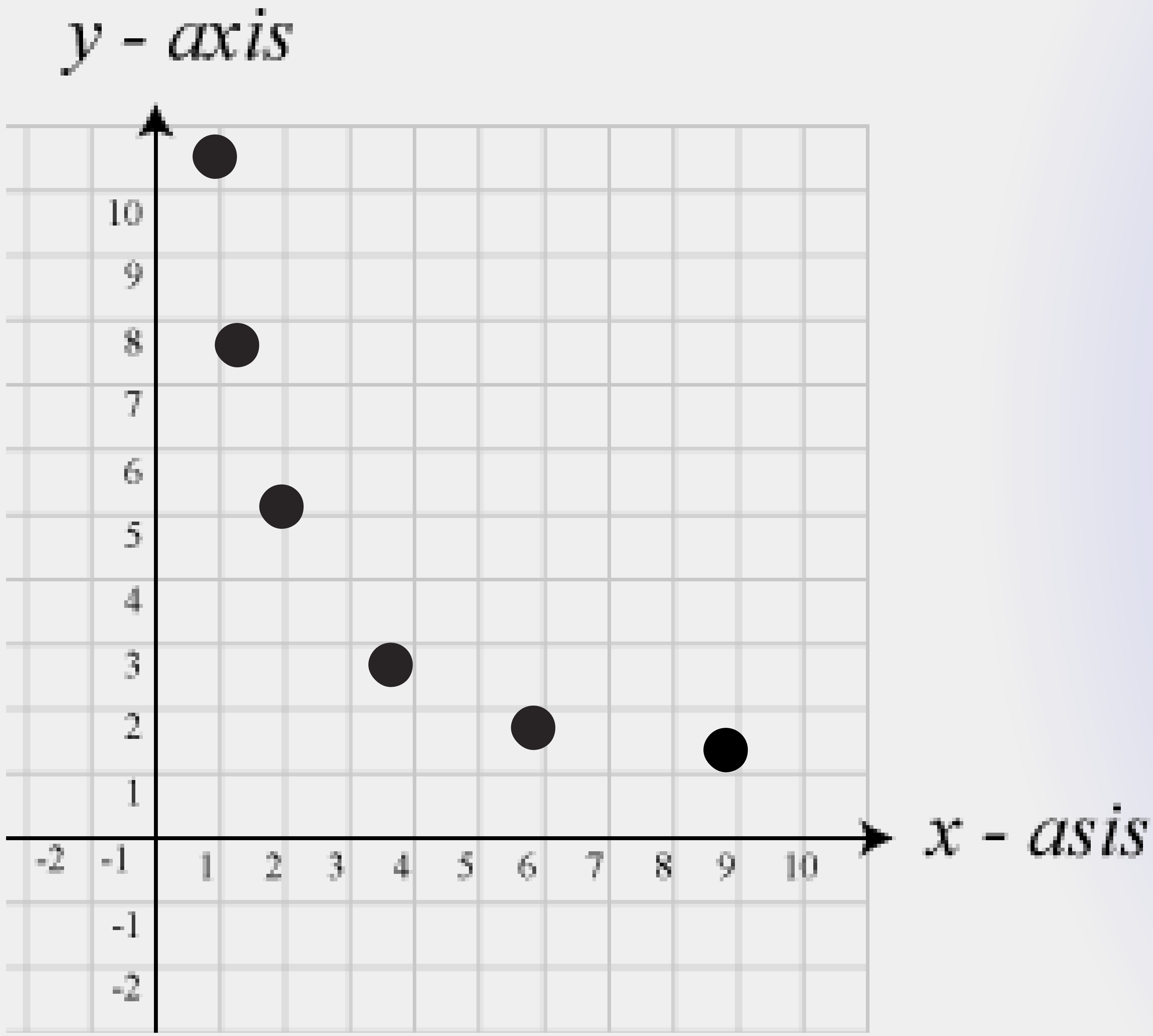
Attenzione: ora la retta **NON** passa più per l'origine



https://www.geogebra.org/m/BKjUbwkk

04

PROPORZIONALITÀ INVERSA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero “cadere” i prossimi punti?

Al variare di x, cosa fa y?

05

PROPORZIONALITÀ INVERSA

Due grandezze, x ed y, si dicono **inversamente proporzionali** se il loro **prodotto è costante**

$$x*y = k \quad \text{oppure} \quad y = k/x$$

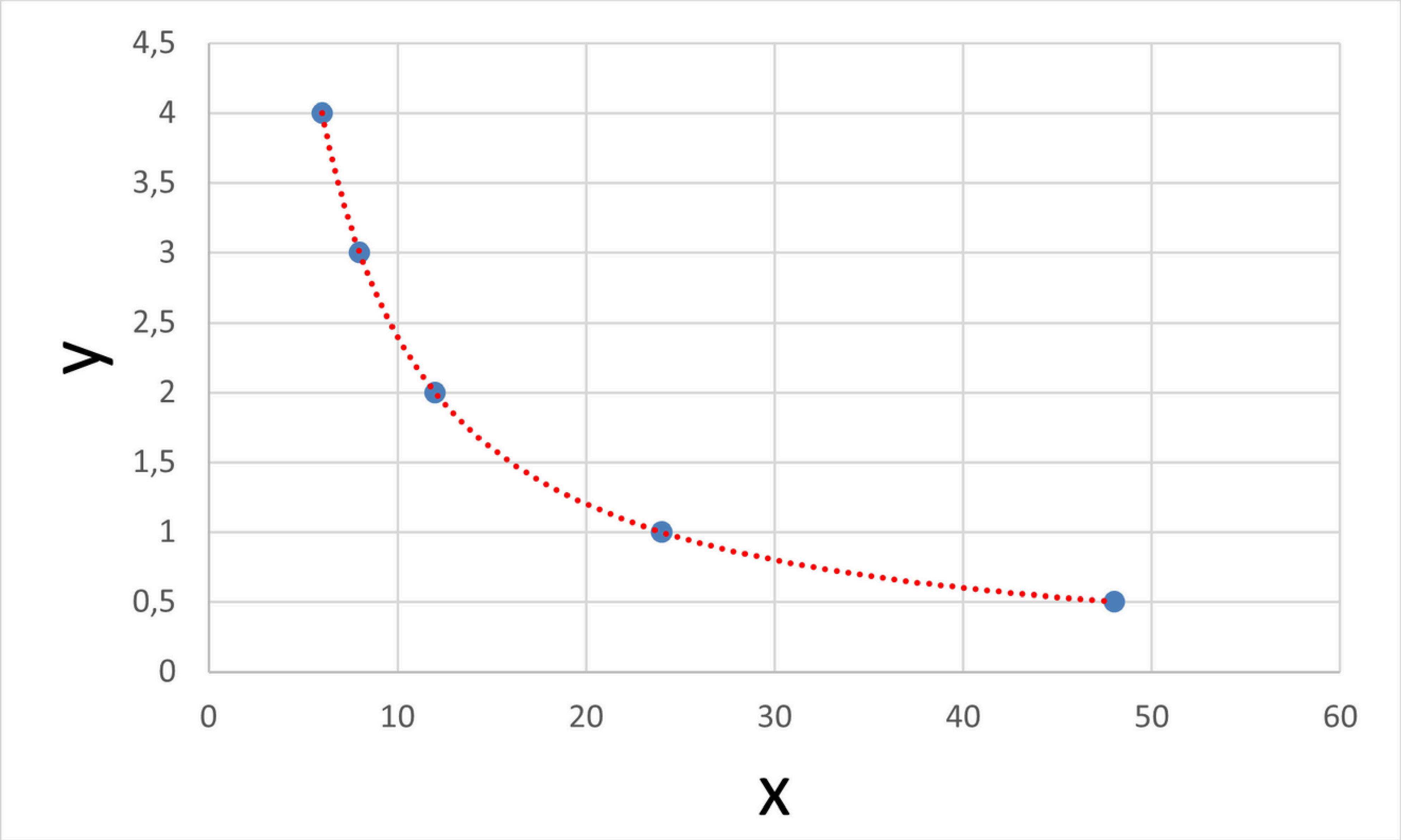
- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input

- k = **costante** (*coefficiente di proporzionalità inversa*) è un NUMERO, non cambia, dipende da legge a legge

05

PROPORZIONALITÀ INVERSA

x	y	x*y
6	4	...
8	3	...
12	2	...
24	1	...
48	0.5	...



Forza: calcolatrice, carta e penna, e via coi conti!

Scriveremo: **y = 24/x**

05

PROPORZIONALITÀ INVERSA

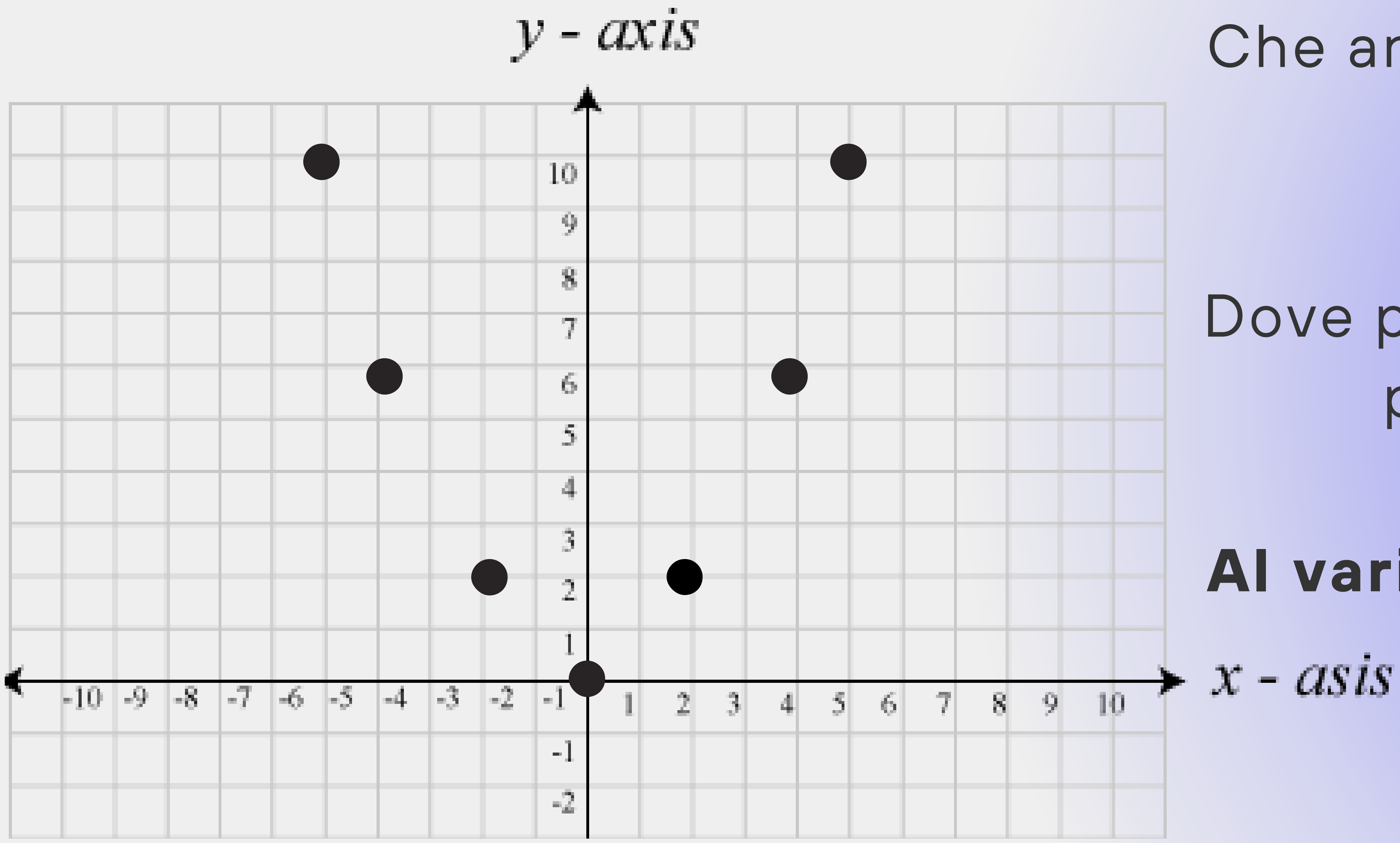
OSSERVAZIONI

- Cosa ci sta dicendo? Ci dice: se x viene *moltiplicata* di un certo fattore, y risulta *divisa* per lo stesso fattore (k)

- Graficamente la proporzionalità inversa è rappresentata da un **ramo di iperbole**

- https://www.geogebra.org/m/ubqg32a2

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero “cadere” i prossimi punti?

Al variare di x, cosa fa y?

06

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

tempo t	distanza s	s/t
0	0	/
1.0	0.1	0.1
2.0	0.4	0.2
3.0	0.9	0.3
4.0	1.6	0.4

Osserviamo la tabella: s è la distanza percorsa da un oggetto e t gli intervalli di tempo corrispondenti

La distanza cresce con t, ma **non** in maniera **proporzionale a t**

06

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

tempo t^2	distanza s	s/t^2
0	0	/
1.0	0.1	...
4.0	0.4	...
9.0	0.9	...
16.0	1.6	...

Forza: calcolatrice, carta e penna, e via coi conti!

Idea: la regolarità della relazione è evidente se confrontiamo s con il **quadrato di t**

ORA il rapporto tra **s e t^2** è **costante**, cioè la distanza percorsa è direttamente **proporzionale al quadrato** del tempo

Scriveremo: $s = 0.1 * t^2$

06

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

Si dice che tra due grandezze, x ed y, c'è una proporzionalità **quadratica** se il **rapporto** tra y e x^2 è **costante**

$$y/x^2 = k \text{ oppure } y = k*x^2$$

- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input

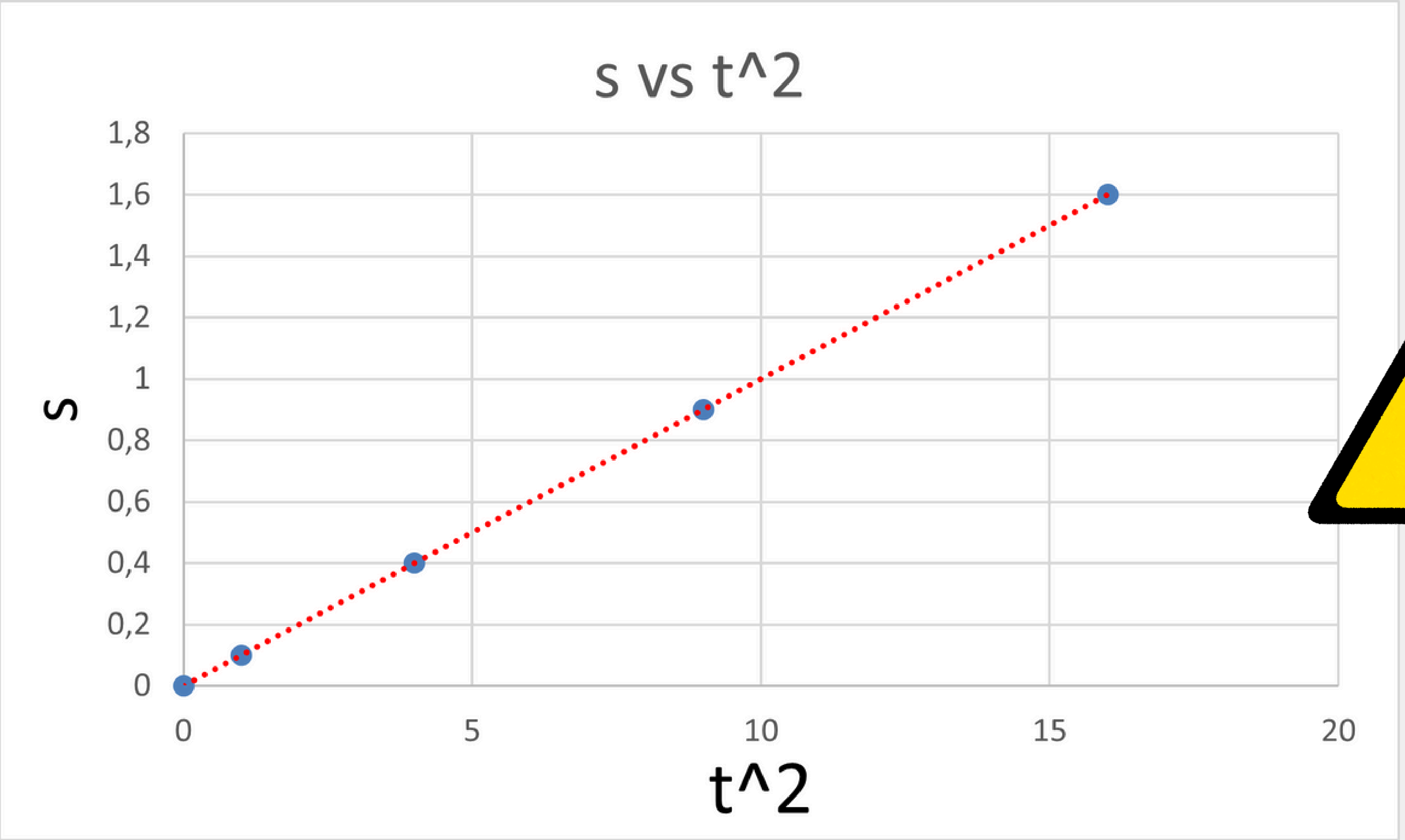
- k = **costante** (*coefficiente di proporzionalità*) è un NUMERO, non cambia, dipende da legge a legge

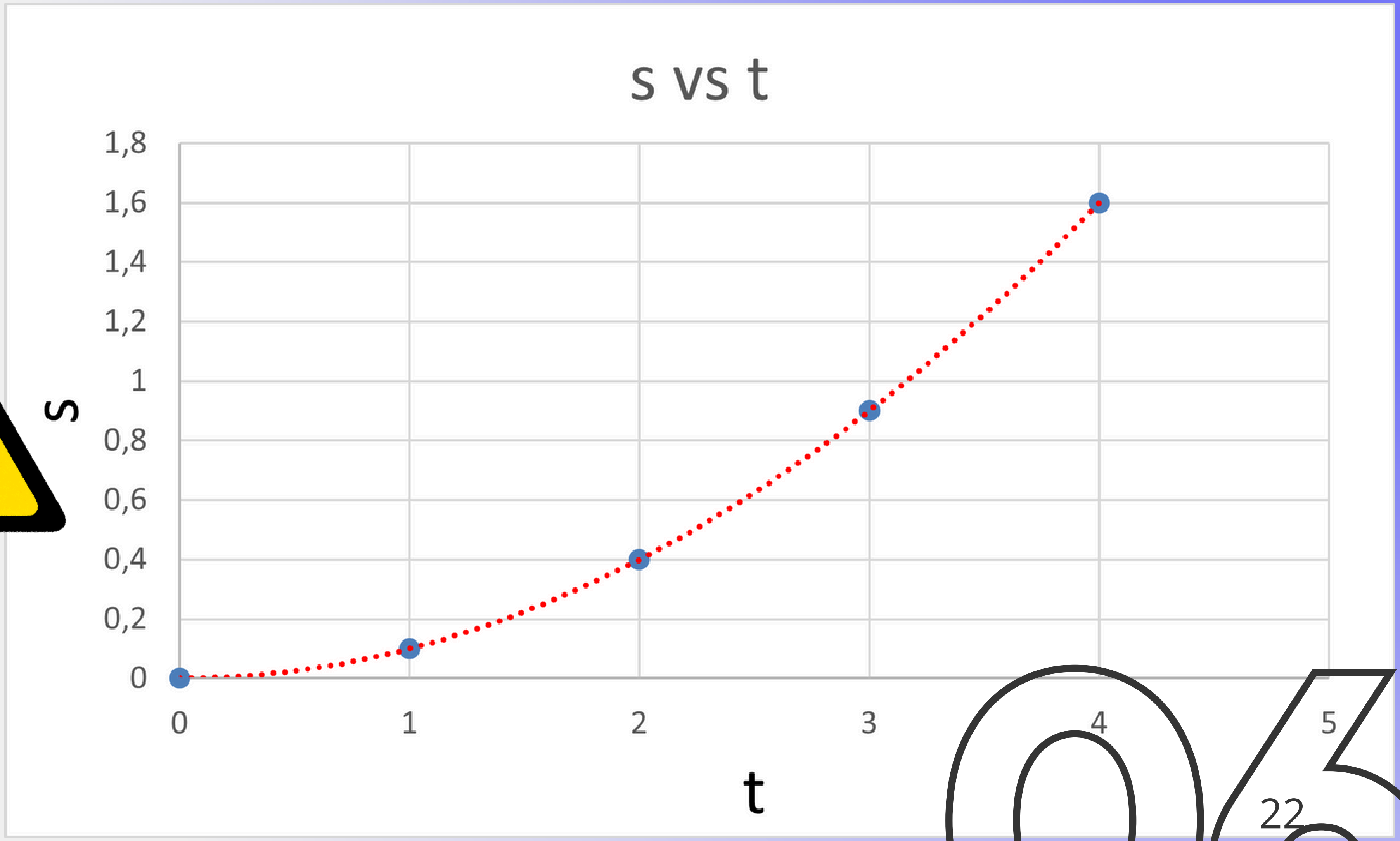
06

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

OSSERVAZIONI

- Graficamente la proporzionalità quadratica è rappresentata da un **ramo di parabola**
- **Grafici:**



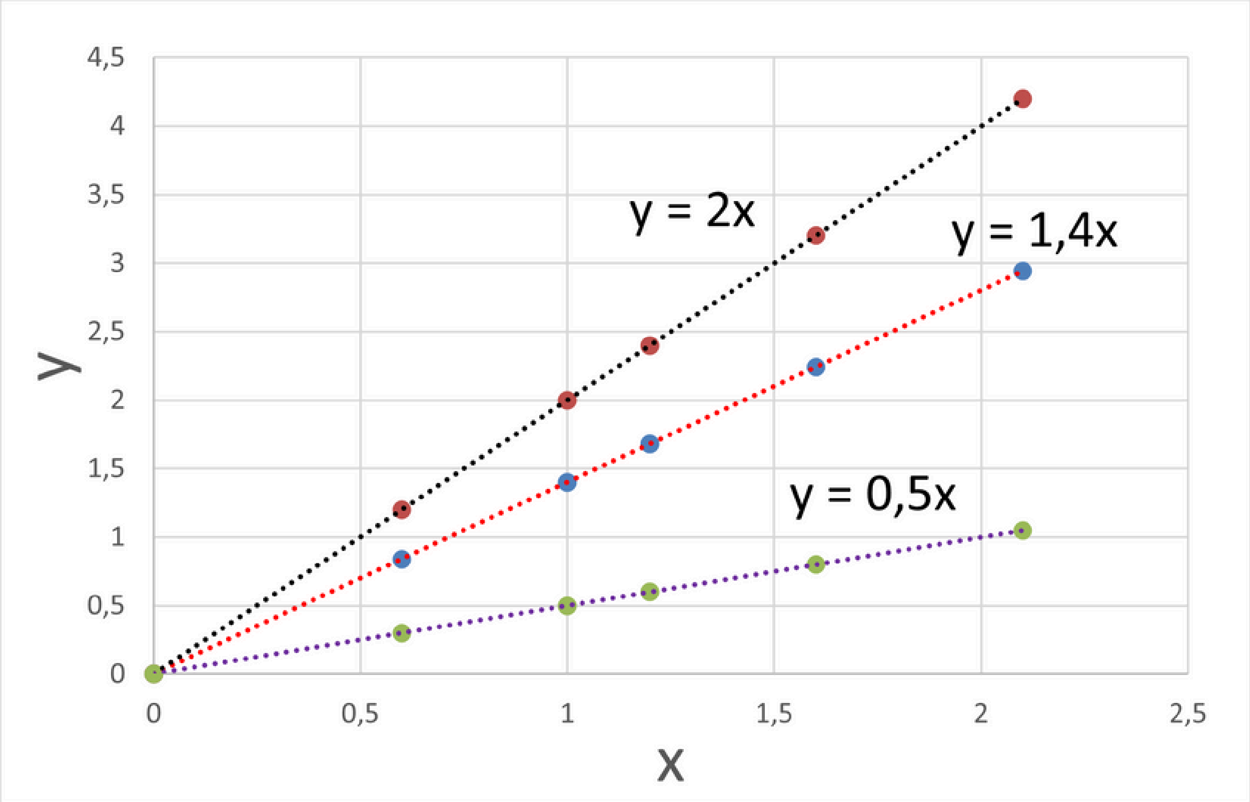


06

Mind map

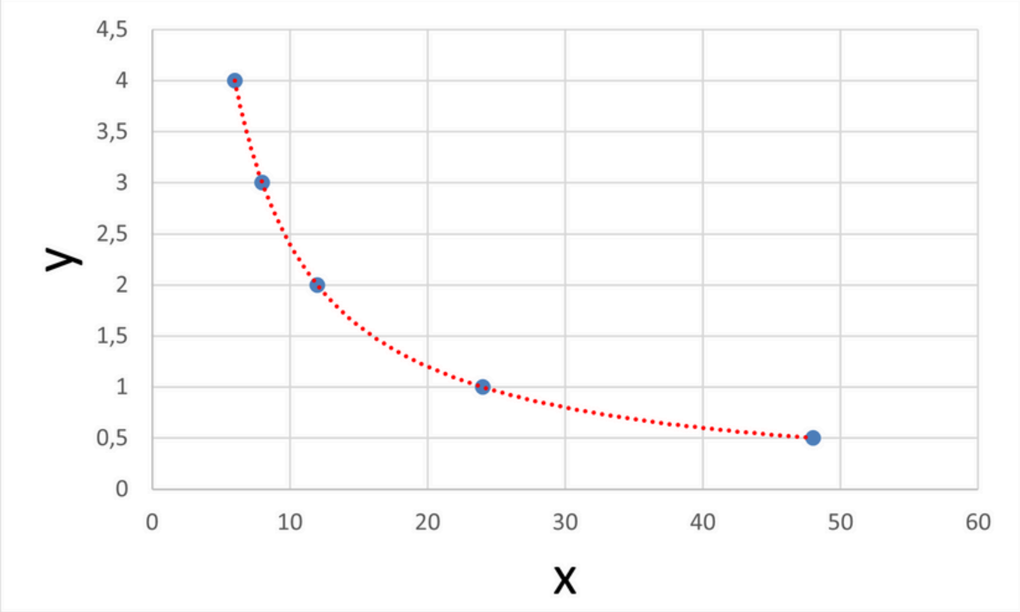
Proporzionalità diretta

y = k*x



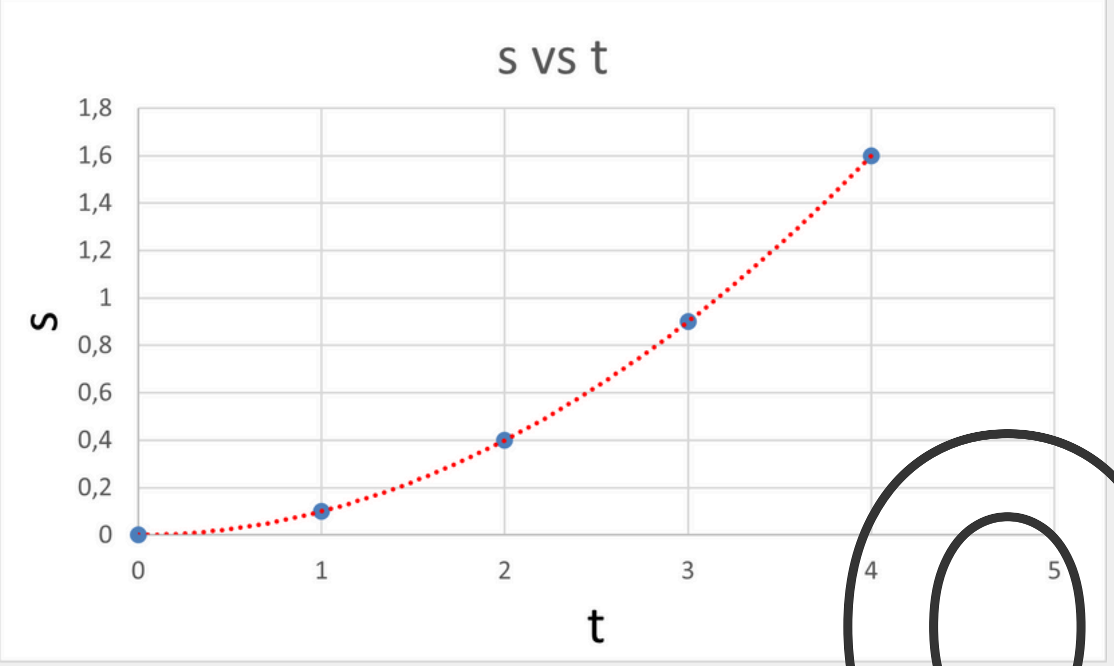
Proporzionalità inversa

y = k/x



Proporzionalità quadratica

y = k*x²



Dipendenza lineare

y = k*x + q

Grazie e buon lavoro!