

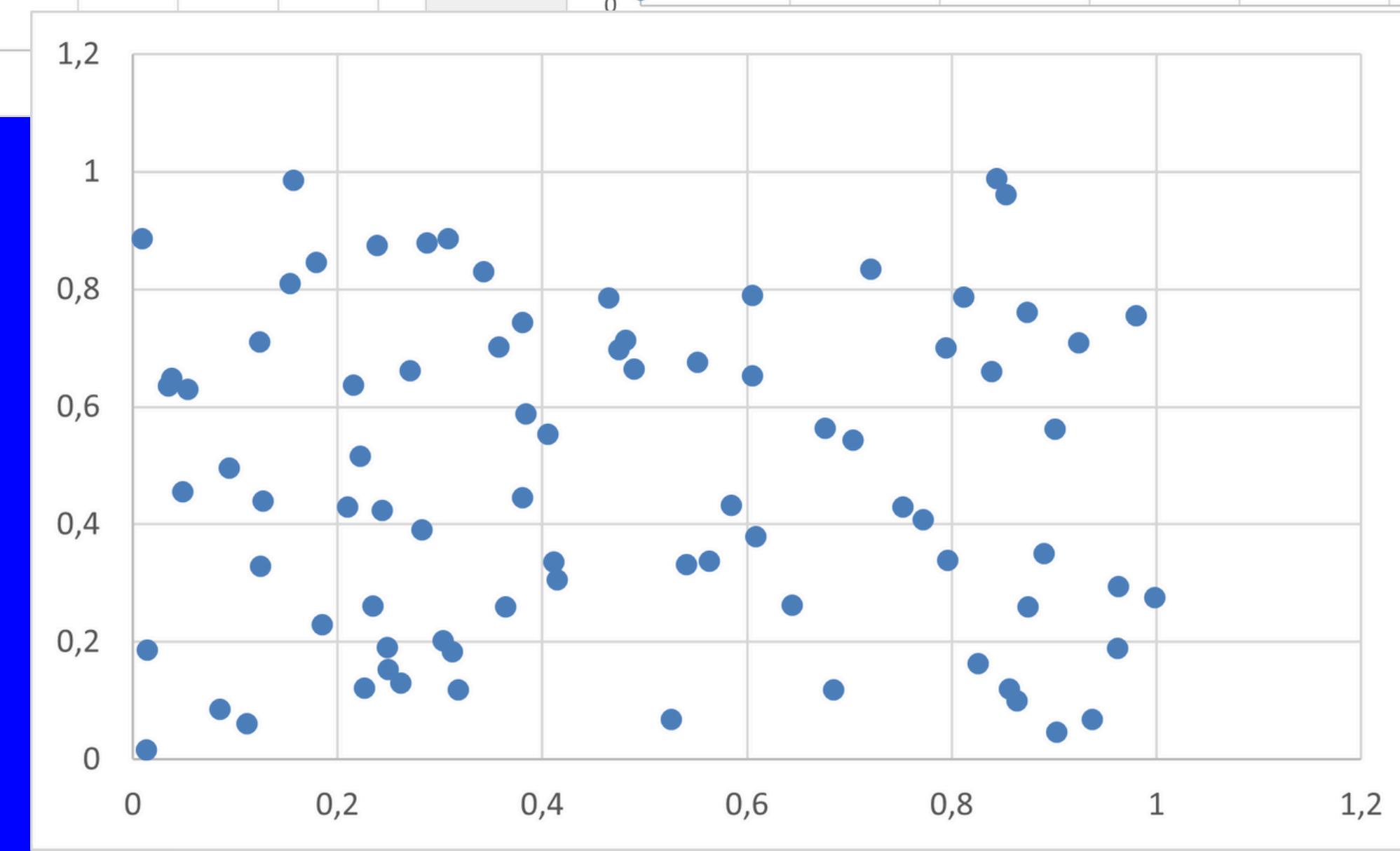
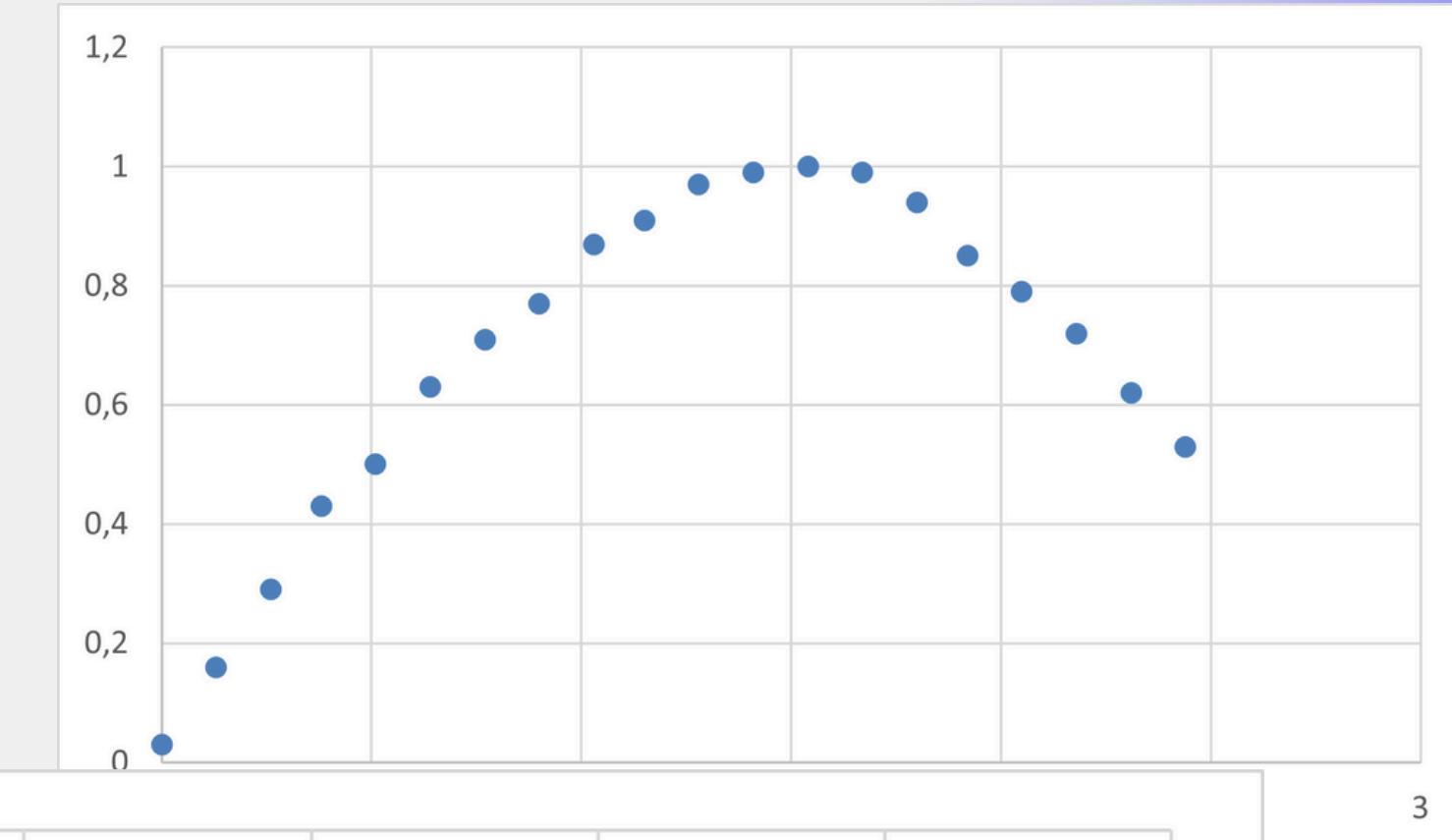
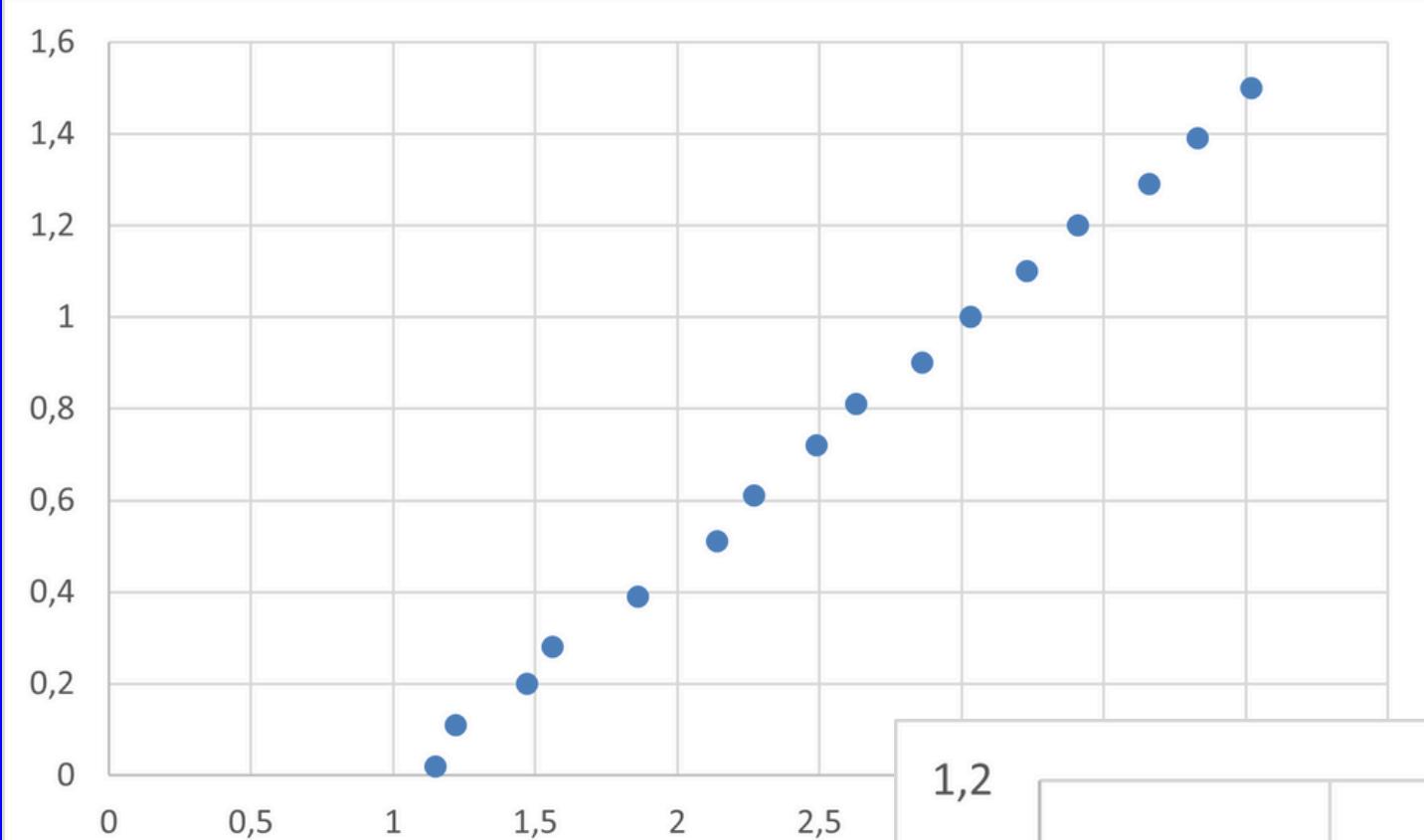
# **Leggi di proporzionalità**

Lorenzo Sabatino

# Obiettivo della lezione

Una volta fatto l'esperimento e raccolti i dati, non ci basta questo

Se vogliamo verificare una legge, o ancora meglio, scoprire qualcosa di nuovo, dobbiamo andare alla ricerca del **LEGAME** che c'è tra le **grandezze** che ho misurato



nota bene: non abbiamo molte altre alternative per dare un senso ai nostri dati, altrimenti stiamo qui a parlarci del nulla!



Il modo più **sintetico** e completo per esprimere una legge fisica consiste nel rappresentare il legame tra le grandezze tramite una **funzione matematica**

**Vantaggio:** permette di fare **previsione** sui valori che potremmo ottenere senza fare ogni volta l'esperimento

# Proporzionalità

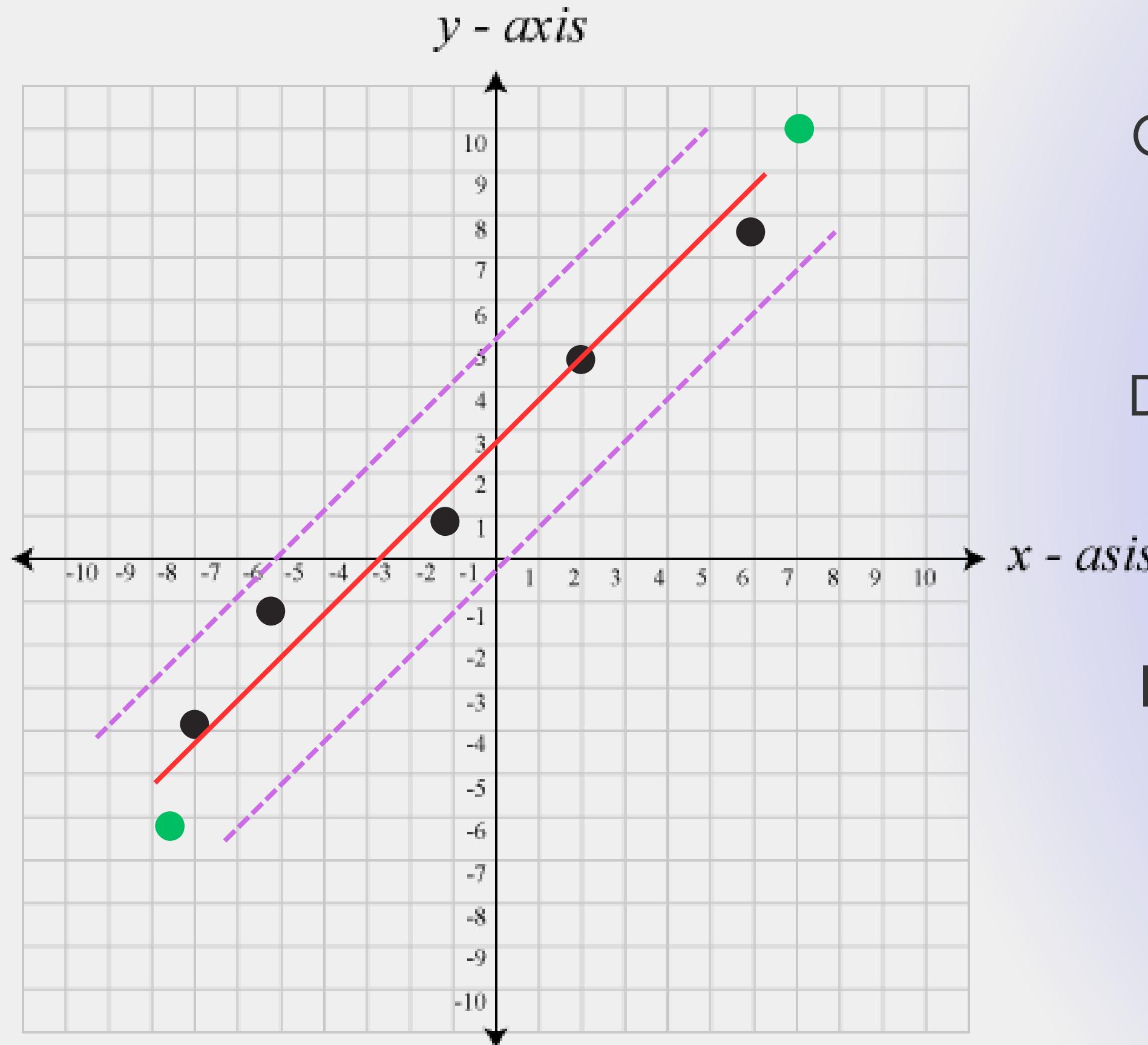
Nel nostro caso, faremo uso nei nostri esperimenti soprattutto di tre tipi di proporzionalità:

DIRETTA

INVERSA

QUADRATICA

# PROPORZIONALITÀ DIRETTA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero "cadere" i prossimi punti?

In questo andamento cosa rimane costante?

# PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Due grandezze, x ed y (\*), si dicono **direttamente proporzionali** se il loro **rapporto è costante**

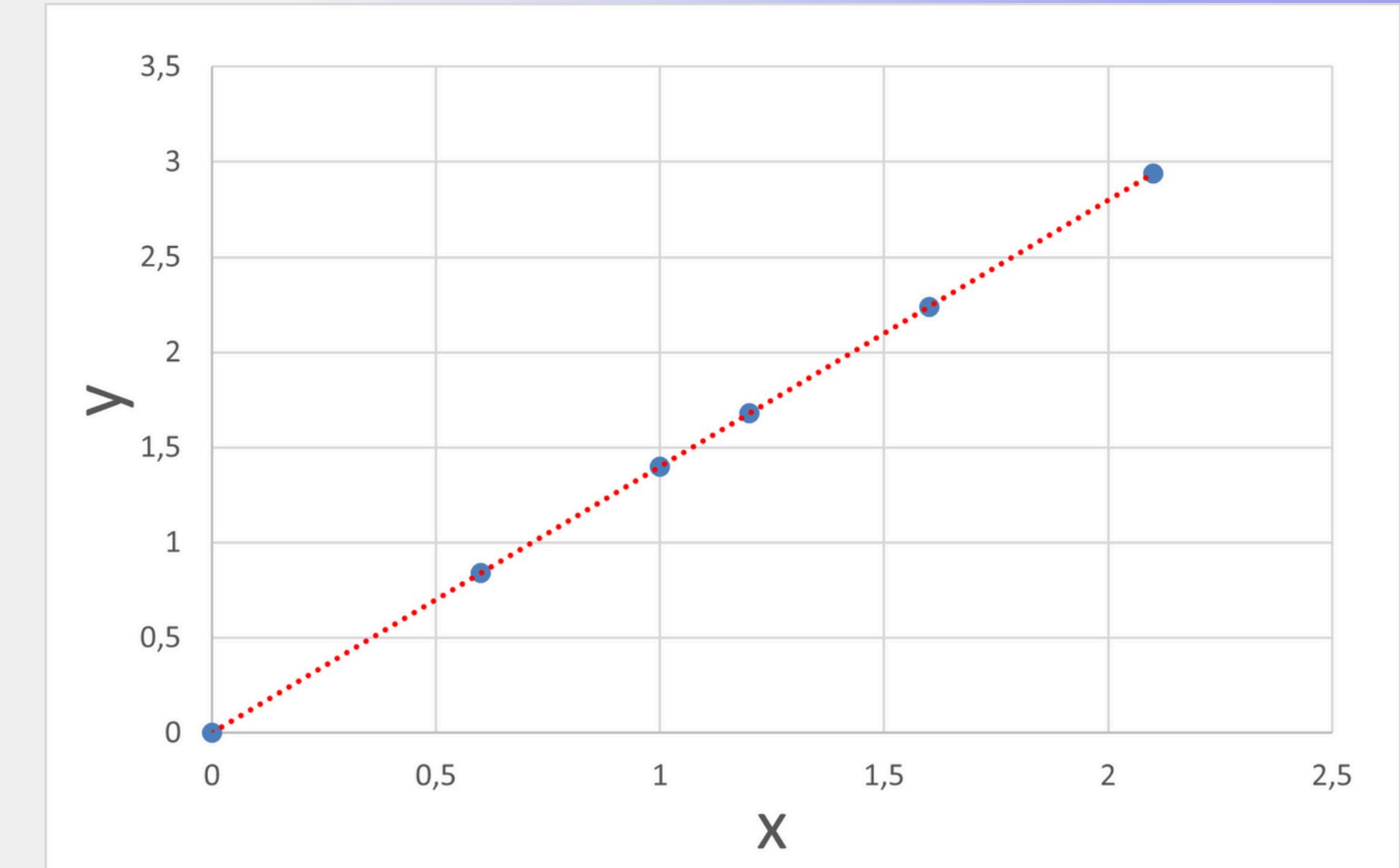
$$y/x = k \text{ oppure } y = k*x$$

- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input
- $k$  = **costante** (*coefficiente di proporzionalità*) è un **NUMERO**, non cambia, dipende da legge a legge

(\*) oppure (t,x); (t,v); (F,x)...

# PROPORZIONALITÀ DIRETTA

| X   | y    | y/x |
|-----|------|-----|
| 0.6 | 0.84 | ... |
| 1.0 | 1.40 | ... |
| 1.2 | 1.68 | ... |
| 1.6 | 2.24 | ... |
| 2.1 | 2.94 | ... |



Scriveremo:  $y = 1,4 \cdot x$

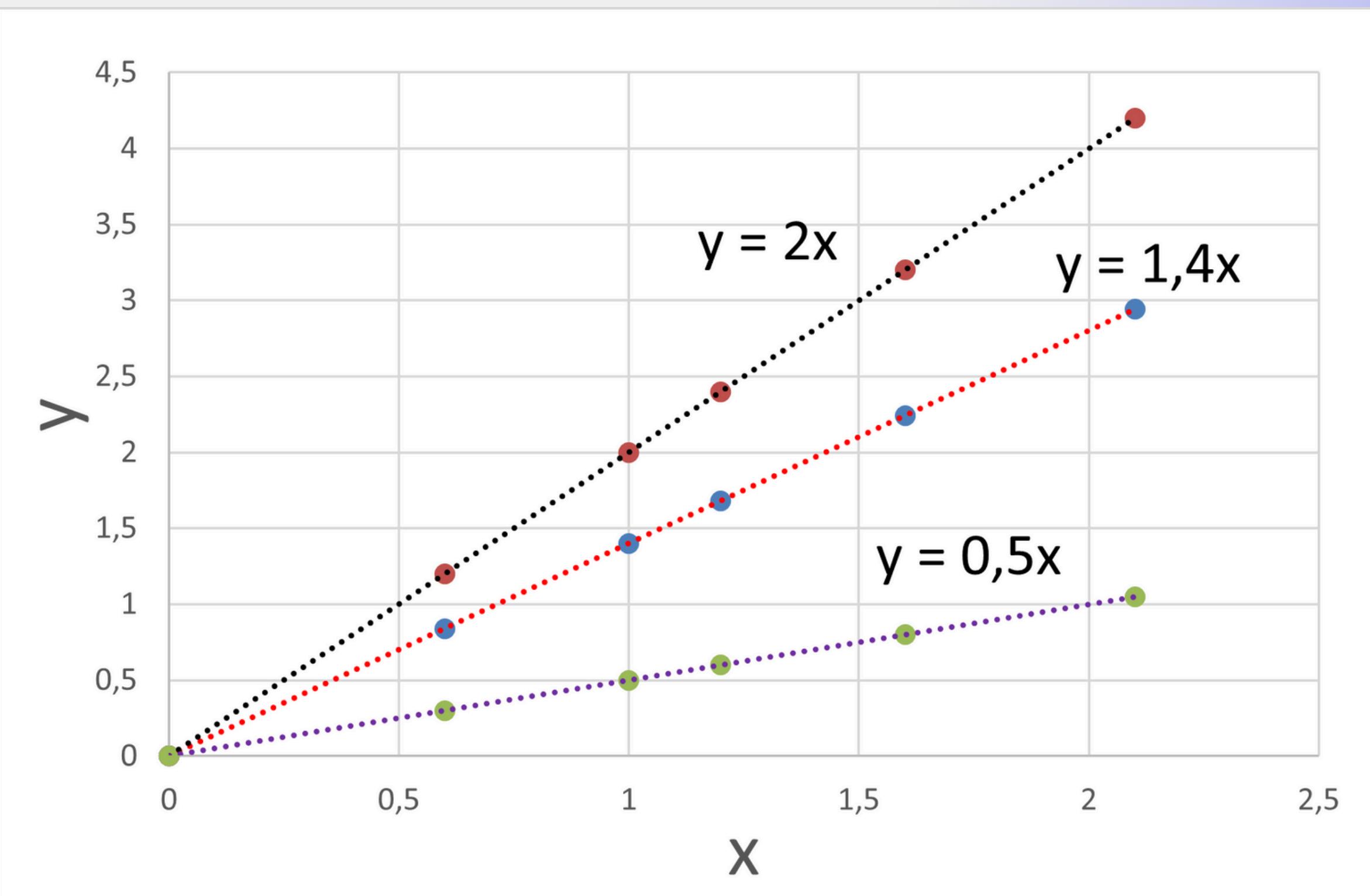
03  
8

# PROPORZIONALITÀ DIRETTA

## OSSERVAZIONI

- Graficamente la proporzionalità diretta è rappresentata da una **retta** passante per l'origine degli assi
- **Da ricordare:** il valore del coefficiente di proporzionalità  $k$  è la **PENDENZA** della retta
- esempi di leggi lineari:  $F = k*x$  (Hooke),  $P = m*g$ ,...

# PROPORZIONALITÀ DIRETTA



03  
10

# DIPENDENZA LINEARE

Attenzione: la proporzionalità diretta è un **caso particolare** di una proporzionalità più **generale**: la **dipendenza lineare**

Due grandezze, x ed y, sono linearmente dipendenti quando **al crescere di una cresce anche l'altra** secondo una relazione del tipo:

$$y = k \cdot x + q$$

# DIPENDENZA LINEARE

$$y = k*x + q$$

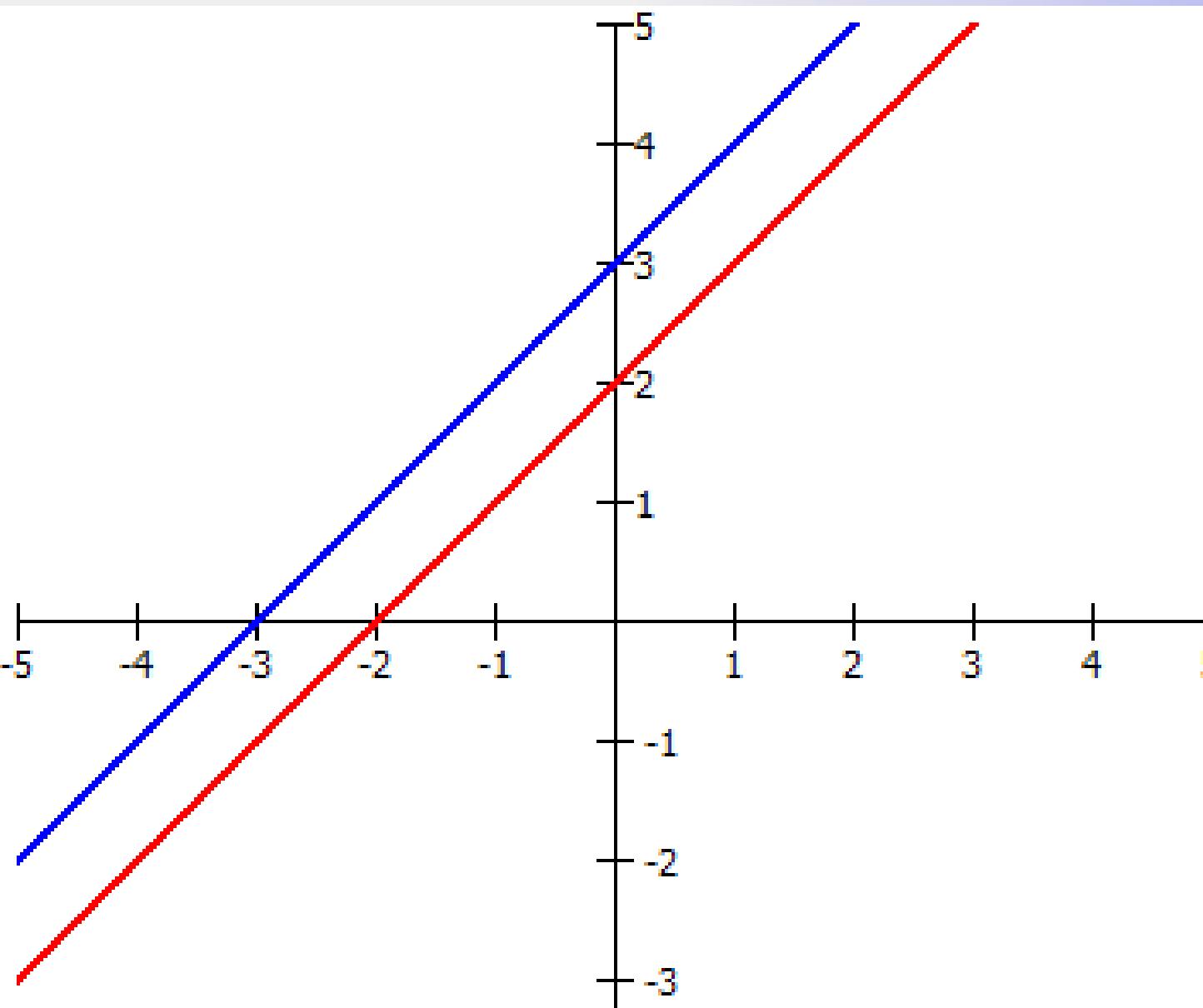
- Di nuovo: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input
- $k$  = **costante** (*coefficiente lineare/angolare*) è un **NUMERO**, non cambia, dipende da legge a legge
- $q$  = **termine noto**, è un **NUMERO**. Rappresenta il punto di **intersezione** della retta con l'asse y



# PROPORZIONALITÀ DIRETTA



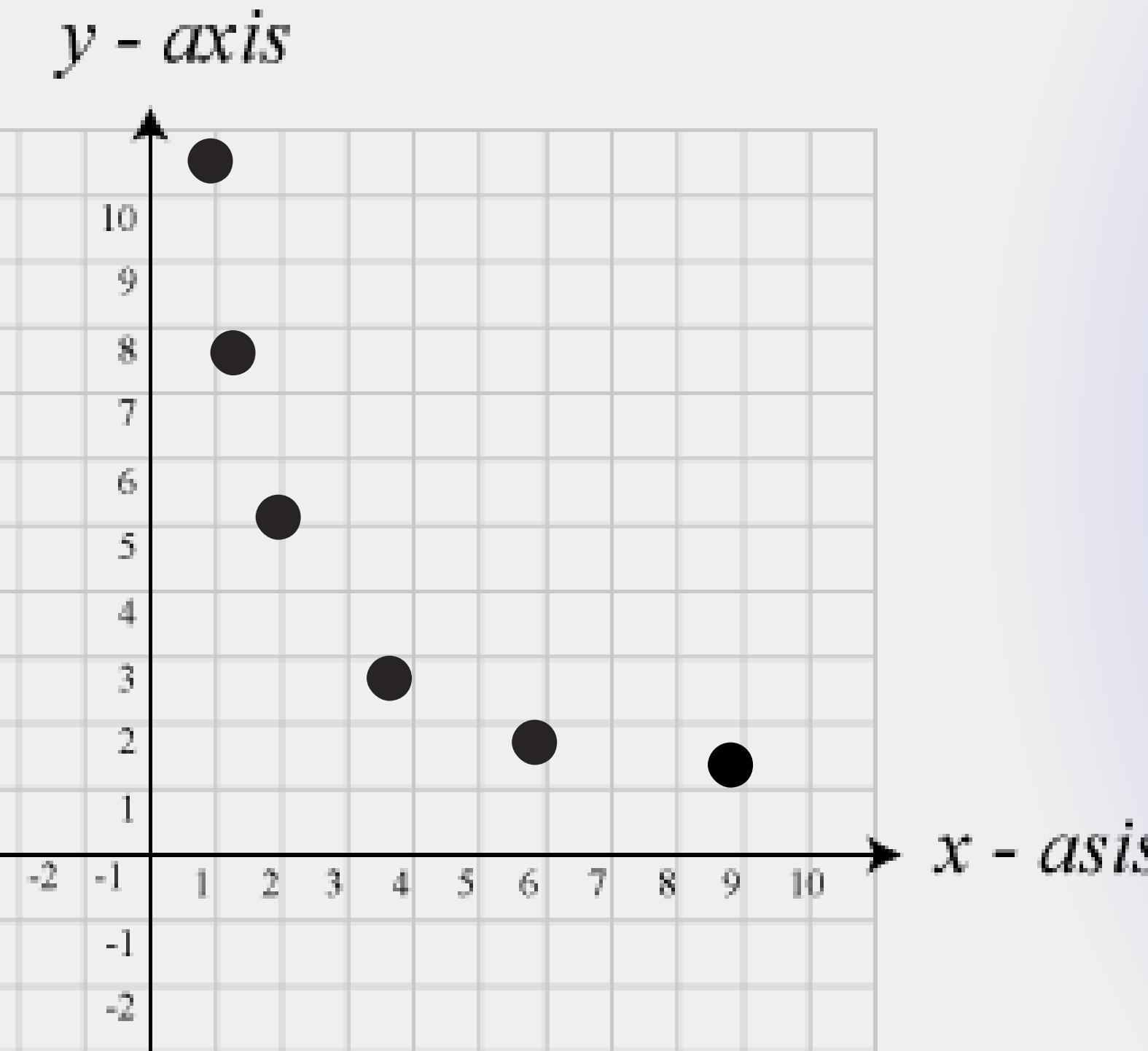
Attenzione: ora la retta **NON**  
passa più per l'origine



<https://www.geogebra.org/m/BKjUbwkk>



# PROPORZIONALITÀ INVERSA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero "cadere" i prossimi punti?

# PROPORZIONALITÀ INVERSA

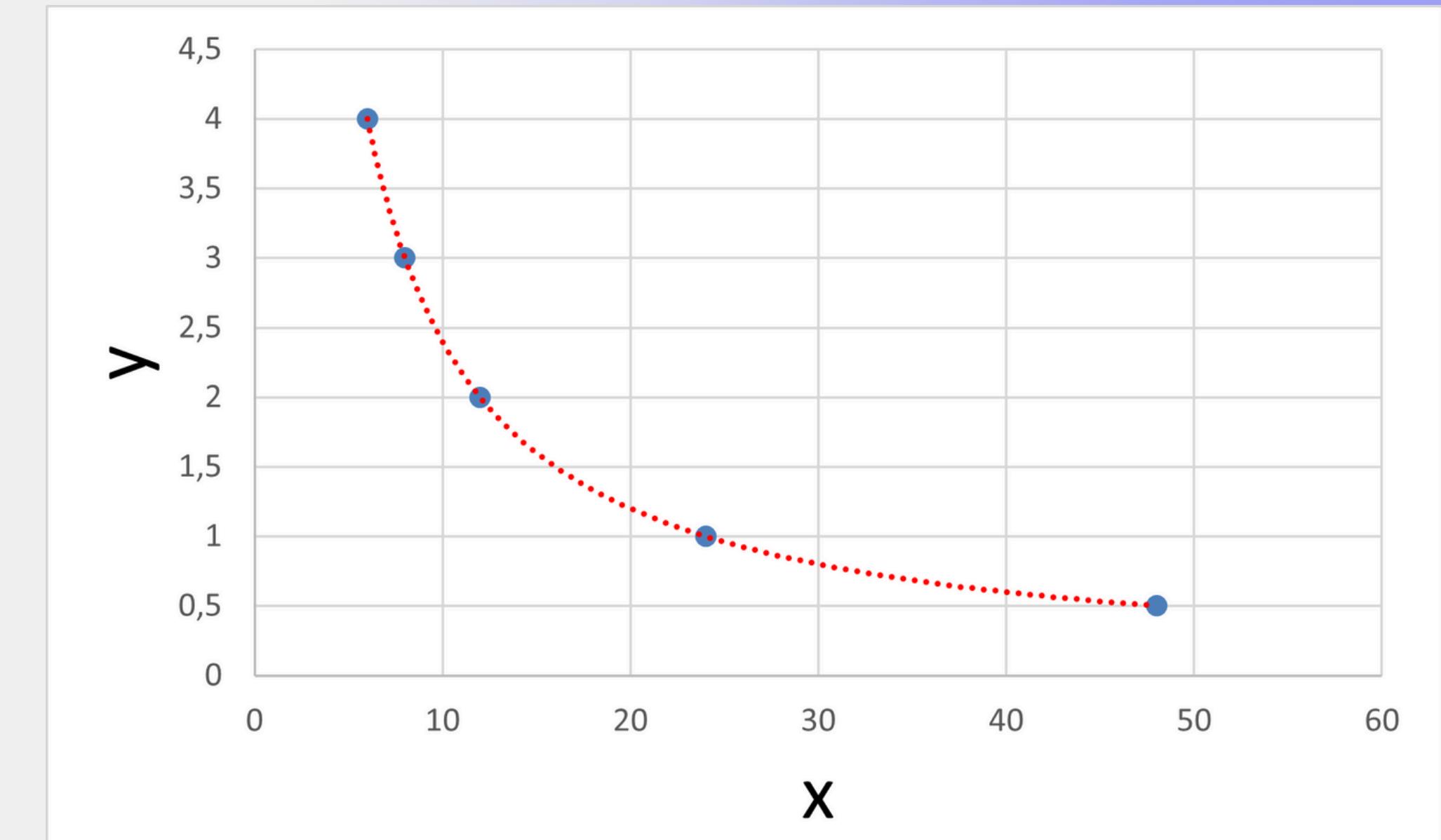
Due grandezze, x ed y, si dicono **inversamente** proporzionali se il loro **prodotto è costante**

$$x \cdot y = k \text{ oppure } y = k/x$$

- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input
- $k$  = **costante** (*coefficiente di proporzionalità inversa*) è un **NUMERO**, non cambia, dipende da legge a legge

# PROPORZIONALITÀ INVERSA

| x  | y   | $x^*y$ |
|----|-----|--------|
| 6  | 4   | ...    |
| 8  | 2   | ...    |
| 12 | 2   | ...    |
| 24 | 1   | ...    |
| 48 | 0.5 | ...    |



Scrivremo:  $y = 24/x$

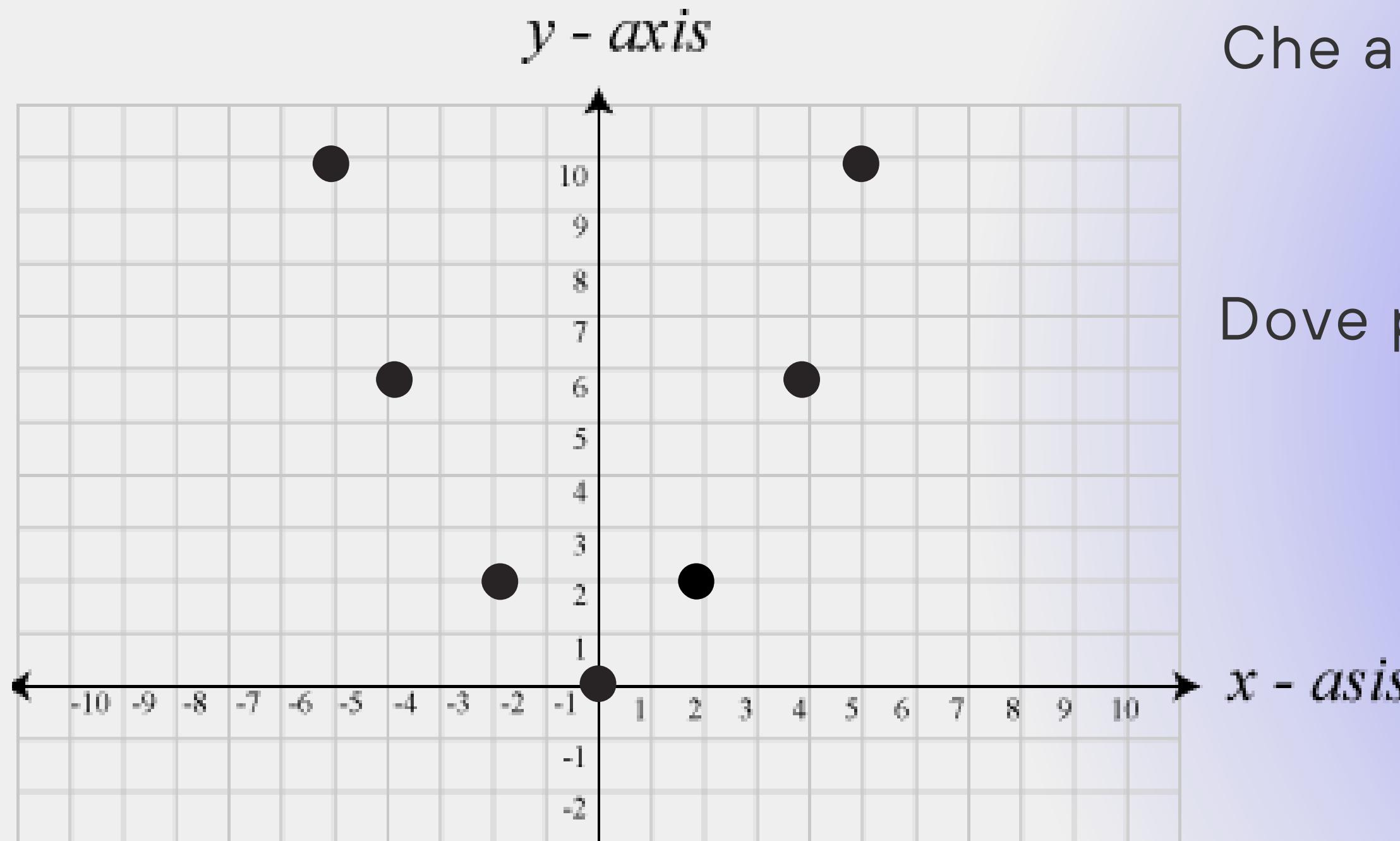
05  
16

# PROPORZIONALITÀ INVERSA

## OSSERVAZIONI

- Cosa ci sta dicendo? Ci dice: se  $x$  viene *moltiplicata* di un certo fattore,  $y$  risulta *divisa* per lo stesso fattore ( $k$ )
- Graficamente la proporzionalità inversa è rappresentata da un **ramo di iperbole**
- <https://www.geogebra.org/m/ubqq32a2>

# PROPORZIONALITÀ QUADRATICA



Che andamento hanno i dati?

Dove potrebbero “cadere” i prossimi punti?

# PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

| tempo<br>$t$ | distanza<br>$s$ | $s/t$ |
|--------------|-----------------|-------|
| 0            | 0               | /     |
| 1.0          | 0.1             | 0.1   |
| 2.0          | 0.4             | 0.2   |
| 3.0          | 0.9             | 0.3   |
| 4.0          | 1.6             | 0.4   |

Osserviamo la tabella:  $s$  è la distanza percorsa da un oggetto e  $t$  gli intervalli di tempo corrispondenti

La distanza cresce con  $t$ , ma  
**non** in maniera  
**proporzionale a  $t$**



# PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

| tempo<br>$t^2$ | distanza<br>$s$ | $s/t^2$ |
|----------------|-----------------|---------|
| 0              | 0               | /       |
| 1.0            | 0.1             | ...     |
| 4.0            | 0.4             | ...     |
| 9.0            | 0.9             | ...     |
| 16.0           | 1.6             | ...     |

**Idea:** la regolarità della relazione è evidente se confrontiamo  $s$  con il **quadrato di  $t$**

ORA il rapporto tra  **$s$  e  $t^2$**  è **costante**, cioè la distanza percorsa è direttamente **proporzionale al quadrato** del tempo

Scriveremo:  $s = 0.1 * t^2$

# PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

Si dice che tra due grandezze, x ed y, c'è una proporzionalità **quadratica** se il **rapporto** tra y e  $x^2$  è **costante**

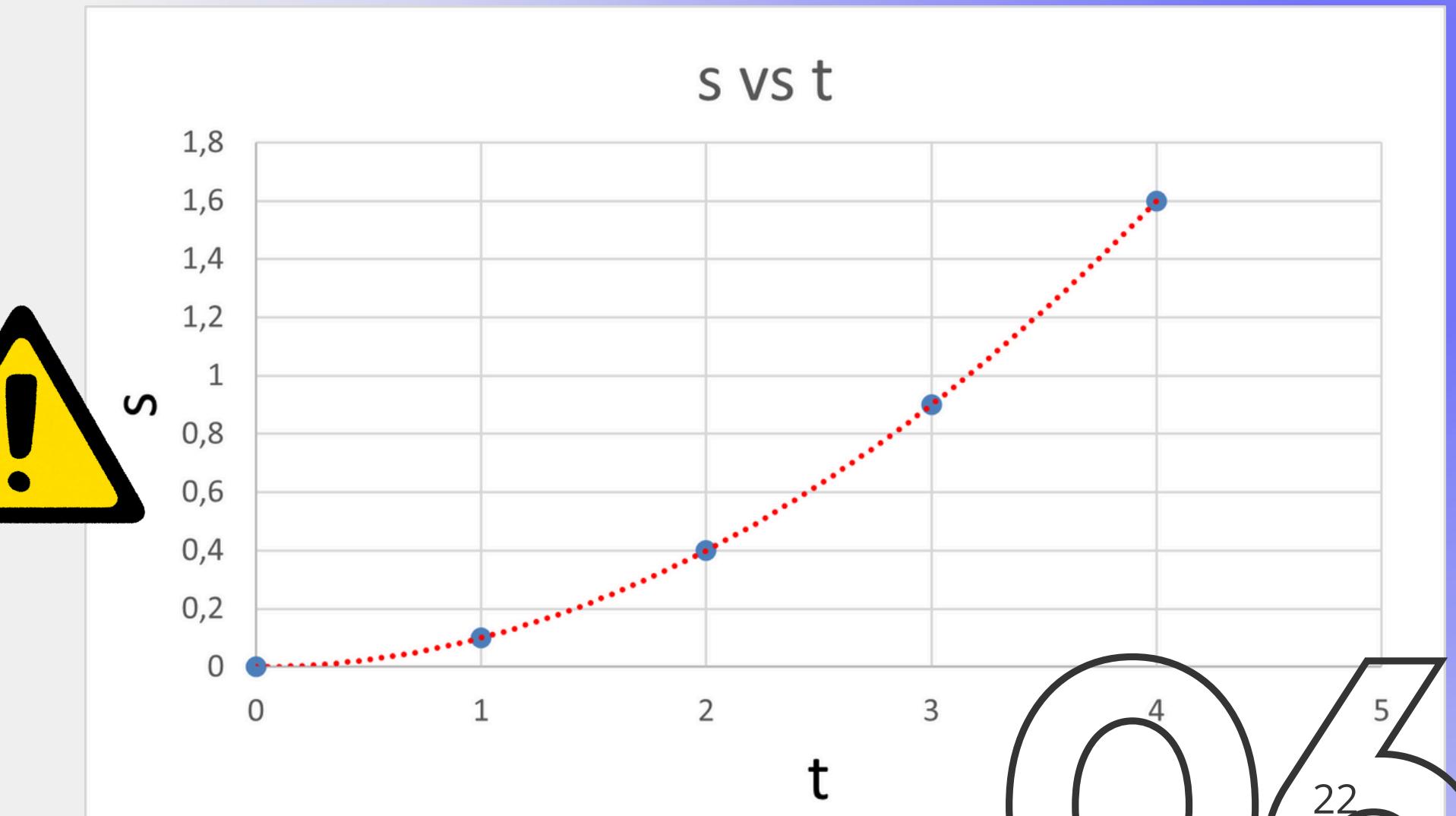
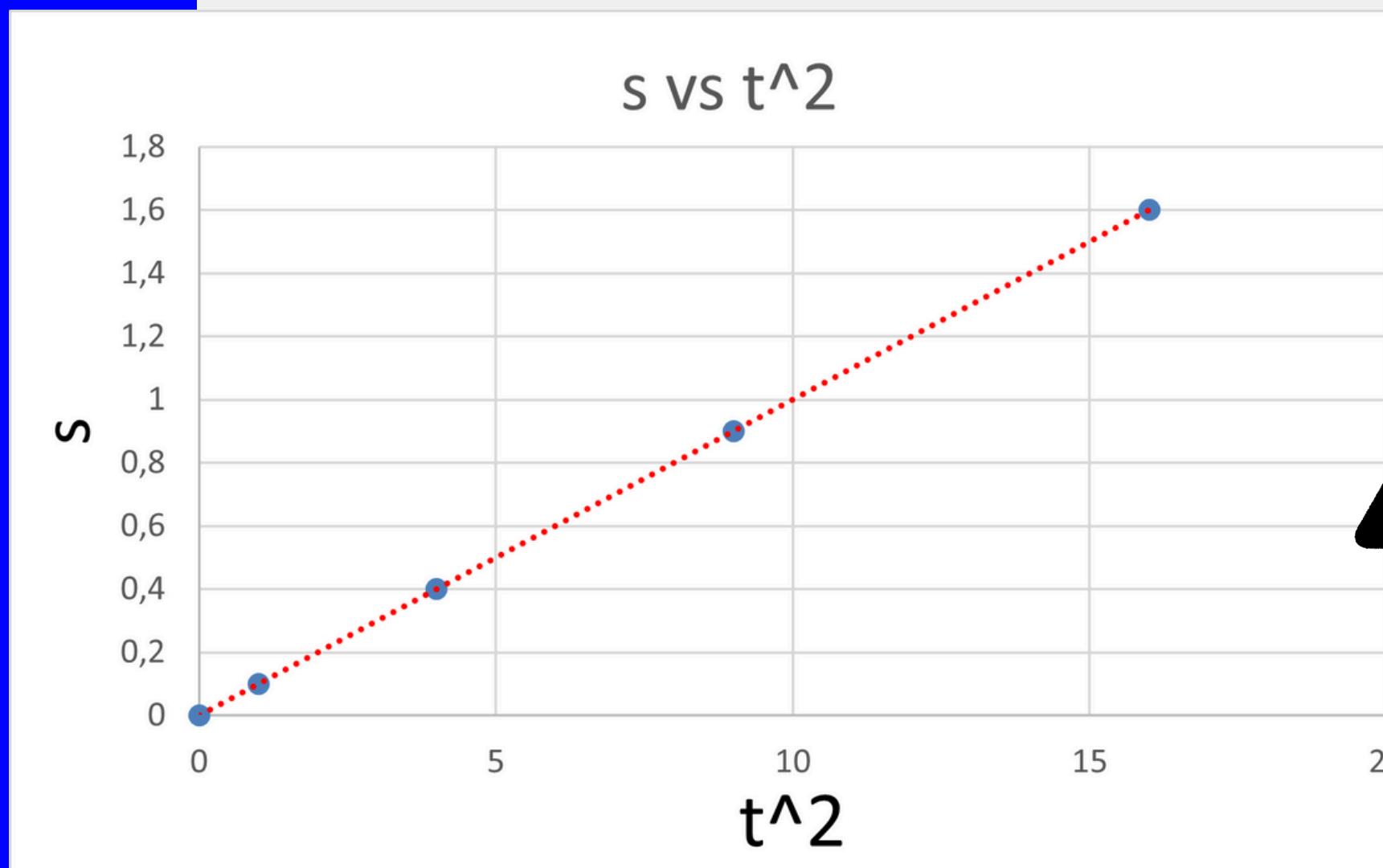
$$y/x^2 = k \text{ oppure } y = k*x^2$$

- Dunque: x e y sono le grandezze che **IO** misuro, sono delle **variabili**, sono i miei input
- $k$  = **costante** (*coefficiente di proporzionalità*) è un **NUMERO**, non cambia, dipende da legge a legge

# PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

## OSSERVAZIONI

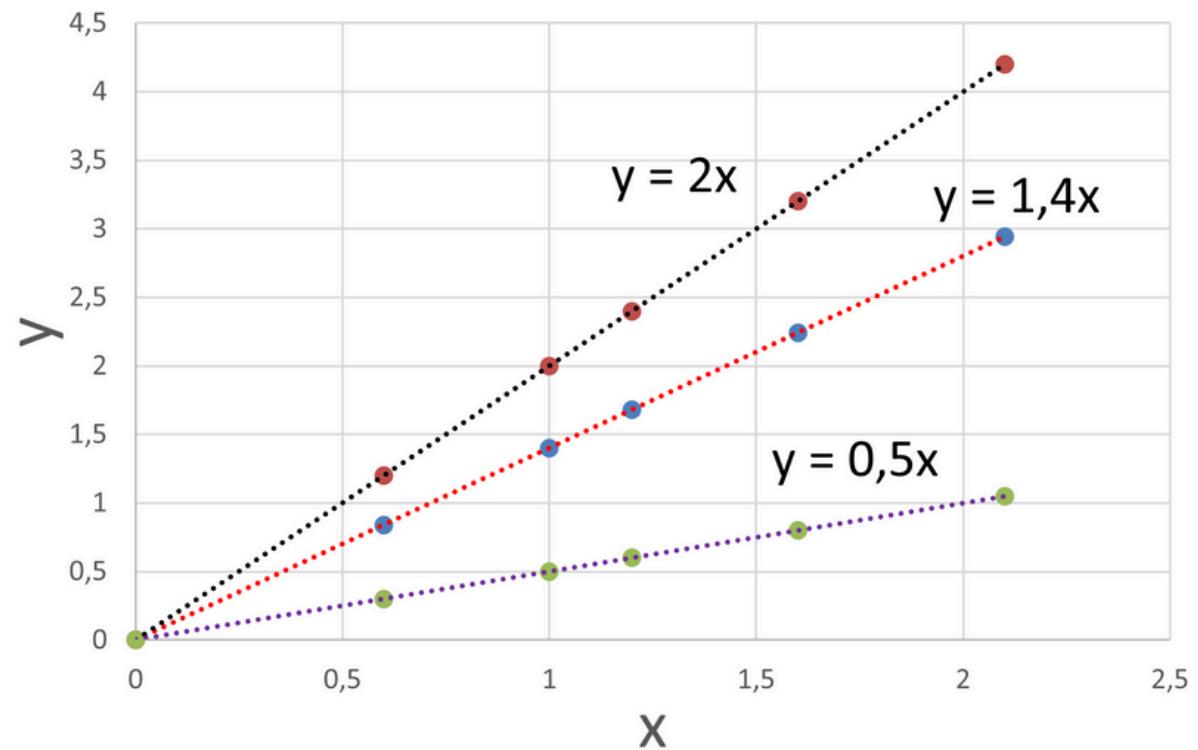
- Graficamente la proporzionalità quadratica è rappresentata da un **ramo di parabola**
- **Grafici:**



06  
22

Proporzionalità diretta

$$y = k \cdot x$$

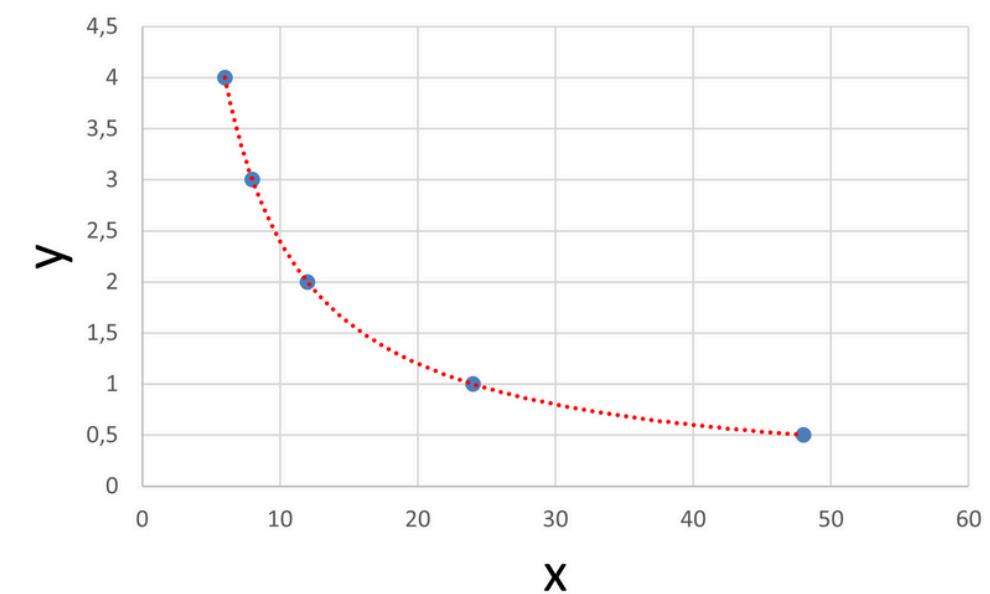


Dipendenza lineare

$$y = k \cdot x + q$$

Proporzionalità inversa

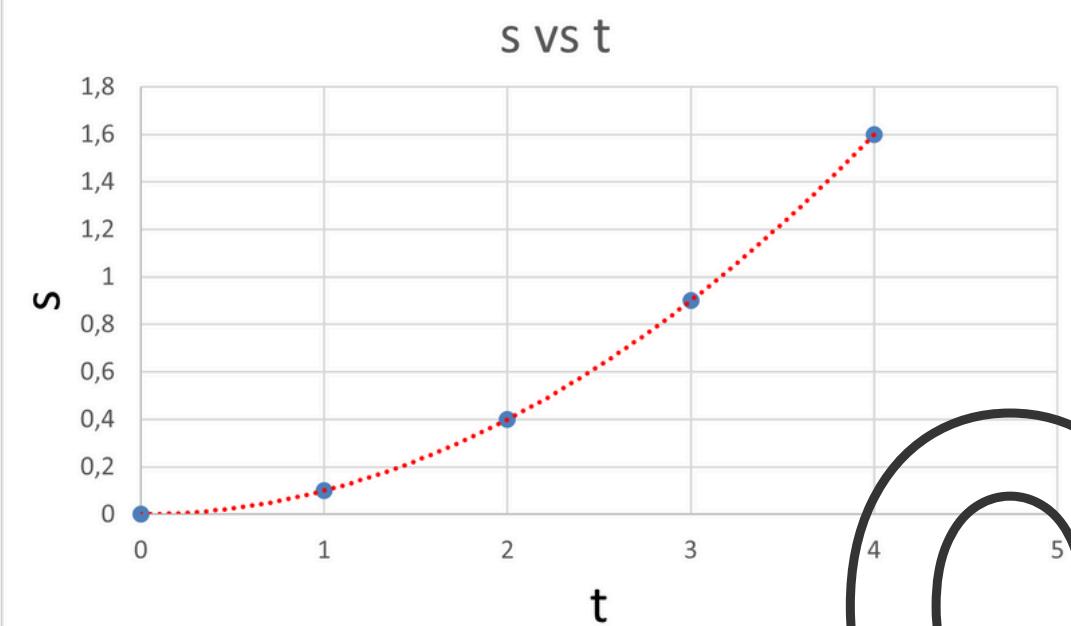
$$y = k/x$$



# Mind map

Proporzionalità quadratica

$$y = k \cdot x^2$$



**Grazie e buon  
lavoro!**