

# Equilibrio di un corpo rigido: il momento torcente

Lorenzo Mauro Sabatino

## Sommario

L'obiettivo dell'esperienza è la verifica che un corpo rigido esteso è in equilibrio rispetto alla rotazione se la somma vettoriale dei momenti ad esso applicati è pari a zero.

## 1 Introduzione

Quando una forza  $F$  viene applicata a un corpo rigido ad una distanza  $r$  dal centro di massa, si produce un momento torcente  $M$ . Il modulo di  $M$  è:

$$M = r \cdot F \sin \theta \quad (1)$$

La condizione di equilibrio rispetto alla rotazione su un corpo rigido è la seguente:

$$\sum_i M_i = 0 \quad (2)$$

L'apparato consiste in un'asta con dei fori nei quali appendere diverse masse. Un'estremità dell'asta è appesa a un sensore di forza. Si dovranno posizionare dei pesetti in vari fori e verificare la correttezza della legge.

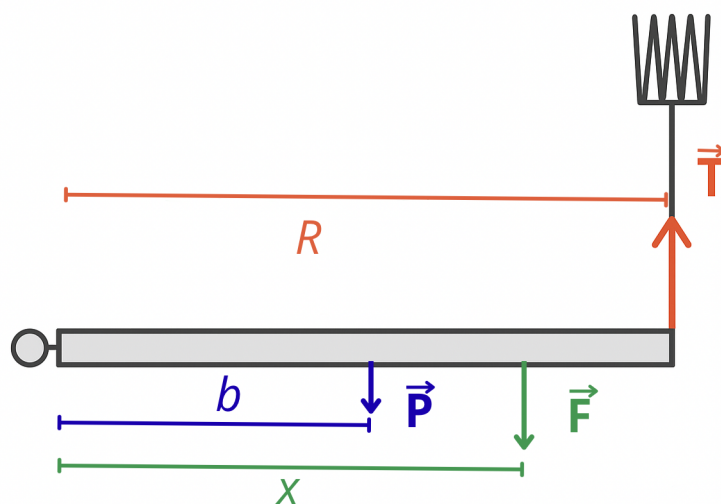


Figura 1: Diagramma delle forze

La legge 1 unita alle forze che agiscono sull'apparato (figura 1), e considerano come fulcro il punto che vincola l'asta, si ottiene:

$$\vec{M} = \vec{T} \cdot \vec{R} - \vec{F} \cdot \vec{x} - \vec{P} \cdot \vec{b} = 0 \quad (3)$$

Ora, dato che le forze agiscono tutte con un angolo di  $90^\circ$  rispetto al braccio, allora:

$$T \cdot R = F \cdot x + P \cdot b \quad (4)$$

F è la forza data dalla massa appesa (nota), P è la forza peso dell'asta (nota), b ed R sono noti (si misurano). T la si legge dal sensore di forza e x varia in base alla posizione della massa appesa.



Figura 2: Setup sperimentale

## 2 Procedimento - versione con sensore di forza di PASCO

- ☐ Preparare l'apparato come in figura. Assicurarsi che il filo sia perpendicolare all'asta e che essa sia orizzontale
- ☐ Pesare l'asta (anche una uguale presente in laboratorio) e cercare il centro geometrico. In quel punto assumiamo sia applicata la forza peso dell'asta
- ☐ Misurare b ed R (con anche gli errori)
- ☐ Scegliere una massa da appendere (non deve essere eccessivamente pesante, va bene 50 - 100 g) e pesarla. Inserirne il gancio in un foro dell'asta (si può partire da quello all'estremità a cui è legato il filo)

- ☐ Dal sensore di forza, leggere il valore di Forza (software SparkVue). Vedi foto 3
- ☐ Segnare in tabella tale dato insieme alla distanza della massa rispetto al fulcro dell'asta
- ☐ Ripetere il procedimento più volte cambiando la posizione della massa
- ☐ Suggerimento: per leggere il valore di forza dal software, selezionare i punti di interesse e far passare la retta che si adatta meglio (dovrebbe essere circa orizzontale). Leggere dunque il valore dell'intercetta per trovare la tensione

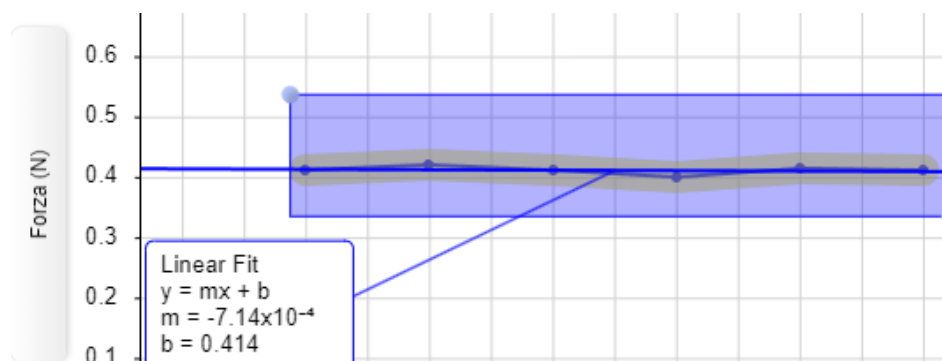


Figura 3: Uso del sensore e del software

### 3 Procedimento - versione con dinamometro

Nella versione con il dinamometro si legge il valore di Forza direttamente da esso. Attenzione alla portata dei dinamometri in laboratorio.

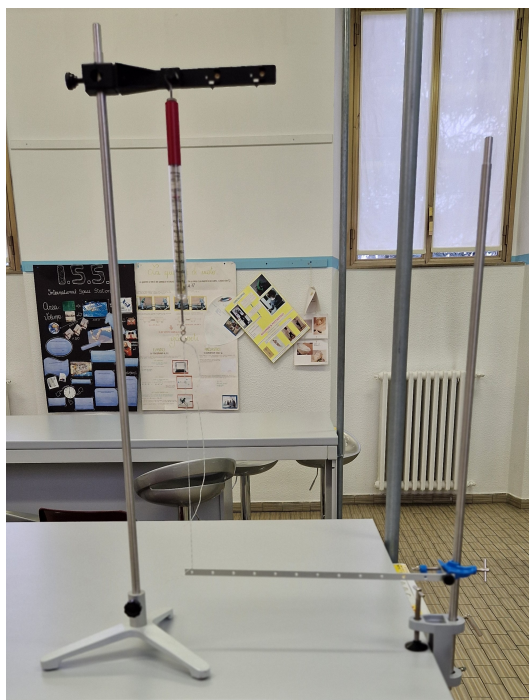


Figura 4: Setup con dinamometro

## 4 Tabelle e analisi dati

I dati devono essere raccolti in tabelle ordinate. Esempio di tabella:

		$T$ [N]	$e_T$	$x$ [m]	$e_x$
$x_1$	Mis. 1	$\pm$			
	Mis. 2	$\pm$			$\pm$
	Mis. 3	$\pm$			
$x_2$	Mis. 1	$\pm$			
	Mis. 2	$\pm$			$\pm$
	Mis. 3	$\pm$			
	...	$\pm$			

### 4.1 Commenti sull'analisi dati

- ☐ Potete creare le tabelle nella maniera che preferite
- ☐ Calcolare anche i momenti torcenti e verificare che la loro somma sia zero
- ☐ Riscrivendo la legge 4 come:

$$T = \frac{F}{R} \cdot x + \frac{P \cdot b}{R} \quad (5)$$

e rinominando le variabili in questo modo:

$$k = \frac{F}{R} \quad \text{e} \quad q = \frac{P \cdot b}{R} \quad (6)$$

si osserva una relazione lineare ( $y = k \cdot x + q$ ) tra le grandezze. Costruendo il grafico di  $T$  in funzione di  $x$ , si può verificare tale relazione, e ciò permette di trovare il valore di  $\frac{F}{R}$  attraverso l'inclinazione della retta "k" (da cui si può ottenere  $F$ , cioè la forza peso della massetta appesa). Provare a farlo e confrontare  $F$  con il valore atteso.

- ☐ **Importante:** segnate sempre gli errori degli strumenti di misura (sensibilità). Ripetete le misure e calcolate media ed errore. Per propagare l'errore usate le formule viste a lezione.

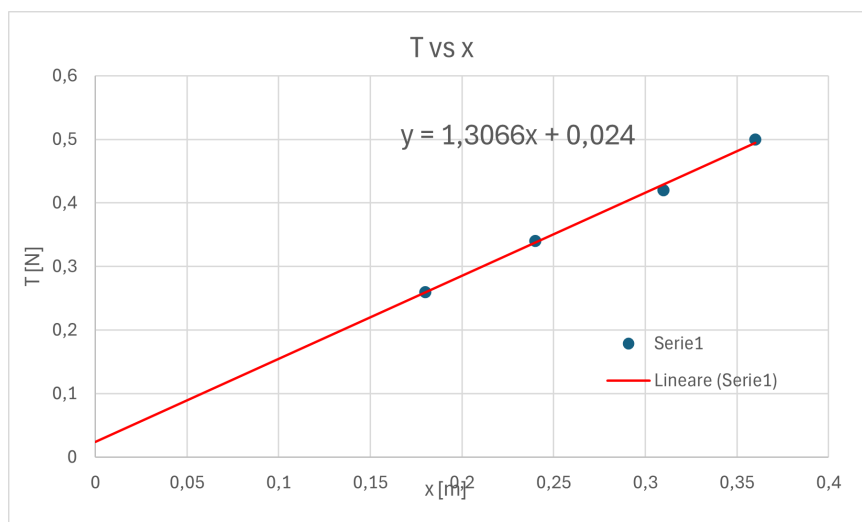


Figura 5: Esempio analisi dati relazione lineare

## 5 Conclusioni e domande

- La legge è verificata?
- Se non lo è, quali ipotesi aggiuntive vanno fatte? Che cosa si poteva modificare o fare meglio?
- Quali sono le principali fonti di errore che potrebbero aver alterato i dati raccolti?
- Il fulcro dell'asta è rimasto stabile durante l'esperimento? Come potrebbe influenzare i risultati uno spostamento del fulcro?
- Come hai calcolato le incertezze associate alla misura della forza e della distanza?
- Il valore della forza peso  $F$ , ottenuto dall'analisi dei dati, è compatibile con quello misurato?
- E sul valore di  $q$ , cosa puoi dire?

## Approfondimento - esperimento alternativo con il sensore di forza

Data la configurazione in *figura 6*, realizzata usando un'asta vincolata a un perno, variando il peso attaccato all'estremità, come possiamo ricavare il valore di tensione? Con la teoria dell'equilibrio dei momenti, la risposta si trova facilmente!

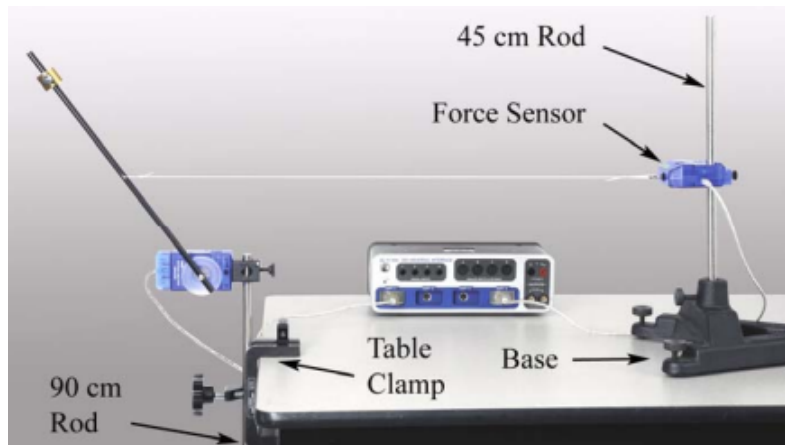


Figura 6: Setup sperimentale

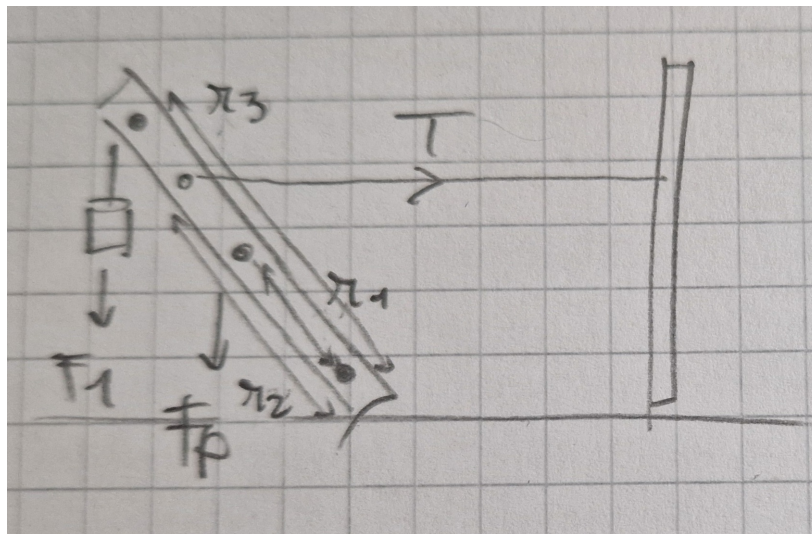


Figura 7: Schema delle forze

Sappiamo che:

$$\sum_i M_i = 0 \quad (7)$$

da cui vale l'identità (si faccia riferimento alla *figura 7*):

$$M_+ = M_- \quad (8)$$

$$\Rightarrow (\vec{F}_1 \cdot \vec{r}_3 + \vec{F}_p \cdot \vec{r}_1) \cdot \cos \theta = \vec{T} \cdot \sin \theta \cdot \vec{r}_2 \quad (9)$$

dove è stata usata la relazione trigonometrica:  $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$

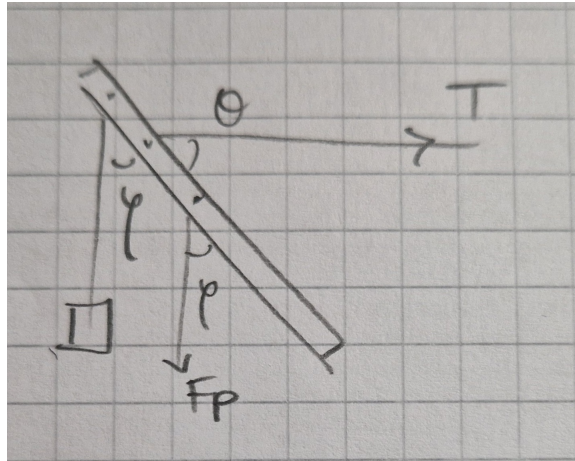


Figura 8: Relazione trigonometrica tra gli angoli

$$\Rightarrow \vec{T} = \frac{\vec{F}_1 \cdot \vec{r}_3 + \vec{F}_p \cdot \vec{r}_1}{r_2} \cdot \arctan \theta \quad (10)$$

Verificare tramite il sensore di forza di PASCO che ci sia accordo tra il valore di tensione previsto e quello misurato.

Ripetere l'esperimento variando la massa appesa e la lunghezza dei bracci.

Se avessimo usato l'equilibrio delle forze, come avremmo dovuto procedere? (Suggerimento: pensare alla forza vincolare esercitata dal perno sull'asta)